В.Б. Тарасов

МГТУ им. Н.Э.Баумана,

Кафедра «Компьютерные системы автоматизации производства»

e-mail: tarasov@rk9.bmstu.ru

О ВЗАИМОСВЯЗЯХ МЕЖДУ ОНТОЛОГИЯМИ И ЛОГИКАМИ:

К СТОЛЕТИЮ НЕКЛАССИЧЕСКИХ ЛОГИК В РОСИИИ

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Логические законы (синтаксис)

1) закон полноты (исключенного третьего)

$p \vee \rceil p$;

2) закон непротиворечия

$\rceil(p \wedge \rceil p)$;

3) закон отрицания отрицания (закон инволютивности)

$\rceil(\rceil p) = p$;

4) закон материальной импликации

(из лжи следует все что угодно)

Законы логической семантики

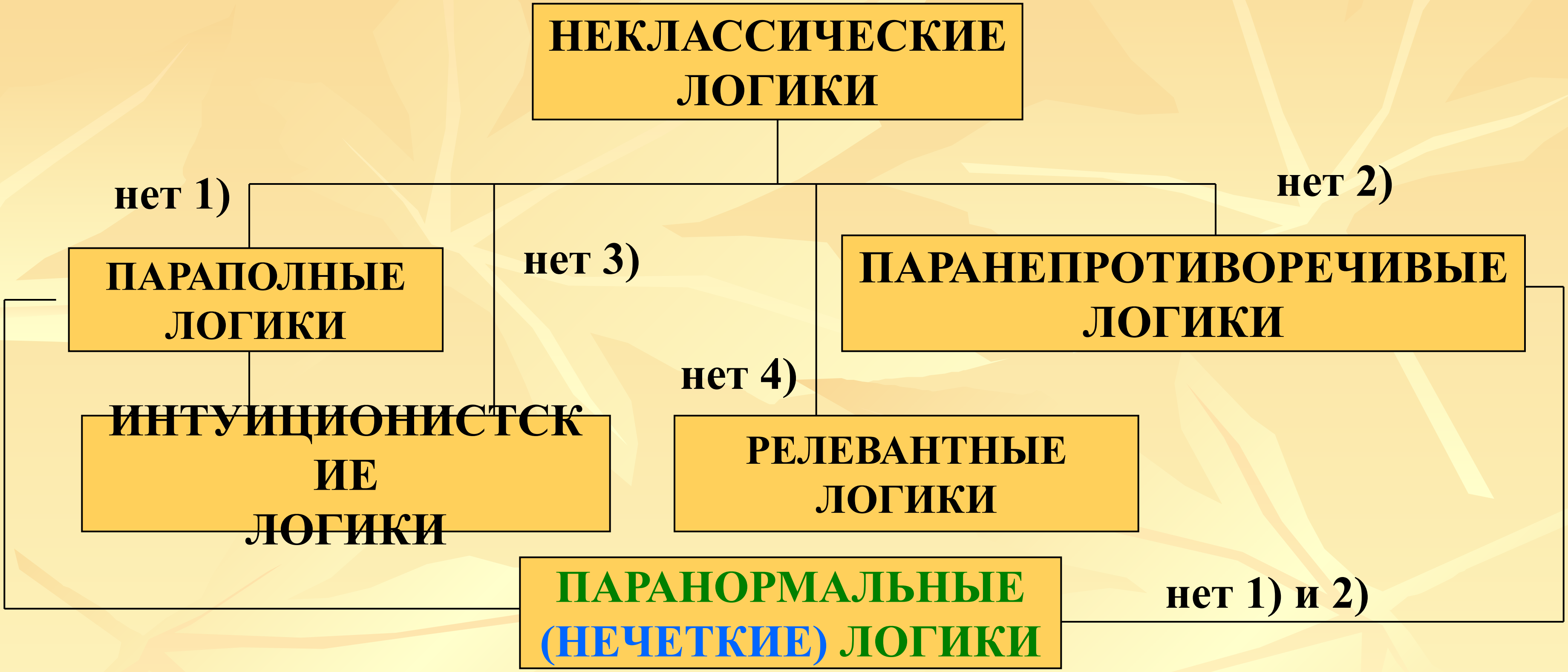
1)* принцип **бивалентности**

$T(p) \vee F(p)$;

2)* принцип **однозначности**

$\rceil\{T, F\}$

ВАРИАНТ КЛАССИФИКАЦИИ МНОГОЗНАЧНЫХ ЛОГИК



Примеры: Параполные (частичные) логики – **логика Клини**

Интуиционистские логики - **логика Гейтинга**

Паранепротиворечивые логики – **логика Бочвара, логика аргументации Финна**

Паранормальные логики – **логика Лукасевича**

ОСНОВНЫЕ ТРЕХЗНАЧНЫЕ ЛОГИКИ

Логика Лукасевича

$LM_{L3} = \langle\{1, 0.5, 0\}, \{\rceil, \to_L\}, \{1\}\rangle$

0.5 – «возможность», «безразличие»

Логика Клини

$LM_{K_3} = \langle\{1, 0.5, 0\}, \{\rceil, \vee, \to_K\}, \{1\}\rangle$

0.5 – «неопределенность, «неизвестность», «неполнота информации»

Логика Гейтинга

$LM_{H3} = \langle\{1, 0.5, 0\}, \{\neg, \wedge, \Rightarrow\}, \{1\}\rangle$

0.5 – «половинчатость» (не истинное и не ложное)

Логика Бочвара

$LM_{B3} = \langle\{1, 0.5, 0\}, \{\rceil, \wedge, \vee, \to_B\}, \{1\}\rangle$

0.5 – «бессмыслица», «абсурд»

ИСТОКИ МНОГОЗНАЧНЫХ ЛОГИК

Многозначные логики (базовые идеи Л.Брауэра, **Н.А.Васильева**, Ч.Пирса; трехзначные логики Лукасевича, Клини, Гейтинга, Бочвара; n-значные логики Лукасевича, Поста, Геделя)

Предшественники

Николай Александрович Васильев (1880 - 1940)

Ян Лукасевич (1878 - 1956),

ИСТОРИЧЕСКИЕ ДАТЫ

Реальная история неаристотелевой логики начинает свой отчет с **18 мая 1910 года,** когда в своей лекции в Казанском университете Н.А.Васильев дал сжатое изложение оригинальной концепции неаристотелевой («воображаемой») логики.

1910 г. Васильев Н.А. О частных суждениях, о треугольнике противоположностей, о законе исключенного четвертого// Ученые записки императорского Казанского университета. – 2010. Октябрь. – С.1- 47.

13 января 1911 года. Доклад Н.А.Васильева «Неевклидова геометрия и неаристотелева логика» на 150-м заседании Казанского физико-математического общества. Он вызвал большой интерес: на нем присутствовали 20 членов общества и 100 «посторонних лиц» (Известия Казанского физико-математического общества, 1911).

1912 г. Васильев Н.А. Воображаемая (неаристотелева) логика)// Журнал министерства народного просвещения. Новая серия. 1912. Август. – С.207-246.

Васильев Н.А. Логика и металогика. – Логос. – 1912-1913. Кн.1/2. – С.53-81.

Анализ работ Н.А.Васильева

Бажанов В.А. Н.А.Васильев и его воображаемая логика. – М.: Канон+, 2009.

Мальцев А.И. К истории алгебры в СССР за первые 25 лет// Алгебра и логика. – 1971. – Т.10, №1. – С.103-118.

Смирнов В.А. Логические взгляды Н.А.Васильева// Очерки по истории логики в России. – М.: 1962. – С.242-257.

Смирнов В.А. Логические идеи Н.А.Васильева и современная логика// Васильев Н.А. Воображаемая логика. Избранные труды. – М.: Наука, 1989. – С.229-259.

РОЛЬ Н.А.ВАСИЛЬЕВА В СОВРЕМЕННОЙ ЛОГИКЕ

Н.А.Васильев – основоположник неклассических логик в России, родоначальник паранепротиворечивых, многозначных, многомерных и многоуровневых логик, автор работ по неаристотелевой «Воображаемой логике».

В них он утверждает, что аристотелева логика есть только одна из многих возможных логических систем. Предметом воображаемой логики будет иной логический мир, иные логические операции.
Логика не сводится к одному принципу, одному определению.

По сути Н.А.Васильев разработал **неформальную теорию возможных миров.** Логические теории, которые изучают реальный мир, Н.А.Васильев называет **эмпирическими.** Логические же теории, изучающие возможные миры, называются им **воображаемыми.**
Воображаемая логика вносит в логику **принцип относительности**, основной принцип науки нового времени.
Воображаемая логика – это логика, свободная от закона непротиворечия.
Ведь закон логики, которые фиксирует несовместимость утверждения и отрицания – закон **непротиворечия** – неявно подразумевается в специфике нашего отрицания, в его определении.
Таким образом, исходный пункт создания воображаемой логики – это введение новых видов отрицания, обобщение понятия отрицательного суждения.

ОСНОВНЫЕ ТЕЗИСЫ Н.А.ВАСИЛЬЕВА

Эмансипация логики от влияния Аристотеля началась только в XIX-м веке. Важнейшими этапами этого движения являлись:
1) метафизическая логика Гегеля;
2) открытие законов научной индукции и критика учения о силлогизме (Дж.С.Милль);
3) создание математической логики (Буль, Пеано, Фреге, Рассел).

1. Ответ Н.А.Васильева на основной вопрос логики (является ли классическая логика универсальной?)
Классическая логика является неединственной и неуниверсальной, подобно тому, как неединственной оказалась эвклидова геометрия.

