



**В.Б. Тарасов**

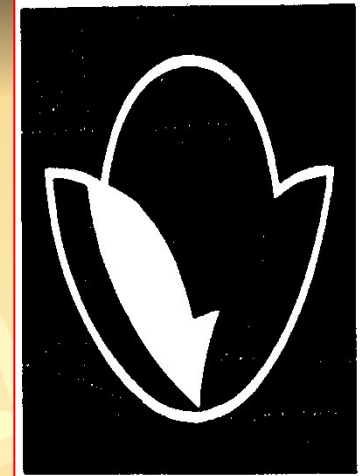
МГТУ им. Н.Э.Баумана,

Кафедра «Компьютерные системы автоматизации производства»

e-mail: [tarasov@rk9.bmstu.ru](mailto:tarasov@rk9.bmstu.ru)

# **О ВЗАИМОСВЯЗЯХ МЕЖДУ ОНТОЛОГИЯМИ И ЛОГИКАМИ:**

**К СТОЛЕТИЮ НЕКЛАССИЧЕСКИХ  
ЛОГИК В РОССИИ**



# ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

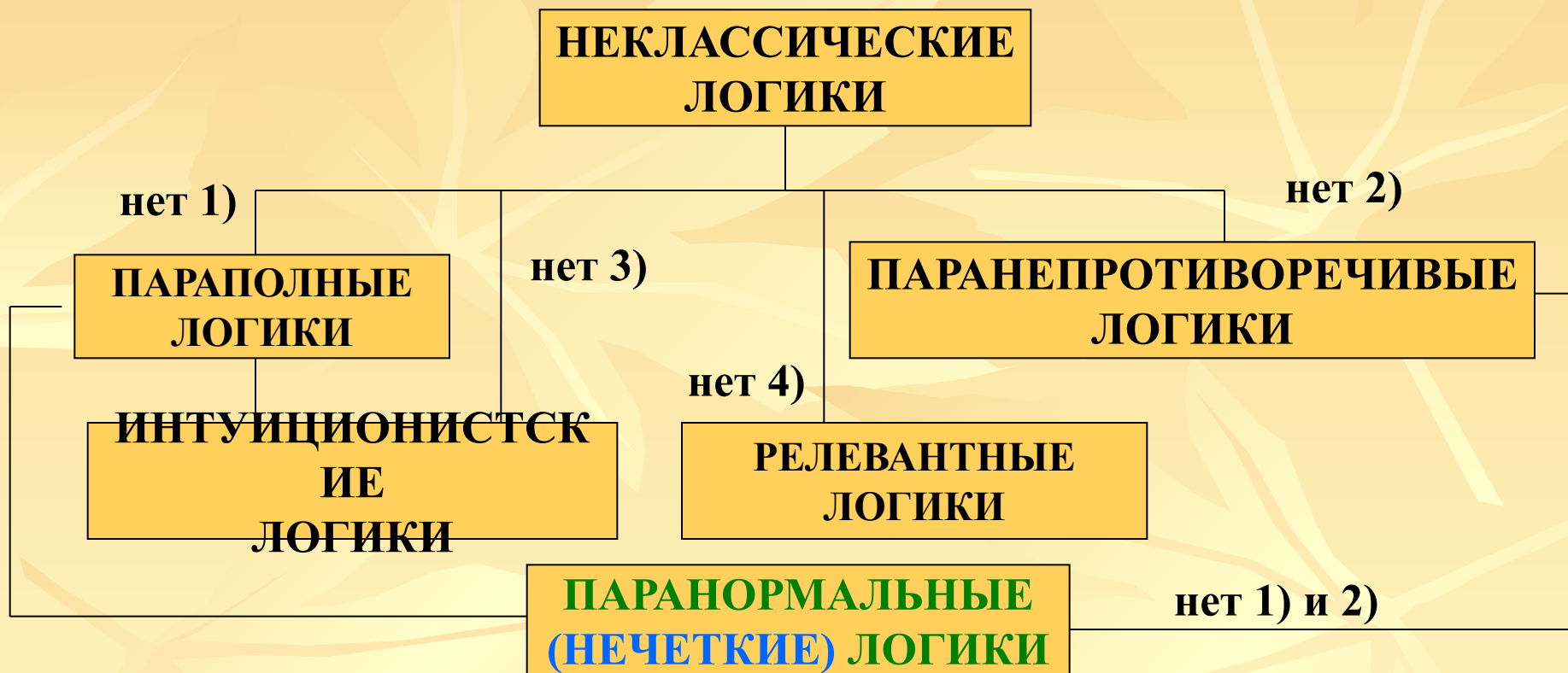
## Логические законы (синтаксис)

- 1) закон **полноты (исключенного третьего)**  
 $p \vee \neg p$ ;
- 2) закон **непротиворечия**  
 $\neg(p \wedge \neg p)$ ;
- 3) закон **отрицания отрицания**  
(закон инволютивности)  
 $\neg(\neg p) = p$ ;
- 4) закон **материальной импликации**  
(из лжи следует все что угодно)

## Законы логической семантики

- 1)\* принцип **бивалентности**  
 $T(p) \vee F(p)$ ;
- 2)\* принцип **однозначности**  
 $\neg\{T, F\}$

# ВАРИАНТ КЛАССИФИКАЦИИ МНОГОЗНАЧНЫХ ЛОГИК



Примеры: Парapolные (частичные) логики – **логика Клини**

Интуиционистские логики - **логика Гейтинга**

Паранепротиворечивые логики – **логика Бочвара, логика аргументации Финна**

Паранормальные логики – **логика Лукасевича**

# ОСНОВНЫЕ ТРЕХЗНАЧНЫЕ ЛОГИКИ

## Логика Лукасевича

$$LM_{L_3} = \langle \{1, 0.5, 0\}, \{\neg, \rightarrow_L\}, \{1\} \rangle$$

0.5 – «возможность», «безразличие»

## Логика Клини

$$LM_{K_3} = \langle \{1, 0.5, 0\}, \{\neg, \vee, \rightarrow_K\}, \{1\} \rangle$$

0.5 – «неопределенность, «неизвестность»,  
«неполнота информации»

## Логика Гейтинга

$$LM_{H_3} = \langle \{1, 0.5, 0\}, \{\neg, \wedge, \Rightarrow\}, \{1\} \rangle$$

0.5 – «половинчатость» (не истинное и не ложное)

## Логика Бочвара

$$LM_{B_3} = \langle \{1, 0.5, 0\}, \{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow_B\}, \{1\} \rangle$$

0.5 – «бессмыслица», «абсурд»

# ИСТОКИ МНОГОЗНАЧНЫХ ЛОГИК

**Многозначные логики** (базовые идеи Л.Брауэра, Н.А.Васильева, Ч.Пирса; трехзначные логики Лукасевича, Клини, Гейтинга, Бочвара; n-значные логики Лукасевича, Поста, Геделя)

## ИСТОРИЧЕСКИЕ ДАТЫ

Реальная история неаристотелевой логики начинает свой отчет с **18 мая 1910 года**, когда в своей лекции в Казанском университете Н.А.Васильев дал сжатое изложение оригинальной концепции неаристотелевой («воображаемой») логики.

**1910 г. Васильев Н.А.** О частных суждениях, о треугольнике противоположностей, о законе исключенного четвертого// Ученые записки императорского Казанского университета. – 2010. Октябрь. – С.1- 47.

**13 января 1911 года.** Доклад Н.А.Васильева «Неевклидова геометрия и неаристотелева логика» на 150-м заседании Казанского физико-математического общества. Он вызвал большой интерес: на нем присутствовали 20 членов общества и 100 «посторонних лиц» (Известия Казанского физико-математического общества, 1911).

**1912 г. Васильев Н.А.** Воображаемая (неаристотелева) логика// Журнал министерства народного просвещения. Новая серия. 1912. Август. – С.207-246.  
Васильев Н.А. Логика и металогика. – Логос. – 1912-1913. Кн.1/2. – С.53-81.

### Анализ работ Н.А.Васильева

Бажанов В.А. Н.А.Васильев и его воображаемая логика. – М.: Канон+, 2009.

Мальцев А.И. К истории алгебры в СССР за первые 25 лет// Алгебра и логика. – 1971. – Т.10, №1. – С.103-118.

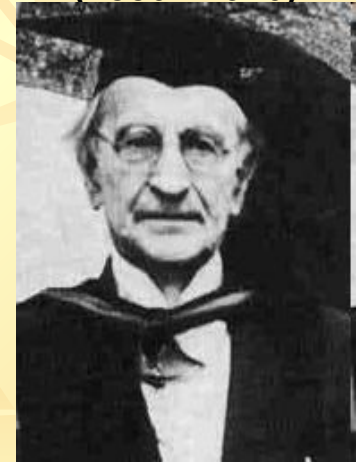
Смирнов В.А. Логические взгляды Н.А.Васильева// Очерки по истории логики в России. – М.: 1962. – С.242-257.

Смирнов В.А. Логические идеи Н.А.Васильева и современная логика// Васильев Н.А. Воображаемая логика. Избранные труды. – М.: Наука, 1989. – С.229-259.

Предшественники



Николай  
Александрович  
Васильев  
(1880 - 1940)



Ян Лукасевич  
(1878 - 1956),



# РОЛЬ Н.А.ВАСИЛЬЕВА В СОВРЕМЕННОЙ ЛОГИКЕ

Н.А.Васильев – основоположник неклассических логик в России, родоначальник паранепротиворечивых, многозначных, многомерных и многоуровневых логик, автор работ по неаристотелевой «Воображаемой логике».

В них он утверждает, что аристотелева логика есть только одна из многих возможных логических систем. Предметом воображаемой логики будет иной логический мир, иные логические операции.

