

СИСТЕМА ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ К ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ

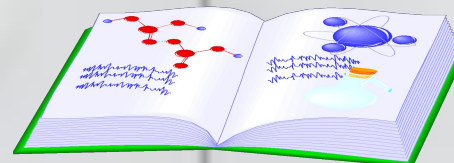
ЕГЭ



Учитель математики высшей
категории
**ПАНАЧЁВА ИРИНА
ЕВГЕНЬЕВНА**

МОУ УйскоЧебаркульская
СОШ

ЭКЗАМЕНЫ



2007г

КОНЦЕПЦИЯ ПРОФИЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ НА СТАРШЕЙ СТУПЕНИ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ (Извлечение)

Цели профильного обучения

В соответствии с распоряжением Правительства Российской Федерации от 29 декабря 2001 г. № 1756-р «Об одобрении Концепции модернизации российского образования на период до 2010 г.» на старшей ступени общеобразовательной школы предусматривается **профильное обучение**, ставится задача создания **«системы специализированной подготовки (профильного обучения) в старших классах общеобразовательной школы, ориентированной на индивидуализацию обучения и социализацию обучающихся, в том числе с учетом реальных потребностей рынка труда <...> отработки гибкой системы профилей и кооперации старшей ступени школы с учреждениями начального, среднего и высшего профессионального образования».**

Нововведением, следующим из Концепции профильного образования, становится упорядочение (и перевод на более объективную, справедливую и прозрачную для общества основу) вопросов комплектования профильных школ и классов.

С этим связано изменение форм итоговой аттестации выпускников. Замена «внутришкольной» формы проведения экзаменов на «внешнюю», проводимую муниципальными экзаменационными комиссиями и в форме ЕГЭ.

Экзамены представляют собой нелегкую и неприятную, но неизбежную составную часть образовательного процесса. Одни ученики воспринимают экзаменационные ситуации достаточно легко и идут на экзамены без страха. Для других эти испытания становятся тяжелой ношей. Выпускные экзамены совпадают с периодом, когда перед подростком встает необходимость выбора каким образом спланировать свою дальнейшую жизнь.

С введением новых форм итоговой аттестации тревожное состояние всех участников учебного процесса усилилось как неизбежное следствие всего нового, неизведанного.

Проблемы можно избежать или хотя бы свести её к минимуму, если взрослые и выпускники будут всесторонне подготовлены к выпускным экзаменам, будут владеть полной информацией, знать возможные способы реагирования и подготовки к ним.

Экзамен-это не просто проверка знаний, а проверка знаний в условиях стресса. Во время подготовки и сдачи экзаменов резко увеличивается нагрузка на нервную и сердечно-сосудистую системы.

Прослеживается закономерность: чем более добросовестен ученик, тем сильнее выражен стрессорный эффект.

Поэтому необходима психологическая подготовка к экзаменам, которая заключается в создании модели адекватного отношения к подготовке и проведению экзаменов.

СИСТЕМА ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ К ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ

Цель: Создание комфортных условий при прохождении итоговой (государственной) аттестации для всех участников процесса.

Задачи:

- Устранение перегрузок учащихся в целях сохранения и укрепления их здоровья.
- Психологическая комфортность участников процесса.
- Оценка потребностей учащихся в продолжение образования.
- Разработка системы поддержки учащихся в связи с подготовкой к экзаменам.

Урочная и внеурочная деятельность учащихся проходит в кабинете математики, поэтому кабинет должен стать местом, где можно получить информацию.

***Исходя из задач каждого этапа учебно-воспитательного процесса,
оборудование кабинета обеспечивает учителю возможность:***

- использовать нужные во время уроков раздаточные материалы;
- организовать работу школьников с учетом их индивидуальных способностей и уровня математической подготовленности;
- обеспечить эффективное проведение самостоятельных и практических работ;
- в нужный момент времени оперативно обеспечить школьников справочной литературой;
- оперативно осуществлять контроль знаний учащихся;
- индивидуализировать работу учащихся;
- развивать практические навыки;
- использовать на уроке инструменты и математические модели.

