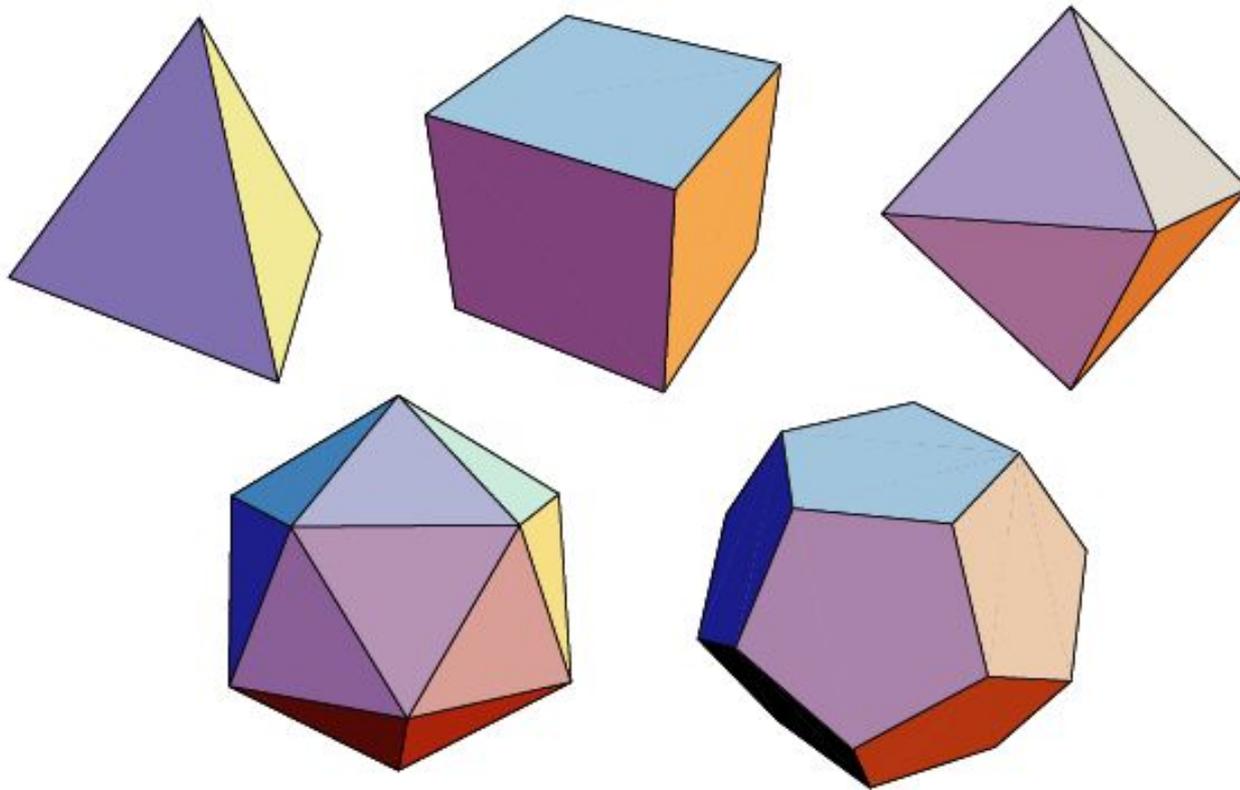


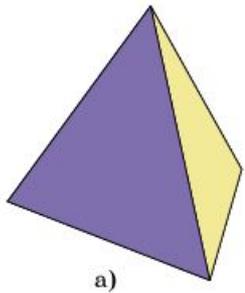
ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

На рисунке изображены **правильные многогранники**. Их гранями являются равные правильные многоугольники, и в вершинах каждого многогранника сходится одинаковое число граней.

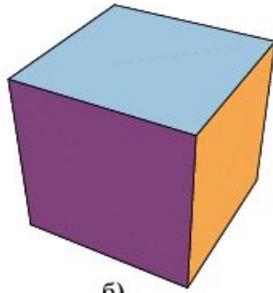


ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

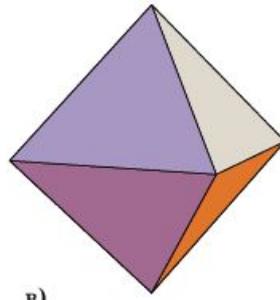
Правильные многогранники были известны еще в древней Греции. Пифагор и его ученики считали, что все состоит из атомов, имеющих форму правильных многогранников. В частности, атомы огня имеют форму тетраэдра (его гранями являются четыре правильных треугольника (рис. а); земли - гексаэдра (куб – многогранник, гранями которого являются шесть квадратов, рис. б); воздуха – октаэдра (его гранями являются восемь правильных треугольников, рис. в); воды – икосаэдра (его гранями являются двадцать правильных треугольников, рис. г); вся Вселенная, по мнению древних, имела форму додекаэдра (его гранями являются двенадцать правильных пятиугольников, рис. д).



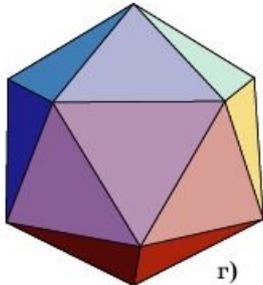
а)



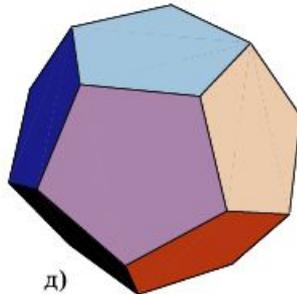
б)



в)



г)

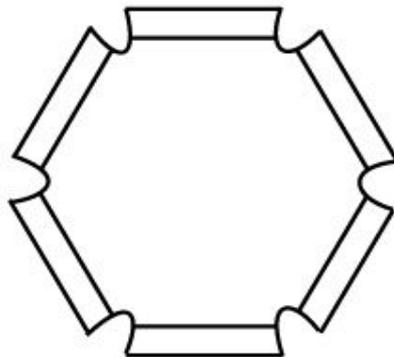
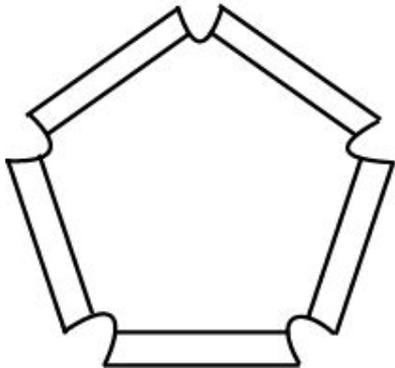
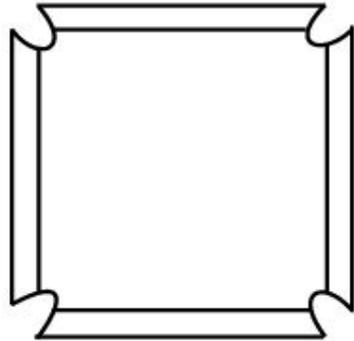
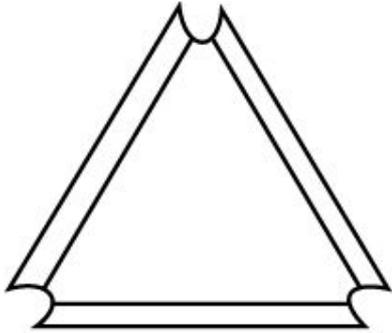


д)

Названия многогранников тоже имеют древнегреческое происхождение. В переводе с греческого: "Тетра" - четыре; "Гекса" - шесть; "Окто" - восемь; "Икоси" - двадцать, "Додека" - двенадцать. "Эдра" - грань.

КОНСТРУКТОР

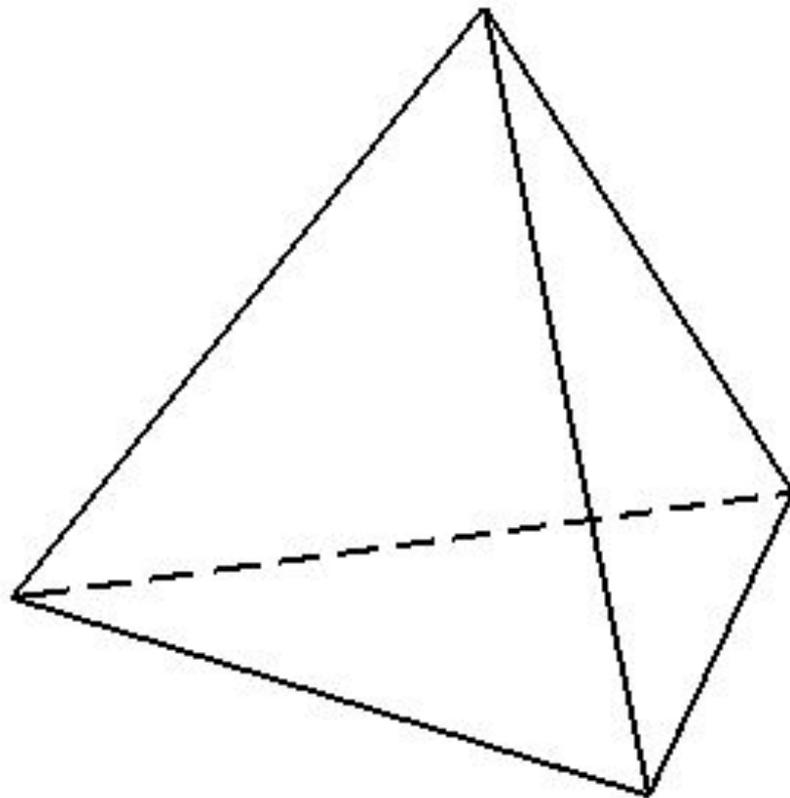
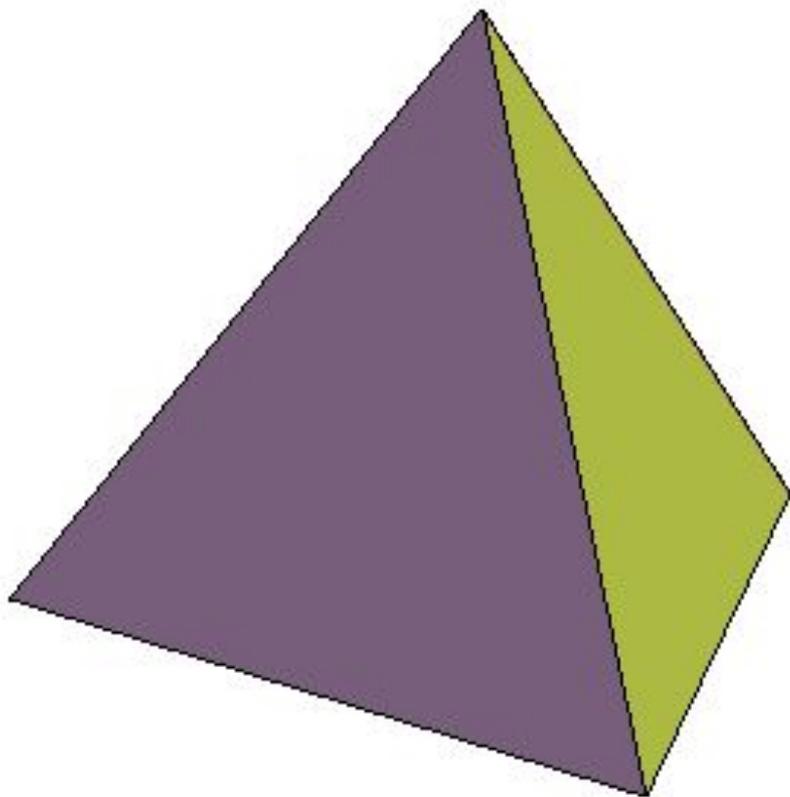
Модели правильных многогранников можно изготавливать с помощью конструктора, состоящего из многоугольников, сделанных из плотного материала с отгибающимися клапанами и резиновых колечек - основной крепежной детали конструктора.



Подбирая соответствующим образом многоугольники в качестве граней многогранника и скрепляя их резиновыми колечками, можно получать модели различных правильных многогранников. Для того чтобы колечки лучше держались и не мешали друг другу, уголки многоугольников в конструкторе можно немного обрезать, как показано на рисунке.

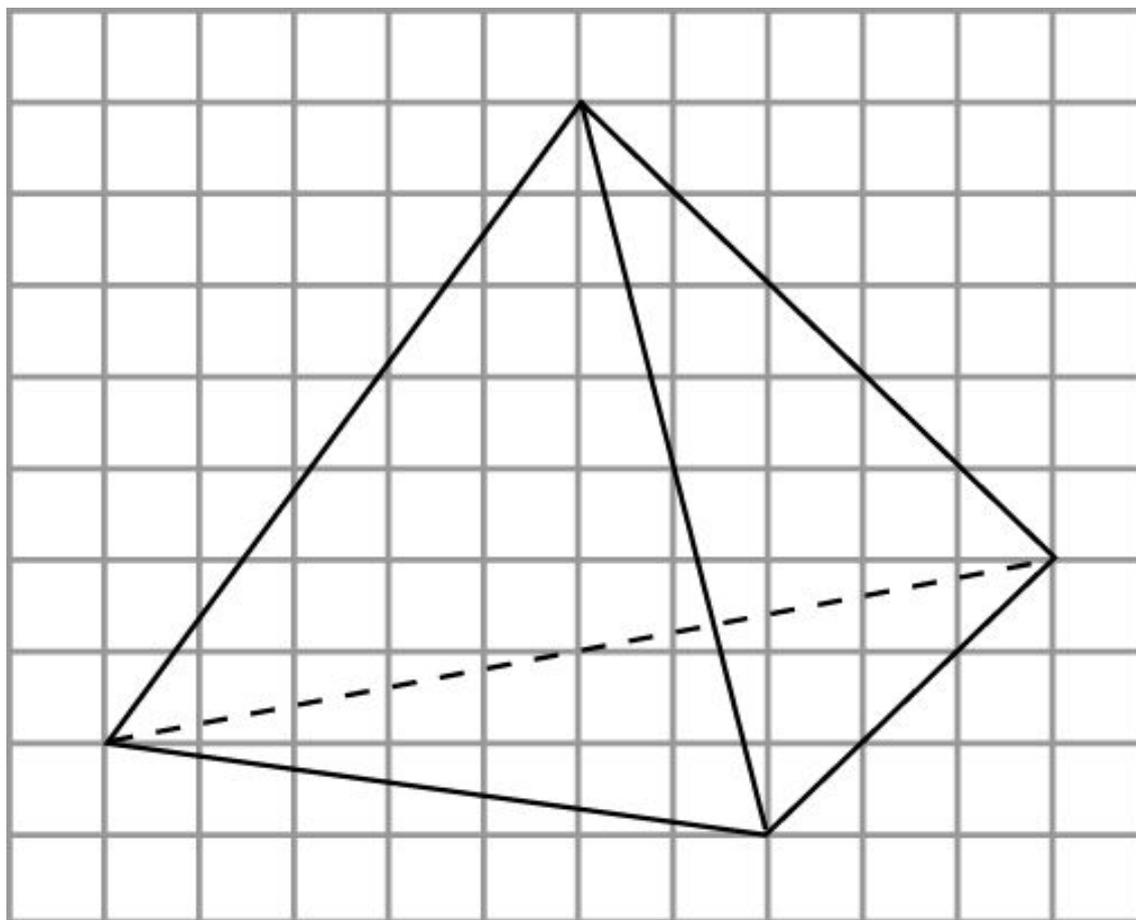
ТЕТРАЭДР

Наиболее простым правильным многогранником является треугольная пирамида, грани которой правильные треугольники. В каждой ее вершине сходится по три грани. Имея всего четыре грани, этот многогранник называется также **тетраэдром**, что в переводе с греческого языка означает четырехгранник.