Логика не сводится к одному принципу, одному определению.

По сути Н.А.Васильев разработал **неформальную теорию возможных миров**. Логические теории, которые изучают реальный мир, Н.А.Васильев называет **эмпирическими**. Логические же теории, изучающие возможные миры, называются им **воображаемыми**.

**Воображаемая логика** вносит в логику **принцип относительности**, основной принцип науки нового времени.

Воображаемая логика – это логика, свободная от закона непротиворечия. Ведь закон логики, который фиксирует несовместимость утверждения и отрицания – закон **непротиворечия** – неявно подразумевается в специфике нашего отрицания, в его определении.

Таким образом, исходный пункт создания воображаемой логики – это введение новых видов отрицания, обобщение понятия отрицательного суждения.

# ОСНОВНЫЕ ТЕЗИСЫ Н.А.ВАСИЛЬЕВА

Эмансипация логики от влияния Аристотеля началась только в XIX-м веке.

Важнейшими этапами этого движения являлись:

- 1) метафизическая логика Гегеля;
- 2) открытие законов научной индукции и критика учения о силлогизме (Дж.С.Милль);
- 3) создание математической логики (Буль, Пеано, Фреге, Рассел).

**1. Ответ Н.А.Васильева на основной вопрос логики** (является ли классическая логика универсальной?)

Классическая логика является неединственной и неуниверсальной, подобно тому, как неединственной оказалась эвклидова геометрия.

**Принцип логического плюрализма, идея множественности и релятивизма логических систем.**

**2. Логика – эмпирическая наука.** Логика зависит от свойств окружающей реальности или наших ощущений («**логический психологизм**» Н.А.Васильева, возврат к идеям Дж.С.Милля о том, что законы логики являются обобщением опыта).

**3. Новый логический закон.** Вследствие существования трех видов (форм) суждения в неаристотелевой логике действует **закон исключенного четвертого.**

Каждый предикат либо **необходим**, либо **возможен**, либо **невозможен**.

**4. Воображаемая логика** позволяет нам глубже проникнуть в природу нашей логики, разделить в ней эмпирические и неэмпирические элементы. Все внеэмпирические элементы и отношения в логике составляют **металогикку**. **Металогика** есть учение о мышлении, не связанное с опытом.

- Внутренняя логика – логика событий vs Внешняя логика – логика утверждений

# ЛОГИЧЕСКИЙ ПЛЮРАЛИЗМ

**ОСНОВОПОЛОЖНИКИ:**

**Н.А.ВАСИЛЬЕВ, Я.ЛУКАСЕВИЧ**

**ИСТОКИ: АНАЛОГИЯ С ПОЯВЛЕНИЕМ  
НЕЭВКЛИДОВЫХ ГЕОМЕТРИЙ**

**ОСНОВНОЙ ТЕЗИС:**

**ПРИКЛАДНАЯ ЛОГИКА НОСИТ ЭМПИРИЧЕСКИЙ  
ХАРАКТЕР , БУДУЧИ СИЛЬНО ЗАВИСИМОЙ ОТ  
МНОЖЕСТВА ОНТОЛОГИЧЕСКИХ И ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИХ  
ФАКТОРОВ.**

**ОТСЮДА СЛЕДУЕТ ЗАКЛЮЧЕНИЕ О НЕОБХОДИМОСТИ  
СОСУЩЕСТВОВАНИЯ МНОЖЕСТВА РАЗЛИЧНЫХ ЛОГИК  
(И СЕМАНТИК)**



# ОСНОВНЫЕ ПАРАДИГМЫ (ЭТАПЫ) РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ

Финн В.К. Философские проблемы логики интеллектуальных систем// Новости искусственного интеллекта. – 1999. – №1. – С.36-51.

## 1. ПСИХОЛОГИЗМ (Аристотель и логики аристотелевской традиции)

Логика – раздел психологии; объекты логической науки – это формы мышления и виды рассуждений

## 2. ЛОГИЦИЗМ (АНТИПСИХОЛОГИЗМ) (Д.Буль, Г.Фреге, Б.Рассел, Р.Карнап.

Предмет логики – логические исчисления. Для логицизма исчисления первичны, а рассуждения – вторичны. Более того, математика является отраслью логики

## 3. НЕОЛОГИЦИЗМ (философия и логика обоснованного знания) (А.С.Есенин –Вольпин)

## 3\*. НЕОПСИХОЛОГИЗМ (Дж.С. Милль, Н.А.Васильев и др.). Плюрализм логик. Логика становится эмпирической наукой.

## 4. Синтез логицизма и психологизма в русле логик интеллектуальных систем. Зависимость логики от онтологии.

# СВЯЗЬ МНОГОЗНАЧНОЙ ЛОГИКИ С НЕЭВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ

Н.А.Васильев неоднократно подчеркивал, что существуют внутренние аналогии между геометрией Н.И.Лобачевского и воображаемой логикой.

Подобно тому, как исходным пунктом геометрии Лобачевского являлся отказ от знаменитого пятого постулата Эвклида о параллельных прямых, и он построил геометрию, свободную от этого постулата, так и отправной точкой логики Н.А.Васильева является отказ от одного из важнейших законов аристотелевой логики – закона непротиворечия – и построении логики, свободной от этого закона.

Следует отметить, что почти полвека спустя после создания геометрии Лобачевского была найдена ее интерпретация на поверхностях с постоянной отрицательной кривизной – так называемых псевдосферах.

Аналогично, реализация логики Н.А.Васильева требует развития концепции логического пространства.

# СВЯЗЬ МНОГОЗНАЧНОЙ ЛОГИКИ С НЕЭВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ (продолжение)

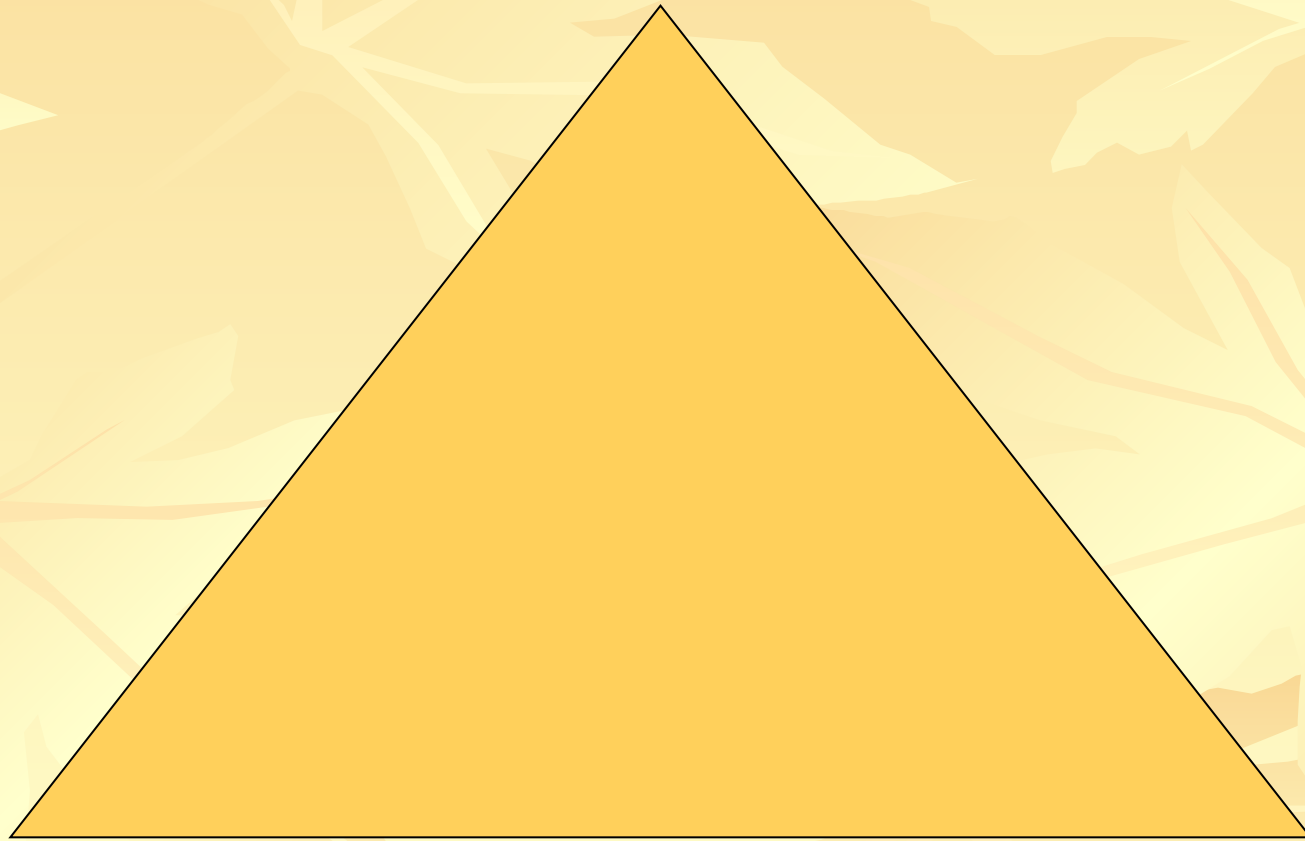
В знаменитой статье «О детерминизме» Я.Лукасевич утверждал: «Кроме истинных и ложных высказываний существуют возможные высказывания.

Этим высказываниям соответствуют другие логические значения, кроме  $t$  и  $f$ , по крайней мере, одно третье логическое значение.

Трехзначная система логики отличается от обычной двузначной логики в не меньшей степени, нежели системы неэвклидовой геометрии отличаются от эвклидовой геометрии».