КАБИНЕТ МАТЕМАТИКИ КАК ПОСТОЯННО ДЕЙСТВУЮЩИЙ ИНФОРМАЦИОННЫЙ ЦЕНТР

- В кабинете математики систематизирован материал, позволяющий качественно подготовиться к урокам как учителю, так и учащимся.
- В библиотеке кабинета большое количество новинок методической и учебной литературы.
- Хорошая подборка материалов для подготовки к экзаменам.
- В кабинете имеется подборка книг по занимательной математике





Сочетание различных форм работы, урочной и внеурочной, состоит в том, что они усиливают интерес к предмету, позволяют раскрывать способности каждого ученика.

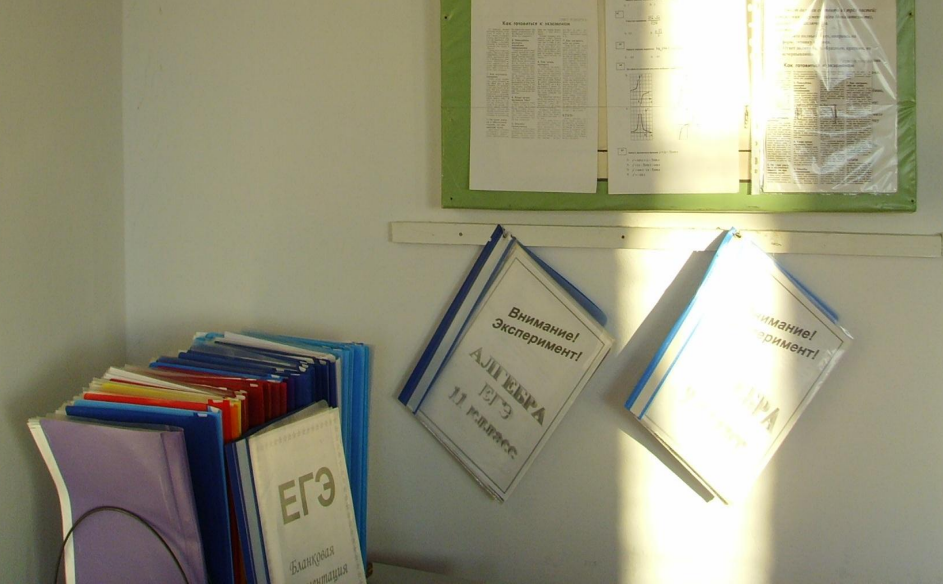
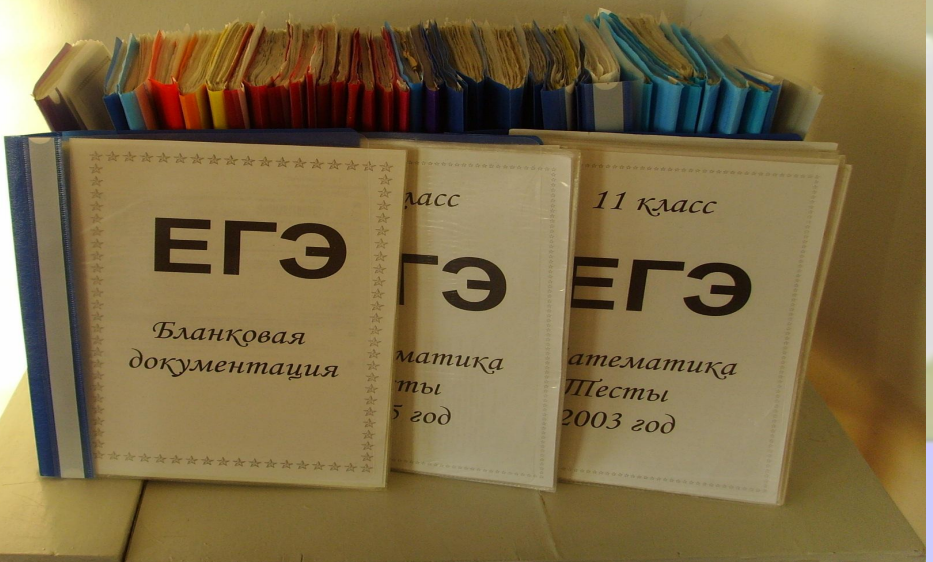
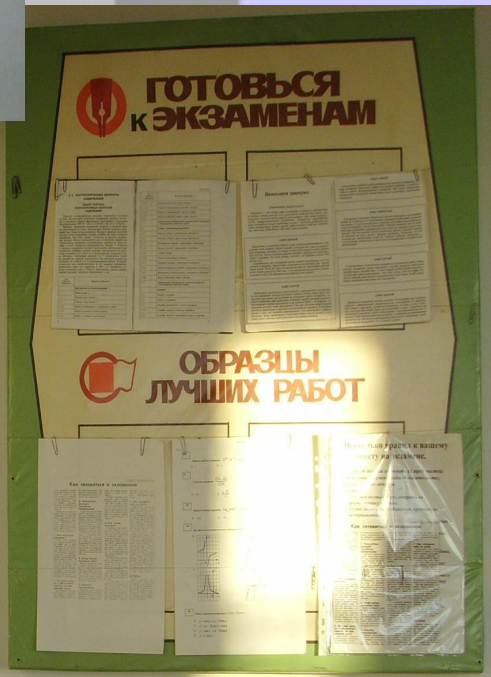
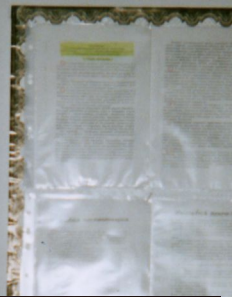
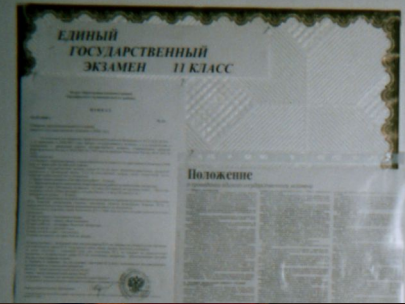
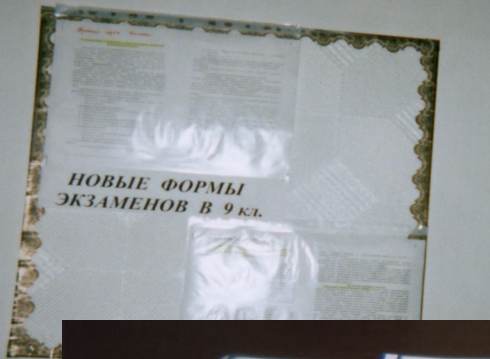
В кабинете много пособий, изготовленных учащимися. В процессе изготовления наглядных пособий учащиеся проявляют во многих случаях не только самостоятельность, но и инициативу.