Принцип логического плюрализма, идея множественности и релятивизма логических систем.

2. Логика – эмпирическая наука. Логика зависит от свойств окружающей реальности или наших ощущений **(«логический психологизм» Н.А.Васильева,** возврат к идеям Дж.С.Милля о том, что законы логики являются обобщением опыта**).**

3. Новый логический закон. Вследствие существования трех видов (форм) суждения в неаристотелевой логике действует **закон исключенного четвертого.**

Каждый предикат либо **необходим**, либо **возможен**, либо **невозможен**.

4. Воображаемая логика позволяет нам глубже проникнуть в природу нашей логики, разделить в ней эмпирические и неэмпирические элементы. Все внеэмпирические элементы и отношения в логике составляют **металогику**. **Металогика** есть учение о мышлении, не связанное с опытом.

- Внутренняя логика – логика событий vs Внешняя логика – логика утверждений

ЛОГИЧЕСКИЙ ПЛЮРАЛИЗМ

ОСНОВОПОЛОЖНИКИ:

Н.А.ВАСИЛЬЕВ, Я.ЛУКАСЕВИЧ

ИСТОКИ: АНАЛОГИЯ С ПОЯВЛЕНИЕМ НЕЭВКЛИДОВЫХ ГЕОМЕТРИЙ

ОСНОВНОЙ ТЕЗИС:

ПРИКЛАДНАЯ ЛОГИКА НОСИТ ЭМПИРИЧЕСКИЙ ХАРАКТЕР , БУДУЧИ СИЛЬНО ЗАВИСИМОЙ ОТ МНОЖЕСТВА ОНТОЛОГИЧЕСКИХ И ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ.

ОТСЮДА СЛЕДУЕТ ЗАКЛЮЧЕНИЕ О НЕОБХОДИМОСТИ **СОСУЩЕСТВОВАНИЯ МНОЖЕСТВА РАЗЛИЧНЫХ ЛОГИК (И СЕМАНТИК)**

ОСНОВНЫЕ ПАРАДИГМЫ (ЭТАПЫ) РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ

Финн В.К. Философские проблемы логики интеллектуальных систем// Новости искусственного интеллекта. – 1999. – №1. – С.36-51.

1. Психологизм (Аристотель и логики аристотелевской традиции

Логика – раздел психологии; объекты логической науки – это формы мышления и виды рассуждений

2. Логицизм (антипсихологизм) (Д.Буль, Г.Фреге, Б.Рассел, Р.Карнап.

Предмет логики – логические исчисления. Для логицизма исчисления первичны, а рассуждения – вторичны. Более того, математика является отраслью логики

3. Неологицизм (философия и логика обоснованного знания) (А.С.Есенин –Вольпин)

3*. **Неопсихологизм** (Дж.С. Милль, Н.А.Васильев и др.). Плюрализм логик. Логика становится эмпирической наукой.

4. Синтез логицизма и психологизма в русле логик интеллектуальных систем. Зависимость логики от онтологии.

СВЯЗЬ МНОГОЗНАЧНОЙ ЛОГИКИ С НЕЭВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ

Н.А.Васильев неоднократно подчеркивал, что существуют внутренние аналогии между геометрией Н.И.Лобачевского и воображаемой логикой.
Подобно тому, как исходным пунктом геометрии Лобачевского являлся отказ от знаменитого пятого постулата Эвклида о параллельных прямых, и он построил геометрию, свободную от этого постулата, так и отправной точкой логики Н.А.Васильева является отказ от одного из важнейших законов аристотелевой логики – закона непротиворечия – и построении логики, свободной от этого закона.

Следует отметить, что почти полвека спустя после создания геометрии Лобачевского была найдена ее интерпретация на поверхностях с постоянной отрицательной кривизной – так называемых псевдосферах.
Аналогично, реализация логики Н.А.Васильева требует развития концепции логического пространства.

СВЯЗЬ МНОГОЗНАЧНОЙ ЛОГИКИ С НЕЭВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ

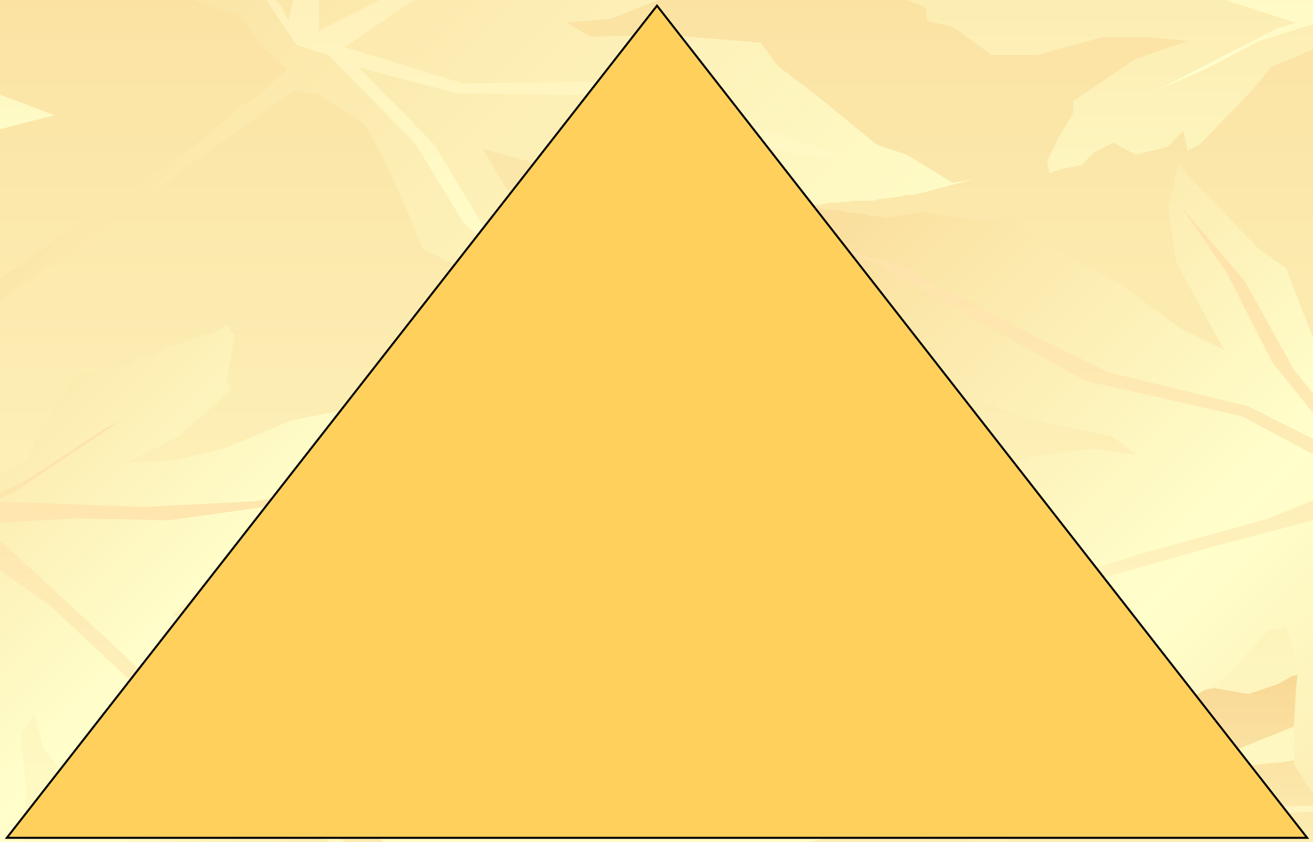
(продолжение)

В знаменитой статье «О детерминизме» Я.Лукасевич утверждал: «Кроме истинных и ложных высказываний существуют возможные высказывания.
Этим высказываниям соответствуют другие логические значения, кроме t и f, по крайней мере, одно третье логическое значение.
Трехзначная система логики отличается от обычной двузначной логики в не меньшей степени, нежели системы неэвклидовой геометрии отличаются от эвклидовой геометрии».

Лукасевич Я. О детерминизме // Логические исследования. Вып.2. – М.: Наука, 1993. – С. 190-205.

ЛОГИЧЕСКИЙ ТРЕУГОЛЬНИК Н.А. ВАСИЛЬЕВА

X **есть и не есть** ***A*** **одновременно**



X **есть** ***A***

X **не есть** ***A***

ИСЧИСЛЕНИЕ ИМЕН Н.А.ВАСИЛЬЕВА

Васильев Н.А. О частных суждениях, о треугольнике противоположностей, о законе исключенного четвертого// Ученые записки императорского Казанского университета. – 2010. Октябрь. – С.1- 47.

Эту работу Н.А.Васильев начинает с утверждения о том, что уже в логике XIX-го века замечается глухая оппозиция против традиционного деления суждений на общие, частные и единичные – деления освященного авторитетом И.Канта. По мнению, Н.А.Васильева, камень преткновения лежит в истолковании частных суждений.
Частные утвердительные суждения *A* i *B* («некоторые *A* есть *B*») и
частные отрицательные суждения *A* o *B* («некоторые *A* не есть *B*»).
Эти суждения являются неоднозначными, поскольку кванторы i и o можно понимать по-разному. Например, i можно трактовать как: 1) «некоторые, а может быть и все»; 2) «некоторые, но не все, только некоторые». Иными словами, частное суждение принимает вид гипотезы.
Н.А.Васильев предлагает в этой ситуации отказаться от частных суждений и перейти к индифферентным (конъюнктивным), проблематичным (дизъюнктивным) или акцидентальным суждениям:

Индифферентное суждение $(A \text{ a } B) \wedge (A \text{ e } B)$

Дизъюнктивное суждение $(A \text{ a } B) \vee (A \text{ e } B)$ («все *A* есть *B* или не есть *B*»)

Акцидентальное суждение *A* m *B* («все *A* могут быть *B*»)

Нет частных суждений. Все суждения относительно понятия суть общие суждения.

