

Использование комбинаторных задач для подсчета вероятностей



Решить уравнение

$$C_x^3 = 2C_x^2$$

ПРИМЕР 1

- Из колоды в 36 карт случайным образом вытаскивают три карты.
- Какова вероятность того, что среди них:
- нет пиковой дамы?

ПРИМЕР 1

- нет пиковой дамы?
- У нас имеется множество из 36 элементов – игральных карт. Мы производим выбор трех элементов, порядок выбора не важен. Значит имеется

$$N = C_{36}^3$$

- ИСХОДОВ.

ПРИМЕР 1

- нет пиковой дамы?
- Среди всех исходов нам надо сосчитать те, в которых нет пиковой дамы (событие A). Поэтому отложим даму пик в сторону и будем выбирать 3 карты из оставшихся 35 карт. Получаются все интересующие нас варианты:

$$N(A) = C_{35}^3$$

- Осталось вычислить нужную вероятность:

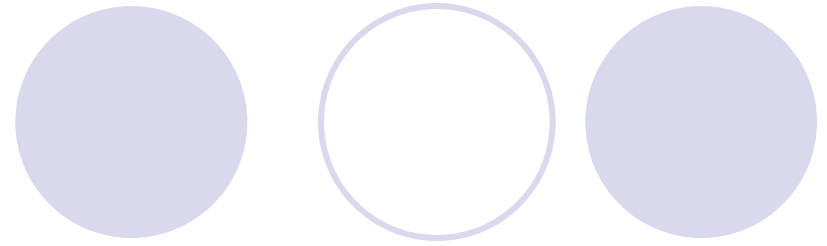
$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{C_{35}^3}{C_{36}^3} = \frac{35!}{3! \cdot 32!} \cdot \frac{3! \cdot 33!}{36!} = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$$

ПРИМЕР 1

- Из колоды в 36 карт случайным образом вытаскивают три карты.
- Какова вероятность того, что среди них:
- есть пиковая дама?

ПРИМЕР 1

- есть пиковая дама?



$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$$

ПРИМЕР 2

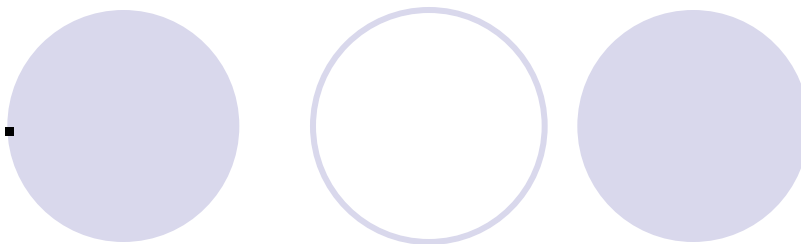
- В урне лежит 10 белых и 11 черных шаров. Случайным образом достают 5 шаров. Какова вероятность того, что среди этих 5 шаров ровно 3 белых?

- Шары в урне не различимы на ощупь. Из 21 шара случайным образом выбирают 5 шаров. Порядок не важен. Значит, существует

$$N(A) = C_{21}^5$$

- таких выборов.

- 3 - белые, 2 - черные.
- Из 10 белых – 3



$$C_{10}^3$$

способами

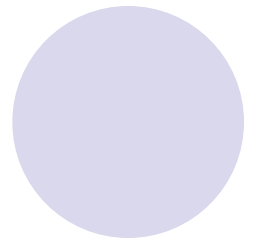
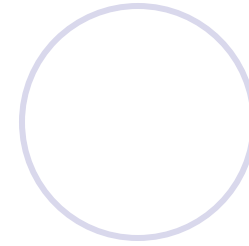
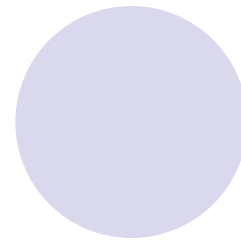
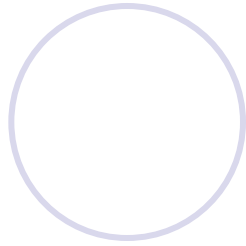
- Из 11 черных – 2

$$C_{11}^2$$

способами

- По правилу умножения $N(A) = C_{10}^3 \cdot C_{11}^2$

Значит,

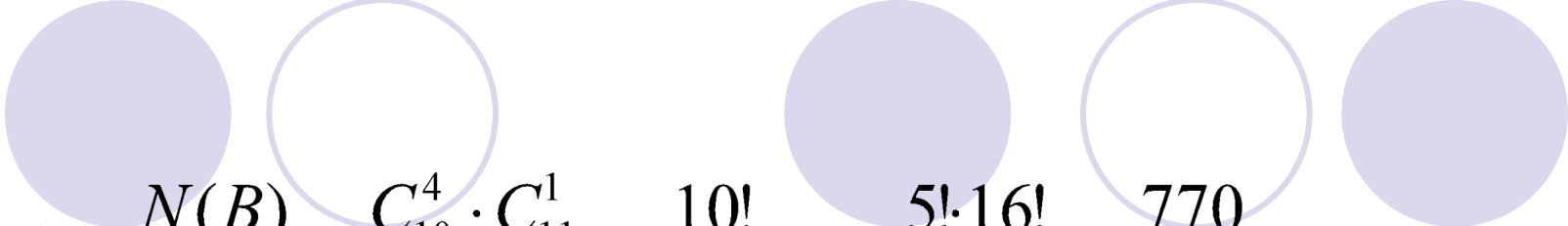


$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{C_{10}^3 \cdot C_{11}^2}{C_{21}^5} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} \cdot \frac{11!}{2! \cdot 9!} \cdot \frac{5! \cdot 6!}{21!} = \frac{2200}{6783} \approx 0.3243$$

ПРИМЕР 2

- В урне лежит 10 белых и 11 черных шаров. Случайным образом достают 5 шаров. Какова вероятность того, что среди этих 5 шаров не менее 4 белых шаров?