Дидактические материалы, состоящие из большого количества карточек, перфокарт, таблиц, папок-справочников, тестов, служат для обеспечения дифференцированного подхода к обучению учащихся, создания оптимальных условий для каждого ученика.

ОТДЕЛ ЭКСПОЗИЦИЙ

Отдел экспозиций представлен стендовым материалом. Он представлен стендами «Сегодня на уроке», «Готовимся к экзаменам», «учимся говорить и писать правильно», «Математический калейдоскоп», «Нормы оценок».

Один из стендов содержит Положение об итоговой аттестации учащихся, варианты экзаменационных заданий , образцы их решения и оформления, план ответа на устном экзамене и нормы оценок.



ЕГЭ

Бланковая
документация

Внимание!
Эксперимент!

АЛГЕБРА

9 класс

Внимание!
Эксперимент!

АЛГЕБРА

ЕГЭ

11 класс

11 класс

ЕГЭ

Математика

Тесты

2004 год

9 класс

Математика

Итоговая
(государственная)
аттестация



Папки-справочники помогают оперативно осуществить контроль за знаниями учащихся, провести коррекцию знаний. Они содержат материал для организации устной работы, решению задач по готовым чертежам, алгоритмы решения задач и т.п. в тематических папках систематизирован материал по ключевым темам. В них содержится теоретический материал, тесты, задания для контрольных и самостоятельных работ, методические новинки.