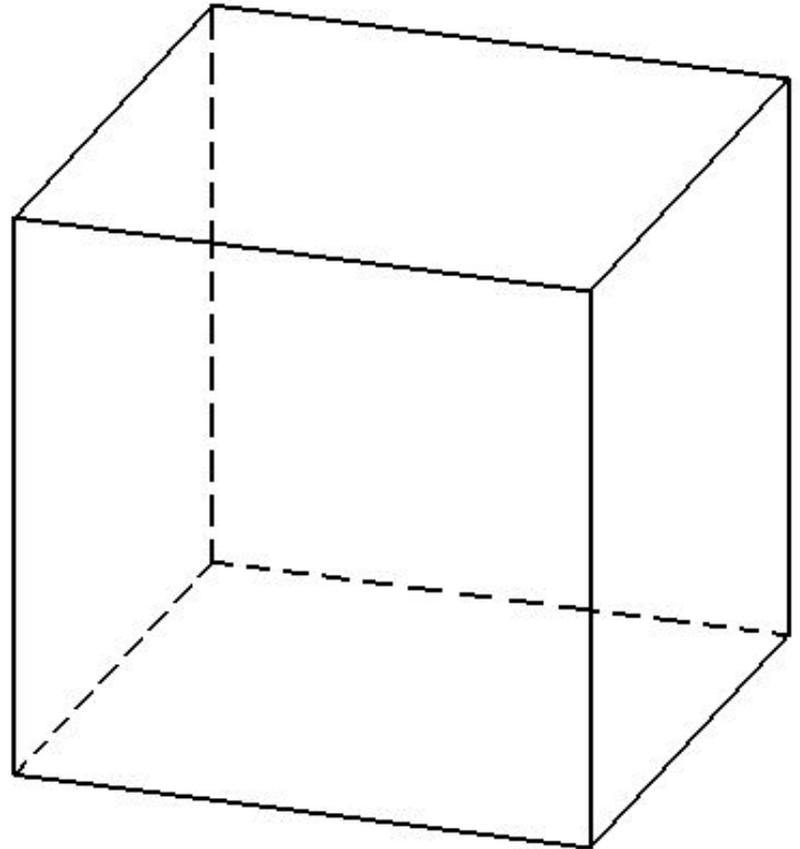
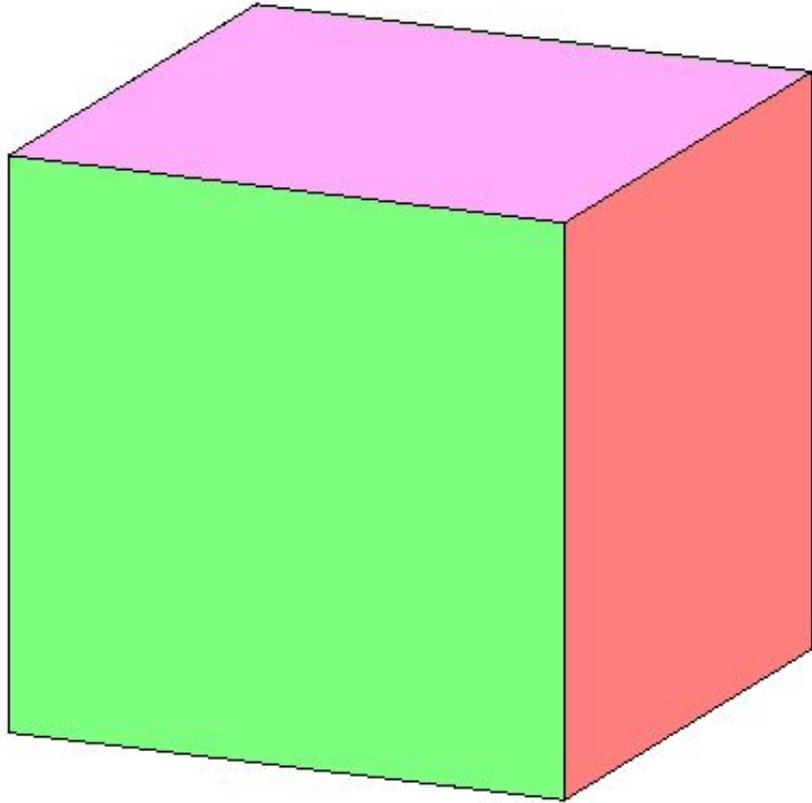
Упражнение 1

На клетчатой бумаге изобразите тетраэдр, аналогично показанному на рисунке.



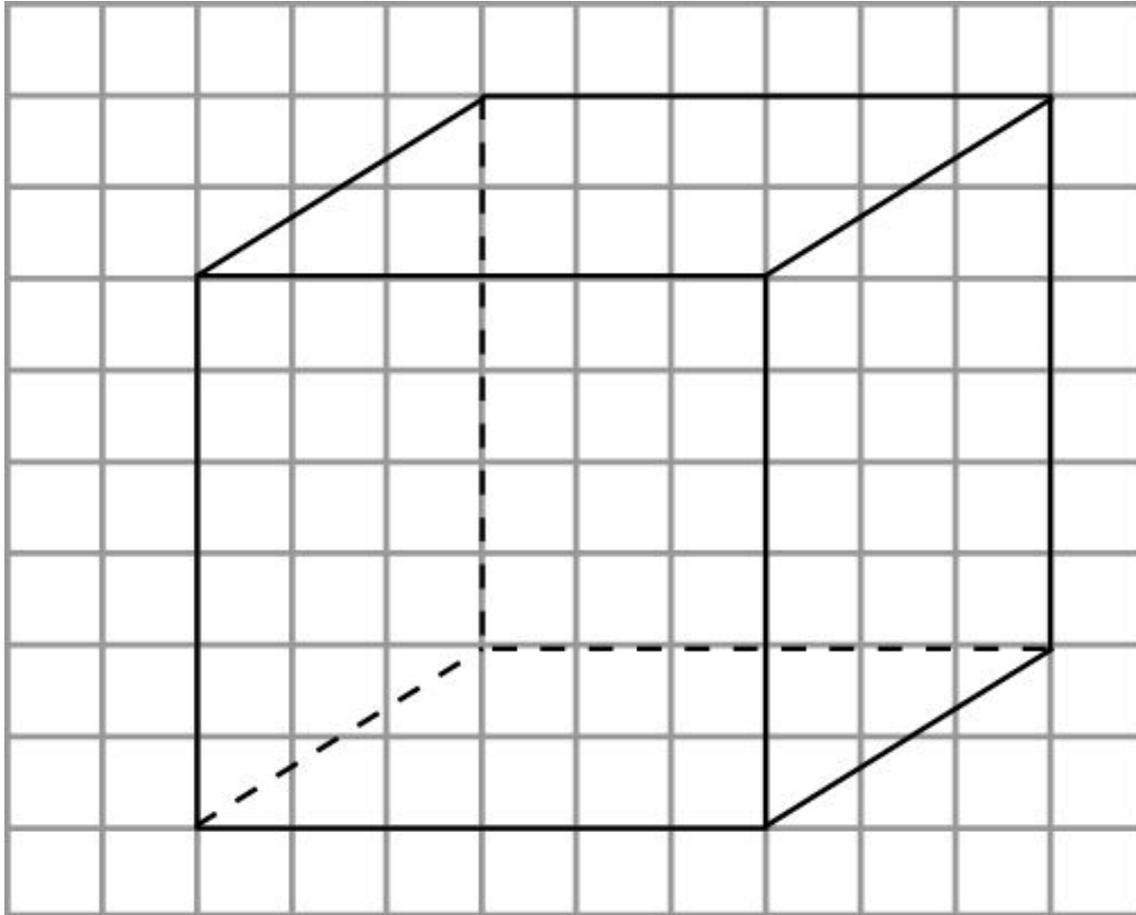
КУБ (ГЕКСАЭДР)

Многогранник, гранями которого являются квадраты и в каждой вершине сходится три грани называется **кубом или гексаэдром**.



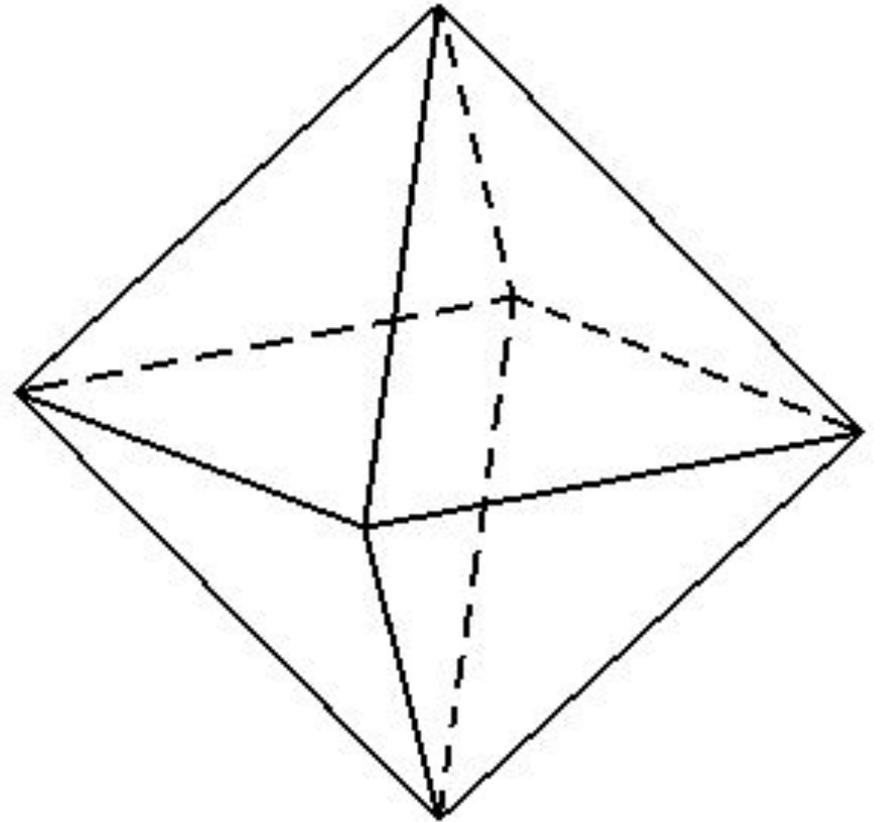
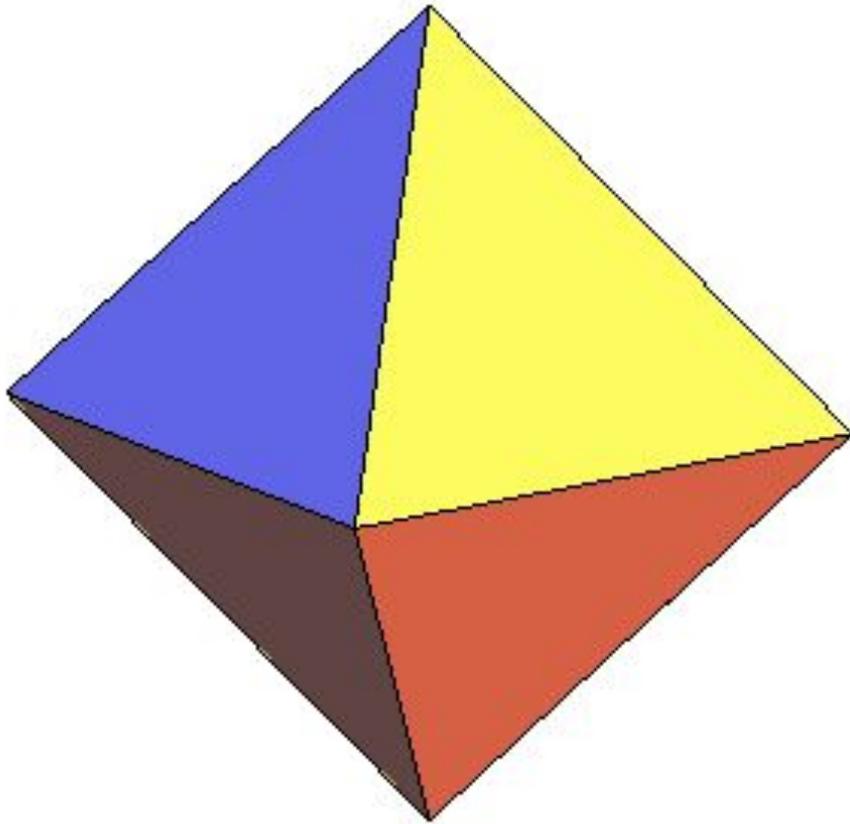
Упражнение 2

На клетчатой бумаге изобразите куб, аналогично показанному на рисунке.



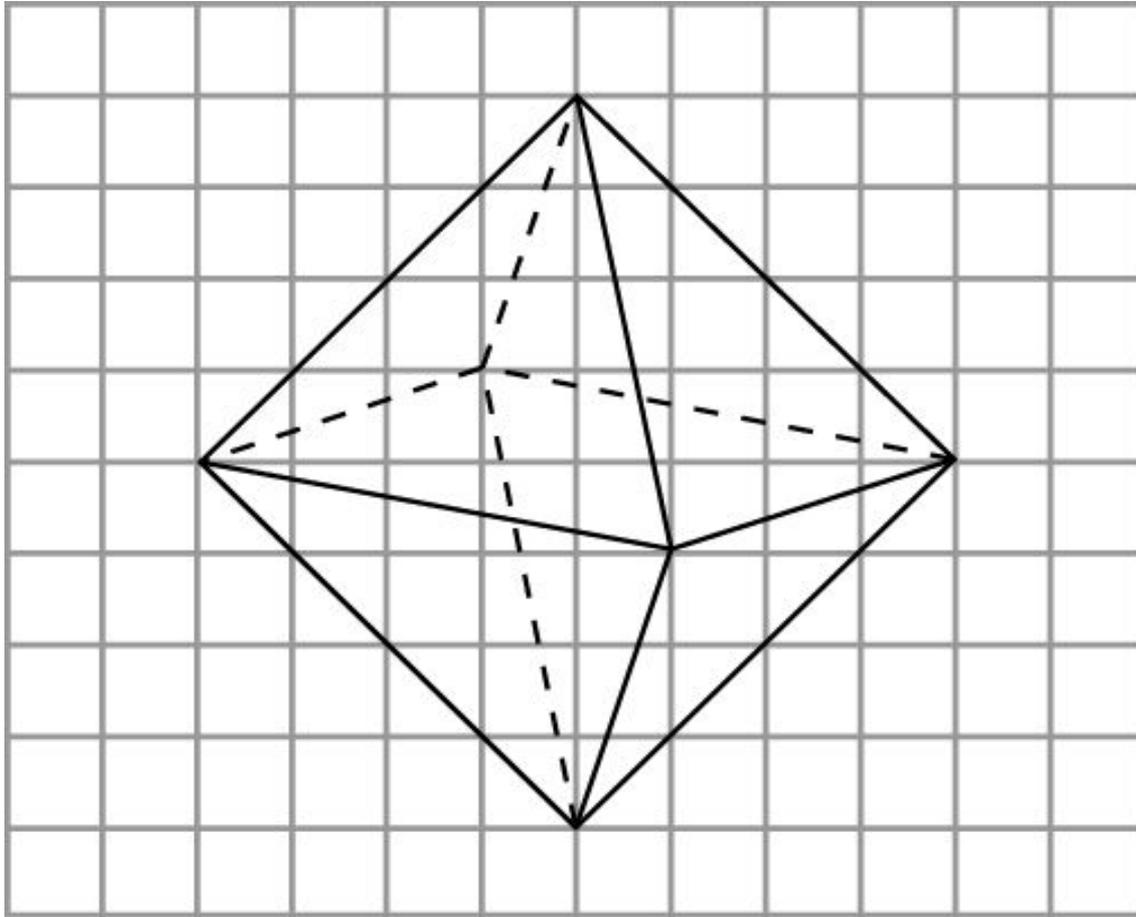
ОКТАЭДР

Многогранник, гранями которого являются правильные треугольники и в каждой вершине сходится четыре грани называется **октаэдром**.