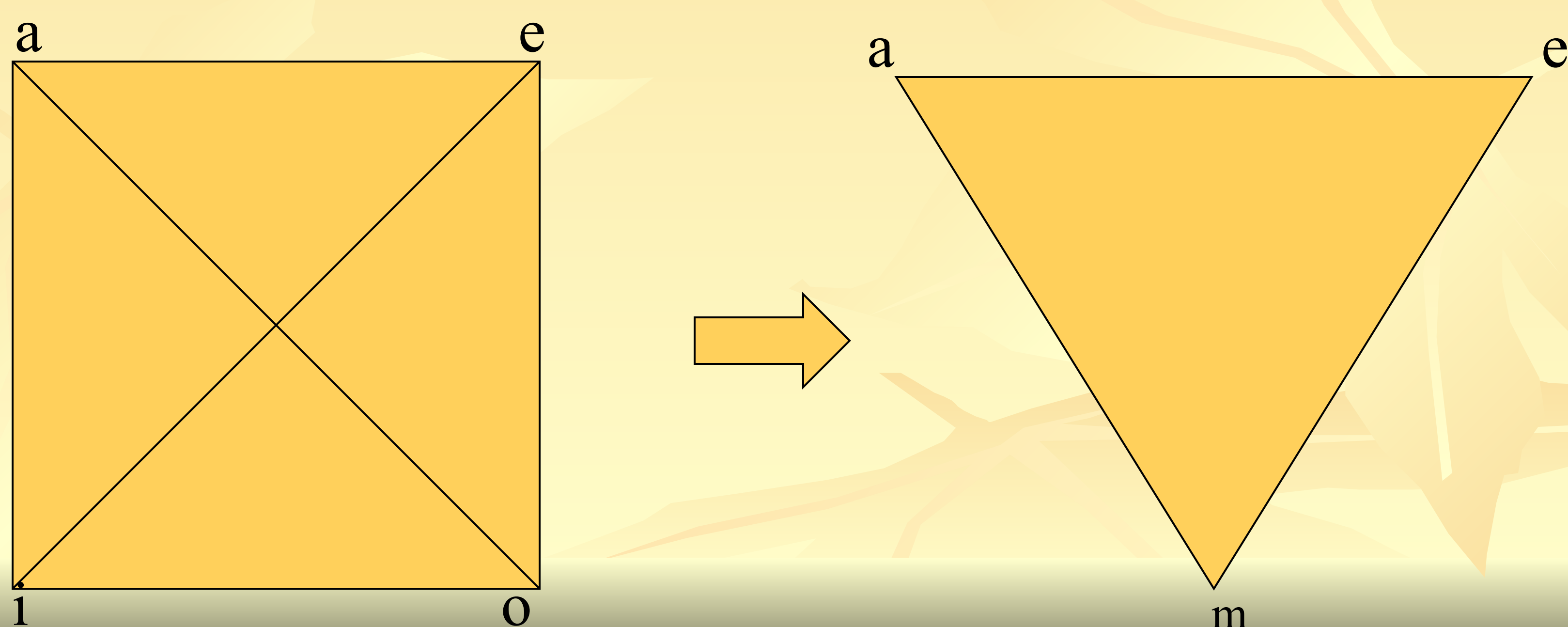
Закон исключенного четвертого: Истинно или *A* a *B*, или *A* e *B*, или *A* m *B*.

В элементарном исчислении имен Н.А.Васильева имеется только **один сорт синтаксических категорий имен *A*, *B*, *C*, *D*** и **три логические константы** в виде **двухаргументных функторов a, e и m.**

ОТ ЛОГИЧЕСКОГО КВАДРАТА К ЛОГИЧЕСКОМУ ТРЕУГОЛЬНИКУ Н. А.ВАСИЛЬЕВА

С помощью диаграммы типа «логический квадрат» иллюстрируют:
1) **противоречия, контрадикторные суждения** а и о, е и i (диагонали квадрата), которые не могут быть одновременно истинными и ложными;
2) **противоположные, контрарные** суждения а и е, i и о (горизонтали), которые не могут быть одновременно истинными, но могут быть одновременно ложными.

В треугольнике Н.А.Васильева все пары суждений-противоположностей а и е, а и m, е и m подчинены одному-единственному правилу: они не могут быть одновременно истинными, но могут быть одновременно ложными.
Между суждениями i и о нет противоположности: они слиты в едином суждении m.



ДВУХУРОВНЕВАЯ ЛОГИЧЕСКАЯ СИСТЕМА Н.А.ВАСИЛЬЕВА

Васильев Н.А. Логика и металогика. – Логос. – 1912-1913. Кн.1/2. – С.53-81.

«Одни логические принципы неизменны, неустранимы и абсолютны (формальные, рациональные принципы логики), другие же, например, закон непротиворечия и закон исключенного третьего, относительны, устранимы из логики, материальны и эмпиричны. Отсюда вытекает, что наша логика отличается двойственным характером, что она полуэмпирична, полурациональна, и поэтому ей может быть противопоставлена чисто формальная и чисто рациональная дисциплина, **обобщенная логика**, которую мы предложили бы назвать **металогикой…».**

Изменяя онтологию, комбинируя различные свойства реальности, можно получить различные воображаемые логики. Этот метод в логике аналогичен сравнительному и экспериментальному методам в естествознании.

ДВУХУРОВНЕВАЯ ЛОГИЧЕСКАЯ СИСТЕМА Н.А.ВАСИЛЬЕВА (продолжение)

Н.А.Васильев ввел понятие исходной двухуровневой логической структуры: ***логика* и *металогика*** (или **внутренняя логика** – логика событий и **внешняя логика** – логика утверждений).

Н.А.Васильев различал **два уровня логического знания:**

1) уровень, определяемый бытием, онтологией;
2) уровень, определяемый особенностями мышления – концептуальный.

Нижний, онтологический уровень составляет логика событий, а верхний уровень – логика истинности.

МЕТАЛОГИКА
(ВНЕШНЯЯ ЛОГИКА ИЛИ ЛОГИКА УТВЕРЖДЕНИЙ)

ЭМПИРИЧЕСКАЯ ЛОГИКА
(ВНУТРЕННЯЯ ЛОГИКА ИЛИ ЛОГИКА СОБЫТИЙ)

Основным законом металогики Н.А.Васильев считает закон абсолютного различения истины и лжи: одно и то же суждение не может быть одновременно истинным и ложным.

Впоследствии он стал утверждать, что металогика должна строиться только на одних утвердительных высказываниях.

В качестве примеров законов эмпирической логики Н.А. Васильев приводит законы непротиворечия и исключенного третьего

Васильев Н.А. Логика и металогика. – Логос. – 1912-1913. Кн.1/2. – С.53-81.

ДВУХУРОВНЕВАЯ ЛОГИЧЕСКАЯ СИСТЕМА (окончание)

Основная идея двухуровневой логики заключается в разграничении *эмпирических* и *абстрактных* логических законов.
На эмпирическом уровне любая логическая конструкция зависит от онтологических допущений о мире.
Напротив, на уровне металогики (классической двузначной логики) происходит отвлечение от всякого содержания.
Поэтому она и является универсальной.
По сути, металогика выступает как логика без отрицательных суждений (поскольку в классической логике отрицательные суждения не атомарны, а являются результатом вывода).

С двухуровневой логической системой также связана идея разделения логических операций на внутренние и внешние. Эта идея оказалась весьма плодотворной; особенно тщательно она проработана у Д.А.Бочвара, построившего первую трехзначную логику бессмыслицы для разрешения логических парадоксов.

РАЗВИТИЕ НЕТРАДИЦИОННЫХ ЛОГИК И ИХ ПРИЛОЖЕНИЙ В СССР

А.Н.Колмогоров (1925 и 1932 г.). Интуиционистские логики

И.Е.Орлов (1928 г.). Импликации. Релевантные логики

Д.А.Бочвар (1938 г.). Трехзначная логика бессмыслицы.

А.А.Зиновьев (1963 г.). Комплексная логика.

В.К.Финн (1974 г.). Аксиоматизация трехзначных исчислений высказываний и их алгебр

В.Н. Гришин (1974 г.). Об одной нестандартной логике и ее применении в теории множеств

Д.А.Поспелов (1975 г.). Псевдофизические логики.

В.А.Смирнов (1989 г.). Комбинированные логики. Многомерные логики.

А.С.Карпенко

РАБОТЫ А.Н.КОЛМОГОРОВА ПО ИНТУИЦИОНИСТСКОЙ (КОНСТРУКТИВНОЙ) ЛОГИКЕ

Уже в 1925 г. А.Н.Колмогоров обращал внимание на относительность закона исключенного третьего, а в 1932 г. в работе «К толкованию интуиционистской логики» он предложил новую интерпретацию интуиционистского исчисления предикатов А.Гейтинга в виде «исчисления проблем».

Колмогоров А.Н. О принципе tertium non datur// Математический сборник. – 1925. – Т.32, №4. – С.646-667.

Kolmogoroff A.N. Zur Deutung der Intuitionistischen Logic// Mathematische Zeitschrifft. – 1932. – Vol.35. – S.58-65.

