# Урок по теме: “Тригонометрические формулы.”

Ельцова Н.Г.,учитель МОУ «Гимназия №11»,
Г Норильск.

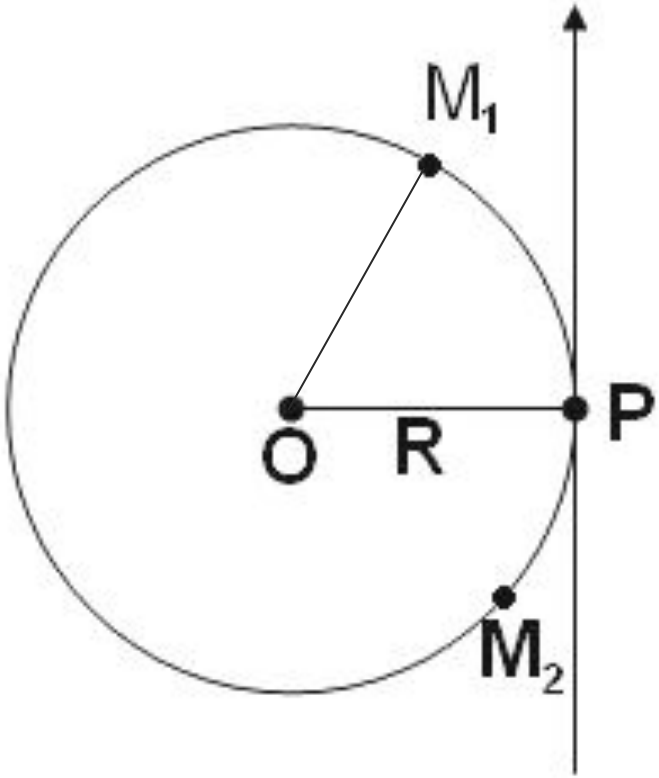
# Рассмотрим следующие вопросы:

1. радианная мера угла;
2. поворот точки вокруг начала координат;
3. определение синуса, косинуса и тангенса произвольного угла;
4. знаки синуса, косинуса и тангенса;
5. зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла;
6. синус, косинус и тангенс углов **α** и - **α**;

# Повторим основные понятия:

- координатная прямая;
- координатная плоскость;
- центральный угол;
- $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, где $0<\alpha<180°$;
- Уравнение окружности с центром в начале координат и радиусом равным 1.

# Вопрос 1: Радианная мера угла.




- Каждой точке прямой ставится в соответствие некоторая точка окружности.
- Кроме градусной меры угла существует еще и радианная.
- Рассмотрим окр(O(0,0);R) дугу $PM_1$, равную радиусу R.
- Центральный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна радиусу окружности, называется углом в один радиан.

$$1\,рад = \left(\frac{180}{\pi}\right)^0 \qquad \alpha\ \ рад = \left(\frac{180}{\pi}\right)\cdot\alpha^0$$

# Задачи.

- **Найти градусную меру угла,равного**

$$\frac{3\pi}{4}\,рад$$

**решение:**

$$\frac{3\pi}{4}\,рад = \frac{180}{\pi}\cdot\frac{3\pi}{4} = 135^0$$

- **Найти радианную меру угла, равного**

**15°**

**решение:**

$$15^0 = \frac{\pi}{180}\cdot 15\,рад = \frac{\pi}{12}\,рад$$

Задание: заполните таблицу наиболее встречающихся углов в градусной и радианной мере.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Градусы** | **0** | **30** | **45** | **60** | **90** | **180** |
| **Радиан** | **0** | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | **π** |

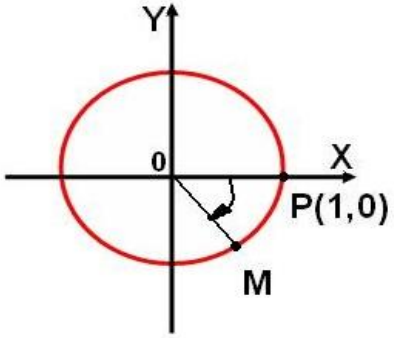
# Вопрос 2: Поворот точки вокруг начала координат.