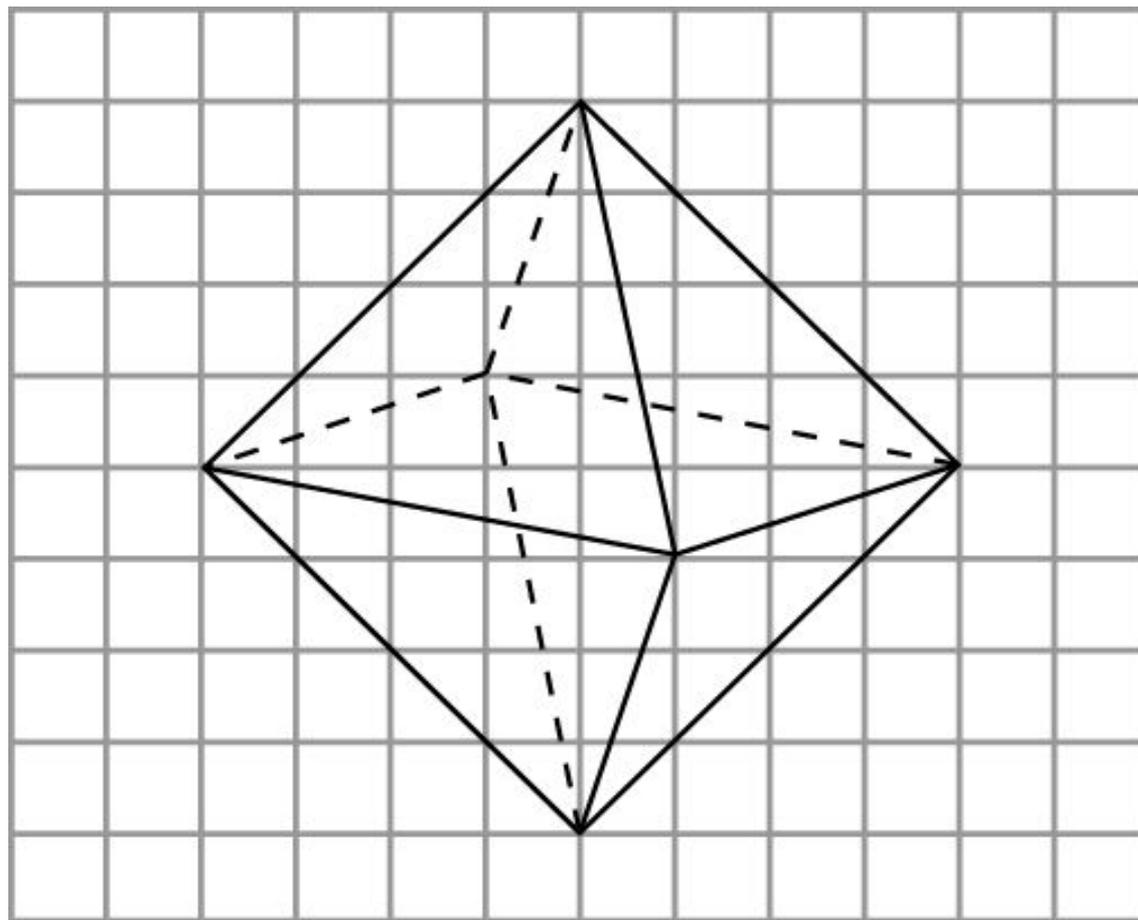
Упражнение 3

На клетчатой бумаге изобразите октаэдр, аналогично показанному на рисунке.



Упражнение 4

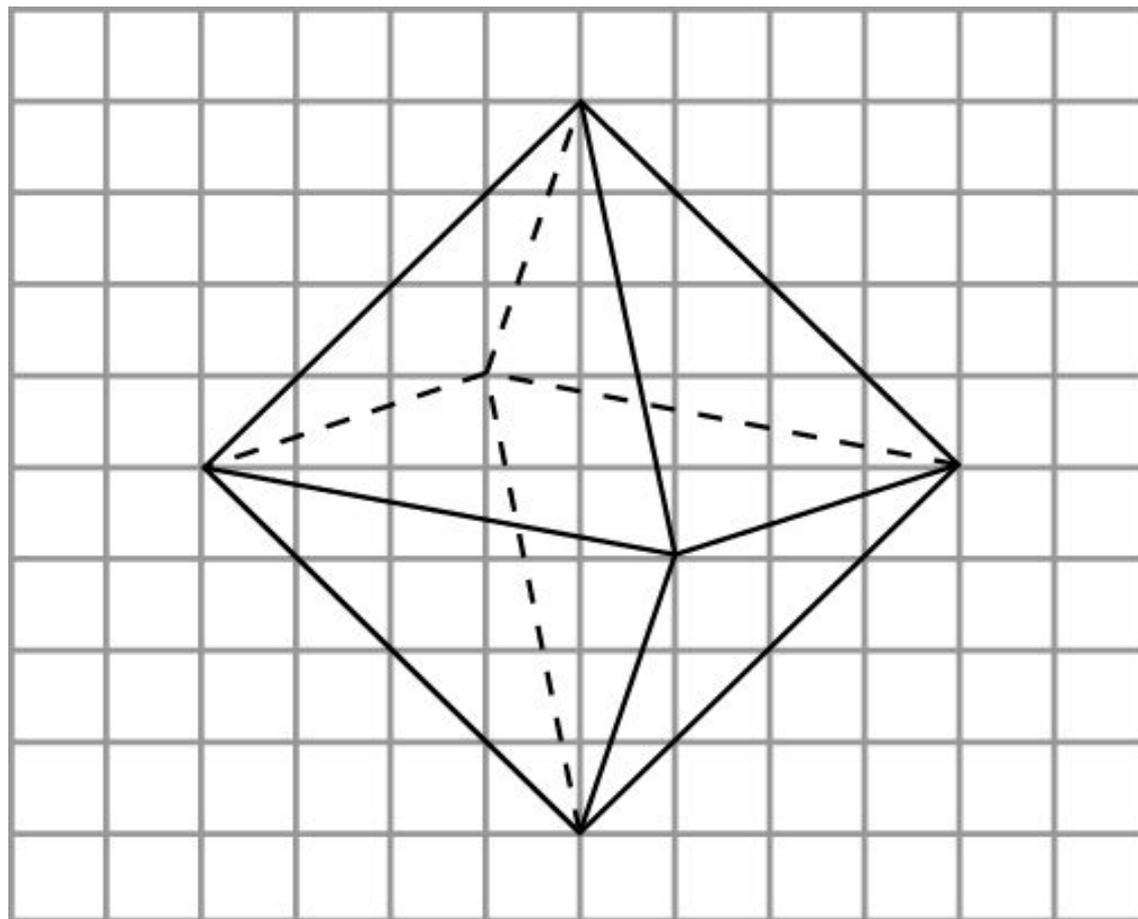
Сколько имеется путей длины 2 по ребрам единичного октаэдра из одной его вершины в противоположную вершину.



Ответ: 4.

Упражнение 5

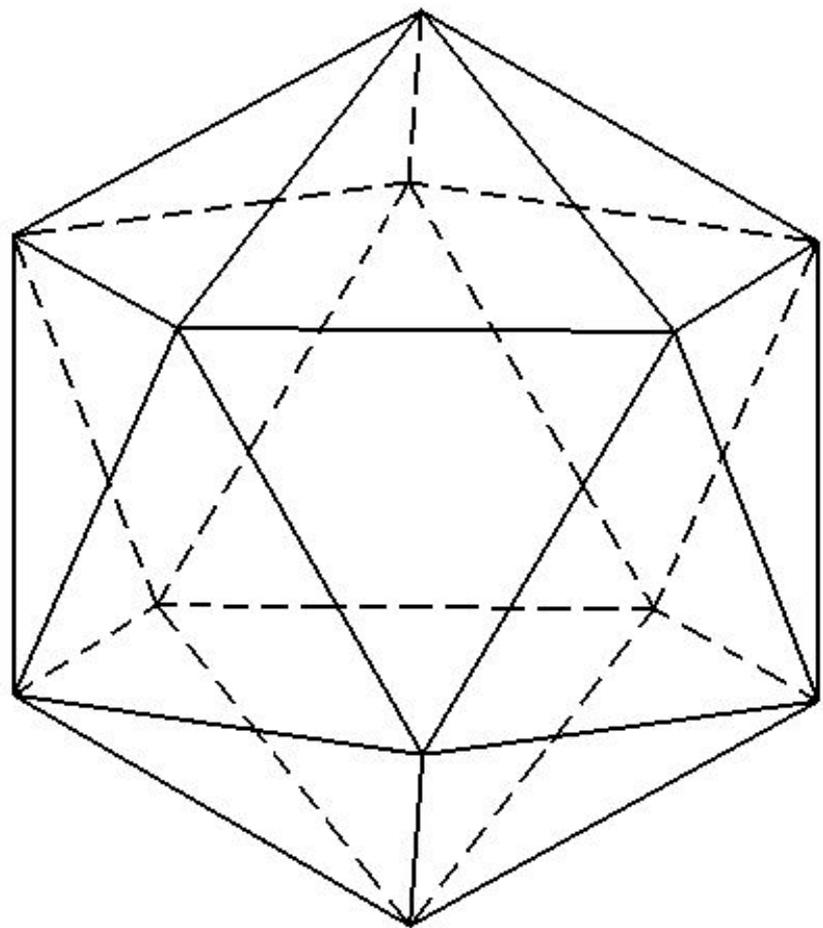
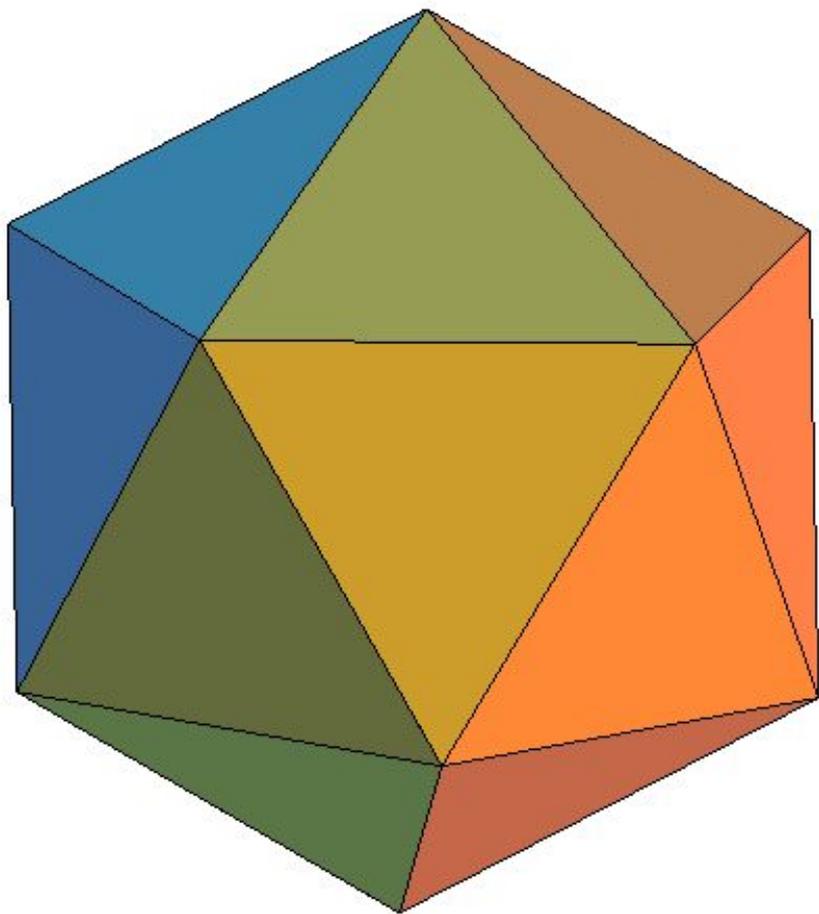
Сколько имеется путей длины 3 по ребрам единичного октаэдра из одной его вершины в противоположную вершину.



Ответ: 8.

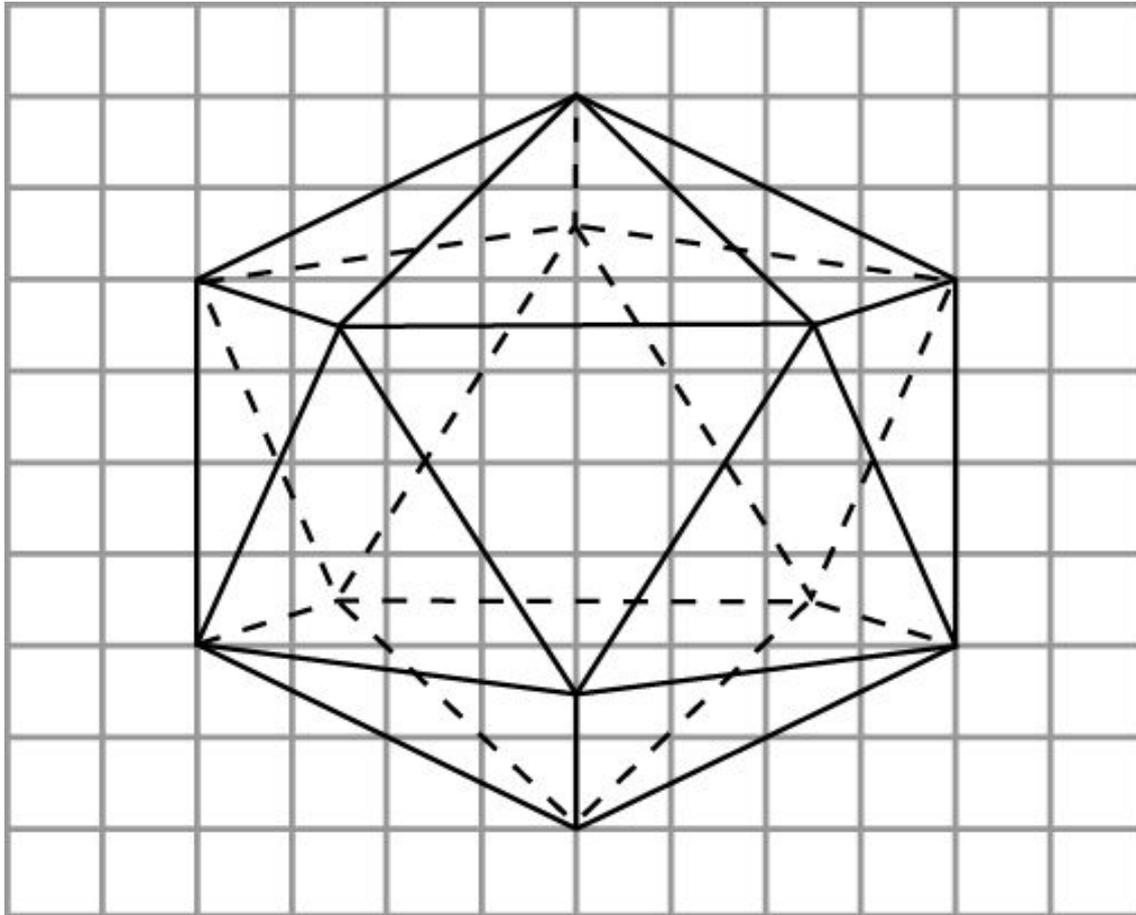
ИКОСАЭДР

Многогранник, в каждой вершине которого сходится пять правильных треугольников называется **икосаэдром**.