де понятия степени

ОБОБЩЕНИЕ ПОНЯТИЯ СТЕПЕНИ

сегодня на уроке

СЕГОДНЯ НА УРОКЕ

итоговое повторение

ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ

итоговое повторение



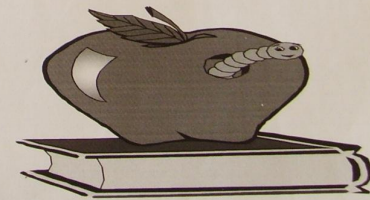
ТЕСТ-ОБУЧАЮЩИЕ ПРОГРАММЫ



Математика

Письменный экзамен

11 класс

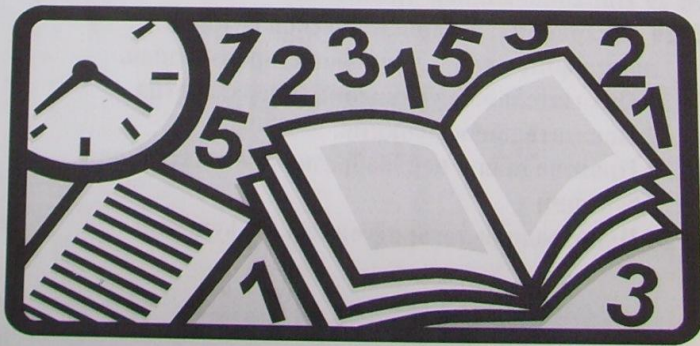


Таблицы «Задачи по готовым чертежам» (Кукарцева.Г.И., Рабинович), «Устный счёт», помогают систематизировать знания, быстро и полно повторить основные моменты той или иной темы.

Они очень удобны. С их помощью ученик может использовать при подготовке к контрольной работе, как справочник, как план ответа, при взаимном контроле.

УСТНЫЙ СЧЁТ

10-11 классы



Содержание

- № 0. Повышение вычислительной культуры учащихся
5-9 кл.
- № 1 Действия с дробями.
- № 2 Возведение в степень.
- № 3 Свойства степени.
- № 4 Упрощение выражений.
- № 5 Преобразование выражений с использованием
формул сокращенного умножения.
- № 6 Решение уравнений.
- № 7 Арифметический квадратный корень и его свойства.
- № 8 Решение неравенств.
- № 9 Степень с рациональным показателем.
- № 10 Решение квадратных уравнений.
- № 11 Значение тригонометрических функций.
- № 12 Обратные тригонометрические функции.
- № 13 Тригонометрические функции числового
аргумента.
- № 14 Основные формулы тригонометрии.
- № 15 Решение тригонометрических уравнений.
- № 16 Производная.
- № 17 Первообразная.
- № 18 Корень n -ой степени.
- № 19 Иррациональные уравнения.
- № 20 Логарифмы, логарифмическая функция,
логарифмические уравнения, производная.
- № 21 Показательные уравнения и неравенства.
- № 22 Показательная функция.
- № 23 Производная и первообразная показательной
функции
- № 24 Производная логарифмической функции.

ГЕОМЕТРИЯ

Задачи по ГОТОВЫМ ЧЕРТЕЖАМ



Стереометрия 10 класс
Таблица 10.3. Параллельность прямых в пространстве.
Скрещивающиеся прямые.

1. Дано: $a \parallel b$. Доказать: a, b и c лежат в одной плоскости.

2. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка E и F лежат в плоскости AC . Доказать: $EF \parallel AC$.

3. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка K — середина AD . Доказать: $AK \parallel BC$.

4. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка M — середина AD . Доказать: $BM \parallel AC$.

5. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка N — середина AD . Доказать: $BN \parallel AC$.

6. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка P — середина AD . Доказать: $BP \parallel AC$.

7. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка Q — середина AD . Доказать: $BQ \parallel AC$.

8. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка R — середина AD . Доказать: $BR \parallel AC$.

9. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка S — середина AD . Доказать: $BS \parallel AC$.

10. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка T — середина AD . Доказать: $BT \parallel AC$.

Стереометрия 10 класс
Таблица 10.4. Параллельность прямых и плоскостей.

1. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка K — середина AD . Доказать: $AK \parallel BC$.

2. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка L — середина AD . Доказать: $BL \parallel AC$.

3. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка M — середина AD . Доказать: $CM \parallel AB$.

4. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка N — середина AD . Доказать: $DN \parallel BC$.

5. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка O — середина AD . Доказать: $EO \parallel AC$.

6. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка P — середина AD . Доказать: $FP \parallel BC$.

7. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка Q — середина AD . Доказать: $GQ \parallel AC$.

8. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка R — середина AD . Доказать: $HR \parallel BC$.

9. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка S — середина AD . Доказать: $IS \parallel AC$.

10. Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Точка T — середина AD . Доказать: $JT \parallel BC$.

Стереометрия 10 класс
Таблица 10.6. Свойства параллельных плоскостей.
Плоскости α и β параллельны.

1. Дано: $a \parallel \beta$. Доказать: $AB \parallel A_1B_1$.

2. Дано: $a \parallel \beta$. Доказать: $AB \parallel A_1B_1$.

3. Дано: $a \parallel \beta$. Доказать: $AB \parallel A_1B_1$.

4. Дано: $AB \parallel A_1B_1$, $AC \parallel A_1C_1$. Доказать: $BC \parallel B_1C_1$.

5. Дано: $a \parallel \beta$. Доказать: $AB \parallel A_1B_1$.

6. Дано: $a \parallel \beta$. Доказать: $AB \parallel A_1B_1$.

7. Дано: $a \parallel \beta$. Доказать: $AB \parallel A_1B_1$.

8. Дано: $a \parallel \beta$. Доказать: $AB \parallel A_1B_1$.

Стереометрия 10 класс
Таблица 10.7. Изображение пространственных фигур на плоскости.

1. Могут ли точки A, B и C быть параллельными проекциями вершин $\triangle ABC$?

2. Могут ли прямые a и b быть параллельными проекциями параллельных прямых?

3. Какая из фигур может быть параллельной проекцией квадрата?

4. Точки A, B, C — параллельные проекции вершин параллелограмма $ABCD$. Построить проекцию вершины D .

5. Точки A, B, C, D — параллельные проекции вершин параллелограмма $ABCD$. Построить проекцию вершины D .

6. Точки A, B, C — параллельные проекции вершин параллелограмма $ABCD$. Построить проекцию вершины D .

7. Четыреугольник.

Организация самостоятельной работы на уроке очень важна и трудоемка. Как правило она проводится после коллективного решения задач по новой теме. При проведении самостоятельной работы приходится сталкиваться со следующими затруднениями: учащиеся заканчивают работу неодновременно, поэтому необходимо
включать дополнительные задания для сильных учеников;
трудно подобрать задание посильное одинаково для всех

Решите самостоятельно

Решите уравнения №№ 1-10:

1. $\sqrt[3]{0.2} \sqrt{0.2^{2x-3}} = \sqrt[3]{0.04^{3x-2}}$
2. $3^x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+1}} = 243$
3. $13^{5x-1} \cdot 17^{2x-2} = 13^{3x+1}$
4. $9^x + 6^x = 2^{2x+1}$
5. $\log_2^2(2x) - 20\log_3(2x) = 21$

6. $7^{\log_2 x} + x^{\frac{1}{\log_2 x}} = 14$
7. $\log_2 x + 9\log_4 2 - 19 = 0$
8. $(\log_2 2) \log_4(x+12) = 1$

9. $\frac{1 + \cos 2x}{2 \cos x} = \frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x}$

10. $(\cos 6x - 1) \operatorname{ctg} 3x = \sin 3x$

Решите неравенства №№ 11-16:

11. $2^x \cdot 3^x \geq 36 \cdot \sqrt{6}$
12. $3^{2x} + 4 \cdot 3^x + 3 < 0$
13. $(x-6)(8^x - 64) < 0$
14. $(5^x - 125)(9^x - 81) < 0$
15. $\log_2^2 x - 4 \log_2 x + 3 \geq 0$

16. $\log_{5x} |x| < 0$

Решите системы уравнений №№ 17-18:

17.
$$\begin{cases} 2^x \cdot 2^y = 16, \\ \log_3 x + \log_3 y = 1. \end{cases}$$

18.
$$\begin{cases} \log_6(x+y) = 1, \\ \log_6 x + \log_6 y = 1. \end{cases}$$

Сколько корней имеет уравнение №№ 19-23:

19. $(\cos^2 x - \sin^4 x) \sqrt{1-x^2} = 0$

20. $(x^2 - 9) \sqrt{3-2x-x} = 0$

21. $\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) \sqrt{25-x^2} = 0$

22. $\left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1\right) \sqrt{4-x^2} = 0$

23. $\left(1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2}\right) \sqrt{9-4x^2} = 0$

24. Найдите число корней уравнения $\cos 4x + \cos 2x - \operatorname{ctg} x \cdot \sin 2x = 0$ на промежутке $[0; 2\pi]$.

25. Определите число корней уравнения $\operatorname{ctg} x \cos 5x + \sin 5x = \sin 6x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right]$.

26. Найдите сумму корней уравнения $\cos^2\left(\pi + \frac{3\pi}{2}x\right) - \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{3\pi}{2}x\right) = \frac{\sin(\pi + 6\pi x)}{2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + 3\pi x\right)} + \cos \frac{5\pi x}{2}$, принадлежащих отрезку $[-1; 3]$.

27. II

4 \sin^2

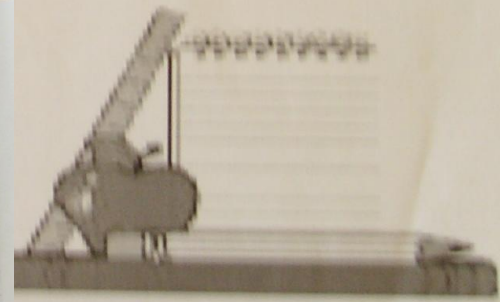
прич

28. У

29. II

Тренировочные упражнения

10-11 классы



Содержание

№ п.п.	Тема	Тренировочные упражнения	Посты	Справочный материал
1	Преобразование числовых выражений		*	
2	Преобразование алгебраических выражений		*	
3	Уравнения и системы уравнений		*	
4	Неравенства и системы неравенств	*	*	*
5	Прогрессии	*	*	*
6	Преобразование тригонометрических выражений	*	*	
7	Тригонометрические уравнения	*	*	
8	Производная функции. Касательная к графику	*	*	
9	Показательные уравнения	*	*	*
10	Показательные неравенства	*	*	*
11	Логарифмы	*	*	*
12	Логарифмические уравнения	*	*	*
13	Логарифмические неравенства	*	*	*
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				

Степень с натуральным
показателем

Задания с модулем

ПРОИЗВОДНАЯ



Уроки практических занятий служат для закрепления и углубления теории, усвоения алгоритмов решения основных типовых примеров и задач.

Давно уже стало аксиомой, что на уроке важно не только передавать ученикам новую информацию, сколько формировать у них умение и потребность учиться. Нужно научить их умению планировать свою деятельность

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНАМ



Вопросы

1. Изобразите графически заданную функцию: $y = \sqrt{x^2 + 1}$

2. Решите уравнение: $\sqrt{x^2 + 1} = x + 1$

3. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 - y^2 = 1 \end{cases}$

4. Решите уравнение: $\sqrt{x^2 + 1} = x + 1$

5. Решите уравнение: $\sqrt{x^2 + 1} = x + 1$

6. Решите уравнение: $\sqrt{x^2 + 1} = x + 1$

7. Решите уравнение: $\sqrt{x^2 + 1} = x + 1$

8. Решите уравнение: $\sqrt{x^2 + 1} = x + 1$

9. Решите уравнение: $\sqrt{x^2 + 1} = x + 1$

10. Решите уравнение: $\sqrt{x^2 + 1} = x + 1$

ВАРИАНТ 4

1. Решите уравнение $\sqrt{x-1} = x-3$.