Д.А.БОЧВАР: ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ КОНЦЕПЦИИ

1. Построение **трехзначной логики парадоксов** (работы по формализации парадокса лжеца и других семантических парадоксов средствами специальной трехзначной логики)
2. Идея различения внутренних и внешних логических связок, а следовательно, построения двух уровней языка – внутреннего языка, в котором выражаются некоторые факты, но нет доказательств, и внешнего языка, в котором доказываются утверждения, в том числе, о формулах внутреннего языка (парадоксальная формула принадлежит внутреннему языку, а утверждение ее бессмысленности – внешнему).
3. Рассмотрение многозначных логик как фрагментов формализованной семантики **(Принцип: сначала семантика, а затем – формальная логическая конструкция).** Это означает интерпретируемость истинностных значений в содержательных терминах (например, порождение истинностных значений высказываний посредством правил правдоподобного вывода). Оно опирается на тезис Д.А.Бочвара об адекватности многозначных логик базам данных с неполной информацией.

Бочвар Дмитрий Анатольевич (1903-1990)

Д.А. БОЧВАР – РОДОНАЧАЛЬНИК ГЕОМЕТРИКО-АНАЛИТИЧЕСКОГО ПОДХОДА В НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКЕ

Бочвар Д.А. К общей теории логических матриц с континуумом валентностей// Исследования по теории множеств и неклассическим логикам. – М.: Наука, 1976. – С.198-220.

В 1976 г. за несколько лет по появления первых работ по формированию и использованию треугольных норм и конорм в нечеткой логике (в том числе, параметрических функций, таких как семейства норм Гамахера, Сугено, Франка и др.) и более чем за 20 лет до выхода в свет работ П.Хаека по представлению нечетких логик как континуальных логик, порожденных с помощью непрерывных треугольных норм Д.А.Бочвар предложил набросок общей теории логических матриц с континуумом валентностей (т.е. по сути, вариант теории параметризованных нечетких логик), в русле которой в бесконечнозначную логику были впервые введены нелинейные функции отрицания и импликации.

В результате были построены семейства гиперболических, параболических, эллиптических логик: гиперболические логики как расширения бесконечнозначных логик Лукасевича и Геделя.

Впоследствии Григолия Р.Ш. и Финн В.К. ввели аппарат B_n-алгебр (квазиалгебр), которые соответствуют n-значной логике Бочвара.

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ БЕСКОНЕЧНОЗНАЧНЫЕ ЛОГИКИ:

Различные геометрические интерпретации бесконечнозначных семантик

А. Гиперболические логики задаются логическими матрицами, для которых операции отрицания $n_H(x)$ и импликации $I_H(x,y)$ представляют собой уравнения гипербол или поверхностей гиперболического типа соответственно

$$LM_{HL} = \langle [0,1], \{1\}, n_H, I_H \rangle,$$

I. Обобщение логики Лукасевича

1. Семейство параметрических отрицаний $n_H(x) = k\,(1 - x)/\,(1 + x)$

2. Семейство импликаций

$$I_H(x, y) = \begin{cases} 1, \text{ если } x \le y \\ k[(1-(x-y)/k+(x-y)], \text{ если } x>y \end{cases}$$

При $k \to \infty$ $n_H(x) \to 1 - x$ (линейное отрицание Лукасевича)

$I_H(x,y) \to \min\{1, 1 - x + y\}$ (импликация Лукасевича)

РАЗВИТИЕ ИДЕЙ Н.А.ВАСИЛЬЕВА В.А. СМИРНОВЫМ: КОМБИНИРОВАННЫЕ ЛОГИКИ

На основе идей Н.А.Васильева у В.А.Смирнова возникла концепция **комбинированных логик**, где вводятся эмпирическая логика (операции над событиями), а на абстрактном уровне фигурирует классическая логика.

С точки зрения В.А.Смирнова возможен двоякий подход к неклассическим логикам.
Либо абстрактная часть логики (логика истинности) не изменяется, а внутренняя онтологическая часть может быть отлична от классической (например, за счет изменения онтологических предпосылок)
Либо, напротив, онтологическая часть остается прежней, а меняется абстрактная логика (пересматриваются гносеологические предпосылки).

Возможна комбинация этих двух подходов, когда неклассичность появляется за счет пересмотра как онтологических, так и гносеологических предпосылок.

Смирнов В.А. Утверждение и предикация. Комбинированные исчисления высказываний и событий// Синтаксические и семантические исследования неэкстенсиональных логик. – М.: Наука,1989. – С.27-35.

УНИВЕРСАЛЬНАЯ ЛОГИКА

Logica Universalis: Towards a General Theory of Logic. **J. Beziau**, University of Neuchatel, Switzerland (Ed.) Birkhauser Verlag, 2008.

Универсальная логика – это не новая логика, а скорее попытка построить общую теорию логик, рассматриваемых как математические (в частности, алгебраические, геометрические, топологические) структуры.

Причина возникновения: реакция на логический плюрализм, появление сотен новых логик в последнее время, что влечет за собой потребность их систематизации и упорядочения.

Главный инициатор: **Ж.-И. Безье (универсальная логика** играет роль, аналогичную роли универсальной алгебры при изучении различных алгебраических структур**)**

Прародители: А.Тарский, А.Линденбаум, С.Яськовский

Примеры основных понятий универсальной логики: **логическая система, логическая операция, логическое следование, логическая матрица, многозначные логики**

Логической матрицей **называется тройка** $LM = \langle V, \Omega, D \rangle$,
где V есть непустое множество значений истинности;
Ω – множество операций над значениями истинности v из V;
$D \subset V$ – множество выделенных значений истинности.

Замечание. Логическая матрица LM может быть представлена парой $LM = \langle UA, D \rangle$, где UA – универсальная алгебра с сигнатурой $\omega_1,\ldots,\omega_n$.

Под логикой (по Р.Вуйцицкому) понимается пара $\Lambda = \langle X, Cn \rangle$, где X – множество логических формул, а Cn – оператор присоединения следствий, который удовлетворяет условиям: монотонности, рефлексивности, идемпотентности, структурности.

РАЗВИТИЕ ИДЕЙ Н.А.ВАСИЛЬЕВА В.А. СМИРНОВЫМ: МНОГОМЕРНЫЕ ЛОГИКИ

Главная идея многомерных логик состоит в том, что опыт дает нам атомарные утверждения многих типов, и отсюда мы приходим к понятию многомерных миров. Эта идея лежит в основе логической семантики возможных миров или точек соотнесения. В N-мерной логике действует закон исключенного (N+1)-го.

Двумерный случай В.А.Смирнов рассматривает на примере дважды алгебр Брауэра.
Смирнов В.А. Дважды алгебры и симметрические логики// Логические исследования. Вып.1. – М.: Наука, 1993. – С.46-54.

Первоначально В.А.Смирнов предложил аксиоматику N-мерных логик в форме силлогистики. Позднее им было предложено построение логики N измерений в виде алгебры классов.
Смирнов В.А. Аксиоматизация логических систем Н.А.Васильева// Современная логика и методология науки. – М.: Наука, 1987. – С.143-151.

Смирнов В.А. Многомерные логики// Логические исследования. Вып.2.– М.: Наука, 1993.– С.259-278.

Другие примеры. У А.Н.Прайора в каждом возможном мире имеет место трехзначная логика Лукасевича.

ПСЕВДОФИЗИЧЕСКИЕ ЛОГИКИ Д. А.ПОСПЕЛОВА

Псевдофизическая логика (ПФЛ) – это логика, отражающая восприятие субъектом или искусственной системой закономерностей внешней физической среды. Особенностью ПФЛ является наличие **нечетких шкал**, на которые проецируются объекты. Примерами ПФЛ являются **временные логики, пространственные логики, логики действий** и т.п.

[Толковый словарь по ИИ, 1992, с.45-46]

Псевдофизические логики – класс логических систем, имеющих следующие особенности:
1. В качестве пропозициональных переменных используются лингвистические переменные (ЛП) Л.Заде, имеющие в качестве значений либо слова естественного языка, либо нечеткие множества, соответствующие этим словам, а также числовые (базовые) переменные.

Например, в **частотной логике** И.В.Ежковой и Д.А.Поспелова (1977) в качестве ЛП берется «Частота события» с множеством значений {никогда, чрезвычайно редко, редко, ни часто, ни редко, часто, очень часто, почти всегда, всегда}, а в качестве числовой переменной {0, 1/5, 2/5, 3/5, 4/5, 1}.

2. На множестве значений для всех переменных имеются **порядковые шкалы** с отношением строгого порядка. Точнее для ЛП существуют порядковые шкалы, а для числовых переменных – метрические шкалы.

3. Выводы, используемые в псевдофизических логиках, учитывают порядковые и метрические шкалы, а также расположение событий на них.

Первые работы по ПФЛ появились в 1975 г.
[Представление знаний в человеко-машинных и робототехнических системах, т.А, 1984, с.48-50]

ПСЕВДОФИЗИЧЕСКИЕ ЛОГИКИ
(ПРОДОЛЖЕНИЕ)

По аналогии с современной психофизической схемой и в отличие от классической аристотелевской логики **псевдофизические логики** описывают не идеальный платоновский мир, **а восприятие реального физического мира конкретным субъектом (агентом).**

Псевдофизическая логическая система представляет собой семейство взаимосвязанных логических подсистем, которые можно отнести к двум основным уровням.
На первом уровне находятся **пространственная, временная, каузальная логика**, а также **логика действий**.
На втором, более высоком уровне находятся **логика оценок**, **логика мнений, логика норм** и пр.
Следует отметить, что логики первого уровня непосредственно связаны с взаимодействием агентов (например, роботов) с внешней средой.
Псевдофизические логики опираются на специальные **шкалы:** как порядковые, так и метрические. Взаимосвязь между шкалами задается с помощью **нечеткого отношения моделирования (А.Н.Аверкин)**
Суть псевдофизических логик составляет работа с событиями (т.е. с формулами, соотнесенными с отметками на шкалах).
Взаимное положение событий на множестве шкал, возможные перемещения по шкалам и связь этих перемещений с изменениями на других шкалах позволяют описать те процессы вывода, которые характерны для псевдофизических систем.