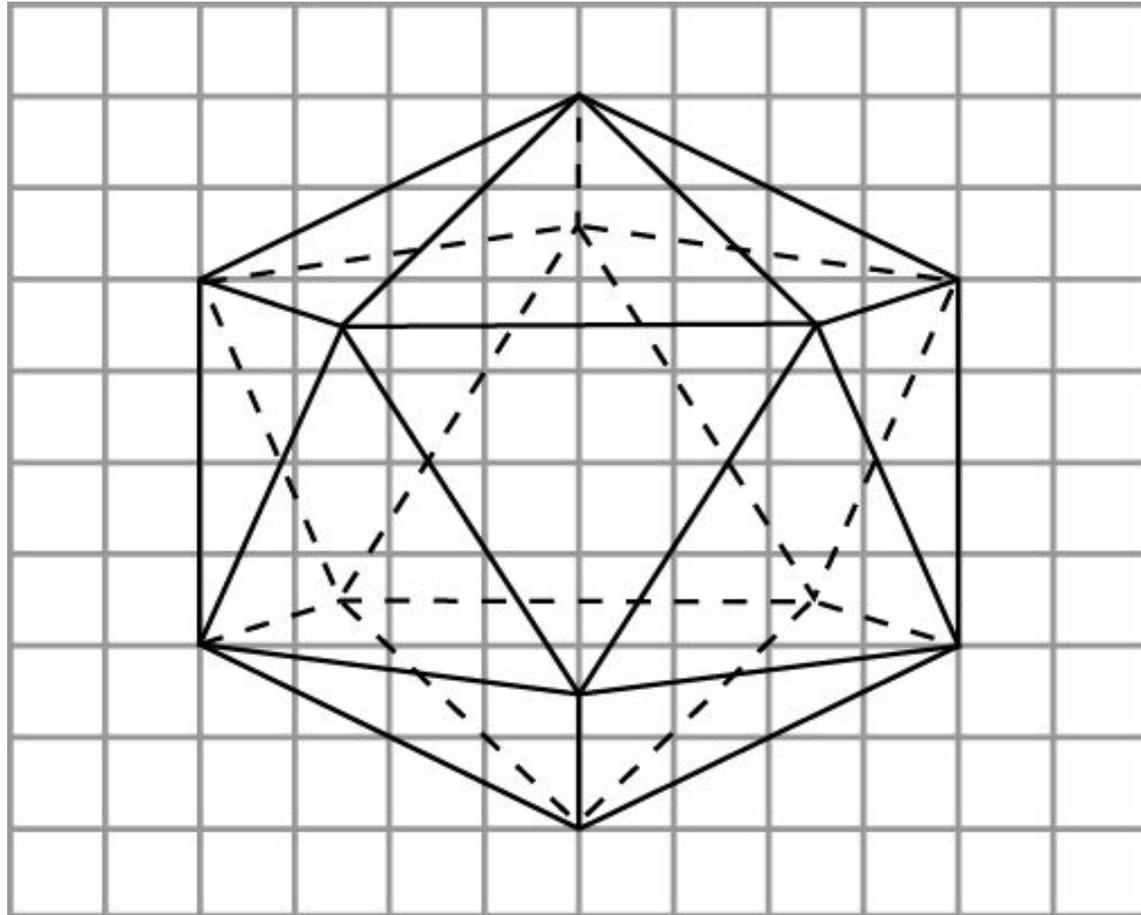
Упражнение 6

На клетчатой бумаге изобразите икосаэдр, аналогично показанному на рисунке.



Упражнение 7

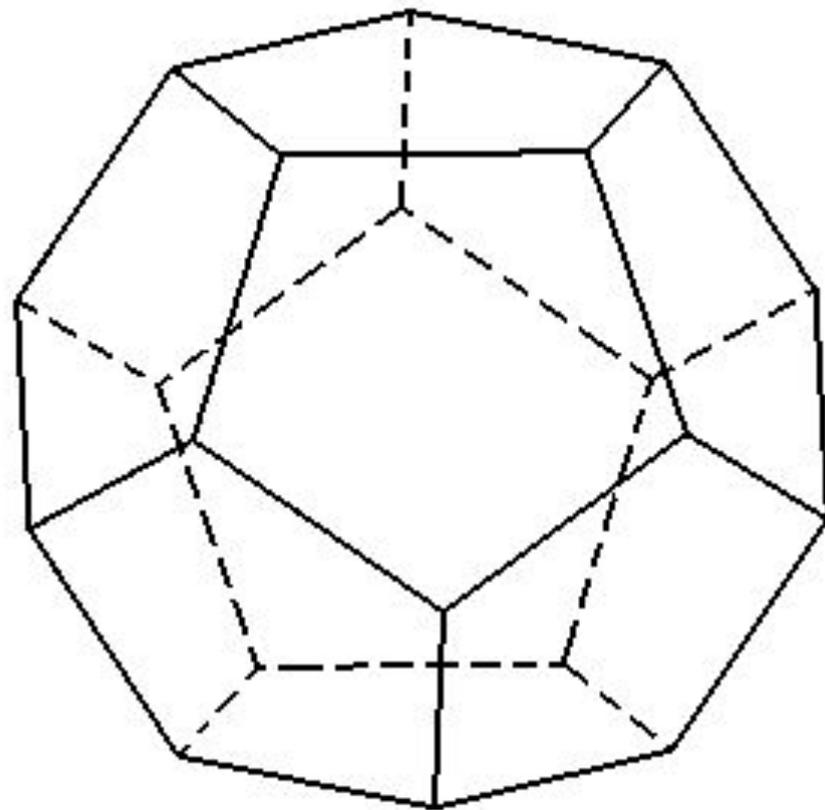
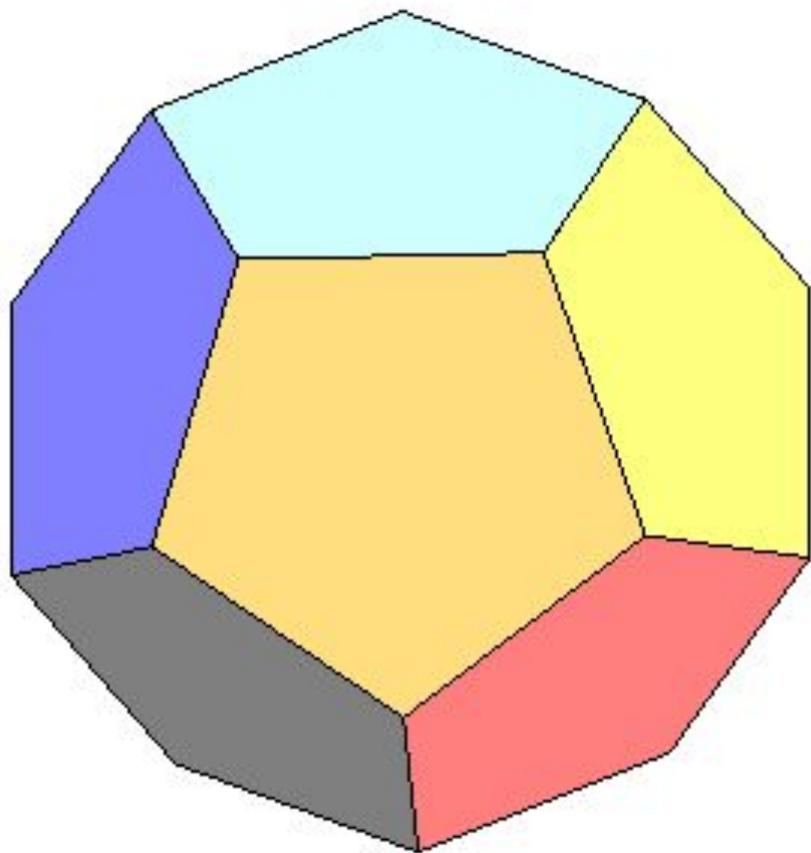
Сколько имеется путей длины 3 по ребрам единичного икосаэдра из одной его вершины в противоположную вершину.



Ответ: 10.

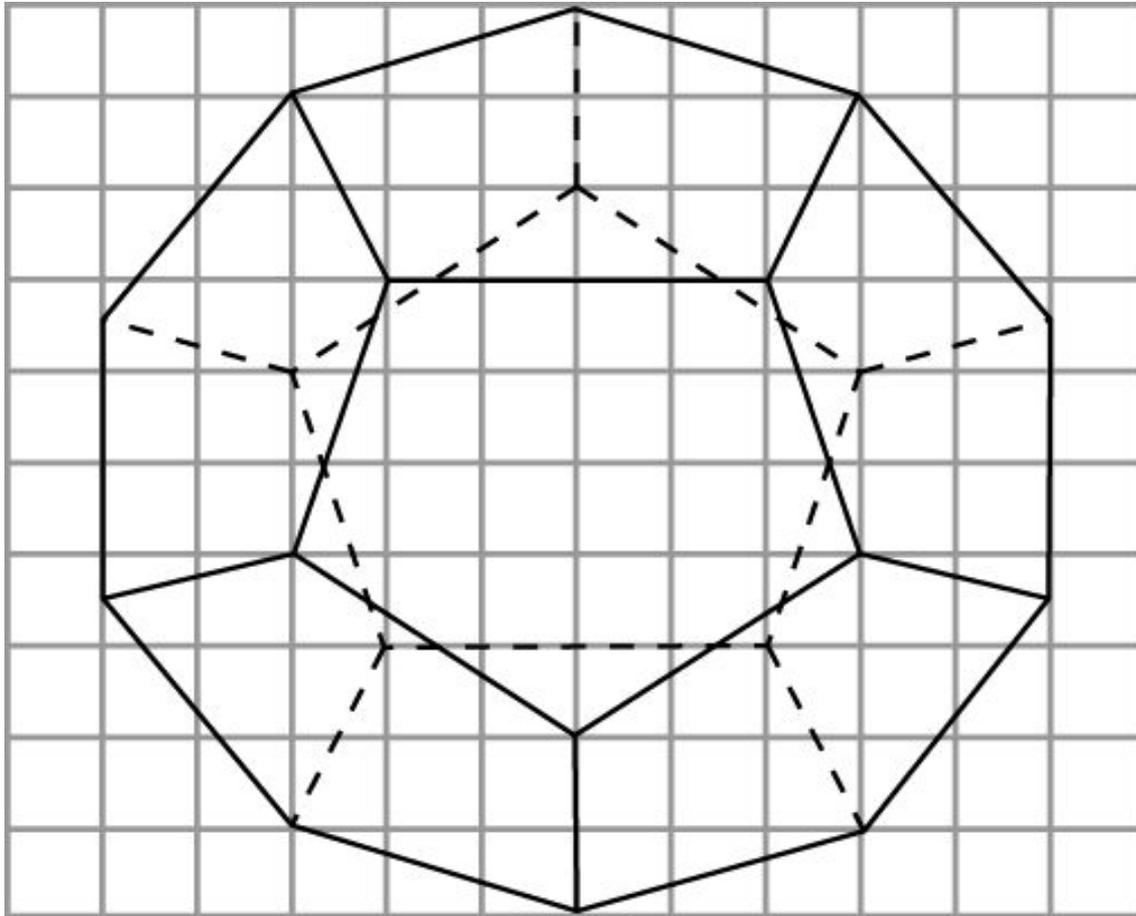
ДОДЕКАЭДР

Многогранник, гранями которого являются правильные пятиугольники и в каждой вершине сходится три грани называется додекаэдром.



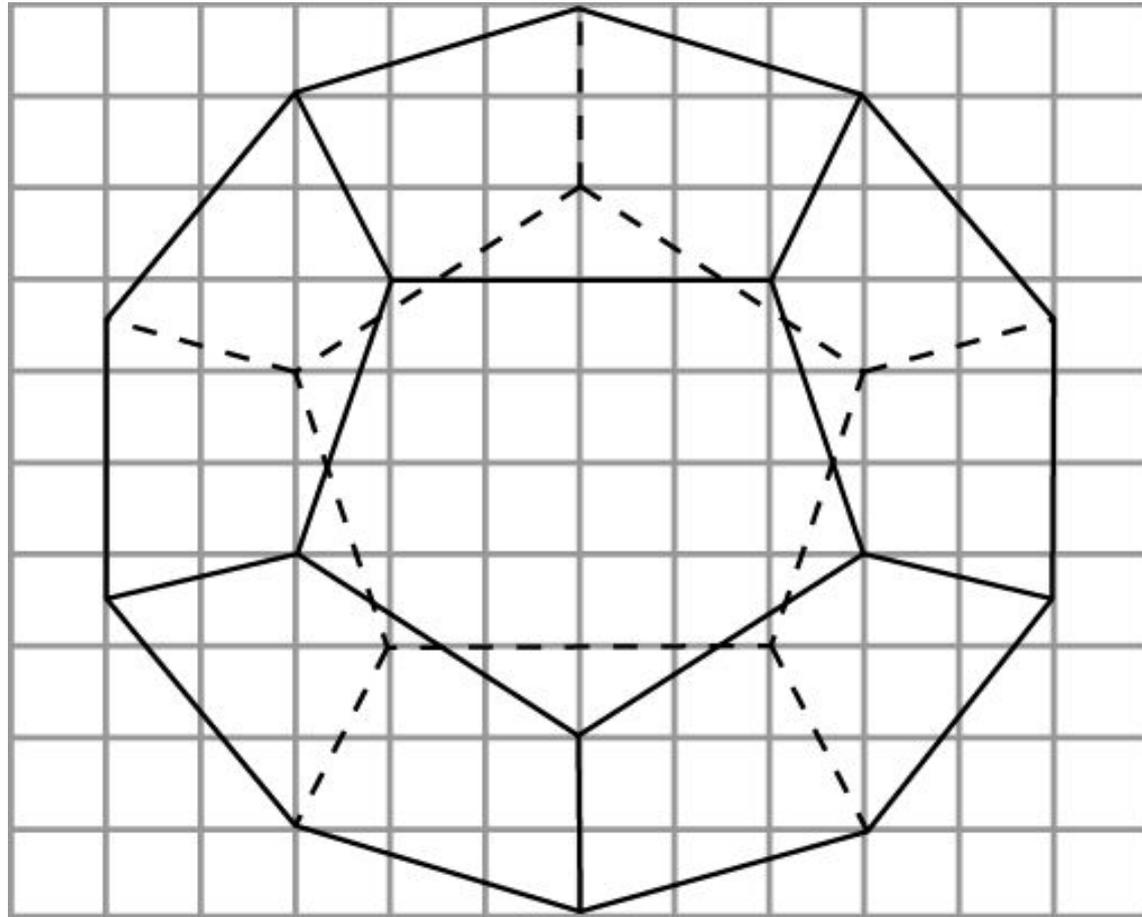
Упражнение 8

На клетчатой бумаге изобразите додекаэдр, аналогично показанному на рисунке.