- Установим соответствие между действительными числами и точками окружности с помощью поворота точки окружности.
- Рассмотрим на координатной плоскости окружность радиуса 1 с центром в начале координат. Ее называют ***единичной окружностью***.
- Введем понятие поворота окружности вокруг начала координат на угол в а радиан, **α**- любое действительное число.

1. $\alpha > 0$

0

2. $\alpha < 0$




3. **Поворот на 0 радиан, означает, что точка остается на месте.**

# Вопрос 3: определение синуса, косинуса, тангенса угла.

Синусом угла **α** называется ордината точки, полученной поворотом точки (1,0) вокруг начала координат на угол α.

Обозначается sin α

Косинусом угла **α** называется абсцисса точки, полученной поворотом точки (1,0) вокруг начала координат на угол α.

Обозначается cos α

- При повороте т.Р(1,0) на угол α, т.е на угол $90^0$, **получается точка (0,1).**
- Ордината точки равна 1, поэтому $\sin 90^0 = \sin \frac{\pi}{2} = 1$.
- Абсцисса точки равна 0, $\cos 90^0 = \cos \frac{\pi}{2} = 0$

# Задание:

- Найти cos 270° =
- sin 270° =
- sin п  +sin1,5п =
- sin3п - cos1,5п  =

# Определение тангенса и котангенса угла

- Тангенсом угла α называется отношение синуса угла α к его косинусу.
- tg α= $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- Котангенсом угла α называется отношение косинуса угла α к его синусу.
- ctg α= $\frac{cos\alpha}{\sin\alpha}$