2. Решите неравенство $\sin x (1+x) > 0$.

3. Укажите все корни уравнения $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$, принадлежащие отрезку $[-\pi; 3\pi]$.

4. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = 3^{x-1} - 2^x$ в точке ее экстремума.

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$ и $y^2 = x$.

6. При каких значениях параметра b уравнение $x^2 - (4b - 3)x + 4b^2 - 3b = 0$ имеет два различных решения?

Тригонометрические уравнения		
<p>КАРТИЧКА 10 2</p> <p>Решите уравнение 1-9.</p> <p>1. $\cos^2 x - \sin^2 2x = 0$.</p> <p>2. $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$.</p> <p>3. $\sin 2x \sin 3x - \cos 2x \cos 3x = 1$.</p> <p>4. $1 - \cos x = \sin \frac{x}{2}$.</p> <p>5. $\sin^2 x + \sin x + 1 = 0$.</p>	<p>КАРТИЧКА 10 3</p> <p>Решите уравнение 1-9.</p> <p>1. $\cos x \sin x = \sqrt{3}$.</p> <p>2. $\sin^2 x - \sin x - 2 = 0$.</p> <p>3. $\cos^2 x - \sin^2 x = 1$.</p> <p>4. $1 - \cos x = \sin \frac{x}{2}$.</p> <p>5. $\sin^2 x + \sin x + 1 = 0$.</p>	<p>КАРТИЧКА 10 4</p> <p>Решите уравнение 1-9.</p> <p>1. $\cos^2 x - \sin^2 2x = 0$.</p> <p>2. $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$.</p> <p>3. $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.</p> <p>4. $1 - \cos x = \sin \frac{x}{2}$.</p> <p>5. $\sin^2 x + \sin x + 1 = 0$.</p>
<p>КАРТИЧКА 10 5</p> <p>Решите уравнение 1-9.</p> <p>1. $\sin^2 x \cos 2x = 1$.</p> <p>2. $\sin^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{4} = 0$.</p> <p>3. $\sin^2 x + 2 \sin x - 6 = 0$.</p> <p>4. $1 - \cos 2x = 2 \sin x$.</p> <p>5. $\sin^2 x - \sin x + 1 = 0$.</p>	<p>КАРТИЧКА 10 6</p> <p>Решите уравнение 1-9.</p> <p>1. $\cos^2 x - \sin^2 2x = 1$.</p> <p>2. $\sin^2 x + \sin x + 1 = 0$.</p> <p>3. $\sin x \cos x = \frac{1}{2}$.</p> <p>4. $1 - \cos x = 2 \sin \frac{x}{2}$.</p> <p>5. $\sin^2 x + 2 \sin x - 2 = 0$.</p>	<p>КАРТИЧКА 10 7</p> <p>Решите уравнение 1-9.</p> <p>1. $\sin^2 x \cos 2x = \sqrt{3}$.</p> <p>2. $\sin^2 x - \cos^2 x = 1$.</p> <p>3. $\sin^2 x + 2 \sin x - 4 = 0$.</p> <p>4. $\cos 2x = \cos 3x = 0$.</p> <p>5. $\sin^2 x + 2 \sin x - 3 = 0$.</p>
<p>КАРТИЧКА 10 8</p> <p>Решите уравнение 1-9.</p> <p>1. $\sin^2 x - \cos^2 x = 1$.</p> <p>2. $\sin 2x \cos 3x = \sqrt{3}$.</p> <p>3. $\sin^2 x + 2 \sin x - 6 = 0$.</p> <p>4. $\sin 2x + \sin 3x = 0$.</p> <p>5. $\sin^2 x - \sin x + 1 = 0$.</p> <p>6. $\sin^2 x - 2 \sin x + 4 = 0$.</p>	<p>КАРТИЧКА 10 9</p> <p>Решите уравнение 1-9.</p> <p>1. $\sin 2x \cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.</p> <p>2. $\sin^2 x - \cos^2 x = 0$.</p> <p>3. $\sin^2 x + 2 \sin x - 6 = 0$.</p> <p>4. $\sin 2x + \sin 3x = 0$.</p> <p>5. $\sin^2 x - \sin x + 1 = 0$.</p> <p>6. $\sin^2 x - 2 \sin x + 4 = 0$.</p>	<p>КАРТИЧКА 10 10</p> <p>Решите уравнение 1-9.</p> <p>1. $\sin^2 2x - \cos^2 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.</p> <p>2. $\sin 2x \cos 3x = \frac{1}{2}$.</p> <p>3. $\sin^2 x + 2 \sin x - 6 = 0$.</p> <p>4. $\sin 2x + \sin 3x = 0$.</p> <p>5. $\sin^2 x - \sin x + 1 = 0$.</p> <p>6. $\sin^2 x - 2 \sin x + 4 = 0$.</p>