Упражнение 9

Сколько имеется путей длины 5 по ребрам единичного додекаэдра из одной его вершины в противоположную вершину.



Ответ: 6.

Упражнение 10

Сколько вершин (В), ребер (Р) и граней (Г) имеют:

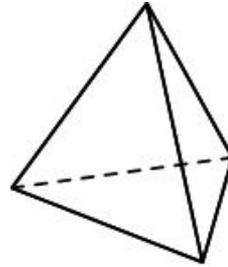
а) тетраэдр;

б) куб;

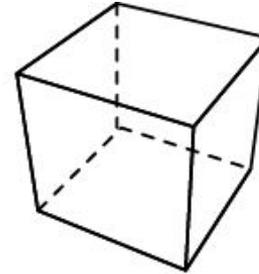
в) октаэдр;

г) икосаэдр;

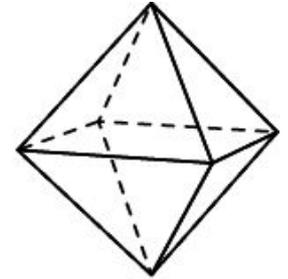
д) додекаэдр?



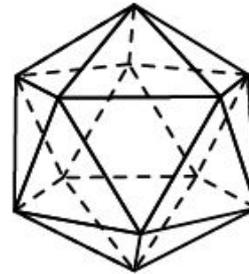
а)



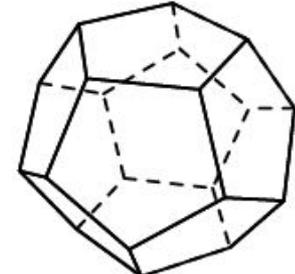
б)



в)



г)



д)

Ответ: а) $V = 4$, $P = 6$, $\Gamma = 4$;

б) $V = 8$, $P = 12$, $\Gamma = 6$;

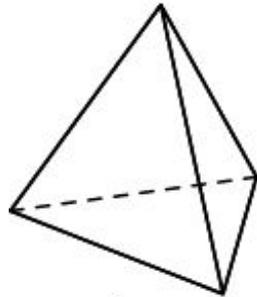
в) $V = 6$, $P = 12$, $\Gamma = 8$;

г) $V = 12$, $P = 30$, $\Gamma = 20$;

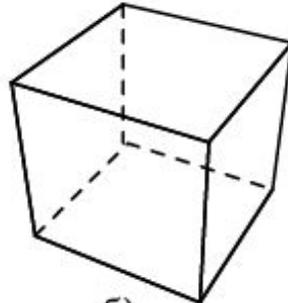
д) $V = 20$, $P = 30$, $\Gamma = 12$.

Упражнение 11

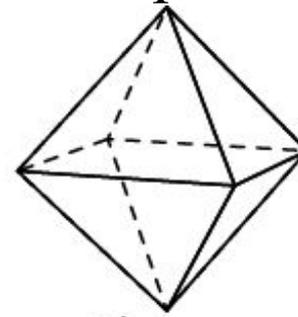
Окраска граней многогранника называется правильной, если соседние грани имеют разные цвета. Какое минимальное число красок потребуется для правильной окраски граней:



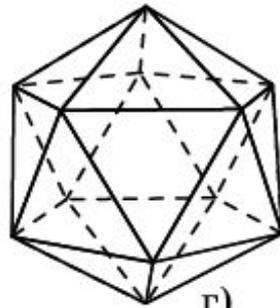
а)



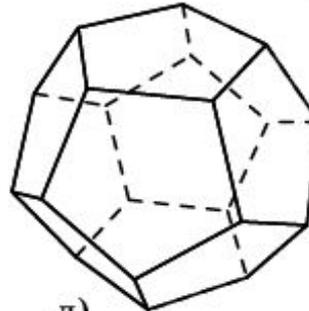
б)



в)



г)



д)

а) тетраэдра;

б) куба;

в) октаэдра;

г) икосаэдра;

д) додекаэдра?

Ответ: 4.

Ответ: 3.

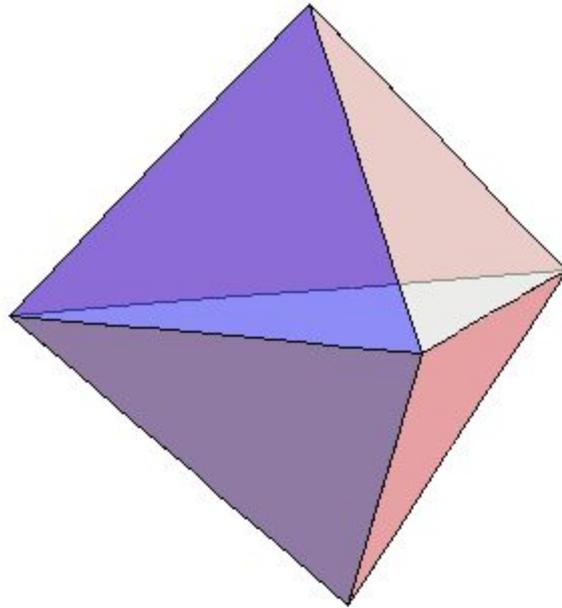
Ответ: 2.

Ответ: 3.

Ответ: 4.

Упражнение 12

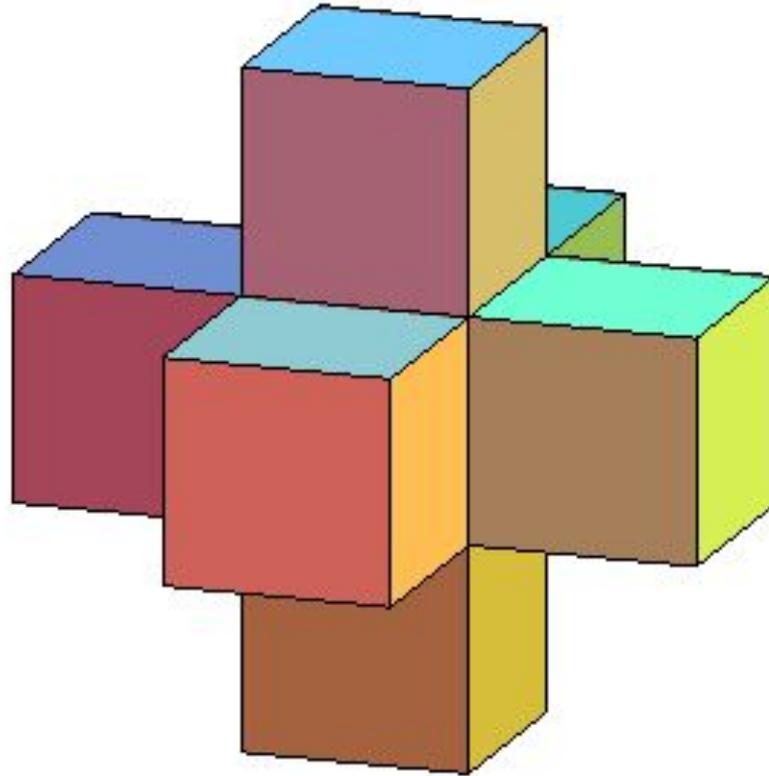
Представьте многогранник - бипирамиду, сложенную из двух равных правильных тетраэдров совмещением каких-нибудь их граней. Будет ли он правильным многогранником?



Ответ: Нет, в его вершинах сходится разное число граней.

Упражнение 13

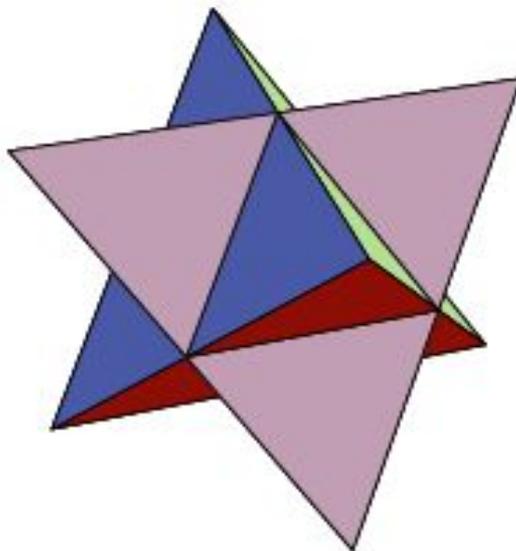
Является ли пространственный крест правильным многогранником?



Ответ: Нет.

Упражнение 14

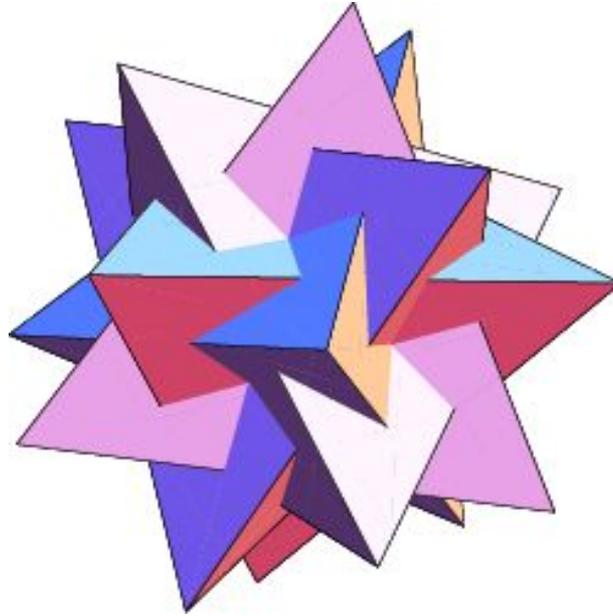
На рисунке изображен многогранник – звезда Кеплера, являющийся объединением двух тетраэдров. Какой многогранник является общей частью (пересечением) этих тетраэдров?



Ответ: Октаэдр.

Упражнение 15

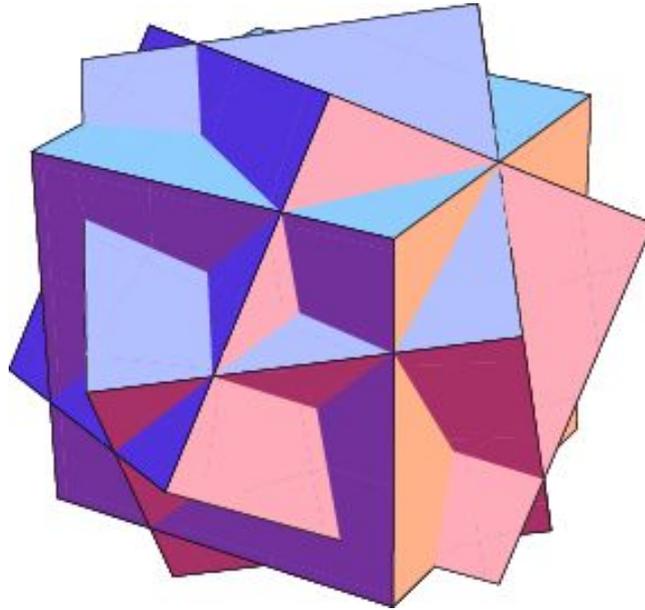
Сколько тетраэдров изображено на рисунке?



Ответ: Пять.

Упражнение 16

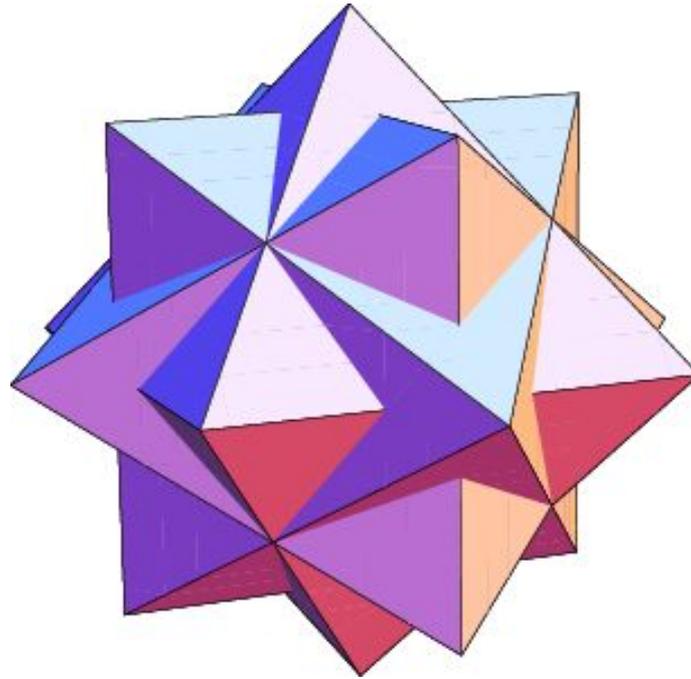
Сколько кубов изображено на рисунке?



Ответ: Три.

Упражнение 17

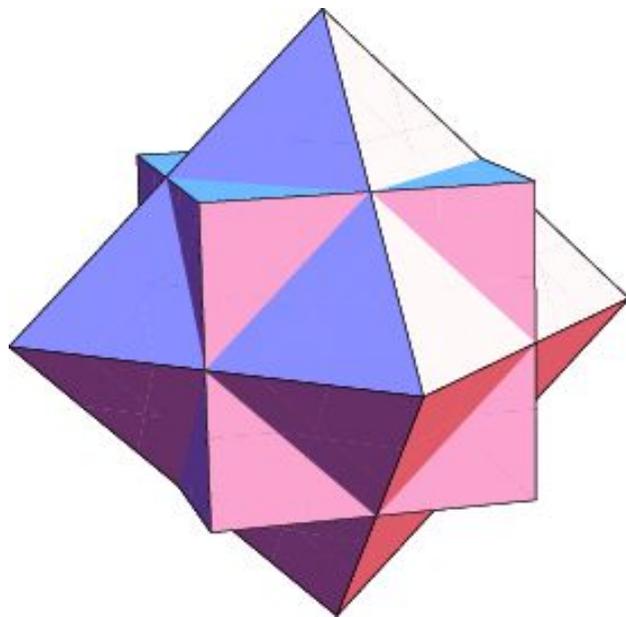
Сколько октаэдров изображено на рисунке?



Ответ: Три.

Упражнение 18

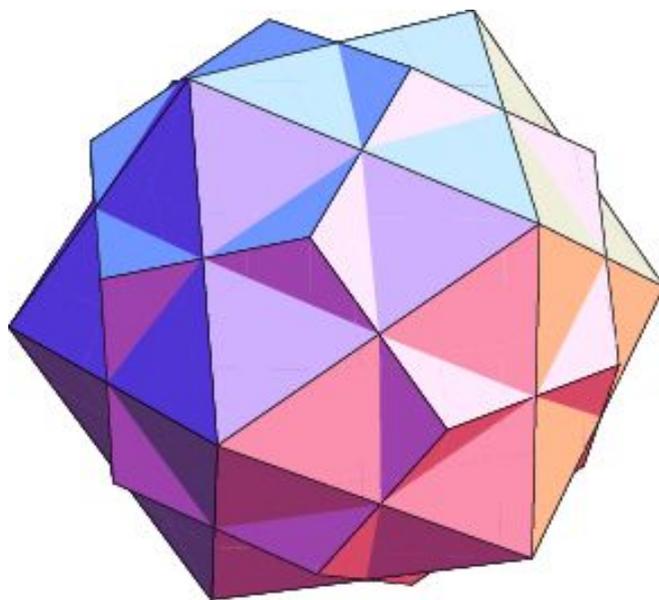
Соединение каких двух правильных многогранников изображено на рисунке?