ПСИХО-ЛОГИКА: ПОЛЯРНЫЕ ШКАЛЫ

СИСТЕМА ОППОЗИЦИОННЫХ ШКАЛ – ОБЪЕКТИВНАЯ ОСНОВА ПОСТРОЕНИЯ ОБРАЗА МИРА (ПО А.Н.Леонтьеву)

ОЦЕНИВАНИЕ НА ПОЛЯРНЫХ ШКАЛАХ – ВАЖНЕЙШИЙ СПОСОБ ФОРМИРОВАНИЯ ЧЕЛОВЕЧЕСКИХ ЗНАНИЙ

В мышлении человека порядо ксоздается из хаоса путем формирования системы **оппозиционных (полярных) шкал** и различения некоторых объектов с помощью набора оценок на этих шкалах.

У оппозиционной шкалы всегда есть **два конца (полюса)** и **середина (нейтральная точка),** которая делит всю шкалу на две части – **положительную** и **отрицательную**

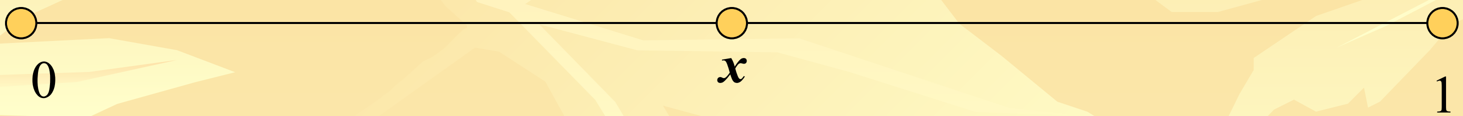
-1 0 +1

A^{-} A_0 A^{+}

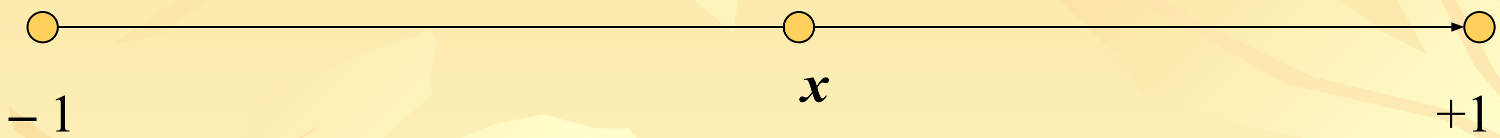
В середине шкалы происходит переключение с одного типа оценок на другой.

НЕКОТОРЫЕ ИНТЕРЕСНЫЕ ПРОСТРАНСТВА *E*, СВЯЗАННЫЕ С ОППОЗИЦИОННЫМИ ШКАЛАМИ И МНОГОЗНАЧНЫМИ ЛОГИКАМИ

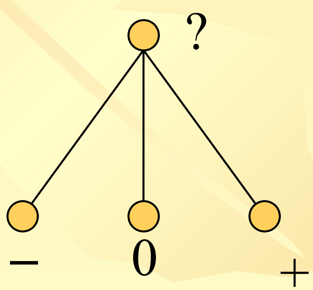
Пространство Лукасевича (Заде)



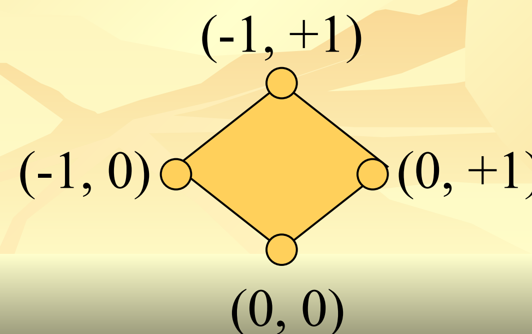
Пространство Чэна



Пространство Де Клира



Каноническое биполярное пространство



«СЕРЫЕ» И «ЧЕРНО-БЕЛЫЕ» ШКАЛЫ ПО Д.А.ПОСПЕЛОВУ

Д.А.Поспелов (1994) предложил **две интерпретации нейтральной точки биполярной шкалы**:

1) точка перехода от положительного свойства к отрицательному и наоборот **(точка наибольшего противоречия, семантической амбивалентности);**
2) точка разрыва (точка полной неопределенности, семантического провала оценки, перескока на другие шкалы)

АКСИОМАТИКА [Тарасов, 2001]

«СЕРЫЕ» ШКАЛЫ	**«ЧЕРНО-БЕЛЫЕ ШКАЛЫ»**
а) $A^{+}\uparrow \Rightarrow A^{-}\downarrow$ (взаимная компенсация между оценками A^{+} и A^{-})	**а*) $A^{+}\uparrow \Rightarrow A^{-}$?**
б) $A^{-} = \mathrm{n}\,(A^{+})$ (положительная и отрицательная оценки связаны между собой отрицанием)	**б*) $A^{-} \neq \mathrm{n}\,(A^{+})$**
в) A^{0} есть $(A^{+} = A^{-})$ (в нейтральной точке обе оценки присутствуют в равной степени)	**в*) A^{0} есть $\rceil\,(A^{+} \vee A^{-})$ (нейтральная точка отсутствует: ни то, ни се)**

ОБОБЩЕННЫЕ ШКАЛЫ

Понятие **некласcической (обобщенной)** шкалы ввел **Д.А.Поспелов** (1994-1997).

В отличие от обычных шкал, где каждой точке соответствует один-единственный объект, **на обобщенных шкалах любой точке** может с **разными степенями** соответствовать **множество объектов.** Кроме того, здесь можно выделить различные отношения порядка: 1) порядок по силе (положительных или отрицательных) оценок; 2) порядок по степени определенности оценок; 3) порядок по степени противоречивости оценок.

Параллели между неклассическими логическими семантиками и обобщенными шкалами

Семантика Белнапа: **Обобщенные шкалы:**

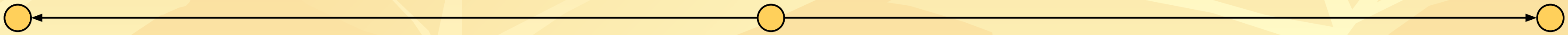
отбрасываются

1) Принцип бивалентности; **1*) Принцип принадлежности;**

2) Принцип однозначности. **2*) Принцип различимости.**

ПЕРЕХОД ОТ ОППОЗИЦИОННОЙ К КОЛЬЦЕВОЙ ШКАЛЕ

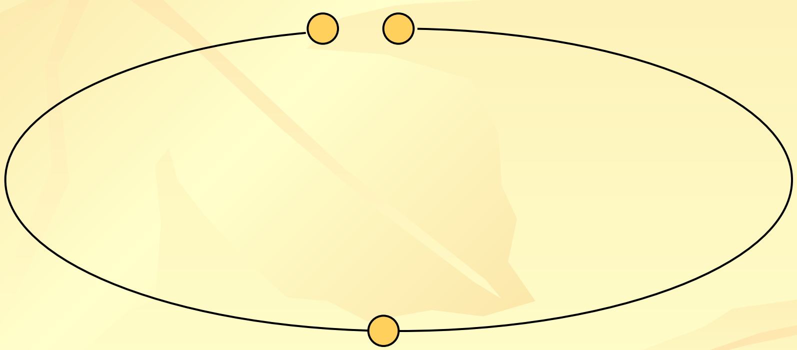
Противодействие **Безразличие** **Содействие**