# ЛОГИЧЕСКИЙ ТРЕУГОЛЬНИК Н.А. ВАСИЛЬЕВА

**Х есть и не есть А одновременно**



**Х есть А**

**Х не есть А**

# ИСЧИСЛЕНИЕ ИМЕН Н.А.ВАСИЛЬЕВА

**Васильев Н.А.** О частных суждениях, о треугольнике противоположностей, о законе исключенного четвертого// Ученые записки императорского Казанского университета. – 2010. Октябрь. – С.1- 47.

Эту работу Н.А.Васильев начинает с утверждения о том, что уже в логике XIX-го века замечается глухая оппозиция против традиционного деления суждений на общие, частные и единичные – деления освященного авторитетом И.Канта. По мнению, Н.А.Васильева, камень преткновения лежит в истолковании частных суждений.

Частные утвердительные суждения  $A \text{ } i \text{ } B$  («некоторые  $A$  есть  $B$ ») и частные отрицательные суждения  $A \text{ } o \text{ } B$  («некоторые  $A$  не есть  $B$ »).

Эти суждения являются неоднозначными, поскольку кванторы  $i$  и  $o$  можно понимать по-разному. Например,  $i$  можно трактовать как: 1) «некоторые, а может быть и все»; 2) «некоторые, но не все, только некоторые». Иными словами, частное суждение принимает вид гипотезы.

Н.А.Васильев предлагает в этой ситуации отказаться от частных суждений и перейти к индифферентным (конъюнктивным), проблематичным (дизъюнктивным) или акцидентальным суждениям:

**Индифферентное суждение**  $(A \text{ } a \text{ } B) \wedge (A \text{ } e \text{ } B)$

**Дизъюнктивное суждение**  $(A \text{ } a \text{ } B) \vee (A \text{ } e \text{ } B)$  («все  $A$  есть  $B$  или не есть  $B$ »)

**Акцидентальное суждение**  $A \text{ } m \text{ } B$  («все  $A$  могут быть  $B$ »)

**Нет частных суждений.** Все суждения относительно понятия суть общие суждения.

**Закон исключенного четвертого:** Истинно или  $A \text{ } a \text{ } B$ , или  $A \text{ } e \text{ } B$ , или  $A \text{ } m \text{ } B$ .

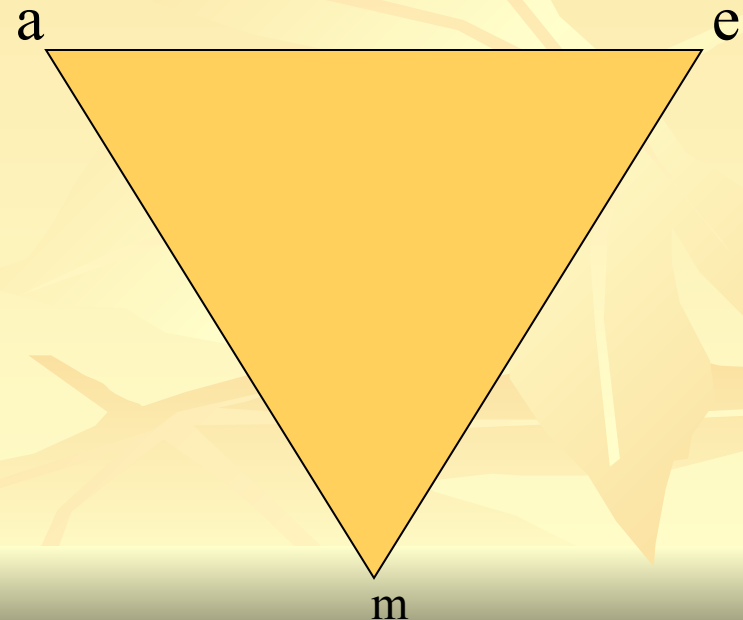
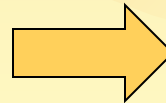
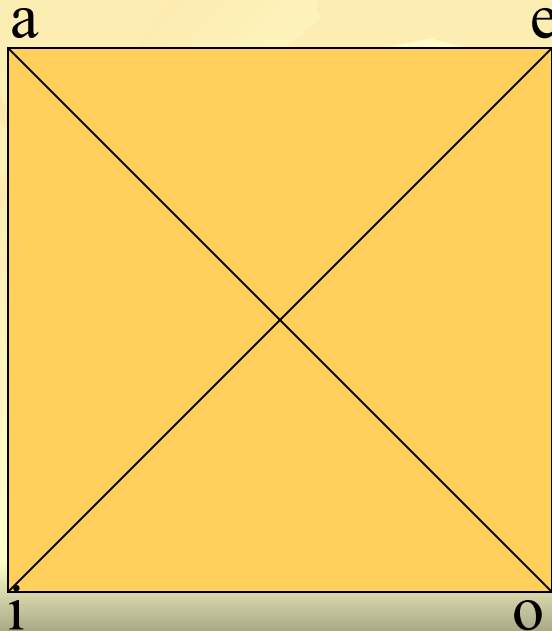
**В элементарном исчислении имен Н.А.Васильева** имеется только один сорт синтаксических категорий имен  $A, B, C, D$  и три логические константы в виде двухаргументных функторов  $a, e$  и  $m$ .



# ОТ ЛОГИЧЕСКОГО КВАДРАТА К ЛОГИЧЕСКОМУ ТРЕУГОЛЬНИКУ Н. А.ВАСИЛЬЕВА

С помощью диаграммы типа «логический квадрат» иллюстрируют:

- 1) **противоречия, контрдикторные суждения**  $a$  и  $o$ ,  $e$  и  $i$  (диагонали квадрата), которые не могут быть одновременно истинными и ложными;
- 2) **противоположные, контрарные суждения**  $a$  и  $e$ ,  $i$  и  $o$  (горизонталы), которые не могут быть одновременно истинными, но могут быть одновременно ложными.



В треугольнике Н.А.Васильева все пары суждений-противоположностей  $a$  и  $e$ ,  $a$  и  $m$ ,  $e$  и  $m$  подчинены одному-единственному правилу: они не могут быть одновременно истинными, но могут быть одновременно ложными. Между суждениями  $i$  и  $o$  нет противоположности: они слиты в едином суждении  $m$ .

# ДВУХУРОВНЕВАЯ ЛОГИЧЕСКАЯ СИСТЕМА Н.А.ВАСИЛЬЕВА

Васильев Н.А. Логика и металогика. – Логос. – 1912-1913. Кн.1/2. – С.53-81.

«Одни логические принципы неизменны, неустранимы и абсолютны (формальные, рациональные принципы логики), другие же, например, закон непротиворечия и закон исключенного третьего, относительноны, устранимы из логики, материальны и эмпиричны. Отсюда вытекает, что наша логика отличается двойственным характером, что она полуэмпирична, полурациональна, и поэтому ей может быть противопоставлена чисто формальная и чисто рациональная дисциплина, **обобщенная логика**, которую мы предложили бы назвать **металогикой...**».

Изменяя онтологию, комбинируя различные свойства реальности, можно получить различные воображаемые логики. Этот метод в логике аналогичен сравнительному и экспериментальному методам в естествознании.

# ДВУХУРОВНЕВАЯ ЛОГИЧЕСКАЯ СИСТЕМА Н.А.ВАСИЛЬЕВА (продолжение)

Н.А.Васильев ввел понятие исходной двухуровневой логической структуры: **логика и металогика** (или **внутренняя логика** – логика событий и **внешняя логика** – логика утверждений).

Н.А.Васильев различал два уровня логического знания:

- 1) уровень, определяемый бытием, онтологией;
- 2) уровень, определяемый особенностями мышления – концептуальный.

Нижний, онтологический уровень составляет логика событий, а верхний уровень – логика истинности.

**МЕТАЛОГИКА**  
(ВНЕШНЯЯ ЛОГИКА  
ИЛИ ЛОГИКА  
УТВЕРЖДЕНИЙ)

Основным законом металогики Н.А.Васильев считает закон абсолютного различения истины и лжи: одно и то же суждение не может быть одновременно истинным и ложным.

Впоследствии он стал утверждать, что металогика должна строиться только на одних утвердительных высказываниях.

**ЭМПИРИЧЕСКАЯ**  
**ЛОГИКА**  
(ВНУТРЕННЯЯ  
ЛОГИКА  
ИЛИ ЛОГИКА  
СОБЫТИЙ)

В качестве примеров законов эмпирической логики Н.А.Васильев приводит законы непротиворечия и исключенного третьего

Васильев Н.А. Логика и металогика. – Логос. – 1912-1913. Кн.1/2. – С.53-81.

# ДВУХУРОВНЕВАЯ ЛОГИЧЕСКАЯ СИСТЕМА (окончание)

Основная идея двухуровневой логики заключается в разграничении *эмпирических* и *абстрактных* логических законов.

На эмпирическом уровне любая логическая конструкция зависит от онтологических допущений о мире.

Напротив, на уровне металогики (классической двузначной логики) происходит отвлечение от всякого содержания.

Поэтому она и является универсальной.

По сути, металогика выступает как логика без отрицательных суждений (поскольку в классической логике отрицательные суждения не атомарны, а являются результатом вывода).

С двухуровневой логической системой также связана идея разделения логических операций на внутренние и внешние. Эта идея оказалась весьма плодотворной; особенно тщательно она проработана у Д.А.Бочвара, построившего первую трехзначную логику бессмыслицы для разрешения логических парадоксов.