Ответ: Куба и октаэдра.

Упражнение 19

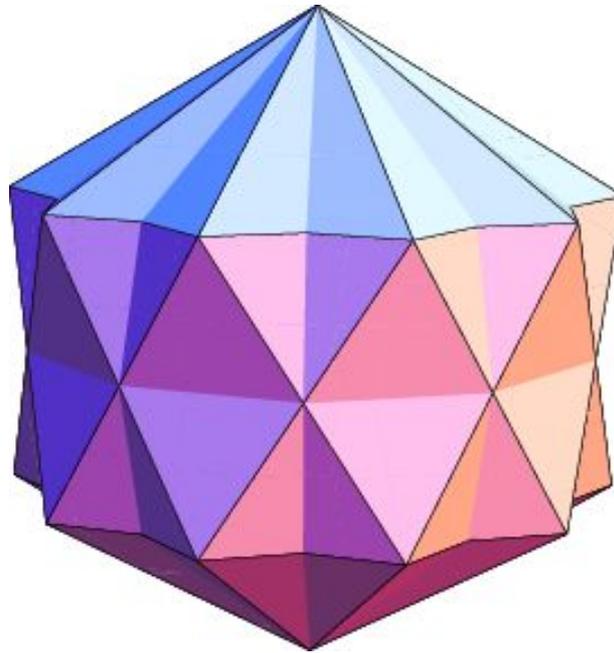
Соединение каких двух правильных многогранников изображено на рисунке?



Ответ: Икосаэдра и додекаэдра.

Упражнение 20

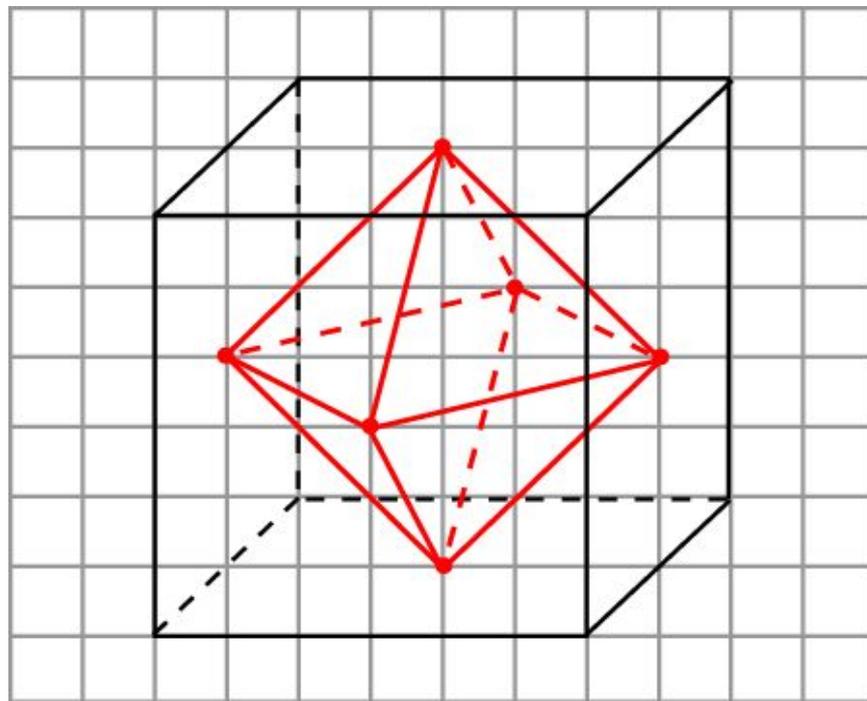
Соединение каких двух правильных многогранников изображено на рисунке?



Ответ: Два икосаэдра.

Упражнение 21

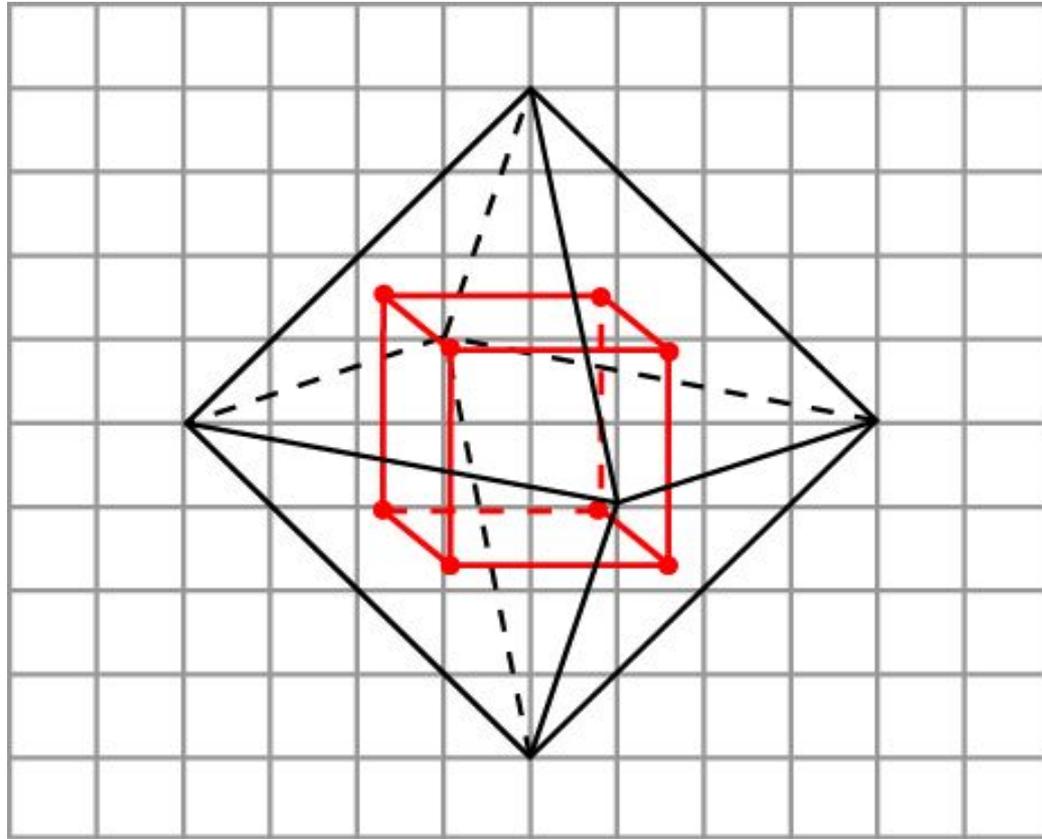
Вершинами какого многогранника являются центры граней куба?



Ответ: Октаэдра.

Упражнение 22

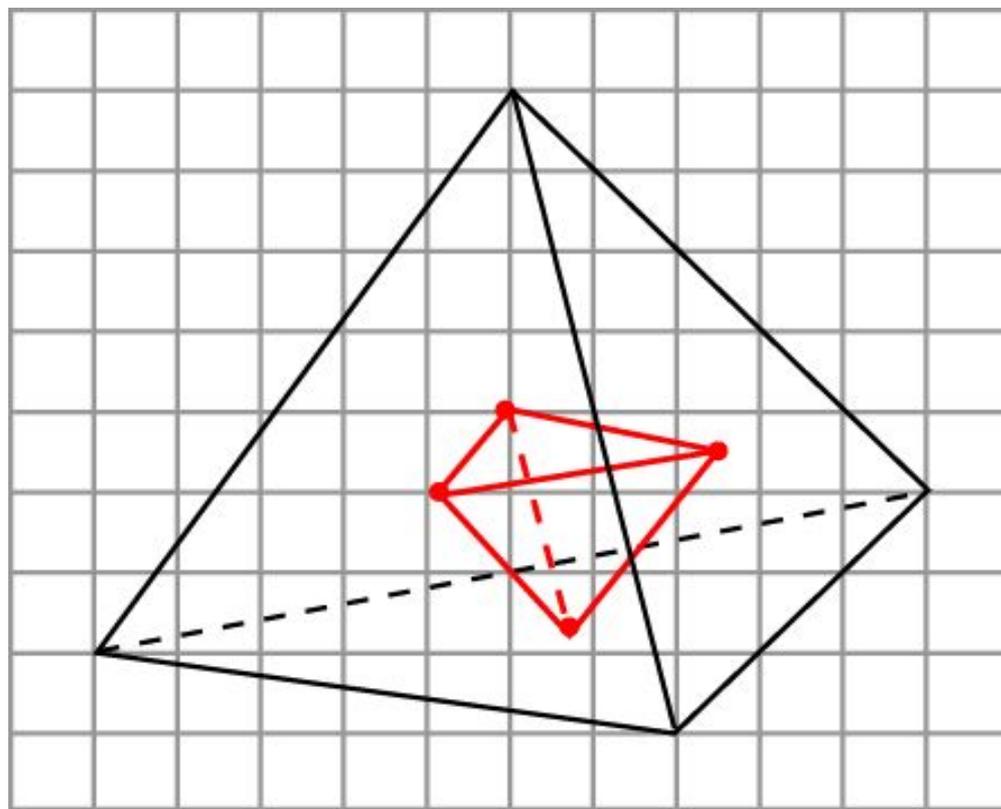
Вершинами какого многогранника являются центры граней октаэдра?



Ответ: Куба.

Упражнение 23

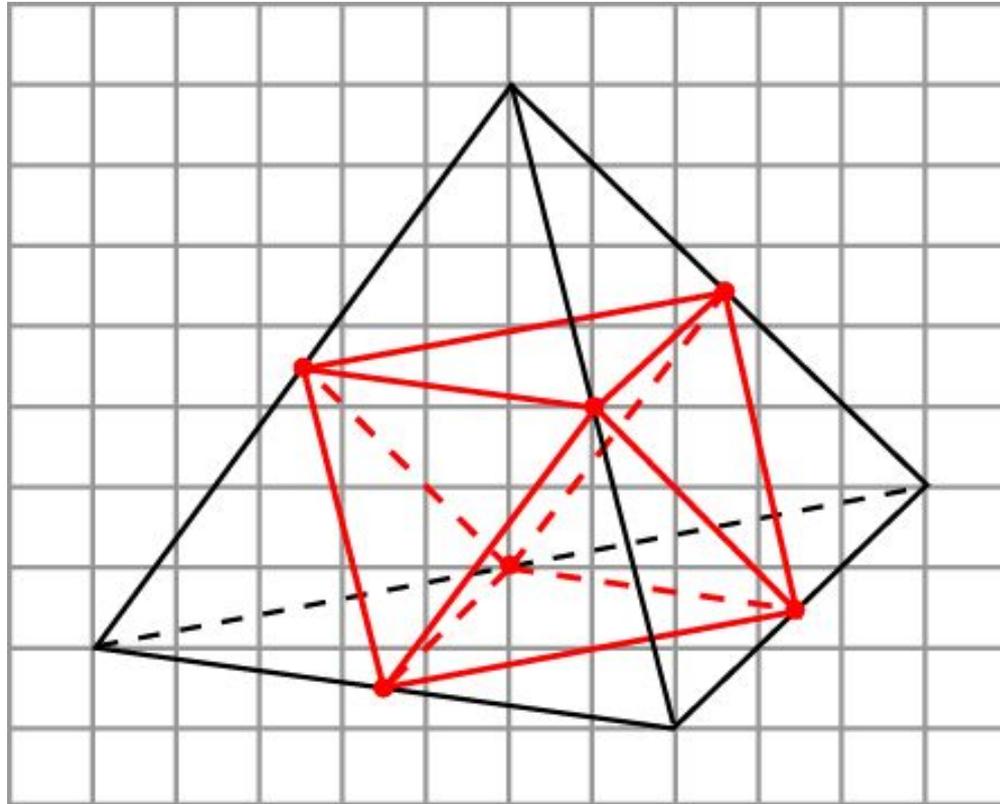
Вершинами какого многогранника являются центры граней тетраэдра?



Ответ: Тетраэдр.

Упражнение 24

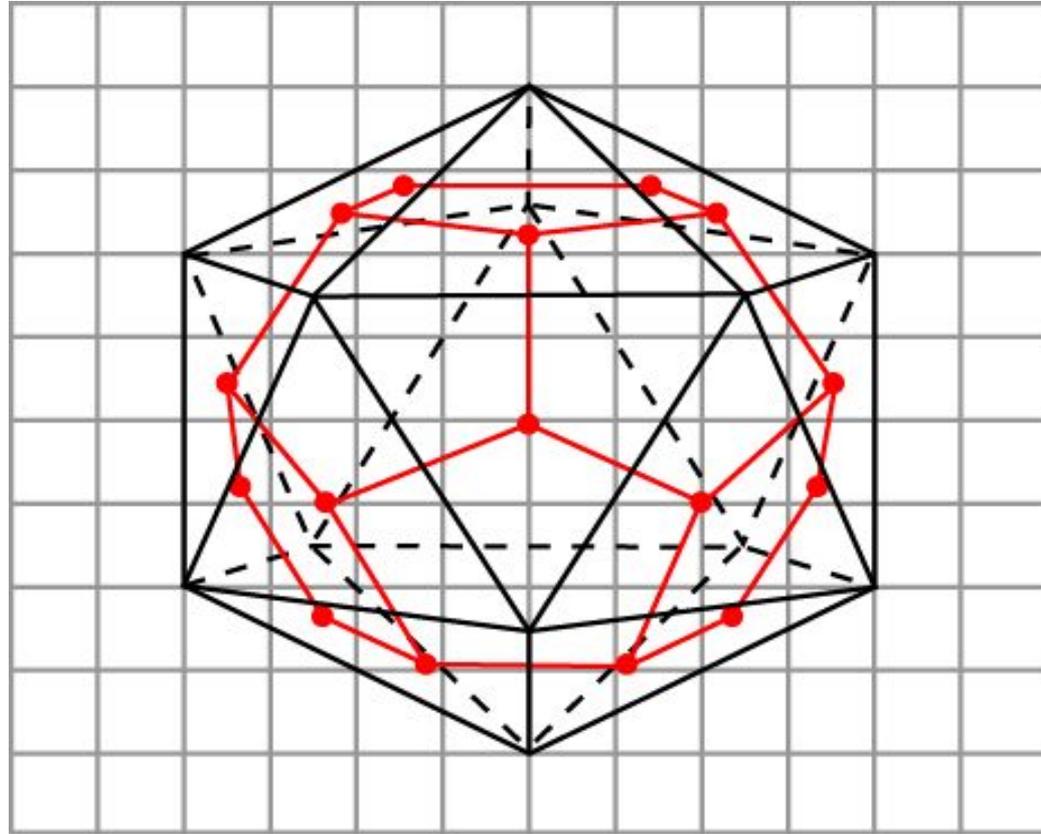
Вершинами какого многогранника являются середины ребер тетраэдра?



Ответ: Октаэдра.