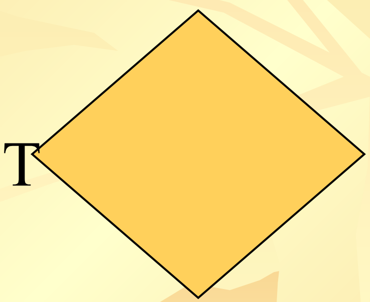


Деформированная оппозиционная) шкала

Новая интерпретация решетки Скотта

Переходы от противодействия к содействию агентов и наоборот



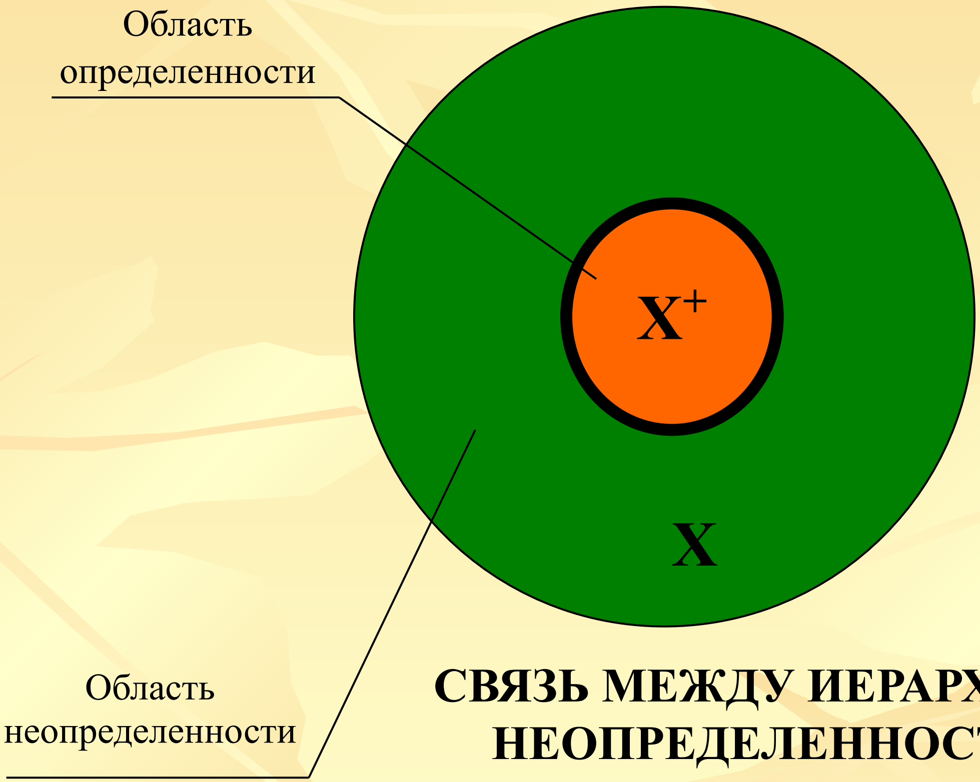


НЕСТАНДАРТНЫЕ МНОЖЕСТВА

Нестандартные множества с областью недоопределенности или переопределенности

$$\boldsymbol{X} = \langle \boldsymbol{X}^{+}, \boldsymbol{X}^{-}, \boldsymbol{X}^{0} \rangle, \text{ где } \boldsymbol{X}^{+} = \{\boldsymbol{x} | \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{X}\}, \boldsymbol{X}^{-} = \{\boldsymbol{x} | \boldsymbol{x} \notin \boldsymbol{X}\}, \boldsymbol{X}^{0} = \{\boldsymbol{x} | \boldsymbol{x}\ ?\boldsymbol{X}\}$$

$$f(X) \in \{+1, 0{,}5, 0\}$$



СВЯЗЬ МЕЖДУ ИЕРАРХИЕЙ И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ

$$H = (X^{+}, X^{0}),\ X^{+} \subseteq X,\ X^{0} = X \setminus X^{+}$$

НЕКОТОРЫЕ ВИДЫ НЕСТАНДАРТНЫХ МНОЖЕСТВ

1. **Переопределенное множество** – это множество с избыточной и противоречивой информацией относительно принадлежности его элементов

$$A_{sd} \Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} +1, \text{ если } x \in A; \\ 0.5, \text{ если } x(\in \wedge \notin)A; \\ 0, \text{ если } x \notin A. \end{cases}$$

2. **Недоопределенное множество** – это множество с неполной информацией относительно принадлежности его элементов

$$A_{ud} \Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} +1, \text{ если } x \in A; \\ 0.5, \text{ если } x(\rceil\in \wedge \rceil\notin)A; \\ 0, \text{ если } x \notin A. \end{cases}$$

ПРИБЛИЖЕННОЕ МНОЖЕСТВО

Павляк З. Приближенные множества – основные понятия// Логические исследования. Вып.1. – М.: Наука, 1993. – С.6-19.

Пусть X – множество, а $R \subseteq X \times X$ – отношение неразличимости (эквивалентности).

Тогда пара $\wp = (X, R)$ образует пространство приближений.

Классы эквивалентности по отношению R называются элементарными множествами в пространстве приближений $\wp$, а любая совокупность элементарных множеств образует составное множество в $\wp$.

Произвольное подмножество $A \subseteq X$ можно точно определить на основе имеющейся информации, т.е. классов эквивалентности.

Вместо этого каждое множество заменяется двумя множествами, которые называются нижним приближением $\underline{R}X = \{x \mid |x|_R \subseteq X\}$ (наибольшее составное множество, содержащееся в X) и верхним приближением $RX = \{x \mid |x|_R \cap X\}$ (наименьшее составное множество, содержащее X) соответственно.

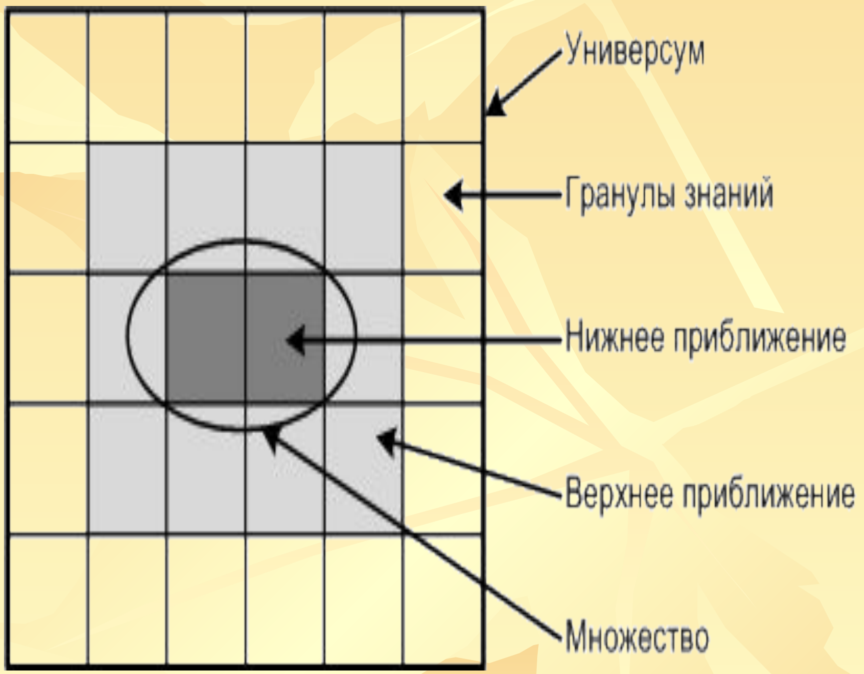
ПРИБЛИЖЕННОЕ МНОЖЕСТВО (продолжение)

Приближенное множество расположено между этими двумя приближениями

$$\underline{R}X \subseteq X \subseteq RX$$

Для каждой пары приближений различаются три различных области:

1) $POS_R(X) = \underline{R}X$ (R – положительная область X, в которой все объекты определенно принадлежат множеству X);
2) $NEG_R(X) = U \setminus X$ (R – отрицательная область X, в которой все объекты определенно принадлежат дополнению X' к множеству X);
3) $BNDR(X) = X \setminus \underline{R}X$ (R-пограничная область X, где содержатся все объекты, которые не могут быть с определенностью отнесены ни к X, ни к его дополнению X'.



В приближенных множествах пограничная область позволяет моделировать неточность, а повышение точности означает уменьшение пограничной области

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ОНТОЛОГИЙ.
Общее понятие онтологии

Значительный вклад в теорию и проектирование онтологий внесли Т.Грубер, Н.Гуарино, Р.Мизогучи, Р.Студер, Т.А.Гаврилова, А.С.Клещев, А.В.Смирнов, С.В.Смирнов и др.

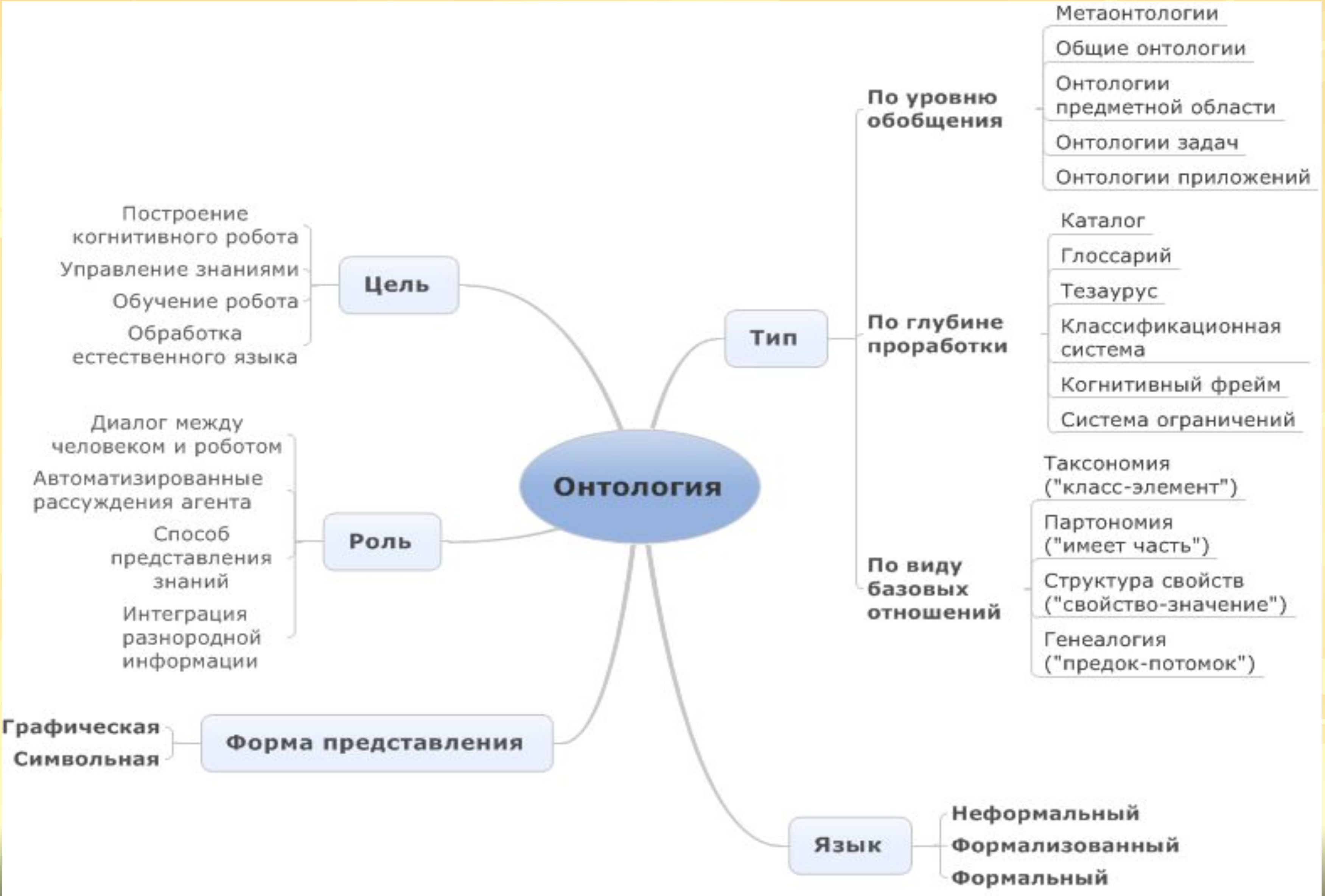
Онтология – это явное и формализованное определение структуры некоторой проблемной области (темы).