# РАЗВИТИЕ НЕТРАДИЦИОННЫХ ЛОГИК И ИХ ПРИЛОЖЕНИЙ В СССР

**А.Н.Колмогоров** (1925 и 1932 г.). Интуиционистские логики

**И.Е.Орлов** (1928 г.). Импликации. Релевантные логики

**Д.А.Бочвар** (1938 г.). Трехзначная логика бессмыслицы.

**А.А.Зиновьев** (1963 г.). Комплексная логика.

**В.К.Финн** (1974 г.). Аксиоматизация трехзначных исчислений высказываний и их алгебр

**В.Н. Гришин** (1974 г.). Об одной нестандартной логике и ее применении в теории множеств

**Д.А.Поспелов** (1975 г.). Псевдофизические логики.

**В.А.Смирнов** (1989 г.). Комбинированные логики. Многомерные ЛОГИКИ.

**А.С.Карпенко**



# РАБОТЫ А.Н.КОЛМОГОРОВА ПО ИНТУИЦИОНИСТСКОЙ (КОНСТРУКТИВНОЙ) ЛОГИКЕ

Уже в 1925 г. А.Н.Колмогоров обращал внимание на относительность закона исключенного третьего, а в 1932 г. в работе «К толкованию интуиционистской логики» он предложил новую интерпретацию интуиционистского исчисления предикатов А.Гейтинга в виде «исчисления проблем».

Колмогоров А.Н. О принципе *tertium non datur*// Математический сборник. – 1925. – Т.32, №4. – С.646-667.

Kolmogoroff A.N. Zur Deutung der Intuitionistischen Logic//  
Mathematische Zeitschrift. – 1932. – Vol.35. – S.58-65.

# Д.А.БОЧВАР: ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ КОНЦЕПЦИИ

1. Построение **трехзначной логики парадоксов** (работы по формализации парадокса лжеца и других семантических парадоксов средствами специальной трехзначной логики)
2. Идея различения **внутренних и внешних логических связей**, а следовательно, построения двух уровней языка – внутреннего языка, в котором выражаются некоторые факты, но нет доказательств, и внешнего языка, в котором доказываются утверждения, в том числе, о формулах внутреннего языка (парадоксальная формула принадлежит внутреннему языку, а утверждение ее бессмысленности – внешнему).
3. Рассмотрение многозначных логик как фрагментов формализованной семантики (**Принцип: сначала семантика, а затем – формальная логическая конструкция**). Это означает интерпретируемость истинностных значений в содержательных терминах (например, порождение истинностных значений высказываний посредством правил правдоподобного вывода). Оно опирается на тезис Д.А.Бочвара об **адекватности многозначных логик базам данных с неполной информацией**.

Бочвар  
Дмитрий  
Анатольевич  
(1903-1990)



# Д.А. БОЧВАР – РОДОНАЧАЛЬНИК ГЕОМЕТРИКО-АНАЛИТИЧЕСКОГО ПОДХОДА В НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКЕ

Бочвар Д.А. К общей теории логических матриц с континуумом валентностей//  
Исследования по теории множеств и неклассическим логикам. – М.: Наука, 1976. – С.198-220.

В 1976 г. за несколько лет по появления первых работ по формированию и использованию треугольных норм и конорм в нечеткой логике (в том числе, параметрических функций, таких как семейства норм Гамахера, Сугено, Франка и др.) и более чем за 20 лет до выхода в свет работ П.Хаека по представлению нечетких логик как континуальных логик, порожденных с помощью непрерывных треугольных норм Д.А.Бочвар предложил набросок **общей теории логических матриц с континуумом валентностей** (т.е. по сути, вариант теории параметризованных нечетких логик), в русле которой в бесконечнозначную логику были впервые введены **нелинейные функции отрицания и импликации**.

В результате были построены семейства гиперболических, параболических, эллиптических логик: гиперболические логики как расширения бесконечнозначных логик Лукасевича и Геделя.

Впоследствии Григолия Р.Ш. и Финн В.К. ввели аппарат  $B_n$ -алгебр (квазиалгебр), которые соответствуют  $n$ -значной логике Бочвара.

# ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ БЕСКОНЕЧНОЗНАЧНЫЕ ЛОГИКИ: Различные геометрические интерпретации бесконечнозначных семантик

**А. Гиперболические логики** задаются логическими матрицами, для которых операции отрицания  $n_H(x)$  и импликации  $I_H(x,y)$  представляют собой уравнения гипербол или поверхностей гиперболического типа соответственно

$$LM_{HL} = \langle [0,1], \{1\}, n_H, I_H \rangle,$$

## 1. Обобщение логики Лукасевича

1. Семейство параметрических отрицаний  $n_H(x) = k(1-x)/(1+x)$

2. Семейство импликаций 
$$I_H(x,y) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \leq y \\ k[(1-(x-y)/k+(x-y))], & \text{если } x > y \end{cases}$$

При  $k \rightarrow \infty$   $n_H(x) \rightarrow 1-x$  (линейное отрицание Лукасевича)

$I_H(x,y) \rightarrow \min\{1, 1-x+y\}$  (импликация Лукасевича)

# РАЗВИТИЕ ИДЕЙ Н.А.ВАСИЛЬЕВА В.А. СМИРНОВЫМ: КОМБИНИРОВАННЫЕ ЛОГИКИ

На основе идей Н.А.Васильева у В.А.Смирнова возникла концепция **комбинированных логик**, где вводятся эмпирическая логика (операции над событиями), а на абстрактном уровне фигурирует классическая логика.

С точки зрения В.А.Смирнова возможен двойкий подход к неклассическим логикам.

Либо абстрактная часть логики (логика истинности) не изменяется, а внутренняя онтологическая часть может быть отлична от классической (например, за счет изменения онтологических предпосылок)

Либо, напротив, онтологическая часть остается прежней, а меняется абстрактная логика (пересматриваются гносеологические предпосылки).

Возможна комбинация этих двух подходов, когда неклассичность появляется за счет пересмотра как онтологических, так и гносеологических предпосылок.

Смирнов В.А. Утверждение и предикация. Комбинированные исчисления высказываний и событий// Синтаксические и семантические исследования неэкстенциональных логик. – М.: Наука, 1989. – С.27-35.



# УНИВЕРСАЛЬНАЯ ЛОГИКА

**Logica Universalis:** Towards a General Theory of Logic. **J. Beziau**, University of Neuchatel, Switzerland (Ed.) Birkhauser Verlag, 2008.

**Универсальная логика** – это не новая логика, а скорее попытка построить **общую теорию логик**, рассматриваемых как математические (в частности, алгебраические, геометрические, топологические) **структуры**.

**Причина возникновения:** реакция на логический плюрализм, появление сотен новых логик в последнее время, что влечет за собой потребность их систематизации и упорядочения.

**Главный инициатор** **Ж.-И. Безье** (универсальная логика играет роль, аналогичную роли универсальной алгебры при изучении различных алгебраических структур)

**Прародители:** **А.Тарский, А.Линденбаум, С.Яськовский**

Примеры основных понятий универсальной логики: **логическая система, логическая операция, логическое следование, логическая матрица, многозначные логики**

**Логической матрицей** называется тройка  $LM = \langle V, \Omega, D \rangle$ , где  $V$  есть непустое множество значений истинности;  $\Omega$  – множество операций над значениями истинности  $v$  из  $V$ ;  $D \subset V$  – множество выделенных значений истинности.

**Замечание.** Логическая матрица  $LM$  может быть представлена парой  $LM = \langle UA, D \rangle$ , где  $UA$  – универсальная алгебра с сигнатурой  $\omega_1, \dots, \omega_n$ .

Под логикой (по Р.Вуйцицкому) понимается пара  $\Lambda = \langle X, Cn \rangle$ , где  $X$  – множество логических формул, а  $Cn$  – оператор присоединения следствий, который удовлетворяет условиям: монотонности, рефлексивности, идемпотентности, структурности.

# РАЗВИТИЕ ИДЕЙ Н.А.ВАСИЛЬЕВА В.А. СМИРНОВЫМ: МНОГОМЕРНЫЕ ЛОГИКИ

Главная идея многомерных логик состоит в том, что опыт дает нам атомарные утверждения многих типов, и отсюда мы приходим к понятию многомерных миров. Эта идея лежит в основе логической семантики возможных миров или точек соотнесения. В  $N$ -мерной логике действует закон исключенного  $(N+1)$ -го.

Двумерный случай В.А.Смирнов рассматривает на примере дважды алгебр Брауэра.  
Смирнов В.А. Дважды алгебры и симметрические логики// Логические исследования. Вып.1. – М.: Наука, 1993. – С.46-54.

Первоначально В.А.Смирнов предложил аксиоматику  $N$ -мерных логик в форме силлогистики. Позднее им было предложено построение логики  $N$  измерений в виде алгебры классов.

Смирнов В.А. Аксиоматизация логических систем Н.А.Васильева// Современная логика и методология науки. – М.: Наука, 1987. – С.143-151.

Смирнов В.А. Многомерные логики// Логические исследования. Вып.2.– М.: Наука, 1993.– С.259-278.

Другие примеры. У А.Н.Прайора в каждом возможном мире имеет место трехзначная логика Лукасевича.

# ПСЕВДОФИЗИЧЕСКИЕ ЛОГИКИ Д. А.ПОСПЕЛОВА

**Псевдофизическая логика** (ПФЛ) – это логика, отражающая восприятие субъектом или искусственной системой закономерностей внешней физической среды. Особенностью ПФЛ является наличие **нечетких шкал**, на которые проецируются объекты. Примерами ПФЛ являются **временные логики, пространственные логики, логики действий** и т.п.

[Толковый словарь по ИИ, 1992, с.45-46]

Псевдофизические логики – класс логических систем, имеющих следующие особенности:

1. В качестве пропозициональных переменных используются лингвистические переменные (ЛП) Л.Заде, имеющие в качестве значений либо слова естественного языка, либо нечеткие множества, соответствующие этим словам, а также числовые (базовые) переменные.