Упражнение 25

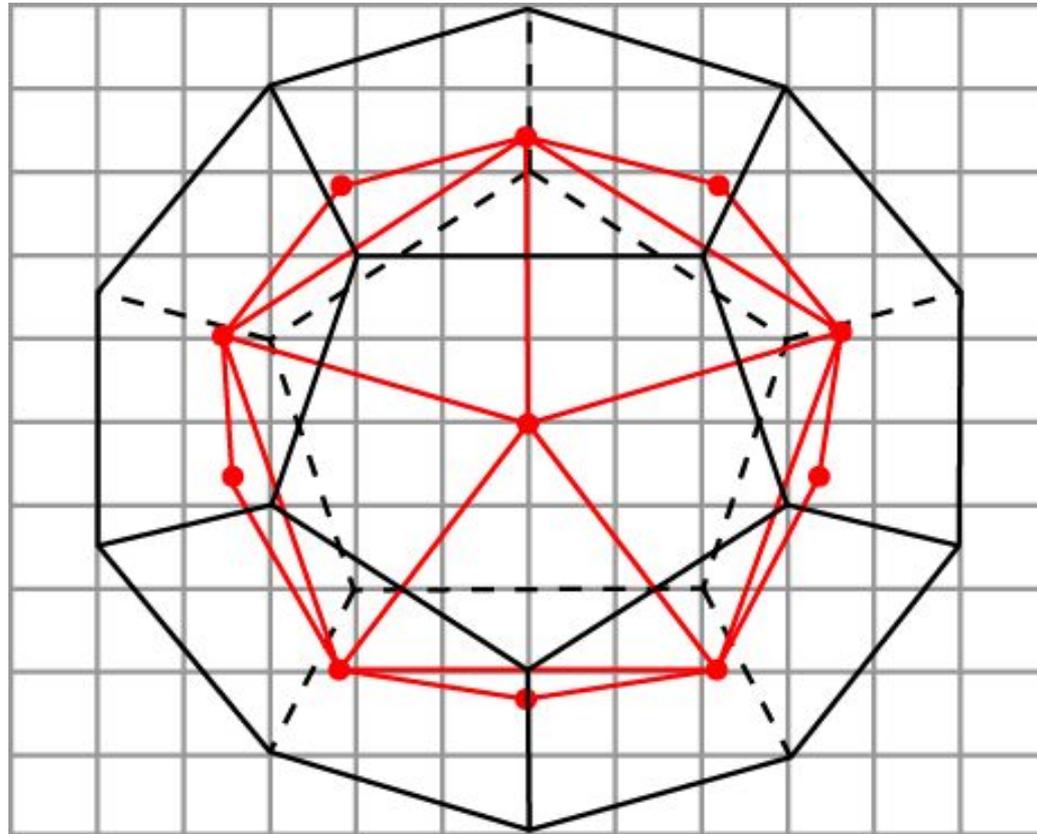
Вершинами какого многогранника являются центры граней икосаэдра?



Ответ: Додекаэдр.

Упражнение 26

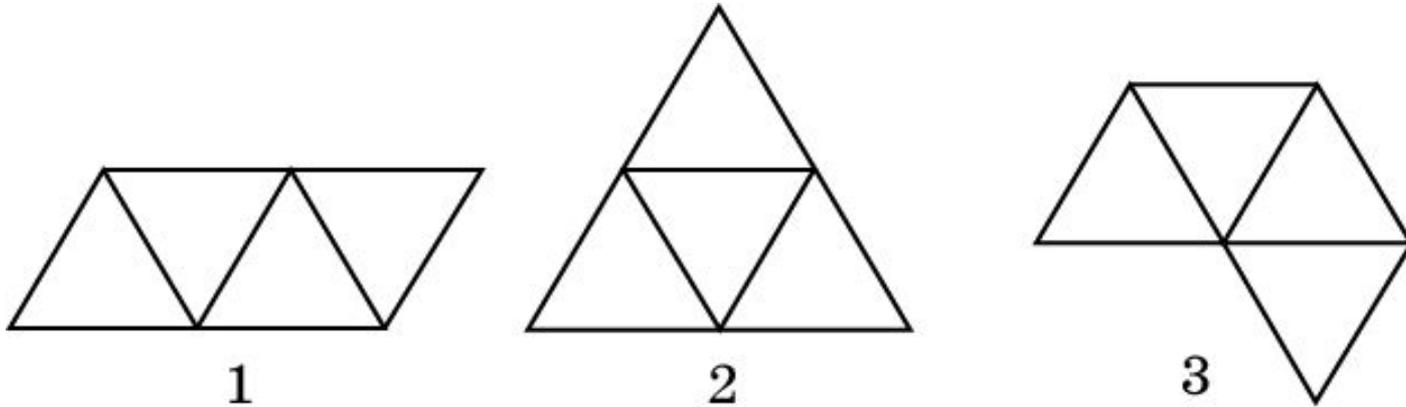
Вершинами какого многогранника являются центры граней додекаэдра?



Ответ: Икосаэдр.

Упражнение 27

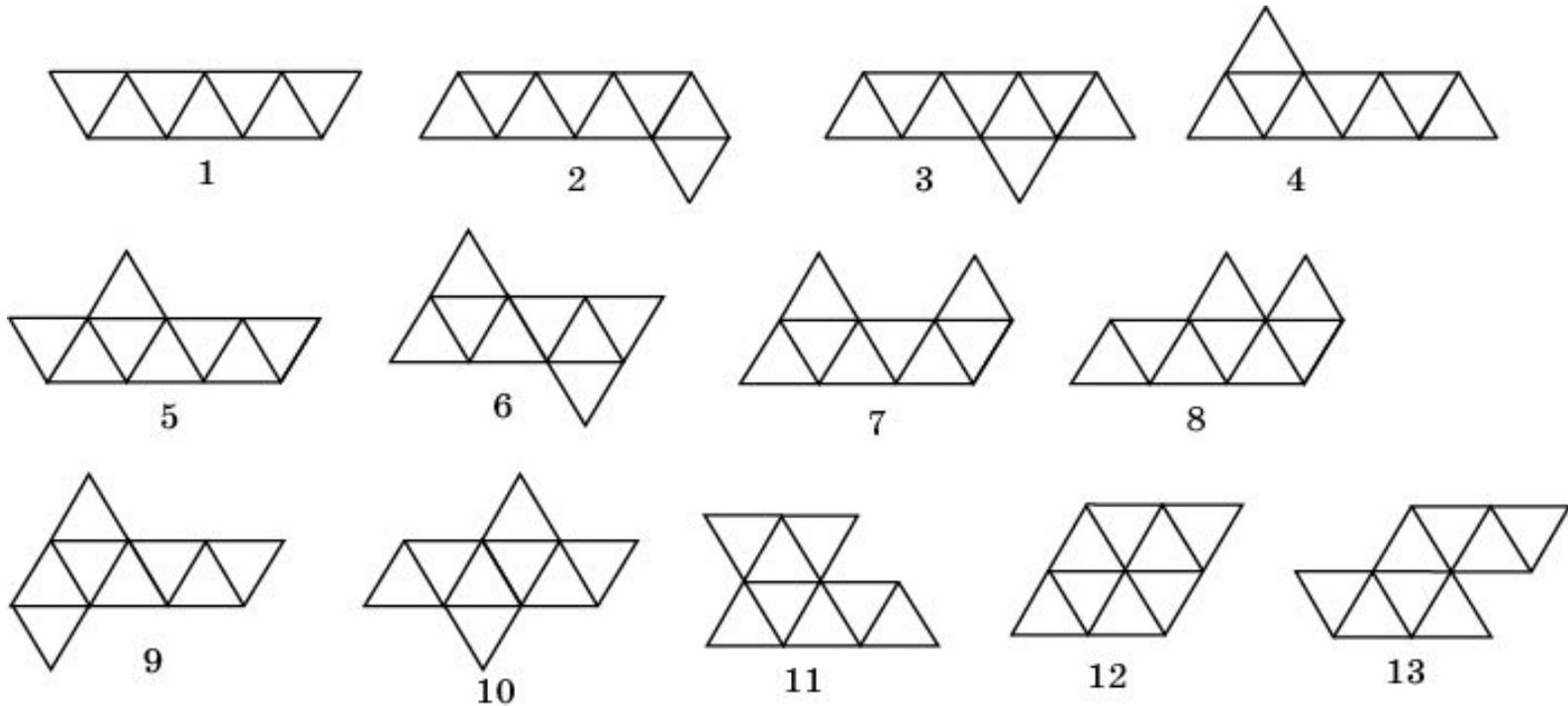
Какие из фигур, изображенных на рисунке не являются развёртками правильного тетраэдра?



Ответ: Фигура 3, так как у неё имеется точка, в которой сходится четыре треугольника, а у тетраэдра имеются только вершины, в которых сходится по три ребра.

Упражнение 28

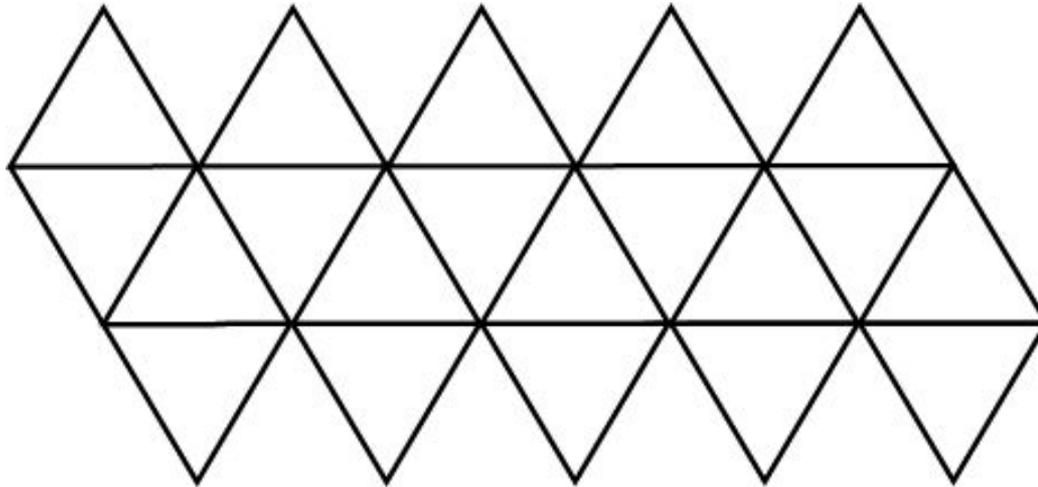
На рисунке укажите развёртки октаэдра.



Ответ: Фигуры 6, 9 и 10.

Упражнение 29

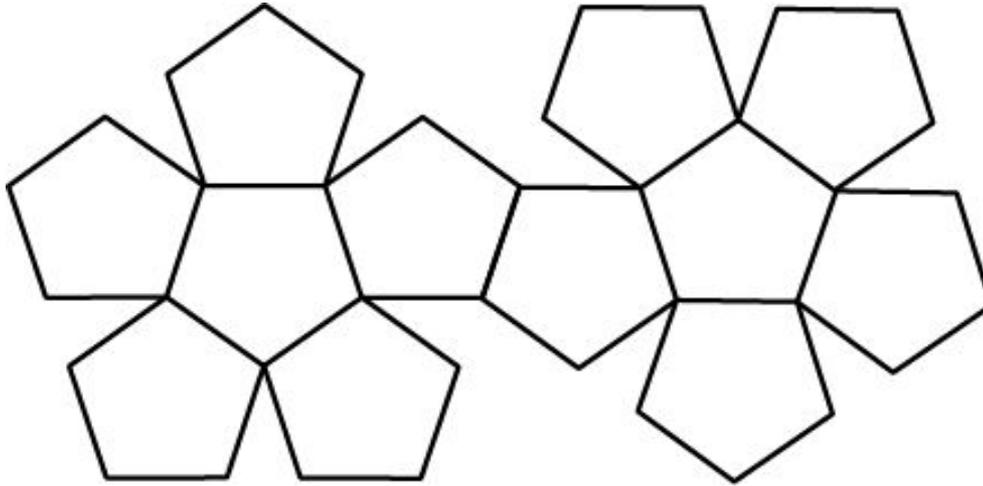
Развертка какого многогранника изображена на рисунке?



Ответ: Икосаэдра.

Упражнение 30

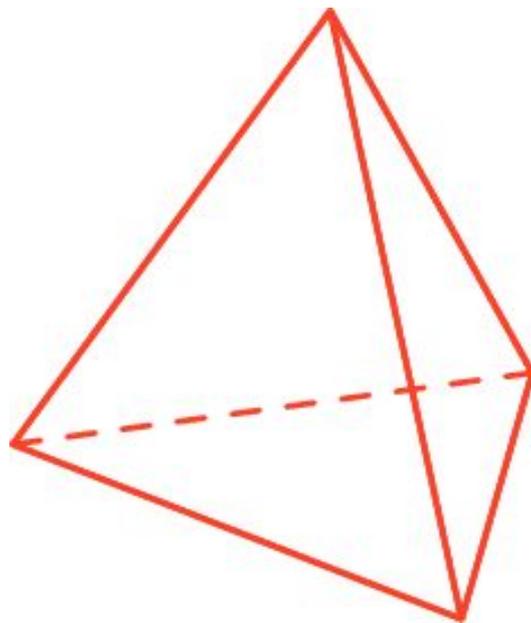
Развертка какого многогранника изображена на рисунке?



Ответ: Додекаэдра.

Упражнение 31

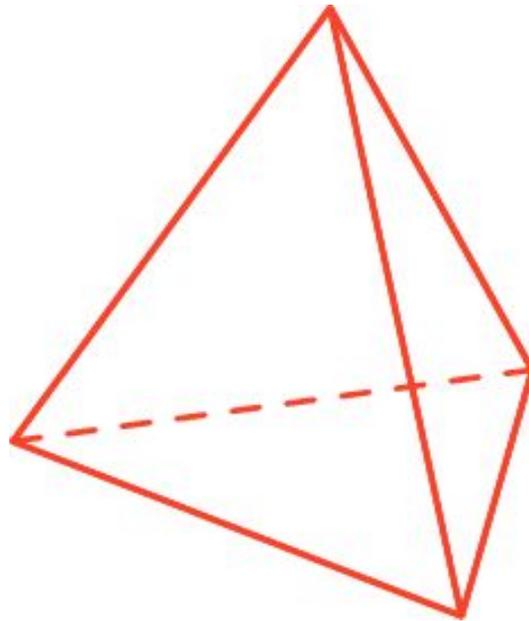
Можно ли обойти все ребра тетраэдра, пройдя по каждому ребру ровно один раз?



Ответ: Нет.

Упражнение 32

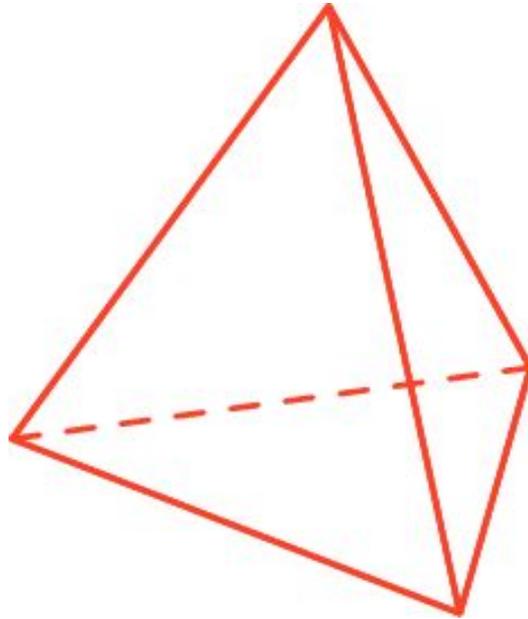
Какое наименьшее число ребер придется пройти дважды, чтобы обойти все ребра тетраэдра?



Ответ: Одно.