Подобное описание всегда опирается на концептуализацию этой области, которая обычно задается в виде системы исходных объектов (понятий), отношений между ними и положений (аксиом).

Поэтому онтологию часто понимают как «спецификацию разделяемой разными людьми концептуализации» или, иначе, отождествляют с набором сосуществующих концептуальных моделей предметной области.

По сути, онтологии отражают соглашения о единых способах построения и использования концептуализации.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОНТОЛОГИИ С ПОМОЩЬЮ МЕНТАЛЬНОЙ КАРТЫ



ОНТОЛОГИИ В СИСТЕМЕ МОДЕЛЕЙ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЗНАНИЙ

МЕРЕОЛОГИЯ Ст. ЛЕСЬНЕВСКОГО: ПРИМЕР АКСИОМАТИЗАЦИИ ОНТОЛОГИИ

Мереологией называется учение о частях целого. Как известно, в классической теории множеств активно используются постулат различимости элементов, а также понятие пустого множества.

В отличие от этого мереология:

1) делает акцент на целостности множества как «коллективного класса», что позволяет считать ее прямой предшественницей теории грануляции Л.Заде;

2) основана на единственном отношении «быть частью»;

3) обходится без пустого множества.

Мереология Лесьневского (*партономия*) опирается на следующие аксиомы, которые положены в основу ряда моделей пространства:

1. Любой предмет есть часть самого себя (аксиома рефлексивности).

2. Две различные вещи не могут быть частями друг друга: если P – часть предмета Q, то Q не есть часть предмета P (аксиома антисимметричности).

3. Если P есть часть предмета Q, а Q – часть предмета R, то P есть часть предмета R (аксиома транзитивности).

Таким образом, отношение «часть–целое» рефлексивно, антисимметрично и транзитивно, т.е. является отношением нестрогого порядка.

ПРОСТРАНСТВО КАК ОНТОЛОГИЧЕСКАЯ КАТЕГОРИЯ

Онтология пространства – это определение множества пространственных примитивов и множества базовых пространственных отношений.
Метод пространственной грануляции определяет способ связывания логических утверждений с пространством.
Логические утверждения, истинность которых зависит от пространства, называются **пространственными утверждениями**.
В основе построения онтологии пространства лежит выбор базовой модели (теории) пространства.

МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВА НЬЮТОНА И ЛЕЙБНИЦА

В качестве двух классических моделей пространства можно указать пространство Ньютона и пространство Лейбница.
В отличие от теории «пустого» пространства Ньютона, Лейбниц предложил реляционную концепцию пространства, согласно которой пространство связывается с порядком взаимного расположения и сосуществования в нем различных тел.
По Лейбницу, пространство представляется неявно, через отношения между объектами. Обычно в нем вводится определенная метрика или топология, чтобы оценивать размеры объектов и расстояния между ними.
Построение онтологии пространства предполагает определение множества *пространственных примитивов*, множества базовых *пространственных отношений*, задание *структуры пространства* – области интерпретации пространственных примитивов и ее свойств в виде аксиом теории пространства, исходя из требований предметной области.

Свойства абсолюлютного пространства по Ньютону	**Свойства реального пространства для когнитивного мобильного робота**
1) бесконечность	1*) конечность
2) непрерывность	2*) дискретность
3) однородность	3*) неоднородность
4) изотропность	4*) неизотропность
5) неподвижность	5*) шкалированность

Исходя из сравнительного анализа свойств абсолютного пространства Ньютона и реального локального пространства робота в работе для построения онтологии пространства использована базовая модель Лейбница
Поскольку, по Лейбницу реальное физическое пространство интерпретируют как множество объектов, в качестве пространственных примитивов можно использовать *точки* или *области* пространства.

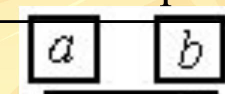
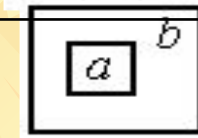
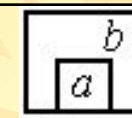
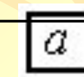
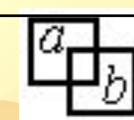
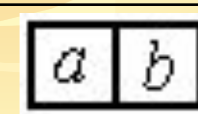
ОНТОЛОГИЯ С ПРИМИТИВАМИ ВИДА ОБЛАСТЕЙ ПРОСТРАНСТВА

Для онтологий, в которых примитивами являются области, можно выделить три главных типа отношений – **геометрическое** («конгруэнтность»), **мереологическое** («быть частью») и **топологическое** («связность»).

Конгруэнтность позволяет определить отношение сходства между областями. В геометрии две фигуры называются конгруэнтными, если одну из них можно перевести в другую с помощью движения. В свою очередь, понятие связности есть математическое выражение интуитивного представления о целостности разных геометрических фигур. Топологическое **отношение связности рефлексивно, симметрично и монотонно.**

В настоящее время построение общей онтологии пространства идет по линии интеграции подходов мереологии и топологии: Мереология + Топология = **Мереотопология**. При этом система мереотопологии строится на основе одного-единственного отношения связности.

МЕРЕОТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ

Название	Обозна-чения	Формальная запись	Графическая Иллюстрация
Несвязность	*DC*	$\neg C(a,b)$	
Часть	*P*	$\forall c\ C(c,a) \rightarrow C(c,b)$	
Собственная часть	*PP*	$P(a,b) \wedge \neg P(b,a)$	
Равенство	*EQ*	$P(a,b) \wedge P(b,a)$	
Перекрытие	*O*	$\exists c\ P(c,a) \wedge P(c,b)$	
Частичное перекрытие	*PO*	$O(a,b) \wedge \neg P(a,b) \wedge \neg P(b,a)$	
Внешняя связность	*EC*	$C(a,b) \wedge \neg O(a,b)$	

НЕЧЕТКИЕ РАСШИРЕНИЯ

На базе формул свойств нечетких отношений определим ряд нечетких топологических отношений как расширения отношений из приведенной выше таблицы.

Например, нечеткое отношение связности $\mu_C(a,b)$ симметрично и рефлексивно; введем отношение **пороговой связности** с помощью свойств пороговой рефлексивности и пороговой симметричности, а также **слабой связности** через слабую рефлексивность и пороговую симметричность.

В свою очередь, нечеткое отношение **несвязности** определим через операцию отрицания $\mu_{DC}(a,b) = 1 - \mu_C(a,b)$.

Нечеткое отношение «**быть частью**»