Например, в **частотной логике** И.В.Ежковой и Д.А.Поспелова (1977) в качестве ЛП берется «Частота события» с множеством значений {никогда, чрезвычайно редко, редко, ни часто, ни редко, часто, очень часто, почти всегда, всегда}, а в качестве числовой переменной {0, 1/5, 2/5, 3/5, 4/5, 1}.

2. На множестве значений для всех переменных имеются **порядковые шкалы** с отношением строгого порядка. Точнее для ЛП существуют порядковые шкалы, а для числовых переменных – метрические шкалы.

3. Выводы, используемые в псевдофизических логиках, учитывают порядковые и метрические шкалы, а также расположение событий на них.

**Первые работы по ПФЛ появились в 1975 г.**

[Представление знаний в человеко-машинных и робототехнических системах, т.А, 1984, с.48-50]

# ПСЕВДОФИЗИЧЕСКИЕ ЛОГИКИ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

По аналогии с современной психофизической схемой и в отличие от классической аристотелевской логики **псевдофизические логики** описывают не идеальный платоновский мир, а **восприятие реального физического мира конкретным субъектом (агентом)**.

Псевдофизическая логическая система представляет собой семейство взаимосвязанных логических подсистем, которые можно отнести к двум основным уровням.

На первом уровне находятся **пространственная, временная, каузальная логика**, а также **логика действий**.

На втором, более высоком уровне находятся **логика оценок, логика мнений, логика норм** и пр.

Следует отметить, что логики первого уровня непосредственно связаны с взаимодействием агентов (например, роботов) с внешней средой.

Псевдофизические логики опираются на специальные **шкалы**: как порядковые, так и метрические. Взаимосвязь между шкалами задается с помощью **нечеткого отношения моделирования (А.Н.Аверкин)**

Суть псевдофизических логик составляет работа с событиями (т.е. с формулами, соотнесенными с отметками на шкалах).

Взаимное положение событий на множестве шкал, возможные перемещения по шкалам и связь этих перемещений с изменениями на других шкалах позволяют описать те процессы вывода, которые характерны для псевдофизических систем.



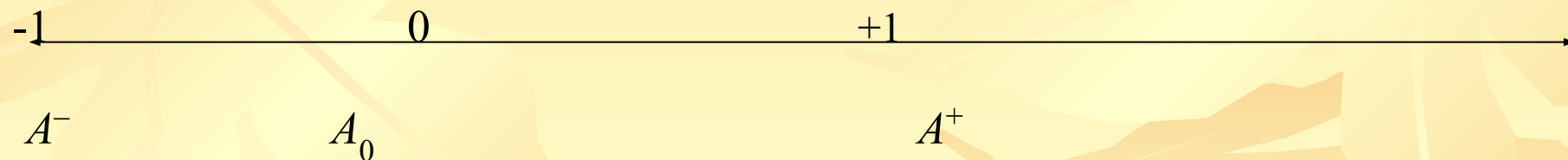
# ПСИХО-ЛОГИКА: ПОЛЯРНЫЕ ШКАЛЫ

СИСТЕМА ОППОЗИЦИОННЫХ ШКАЛ – ОБЪЕКТИВНАЯ ОСНОВА  
ПОСТРОЕНИЯ ОБРАЗА МИРА (ПО А.Н.Леонтьеву)

**ОЦЕНИВАНИЕ НА ПОЛЯРНЫХ ШКАЛАХ – ВАЖНЕЙШИЙ СПОСОБ  
ФОРМИРОВАНИЯ ЧЕЛОВЕЧЕСКИХ ЗНАНИЙ**

В мышлении человека **порядок** создается из **хаоса** путем формирования системы **оппозиционных (полярных) шкал** и различения некоторых объектов с помощью **набора оценок** на этих шкалах.

У оппозиционной шкалы всегда есть **два конца (полюса)** и **середина (нейтральная точка)**, которая делит всю шкалу на две части – **положительную** и **отрицательную**

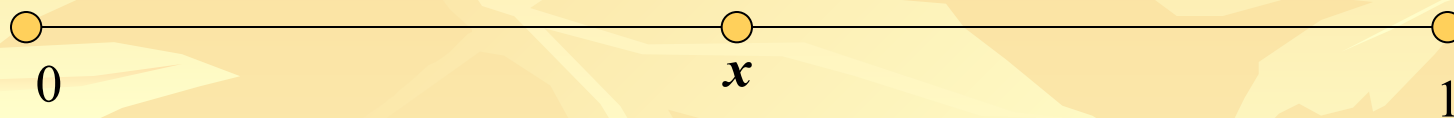


В середине шкалы происходит переключение с одного типа оценок на другой.

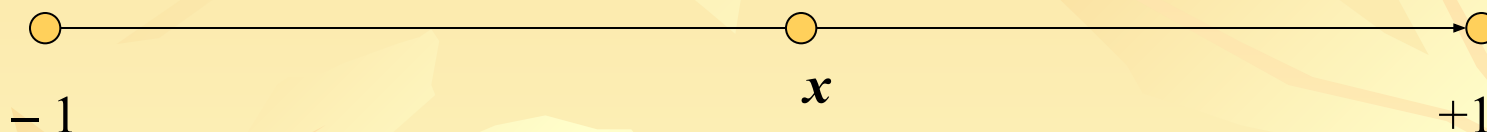


# НЕКОТОРЫЕ ИНТЕРЕСНЫЕ ПРОСТРАНСТВА $E$ , СВЯЗАННЫЕ С ОППОЗИЦИОННЫМИ ШКАЛАМИ И МНОГОЗНАЧНЫМИ ЛОГИКАМИ

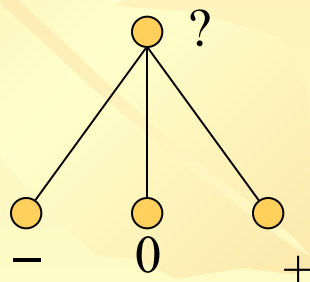
## Пространство Лукасевича (Заде)



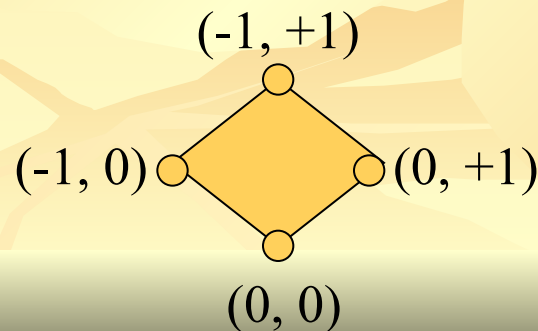
## Пространство Чэна



## Пространство Де Клира



## Каноническое биполярное пространство



# «СЕРЫЕ» И «ЧЕРНО-БЕЛЫЕ» ШКАЛЫ ПО Д.А.ПОСПЕЛОВУ

Д.А.Поспелов (1994) предложил две интерпретации нейтральной точки биполярной шкалы:

- 1) точка перехода от положительного свойства к отрицательному и наоборот (точка наибольшего противоречия, семантической амбивалентности);
- 2) точка разрыва (точка полной неопределенности, семантического провала оценки, перескока на другие шкалы)

## АКСИОМАТИКА [Тарасов, 2001]

### «СЕРЫЕ» ШКАЛЫ

- а)  $A^+ \uparrow \Rightarrow A^- \downarrow$  (взаимная компенсация между оценками  $A^+$  и  $A^-$ )
- б)  $A^- = n(A^+)$  (положительная и отрицательная оценки связаны между собой отрицанием)
- в)  $A^0$  есть  $(A^+ = A^-)$  (в нейтральной точке обе оценки присутствуют в равной степени)

### «ЧЕРНО-БЕЛЫЕ» ШКАЛЫ»

- а\*)  $A^+ \uparrow \Rightarrow A^- ?$
- б\*)  $A^- \neq n(A^+)$
- в\*)  $A^0$  есть  $\lceil (A^+ \vee A^-)$   
(нейтральная точка отсутствует:  
ни то, ни се)

# ОБОБЩЕННЫЕ ШКАЛЫ

Понятие **неклассической (обобщенной)** шкалы ввел Д.А.Поспелов (1994-1997).

В отличие от обычных шкал, где каждой точке соответствует один-единственный объект, **на обобщенных шкалах любой точке может с разными степенями соответствовать множество объектов.**

Кроме того, здесь можно выделить различные отношения порядка: 1) порядок по силе (положительных или отрицательных) оценок; 2) порядок по степени определенности оценок; 3) порядок по степени противоречивости оценок.

**Параллели между неклассическими логическими семантиками и обобщенными шкалами**

## **Семантика Белнапа:**

- 1) Принцип бивалентности;
- 2) Принцип однозначности.

## **Обобщенные шкалы:**

**отбрасываются**

- 1\*) Принцип принадлежности;
- 2\*) Принцип различимости.