Упражнение 33

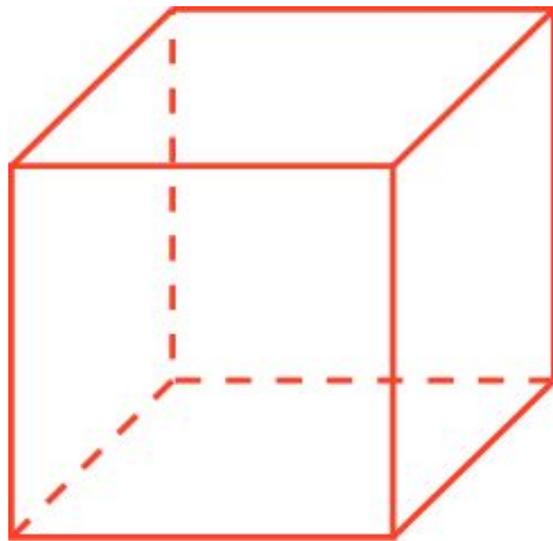
Какое наименьшее число ребер придется пройти дважды, чтобы обойти все ребра тетраэдра и вернуться в исходную вершину?



Ответ: Два.

Упражнение 34

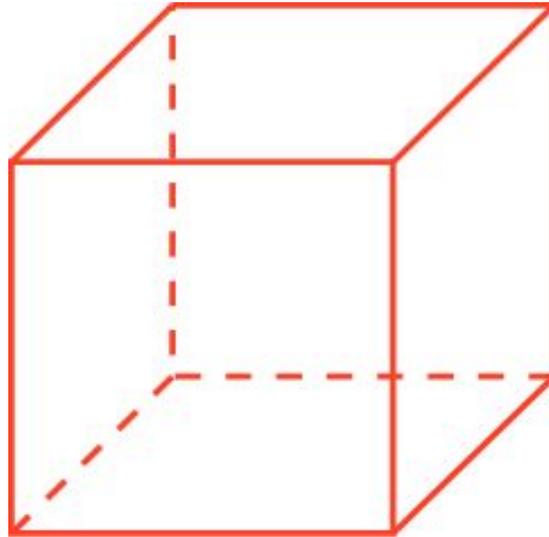
Можно ли обойти все ребра куба, пройдя по каждому ребру ровно один раз?



Ответ: Нет.

Упражнение 35

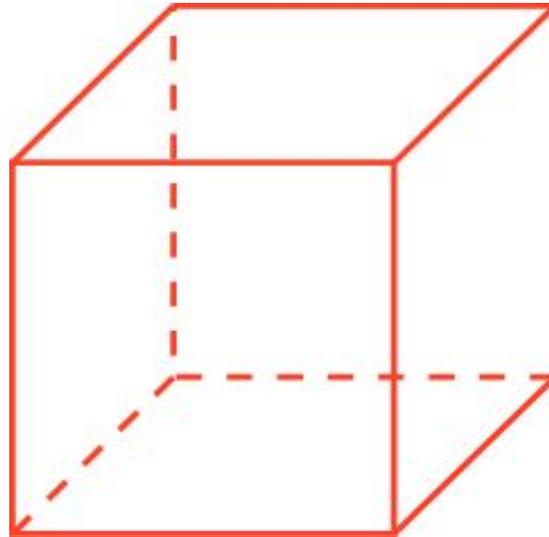
Какое наименьшее число ребер придется пройти дважды, чтобы обойти все ребра куба?



Ответ: Три.

Упражнение 36

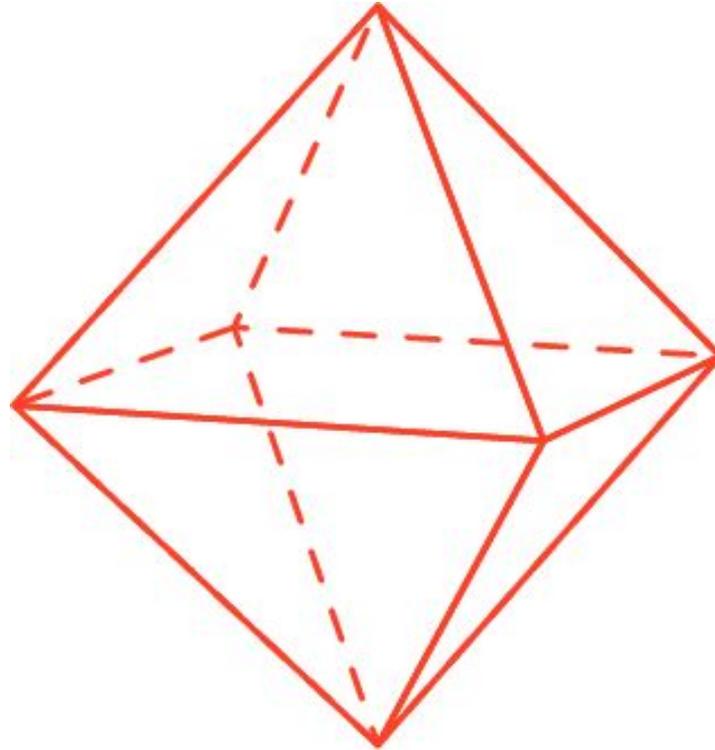
Какое наименьшее число ребер придется пройти дважды, чтобы обойти все ребра куба и вернуться в исходную вершину?



Ответ: Четыре.

Упражнение 37

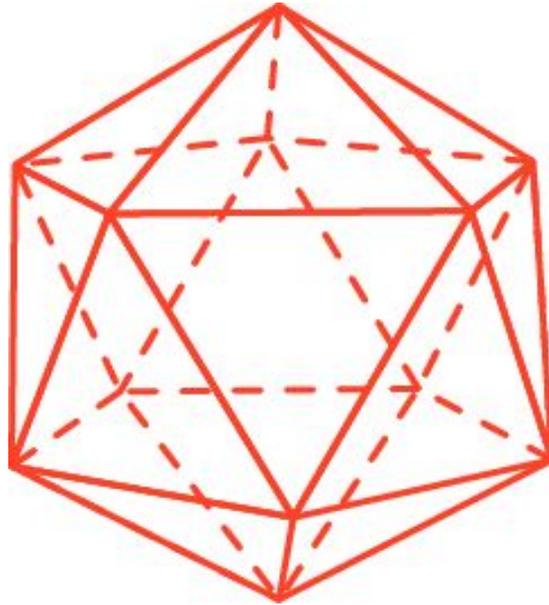
Можно ли обойти все ребра октаэдра, пройдя по каждому ребру ровно один раз?



Ответ: Да.

Упражнение 38

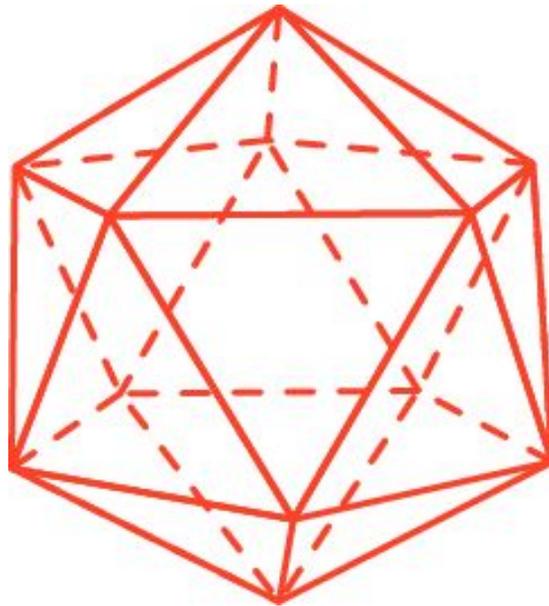
Можно ли обойти все ребра икосаэдра, пройдя по каждому ребру ровно один раз?



Ответ: Нет.

Упражнение 39

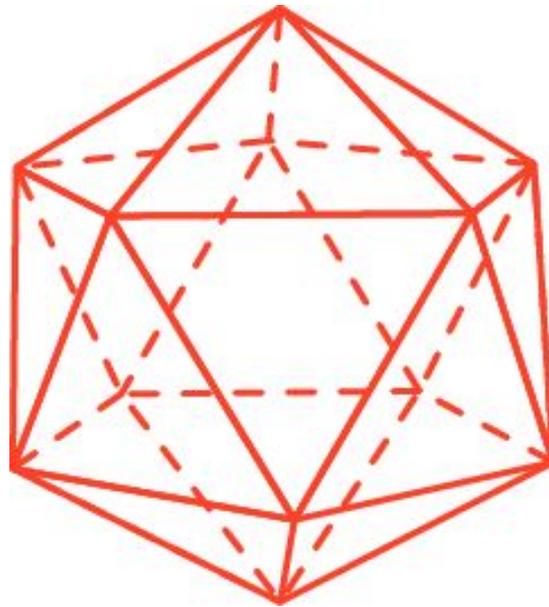
Какое наименьшее число ребер придется пройти дважды, чтобы обойти все ребра икосаэдра?



Ответ: Пять.

Упражнение 40

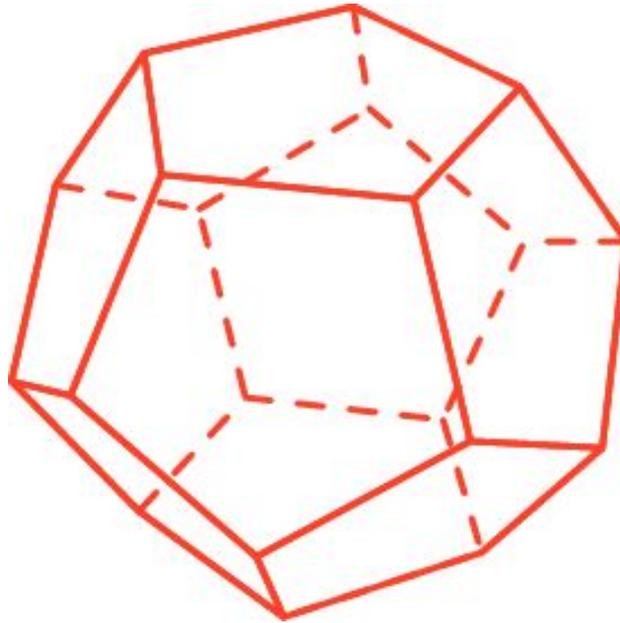
Какое наименьшее число ребер придется пройти дважды, чтобы обойти все ребра икосаэдра и вернуться в исходную вершину?



Ответ: Шесть.

Упражнение 41

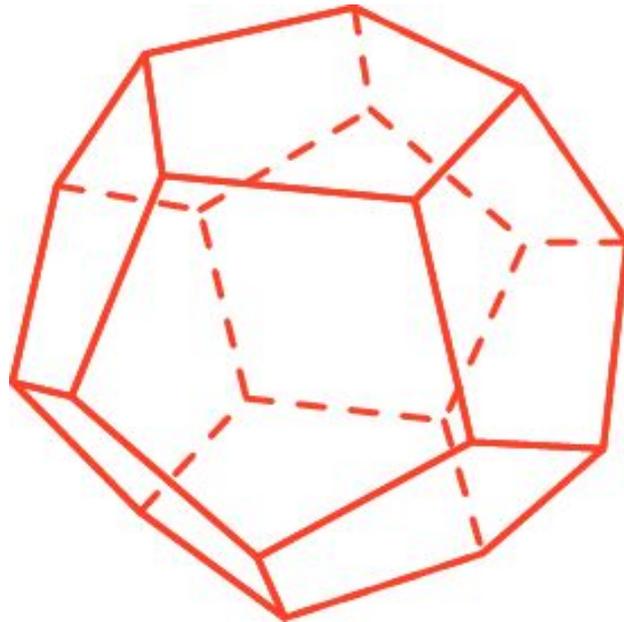
Можно ли обойти все ребра додекаэдра, пройдя по каждому ребру ровно один раз?



Ответ: Нет.

Упражнение 42

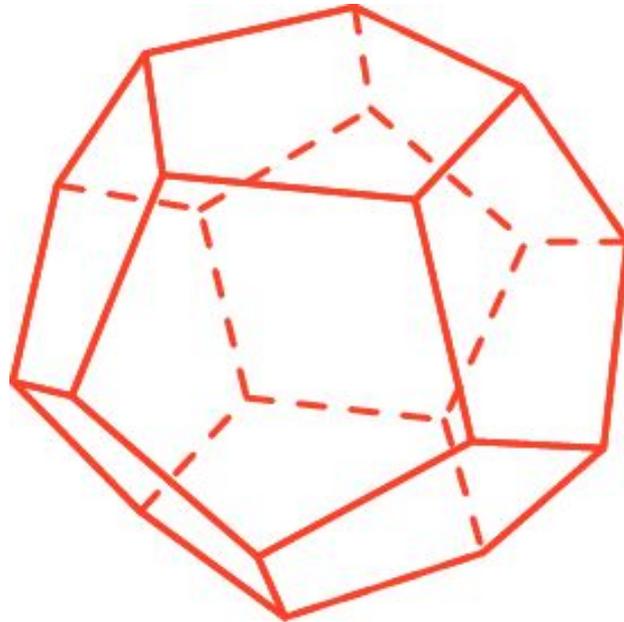
Какое наименьшее число ребер придется пройти дважды, чтобы обойти все ребра додекаэдра?



Ответ: Девять.

Упражнение 43

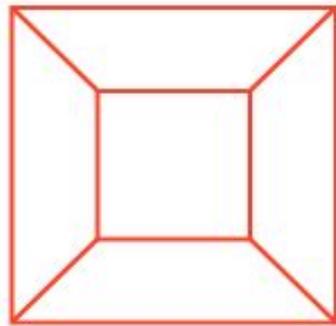
Какое наименьшее число ребер придется пройти дважды, чтобы обойти все ребра додекаэдра и вернуться в исходную вершину?



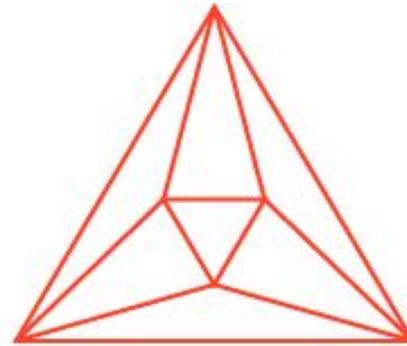
Ответ: Десять.

Упражнение 44

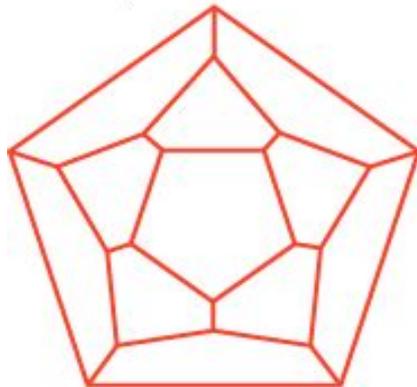
Каким правильным многогранникам соответствуют графы, изображенные на рисунке?



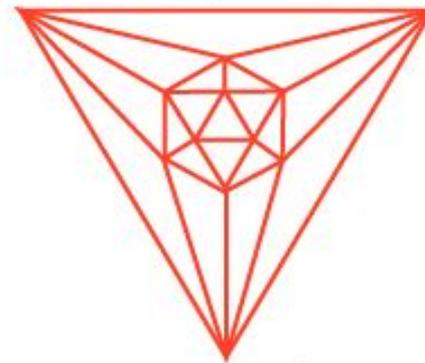
а)



б)



в)



г)

Ответ: а) куб; б) октаэдр; в) додекаэдр; г) икосаэдр.