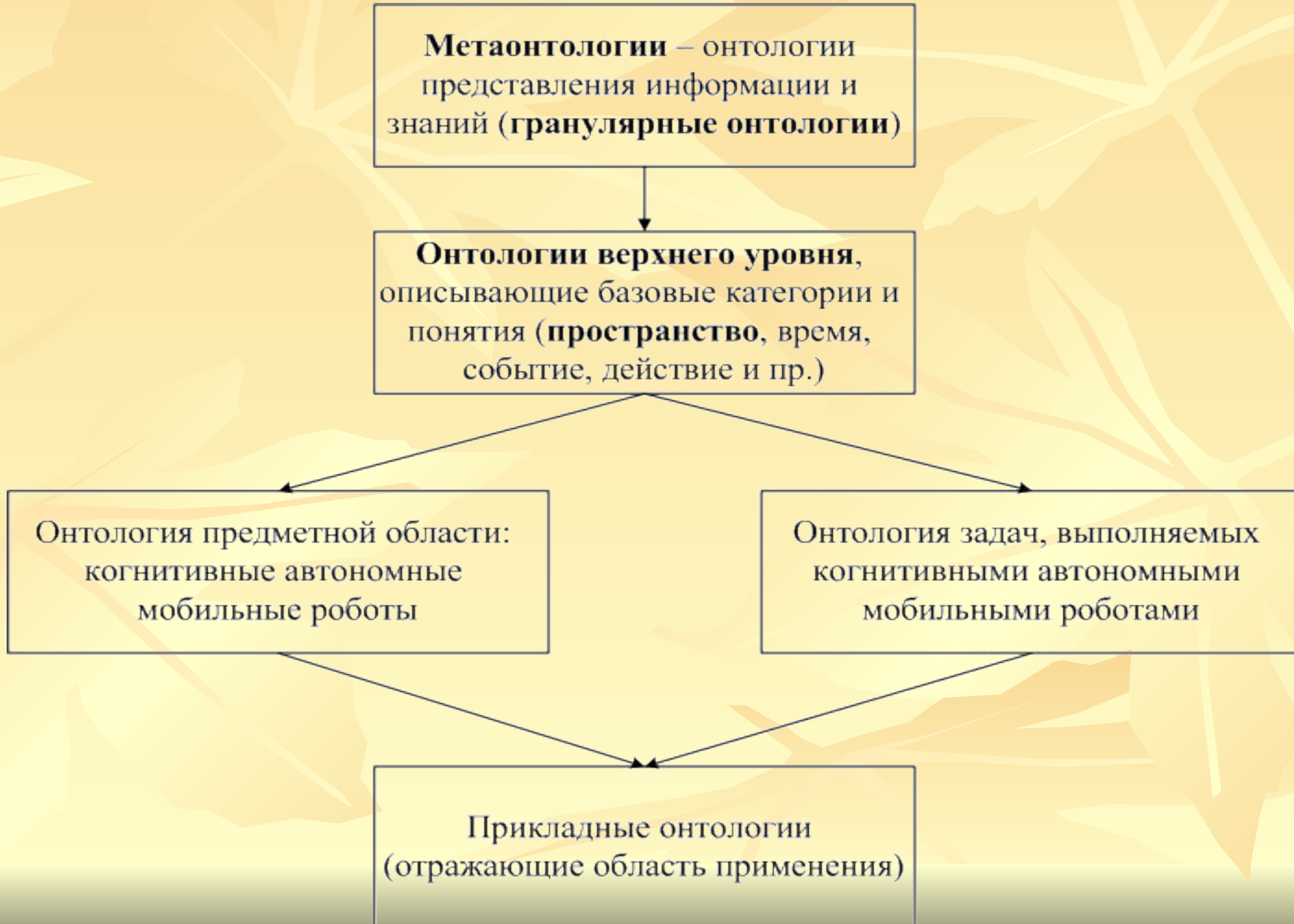
$$\mu_P(a,b) = \min_{c}\{\max\{1 - \mu_C(c,a),\ \mu_C(c,b)\}$$

Нечеткое отношение «**быть собственной частью**» можно определить как $\mu_{PP}(a,b) = = T\{\mu_P(a,b), 1 - \mu_P(b,a)\}$.

Например, $\mu_{PP}(a,b) = = \min\{\mu_P(a,b), 1 - \mu_P(b,a)\}$.

МОДИФИЦИРОВАННАЯ СХЕМА ВЗАИМОСВЯЗИ ОНТОЛОГИЙ

По сравнению с А.В.Смирнов и др. Онтологии в системах искусственного интеллекта: способы построения и организации (часть 1)// Новости искусственного интеллекта. – 2002. – №1. – С.3-13.



ОНТОЛОГИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ГРАНУЛЯЦИИ ИНФОРМАЦИИ

Предлагается описывать общую схему грануляции информации когнитивным агентом пятеркой

$$\boldsymbol{GR = \langle X, G, C, M, T \rangle},$$

где X – проблемная область;

G – семейство информационных гранул;

C – множество обобщенных ограничений; каждый тип ограничения определяет требования к выбору метода грануляции;

M – множество формальных методов грануляции;

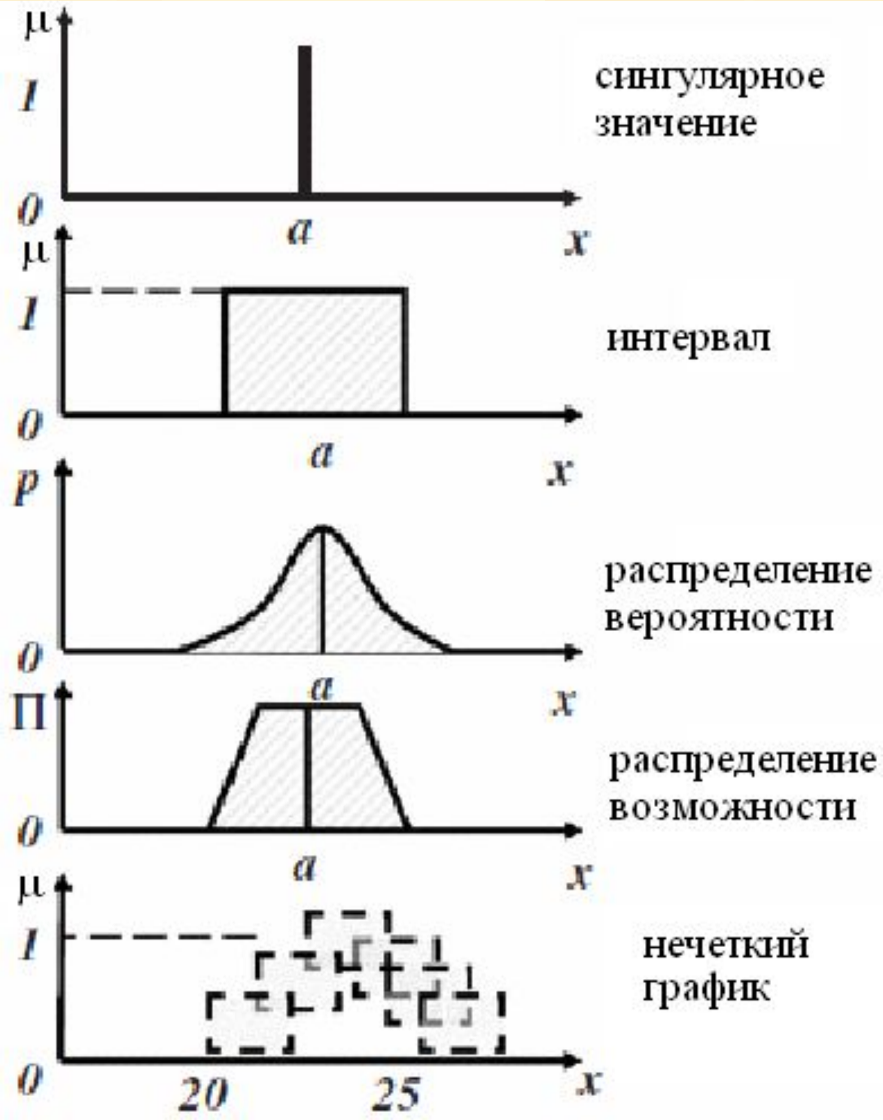
T – множество переходов между уровнями грануляции (преобразований гранул).

ТИПИЧНЫЕ МОДЕЛИ ГРАНУЛ

- Интервалы
- Вложенные множества
- Недоопределенные множества
- Переопределенные множества
- Приближенные множества
- Мультимножества
- Нечеткие множества
- Лингвистические переменные

Примитивы языка гранулярных вычислений – покрытия, разбиения, окрестности

ПРИМЕРЫ СИНГУЛЯРНЫХ И ГРАНУЛЯРНЫХ ЗНАЧЕНИЙ



ПРОСТРАНСТВО КАК ОНТОЛОГИЧЕСКАЯ КАТЕГОРИЯ

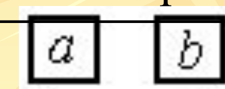
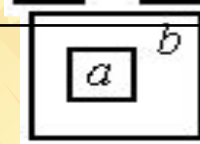
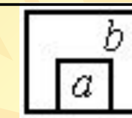
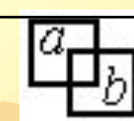
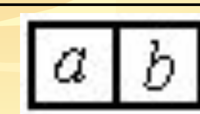
Онтология пространства – это определение множества пространственных примитивов и множества базовых пространственных отношений.

Метод пространственной грануляции определяет способ связывания логических утверждений с пространством.

Логические утверждения, истинность которых зависит от пространства , называются **пространственными утверждениями**.

В основе построения онтологии пространства лежит выбор базовой модели (теории) пространства.

МЕРЕОТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ

Название	Обозна-чения	Формальная запись	Графическая Иллюстрация
Несвязность	DC	$\neg C(a,b)$	
Часть	P	$\forall c\ C(c,a) \rightarrow C(c,b)$	
Собственная часть	PP	$P(a,b) \wedge \neg P(b,a)$	
Равенство	EQ	$P(a,b) \wedge P(b,a)$	
Перекрытие	O	$\exists c\ P(c,a) \wedge P(c,b)$	
Частичное перекрытие	PO	$O(a,b) \wedge \neg P(a,b) \wedge \neg P(b,a)$	
Внешняя связность	EC	$C(a,b) \wedge \neg O(a,b)$	

НЕЧЕТКИЕ РАСШИРЕНИЯ

На базе формул свойств нечетких отношений определим ряд нечетких топологических отношений как расширения отношений из приведенной таблицы.

Например, нечеткое отношение связности $\mu_C(a,b)$ симметрично и рефлексивно; введем отношение **пороговой связности** с помощью свойств пороговой рефлексивности и пороговой симметричности, а также **слабой связности** через слабую рефлексивность и пороговую симметричность.

В свою очередь, нечеткое отношение **несвязности** определим через операцию отрицания $\mu_{DC}(a,b) = 1 - \mu_C(a,b)$.

Нечеткое отношение «**быть частью**» $\mu_P(a,b) = \min\limits_{c}\{\max\{1- \mu_C(c,a),\ \mu_C(c,b)\}\}$

Нечеткое отношение «**быть собственной частью**» можно определить как $\mu_{PP}(a,b) = = T\{\mu_P(a,b), 1-\mu_P(b,a)\}$. Например, $\mu_{PP}(a,b) = = \min\{\mu_P(a,b), 1-\mu_P(b,a)\}$.