- В – событие, состоящее в том, что белых шаров ровно 4, а С – событие, состоящее в том, что все 5 шаров белые.


$$P(B) = \frac{N(B)}{N} = \frac{C_{10}^4 \cdot C_{11}^1}{C_{21}^5} = \frac{10!}{4! \cdot 6!} \cdot 11 \cdot \frac{5! \cdot 16!}{21!} = \frac{770}{6783} \approx 0.1135$$

$$P(C) = \frac{N(C)}{N} = \frac{C_{10}^5}{C_{21}^5} = \frac{10!}{5! \cdot 5!} \cdot 11 \cdot \frac{5! \cdot 16!}{21!} = \frac{4}{17 \cdot 19} \approx 0,0124$$

- События В и С не могут наступить одновременно, т.е. они несовместимы.

Вероятность суммы двух несовместимых событий равна сумме вероятностей этих событий.

- Значит,

$$P(B+C)=P(B)+P(C)=0.1135+0.0124=0.1259$$

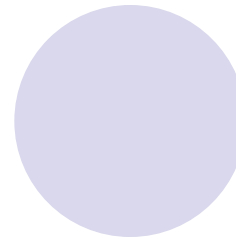
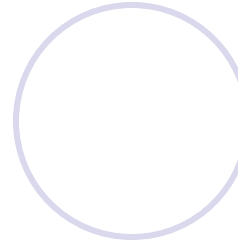
ПРИМЕР 2

- В урне лежит 10 белых и 11 черных шаров. Случайным образом достают 5 шаров. Какова вероятность того, что большинство шаров - белые?

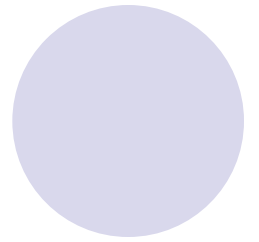
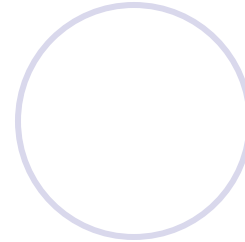
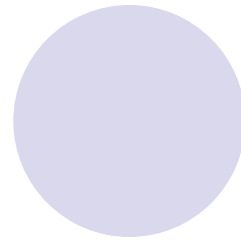
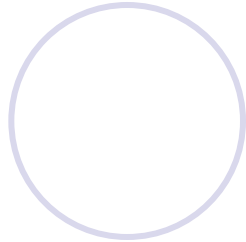
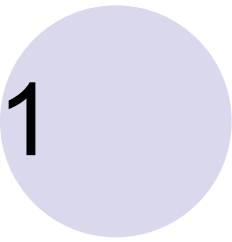
- Интересующее нас событие произойдет в следующих случаях:
- Из 5 шаров – 4 белых и 1 черный;
- 3 белых и 2 черных;
- Все 5 шаров белые.

- События не могут наступить одновременно.
- $P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)=0.3243+0.1135+0.0124=0.4502$

Дополнительные задачи

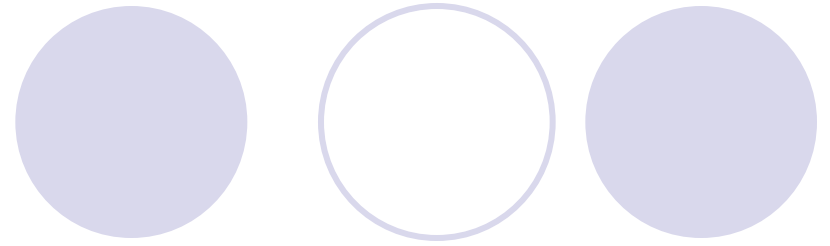


№1



- Сколько четырехбуквенных слов можно образовать из букв слова САПФИР?

Порядок важен



$$A_6^4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$$

№1

- Сколько четырехбуквенных слов можно образовать из букв слова САПФИР, таких, которые не содержат буквы Р?

$$A_5^4 = \frac{5!}{(5-4)!} = \frac{5!}{1!} = 120$$

№1

- Сколько четырехбуквенных слов можно образовать из букв слова САПФИР, таких, которые начинаются с буквы С и оканчиваются буквой Р?

- На 1 место – С – одним способом
- На последнее – Р – одним способом
- Остаются 4 буквы, которые размещаем по 2 местам.

$$A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = 4 \cdot 3 = 12$$

№2

- Сколько пятибуквенных слов, каждое из которых состоит из 3 согласных и 2 гласных, можно образовать из слова УРАВНЕНИЕ?
- Решить с использованием треугольника Паскаля.



- C_3^3 и C_4^3 - выбор необходимых букв

- P_5 - перестановки этих 5 букв

$$C_3^3 \cdot C_4^3 \cdot P_5 = 1 \cdot 4 \cdot 5! = 4 \cdot 120 = 480$$