# ПЕРЕХОД ОТ ОППОЗИЦИОННОЙ К КОЛЬЦЕВОЙ ШКАЛЕ

**Противодействие**

**Безразличие**

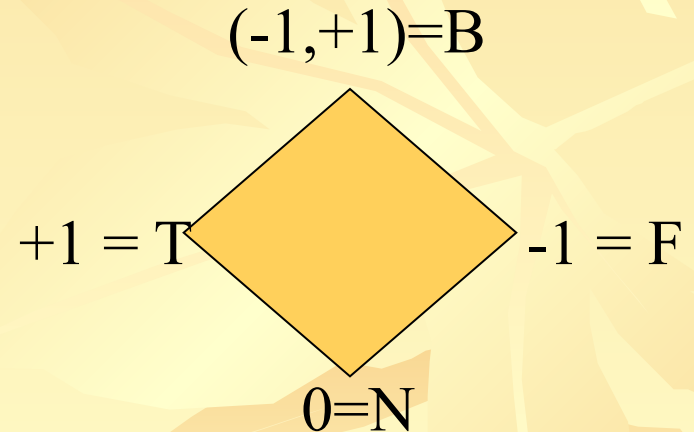
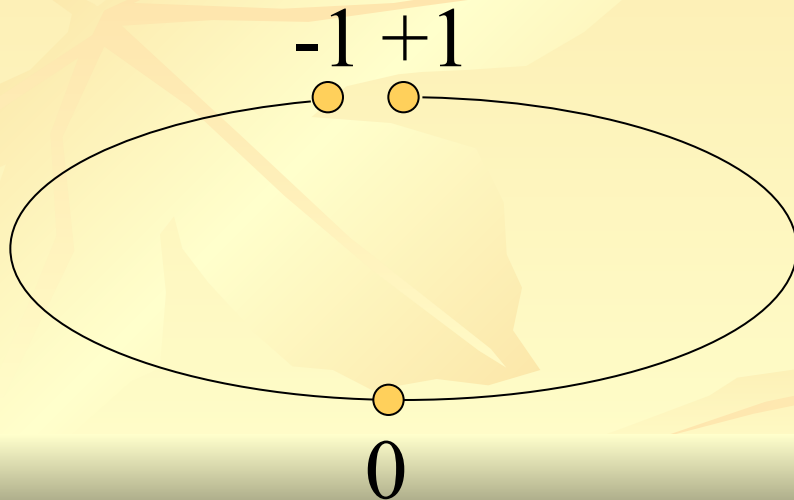
**Содействие**



Деформированная  
оппозиционная) шкала

Новая интерпретация  
решетки Скотта

**Переходы от противодействия  
к содействию агентов и наоборот**



# НЕСТАНДАРТНЫЕ МНОЖЕСТВА

Нестандартные множества с областью недоопределенности или  
переопределенности

$$X = \langle X^+, X^-, X^0 \rangle, \text{ где } X^+ = \{x \mid x \in X\}, X^- = \{x \mid x \notin X\}, X^0 = \{x \mid x ? X\}$$

$$f(X) \in \{+1, 0,5, 0\}$$





# НЕКОТОРЫЕ ВИДЫ НЕСТАНДАРТНЫХ МНОЖЕСТВ

1. **Переопределенное множество** – это множество с избыточной и противоречивой информацией относительно принадлежности его элементов

$$A_{sd} \Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} +1, & \text{если } x \in A; \\ 0.5, & \text{если } x(\in \wedge \notin)A; \\ 0, & \text{если } x \notin A. \end{cases}$$

2. **Недоопределенное множество** – это множество с неполной информацией относительно принадлежности его элементов

$$A_{ud} \Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} +1, & \text{если } x \in A; \\ 0.5, & \text{если } x(\lrcorner \in \wedge \lrcorner \notin)A; \\ 0, & \text{если } x \notin A. \end{cases}$$

# ПРИБЛИЖЕННОЕ МНОЖЕСТВО

Павляк З. Приближенные множества – основные понятия// Логические исследования. Вып.1. – М.: Наука, 1993. – С.6-19.

Пусть  $X$  – множество, а  $R \subseteq X \times X$  – отношение неразличимости (эквивалентности).

Тогда пара  $\wp = (X, R)$  образует пространство приближений.

Классы эквивалентности по отношению  $R$  называются элементарными множествами в пространстве приближений  $\wp$ , а любая совокупность элементарных множеств образует составное множество в  $\wp$ .

Произвольное подмножество  $A \subseteq X$  можно точно определить на основе имеющейся информации, т.е. классов эквивалентности.

Вместо этого каждое множество заменяется двумя множествами, которые называются нижним приближением  $\underline{R}X = \{x \mid |x|_R \subseteq X\}$

(наибольшее составное множество, содержащееся в  $X$ )

и верхним приближением  $\overline{R}X = \{x \mid |x|_R \cap X\}$  (наименьшее составное множество, содержащее  $X$ ) соответственно.

# ПРИБЛИЖЕННОЕ МНОЖЕСТВО (продолжение)

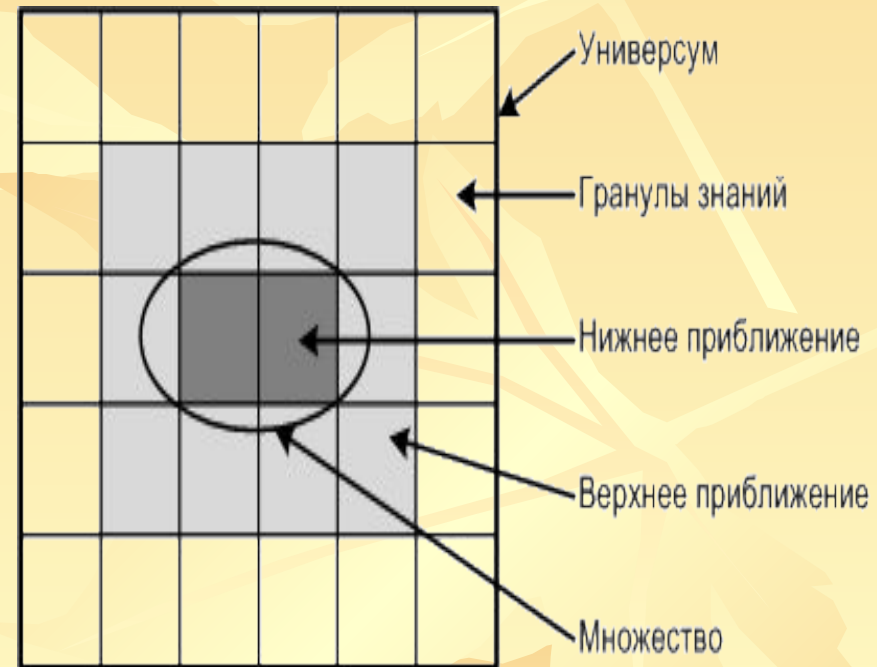
**Приближенное множество** расположено между этими двумя приближениями

$$\underline{R}X \subseteq X \subseteq \overline{R}X$$

Для каждой пары приближений различаются три различных области:

- 1)  $POS_R(X) = \underline{R}X$  ( $R$  – положительная область  $X$ , в которой все объекты определенно принадлежат множеству  $X$ );
- 2)  $NEG_R(X) = U \setminus X$  ( $R$  – отрицательная область  $X$ , в которой все объекты определенно принадлежат дополнению  $X'$  к множеству  $X$ );
- 3)  $BNDR(X) = X \setminus \underline{R}X$  ( $R$ -пограничная область  $X$ , где содержатся все объекты, которые не могут быть с определенностью отнесены ни к  $X$ , ни к его дополнению  $X'$ ).

В приближенных множествах пограничная область позволяет моделировать неточность, а повышение точности означает уменьшение пограничной области



# РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ОНТОЛОГИЙ.

## Общее понятие онтологии

Значительный вклад в теорию и проектирование онтологий внесли Т.Груббер, Н.Гуарино, Р.Мизогучи, Р.Студер, Т.А.Гаврилова, А.С.Клещев, А.В.Смирнов, С.В.Смирнов и др.

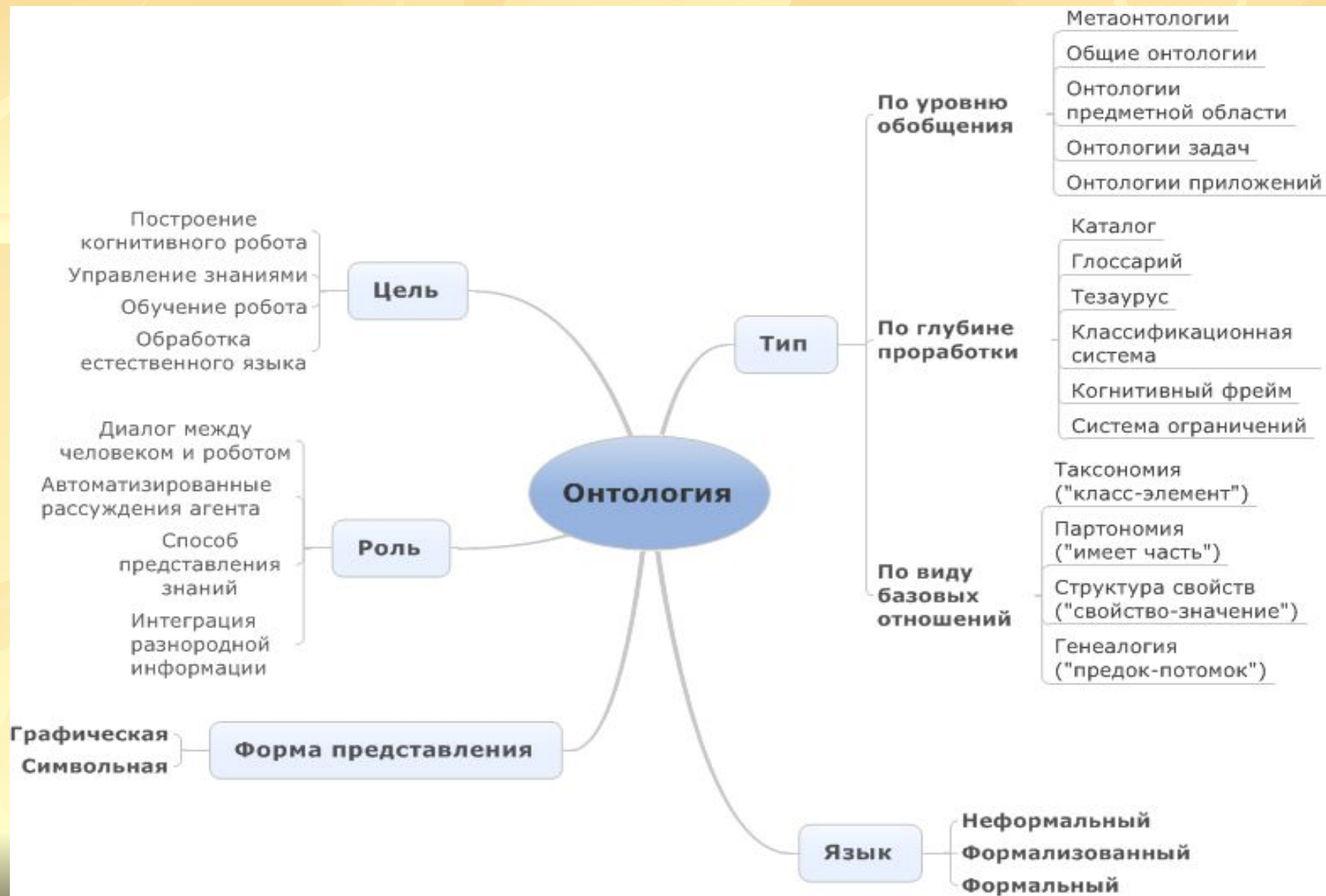
**Онтология** – это явное и формализованное определение структуры некоторой проблемной области (темы).

