Использование комбинаторных задач для подсчета вероятностей

Решить уравнение

$$C_x^3 = 2C_x^2$$

ПРИМЕР 1

- Из колоды в 36 карт случайным образом вытаскивают три карты.
- Какова вероятность того, что среди них:
- нет пиковой дамы?

ПРИМЕР 1

- нет пиковой дамы?
- У нас имеется множество из 36 элементов – игральных карт. Мы производим выбор трех элементов, порядок выбора не важен. Значит имеется

$$N = C_{36}^{3}$$

- исходов.

ПРИМЕР 1

- нет пиковой дамы?
- Среди всех исходов нам надо сосчитать те, в которых нет пиковой дамы (событие А). Поэтому отложим даму пик в сторону и будем выбирать 3 карты из оставшихся 35 карт. Получаются все интересующие нас варианты:

$$N(A) = C_{35}^{3}$$

- Осталось вычислить нужную вероятность:

$$P(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{C_{35}^{3}}{C_{36}^{3}}=\frac{35!}{3!\cdot 32!}\cdot\frac{3!\cdot 33!}{36!}=\frac{33}{36}=\frac{11}{12}$$

ПРИМЕР 1

- Из колоды в 36 карт случайным образом вытаскивают три карты.
- Какова вероятность того, что среди них:
- есть пиковая дама?

ПРИМЕР 1

- есть пиковая дама?

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$$

ПРИМЕР 2

- В урне лежит 10 белых и 11 черных шаров. Случайным образом достают 5 шаров. Какова вероятность того, что среди этих 5 шаров ровно 3 белых?

- Шары в урне не различимы на ощупь. Из 21 шара случайным образом выбирают 5 шаров. Порядок не важен. Значит, существует

$$N(A) = C_{21}^{5}$$

- таких выборов.

- 3 - белые, 2 - черные.
- Из 10 белых – 3

$$C_{10}^{3}$$ способами

- Из 11 черных – 2
- $$C_{11}^{2}$$ способами

- По правилу умножения $N(A) = C_{10}^{3} \cdot C_{11}^{2}$

Значит,

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{C_{10}^{3} \cdot C_{11}^{2}}{C_{21}^{5}} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} \cdot \frac{11!}{2! \cdot 9!} \cdot \frac{5! \cdot 6!}{21!} = \frac{2200}{6783} \approx 0.3243$$

ПРИМЕР 2

- В урне лежит 10 белых и 11 черных шаров. Случайным образом достают 5 шаров. Какова вероятность того, что среди этих 5 шаров не менее 4 белых шаров?

- В – событие, состоящее в том, что белых шаров ровно 4, а С – событие, состоящее в том, что все 5 шаров белые.

$$P(B)=\frac{N(B)}{N}=\frac{C_{10}^{4}\cdot C_{11}^{1}}{C_{21}^{5}}=\frac{10!}{4!\cdot 6!}\cdot 11\cdot\frac{5!\cdot 16!}{21!}=\frac{770}{6783}\approx 0.1135$$

$$P(C)=\frac{N(C)}{N}=\frac{C_{10}^{5}}{C_{21}^{5}}=\frac{10!}{5!\cdot 5!}\cdot 11\cdot\frac{5!\cdot 16!}{21!}=\frac{4}{17\cdot 19}\approx 0{,}0124$$

- События B и C не могут наступить одновременно, т.е. они несовместимы. **Вероятность суммы двух несовместимых событий равна сумме вероятностей этих событий.**
- Значит,

$$P(B+C)=P(B)+P(C)=0.1135+0.0124=0.1259$$

ПРИМЕР 2

- В урне лежит 10 белых и 11 черных шаров. Случайным образом достают 5 шаров. Какова вероятность того, что большинство шаров - белые?

- Интересующее нас событие произойдет в следующих случаях:
- Из 5 шаров – 4 белых и 1 черный;
- 3 белых и 2 черных;
- Все 5 шаров белые.

- События не могут наступить одновременно.
- P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)=0.3243+ +0.1135+0.0124=0.4502

Дополнительные задачи

№1

- Сколько четырехбуквенных слов можно образовать из букв слова САПФИР?

Порядок важен

$$A_6^4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$$

№1

- Сколько четырехбуквенных слов можно образовать из букв слова САПФИР, таких, которые не содержат буквы Р?

$$A_5^4 = \frac{5!}{(5-4)!} = \frac{5!}{1!} = 120$$

№1

- Сколько четырехбуквенных слов можно образовать из букв слова САПФИР, таких, которые начинаются с буквы С и оканчиваются буквой Р?

- На 1 место – С – одним способом
- На последнее – Р – одним способом
- Остаются 4 буквы, которые размещаем по 2 местам.

$$A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = 4 \cdot 3 = 12$$

№2

- Сколько пятибуквенных слов, каждое из которых состоит из 3 согласных и 2 гласных, можно образовать из слова УРАВНЕНИЕ?
- Решить с использованием треугольника Паскаля.

- $C_3^3 и C_4^3$ - выбор необходимых букв
- P_5 - перестановки этих 5 букв

$$C_3^3 \cdot C_4^3 \cdot P_5 = 1 \cdot 4 \cdot 5! = 4 \cdot 120 = 480$$