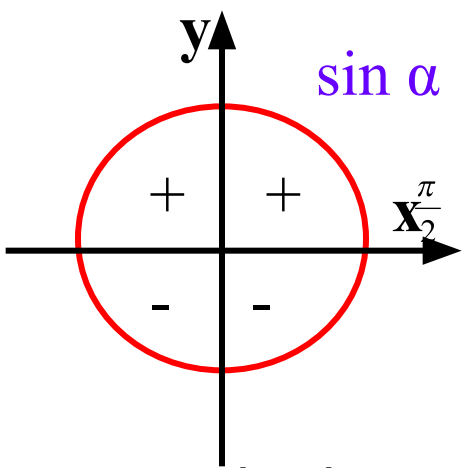
- Найдите

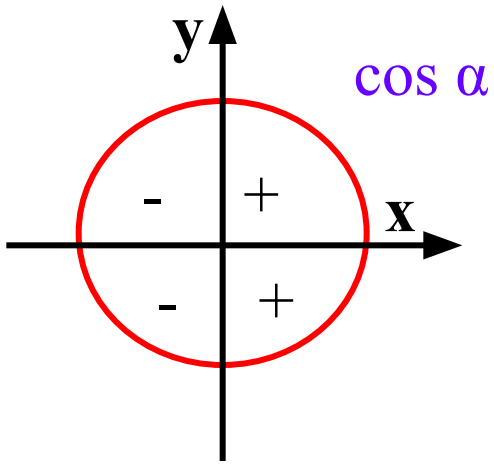
tg 0°=

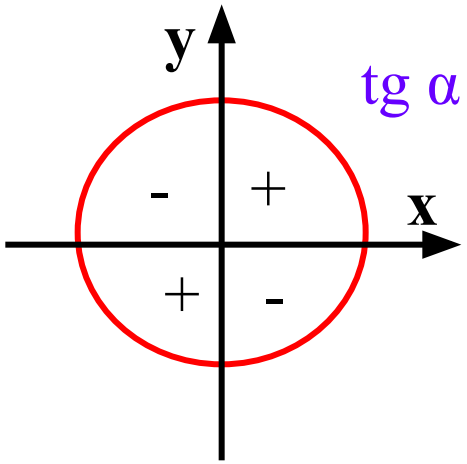
ctg 270° =

tg 0°-tq180°=

# Вопрос 4: знаки синуса косинуса и тангенса. Синус косинус и тангенс углов **α** и **–α**.



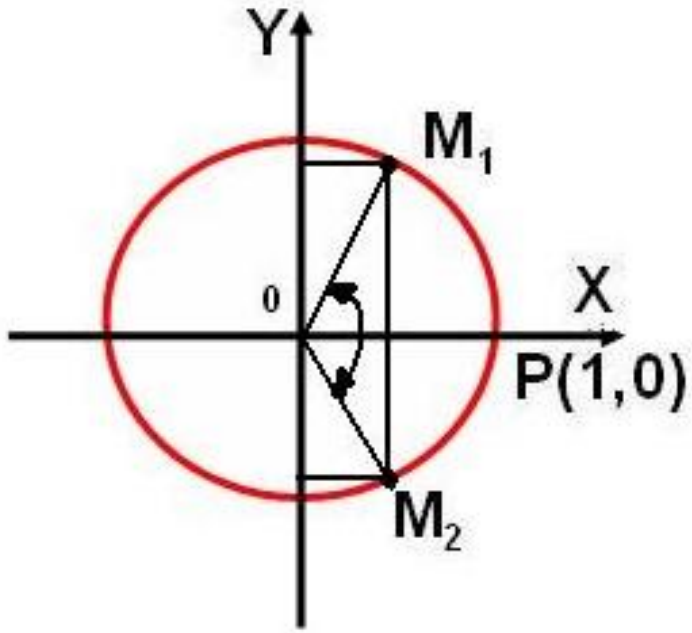




Пусть т P(1,0) движется по единичной окружности против часовой стрелки.

- $\alpha \in 1четв$, sin α>0, cos α>0.
- $\alpha \in 2четв$, sin α>0, cos α<0.
- $\alpha \in 3четв$ sin α>0, cos α<0.
- $\alpha \in 4четв$ sin α<0, cos α>0.

# Вопрос 5: Синус косинус и тангенс углов α и –α.




- Пусть т $M_1$ и т$M_2$ единичной окружности получены поворотом т P (1,0) на углы **α** и **–α.**

Тогда ось Ox делит угол $M_1OM_2$пополам, поэтому т$M_1$ и $M_2$ симметричны относительно оси Ox

$M_1$ (cos α, sin α), $M_2$ (cos (- α), sin(α)).

Значит **(1) sin(-α)=-sin α**

**(2) cos(-α)=cos α**

Используя определения тангенса и котангенса

**(3) tg (-α)=tg α**

**(4) ctg (-α)= -ctg α**

<u>Формулы 1-2 справедливы при любых α.</u>

<u>Формула 3, при</u>

$$\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi\kappa, \kappa \in Z$$

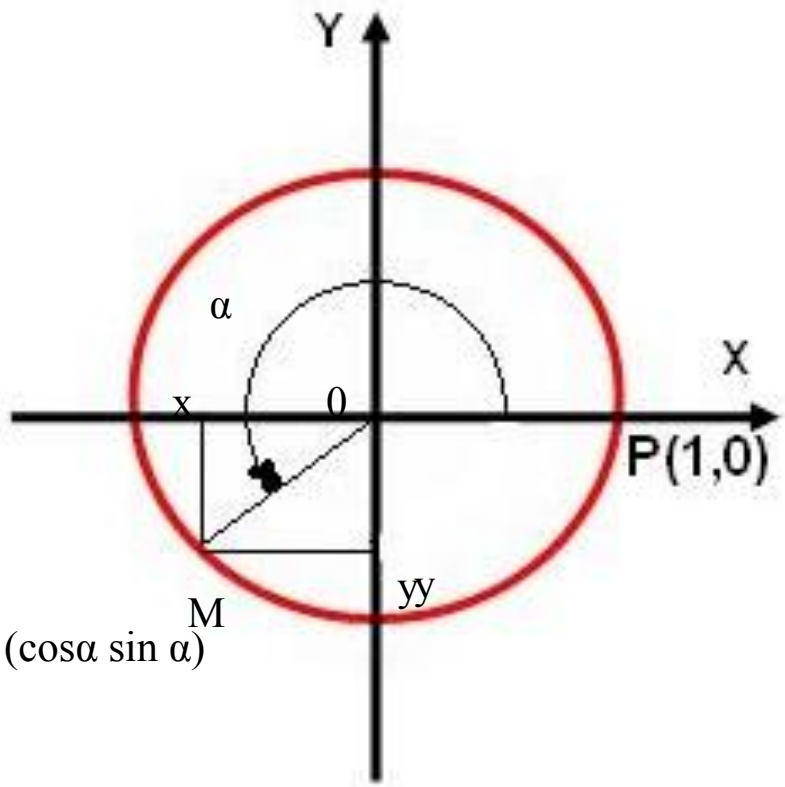
Задание:

1) докажите формулу (3) самостоятельно.

2) выясните знаки синуса, косинуса и тангенса углов:а) $\frac{5\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{4}$

б) 745°, в)-

# Вопрос 5 зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла.




- Пусть т М (x;y) единичной окружности получена поворотом точки(1;0) на угол α. Тогда по определению синуса и косинуса **x=cos α, y= sin α**. Точка М принадлежит единичной окружности, поэтому ее координаты удовлетворяют уравнению:**$x^2+y^2=1$,** следовательно

**$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. (1)**

Равенство (1) выполняется при любых значениях α и называется **основным тригонометрическим тождеством.**

- Зависимость между тангенсом и котангенсом определяется равенством: **(2) tg α · ctg α=1,**

$$\alpha \neq \frac{\pi}{2}\kappa, \kappa \in Z$$

# ЗАДАЧА

**Дано**: $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$

$$\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$$

**Найти**: sin α

Решение:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$,

$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$.

$$т.к. \alpha \in 3четв$$

$$\sin\alpha = -\sqrt{1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{4}{5}$$

---

**Дано:** **tg α = 13**

**Найти:** **ctg α**

Решение:

tg α ·ctgα=1, следовательно

$$\text{ctg}\,\alpha = \frac{1}{tg\alpha}$$

$$ctg\,\alpha = \frac{1}{13}$$

# Итог урока:

- ✔ Чему равна радианная мера угла, градусная мера угла?
- ✔ Какой угол называется углом в один радиан?
- ✔ Что называют синусом, косинусом, тангенсом произвольного угла **α**?
- ✔ Каким равенством определяется зависимость между синусом и косинусом одного и того же угла? Как называется это равенство?
- ✔ Каким равенством определяется зависимость между тангенсом и котангенсом одного и того же угла?

# Математический диктант.

1вариант

1. Найдите радианную меру угла.

2 вариант

$40^o$

$150^0$

ответ: $\frac{2\pi}{9}$

ответ: $\frac{5\pi}{6}$

2. Найдите градусную меру угла

$\frac{\pi}{6}$

$\frac{3\pi}{4}$

ответ: $30^0$

ответ: $135^0$

3.найдите координаты точки, полученной поворотом т(1,0) единичной окружности на угол

$\frac{\pi}{2}, -3\pi, 180^0, -360^0$

$-\pi, \frac{3\pi}{2}, -90^0, 270^0$

ответ: (0;1), (-1;0),(-1;0), (1,0)

ответ: (-1;0), (0;-1), (0;-1),(0;-1)

1вариант. 4.вычислите: 2 вариант.

1) $\cos 0^0+3\sin 90^0=$
$=1+3\cdot 1=1$
2) $\sin 270^0-2\cos 180^0=$
$=-1+2=1$
3) $1+\mathrm{ctg}\,270^0-5\,\mathrm{tg}\,360^0=$

$=1+0+0=1$
4) $\sin 30^0+\cos 60^0=$

$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$$

1) $\cos 180^0+5\sin 90^0=$
$=-1+5\cdot 1=5$
2) $\sin 180^0-3\cos 0^0=$
$=0-3=-3$
3) $\sin 60^0+\cos 30^0=$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$$

4)$\mathrm{tg}\,360^0-2\,\mathrm{ctg}\,270^0+3=$

$=0-0+3=3$