Подобное описание всегда опирается на концептуализацию этой области, которая обычно задается в виде системы исходных объектов (понятий), отношений между ними и положений (аксиом).

Поэтому онтологию часто понимают как «спецификацию разделяемой разными людьми концептуализации» или, иначе, отождествляют с набором сосуществующих концептуальных моделей предметной области.

По сути, онтологии отражают соглашения о единых способах построения и использования концептуализации.

# ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОНТОЛОГИИ С ПОМОЩЬЮ МЕНТАЛЬНОЙ КАРТЫ





# ОНТОЛОГИИ В СИСТЕМЕ МОДЕЛЕЙ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЗНАНИЙ



# МЕРЕОЛОГИЯ С. ЛЕСЬНЕВСКОГО: ПРИМЕР АКСИОМАТИЗАЦИИ ОНТОЛОГИИ

*Мереологией* называется учение о частях целого. Как известно, в классической теории множеств активно используется постулат различимости элементов, а также понятие пустого множества.

В отличие от этого мереология:

- 1) делает акцент на целостности множества как «коллективного класса», что позволяет считать ее прямой предшественницей теории грануляции Л.Заде;
- 2) основана на единственном отношении «быть частью»;
- 3) обходится без пустого множества.

*Мереология* Лесьневского (*партономия*) опирается на следующие аксиомы, которые положены в основу ряда моделей пространства:

1. Любой предмет есть часть самого себя (аксиома рефлексивности).
2. Две различные вещи не могут быть частями друг друга: если  $P$  – часть предмета  $Q$ , то  $Q$  не есть часть предмета  $P$  (аксиома антисимметричности).
3. Если  $P$  есть часть предмета  $Q$ , а  $Q$  – часть предмета  $R$ , то  $P$  есть часть предмета  $R$  (аксиома транзитивности).

Таким образом, отношение «часть–целое» рефлексивно, антисимметрично и транзитивно, т.е. является отношением нестрогого порядка.

# ПРОСТРАНСТВО КАК ОНТОЛОГИЧЕСКАЯ КАТЕГОРИЯ



**Онтология пространства** – это определение множества пространственных примитивов и множества базовых пространственных отношений.

**Метод пространственной грануляции** определяет способ связывания логических утверждений с пространством.

Логические утверждения, истинность которых зависит от пространства, называются **пространственными утверждениями**.

В основе построения онтологии пространства лежит выбор базовой модели (теории) пространства.

# МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВА НЬЮТОНА И ЛЕЙБНИЦА

В качестве двух классических моделей пространства можно указать пространство Ньютона и пространство Лейбница.

В отличие от теории «пустого» пространства Ньютона, Лейбниц предложил реляционную концепцию пространства, согласно которой пространство связывается с порядком взаимного расположения и сосуществования в нем различных тел.

По Лейбницу, пространство представляется неявно, через отношения между объектами. Обычно в нем вводится определенная метрика или топология, чтобы оценивать размеры объектов и расстояния между ними.

Построение онтологии пространства предполагает определение множества *пространственных примитивов*, множества базовых *пространственных отношений*, задание *структуры пространства* – области интерпретации пространственных примитивов и ее свойств в виде аксиом теории пространства, исходя из требований предметной области.

Свойства абсолютного пространства по Ньютону	Свойства реального пространства для когнитивного мобильного робота
1) бесконечность	1*) конечность
2) непрерывность	2*) дискретность
3) однородность	3*) неоднородность
4) изотропность	4*) неизотропность
5) неподвижность	5*) шкалированность

Исходя из сравнительного анализа свойств абсолютного пространства Ньютона и реального локального пространства робота в работе для построения онтологии пространства использована базовая модель Лейбница. Поскольку, по Лейбницу реальное физическое пространство интерпретируют как множество объектов, в качестве пространственных примитивов можно использовать *точки* или *области* пространства.



# ОНТОЛОГИЯ С ПРИМИТИВАМИ ВИДА ОБЛАСТЕЙ ПРОСТРАНСТВА

Для онтологий, в которых примитивами являются области, можно выделить три главных типа отношений – **геометрическое** («конгруэнтность»), **мереологическое** («быть частью») и **топологическое** («связность»).

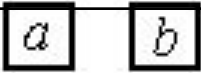
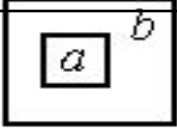
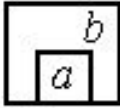

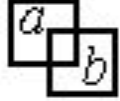
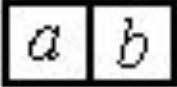
Конгруэнтность позволяет определить отношение сходства между областями. В геометрии две фигуры называются конгруэнтными, если одну из них можно перевести в другую с помощью движения. В свою очередь, понятие связности есть математическое выражение интуитивного представления о целостности разных геометрических фигур. Топологическое **отношение связности рефлексивно, симметрично и монотонно.**

В настоящее время построение общей онтологии пространства идет по линии интеграции подходов мереологии и топологии:

Мереология + Топология = **Мереотопология**. При этом система мереотопологии строится на основе одного-единственного отношения связности.



# МЕРЕОТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ

Название	Обозначения	Формальная запись	Графическая Иллюстрация
Несвязность	$DC$	$\neg C(a,b)$	
Часть	$P$	$\forall c C(c,a) \rightarrow C(c,b)$	
Собственная часть	$PP$	$P(a,b) \wedge \neg P(b,a)$	
Равенство	$EQ$	$P(a,b) \wedge P(b,a)$	
Перекрытие	$O$	$\exists c P(c,a) \wedge P(c,b)$	
Частичное перекрытие	$PO$	$O(a,b) \wedge \neg P(a,b) \wedge \neg P(b,a)$	
Внешняя связность	$EC$	$C(a,b) \wedge \neg O(a,b)$	

# НЕЧЕТКИЕ РАСШИРЕНИЯ

На базе формул свойств нечетких отношений определим ряд нечетких топологических отношений как расширения отношений из приведенной выше таблицы.

Например, нечеткое отношение связности  $\mu_C(a,b)$  симметрично и рефлексивно; введем отношение **пороговой связности** с помощью свойств пороговой рефлексивности и пороговой симметричности, а также **слабой связности** через слабую рефлексивность и пороговую симметричность.

В свою очередь, нечеткое отношение **несвязности** определим через операцию отрицания  $\mu_{DC}(a,b) = 1 - \mu_C(a,b)$ .

Нечеткое отношение «**быть частью**»

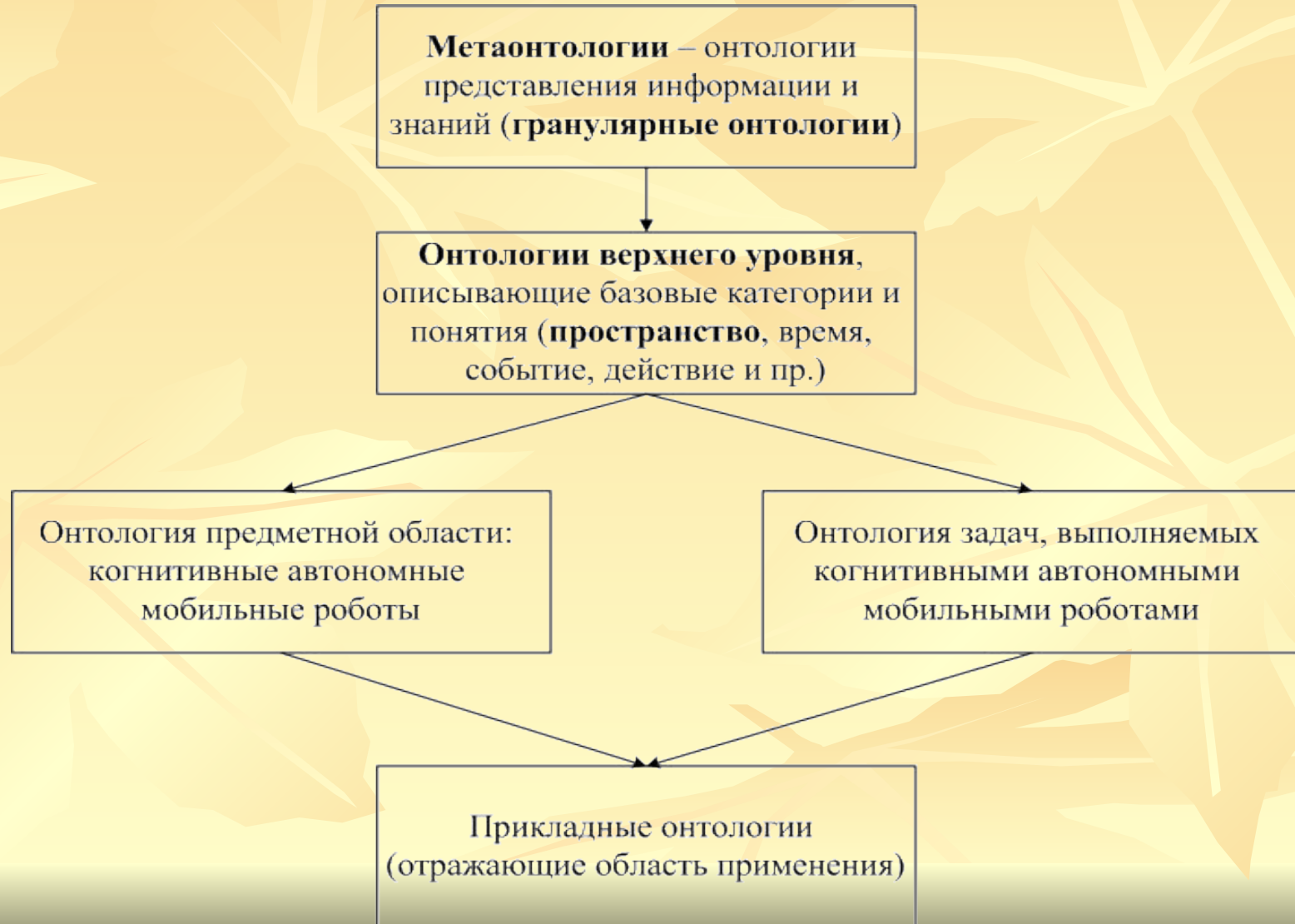
$$\mu_P(a,b) = \min_c \{ \max \{ 1 - \mu_C(c,a), \mu_C(c,b) \} \}$$

Нечеткое отношение «**быть собственной частью**» можно определить как  $\mu_{PP}(a,b) = T\{\mu_P(a,b), 1 - \mu_P(b,a)\}$ .

Например,  $\mu_{PP}(a,b) = \min\{\mu_P(a,b), 1 - \mu_P(b,a)\}$ .

# МОДИФИЦИРОВАННАЯ СХЕМА ВЗАИМОСВЯЗИ ОНТОЛОГИЙ

По сравнению с А.В.Смирнов и др. *Онтологии в системах искусственного интеллекта: способы построения и организации (часть 1)*// *Новости искусственного интеллекта.* – 2002. – №1. – С.3-13.



# ОНТОЛОГИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ГРАНУЛЯЦИИ ИНФОРМАЦИИ

Предлагается описывать общую схему грануляции информации когнитивным агентом пятеркой

$$GR = \langle X, G, C, M, T \rangle,$$

где  $X$  – проблемная область;

$G$  – семейство информационных гранул;

$C$  – множество обобщенных ограничений; каждый тип ограничения определяет требования к выбору метода грануляции;

$M$  – множество формальных методов грануляции;

$T$  – множество переходов между уровнями грануляции (преобразований гранул).

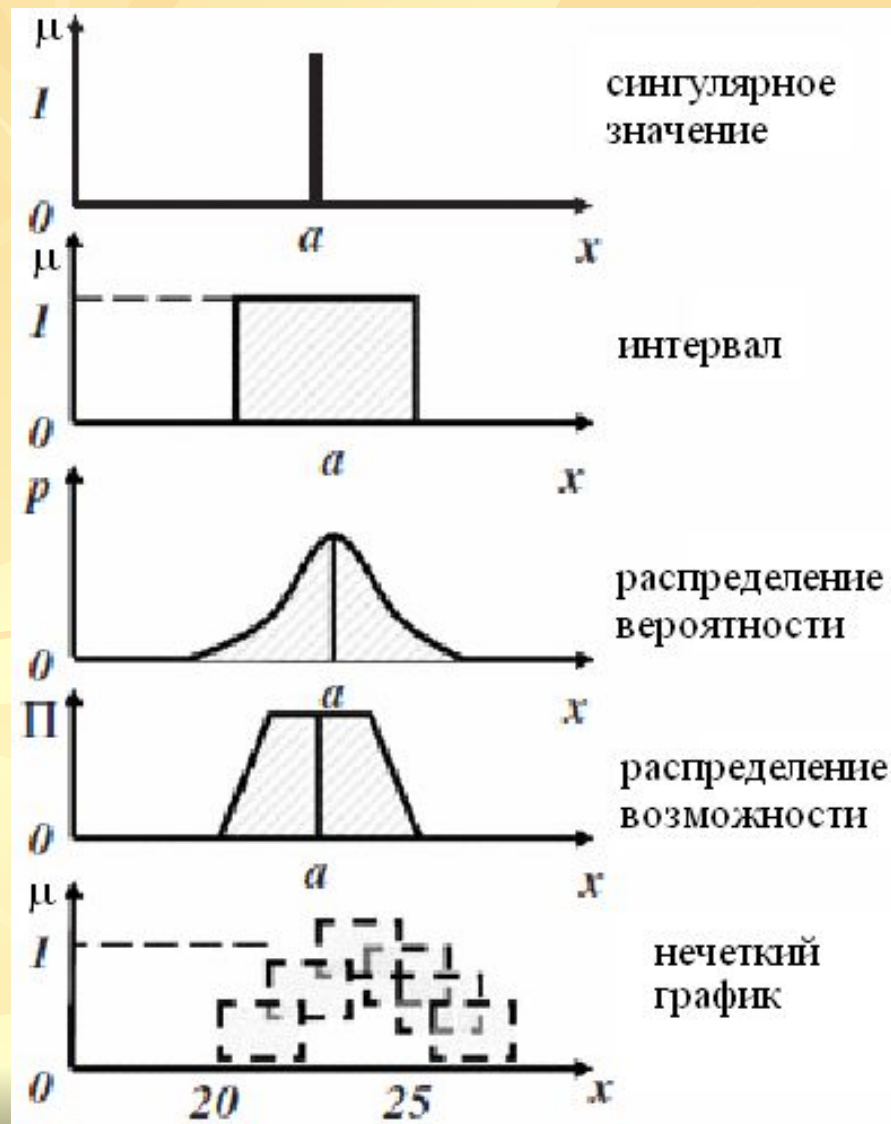
# ТИПИЧНЫЕ МОДЕЛИ ГРАНУЛ

- Интервалы
- Вложенные множества
- Недоопределенные множества
- Переопределенные множества
- Приближенные множества
- Мультимножества
- Нечеткие множества
- Лингвистические переменные

Примитивы языка гранулярных вычислений –  
покрытия, разбиения, окрестности



# ПРИМЕРЫ СИНГУЛЯРНЫХ И ГРАНУЛЯРНЫХ ЗНАЧЕНИЙ



# ПРОСТРАНСТВО КАК ОНТОЛОГИЧЕСКАЯ КАТЕГОРИЯ



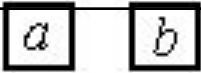
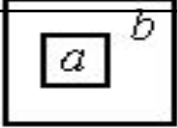
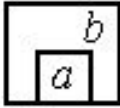

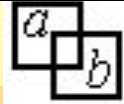
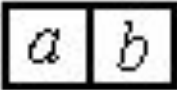
**Онтология пространства** – это определение множества пространственных примитивов и множества базовых пространственных отношений.

**Метод пространственной грануляции** определяет способ связывания логических утверждений с пространством.

Логические утверждения, истинность которых зависит от пространства, называются **пространственными утверждениями**.

В основе построения онтологии пространства лежит выбор базовой модели (теории) пространства.

# МЕРЕОТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ

Название	Обозначения	Формальная запись	Графическая Иллюстрация
Несвязность	$DC$	$\neg C(a,b)$	
Часть	$P$	$\forall c C(c,a) \rightarrow C(c,b)$	
Собственная часть	$PP$	$P(a,b) \wedge \neg P(b,a)$	
Равенство	$EQ$	$P(a,b) \wedge P(b,a)$	
Перекрытие	$O$	$\exists c P(c,a) \wedge P(c,b)$	
Частичное перекрытие	$PO$	$O(a,b) \wedge \neg P(a,b) \wedge \neg P(b,a)$	
Внешняя связность	$EC$	$C(a,b) \wedge \neg O(a,b)$	

# НЕЧЕТКИЕ РАСШИРЕНИЯ

На базе формул свойств нечетких отношений определим ряд нечетких топологических отношений как расширения отношений из приведенной таблицы.

Например, нечеткое отношение связности  $\mu_C(a,b)$  симметрично и рефлексивно; введем отношение **пороговой связности** с помощью свойств пороговой рефлексивности и пороговой симметричности, а также **слабой связности** через слабую рефлексивность и пороговую симметричность.

В свою очередь, нечеткое отношение **несвязности** определим через операцию отрицания  $\mu_{DC}(a,b) = 1 - \mu_C(a,b)$ .

Нечеткое отношение «**быть частью**»  $\mu_P(a,b) = \min \{ \max_c \{ 1 - \mu_C(c,a), \mu_C(c,b) \} \}$

Нечеткое отношение «**быть собственной частью**» можно определить как  $\mu_{PP}(a,b) = T\{\mu_P(a,b), 1 - \mu_P(b,a)\}$ . Например,  $\mu_{PP}(a,b) = \min \{ \mu_P(a,b), 1 - \mu_P(b,a) \}$ .