ЗАДАЧИ ПО АЛГЕБРЕ



чекко

по алгебре

сложности)

графиков.

уравнения.

тригонометрические уравнения

решениями.

Задачи по алгебре

Тригонометрические выражения и их преобразования

13.60. Докажите неравенства.

а) $\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha < 0,25$.

Решение. Способ I. $\frac{1}{2} - \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{2} > \sqrt{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$,

откуда $\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha < \frac{1}{4}$. Равенство достигается, если

$$|\sin \alpha| = |\cos \alpha| \left(\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z} \right).$$

Способ II. Имеем верное неравенство $(2\sin^2 \alpha - 1)^2 > 0$. Проведем соответствующие преобразования:

$$4\sin^4 \alpha - 4\sin^2 \alpha + 1 > 0, \quad 4\sin^4 \alpha - 4\sin^2 \alpha < 1,$$

$$\sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha) < \frac{1}{4}, \quad \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha < \frac{1}{4},$$

что и требовалось доказать.

Равенство достигается в случае $|\sin \alpha| = |\cos \alpha|$.

б) $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha > 0,5$.

Решение. Имеем

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha =$$

$$= 1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha > 1 - 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \quad (\text{см. пункт а)}.$$

Равенство достигается, если $|\sin \alpha| = |\cos \alpha|$.

13.61. а) Докажите тождество $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha > 0,25$.

Решение.

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha =$$

$$= (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)(\sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha) =$$

$$= 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha > 1 - 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \quad (\text{см. 13.60 а}).$$

Равенство достигается в случае $|\sin \alpha| = |\cos \alpha|$.

13.62. Докажите неравенства.

а) $|\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha| > 2$.

Решение.

$$|\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha|^2 = (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 =$$

$$= \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha + 2 > 2\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \alpha} + 2 = 4.$$

Следовательно, $|\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha| > 2$.

Равенство достигается, если $|\operatorname{tg} \alpha| = |\operatorname{ctg} \alpha|$.

б) $9\cos^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha < 4$.

Решение.

$$9\cos^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha = \operatorname{ctg}^2 \alpha (9\sin^2 \alpha - 1) =$$

$$= \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 \right) (9\sin^2 \alpha - 1) =$$

$$= 9 + 1 - \left(9\sin^2 \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha} \right) < 10 - 6 = 4.$$

$$\text{так как } 9\sin^2 \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha} > 2\sqrt{9\sin^2 \alpha \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha}} = 6.$$

Равенство достигается в случае $\sin^2 \alpha = \frac{1}{3}$.

12.63. Докажите неравенства.

$$\text{а) } \sin \alpha + \cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} > 6,$$

если $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Решение. Имеем:

$$\sin \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} > 2, \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha > 2, \quad (2)$$

$$\cos \alpha + \frac{1}{\cos^2 \alpha} > 2\sqrt{\frac{1}{\cos \alpha}} > 2. \quad (3)$$

Сложим три полученные неравенства, получим требуемое. Однако равенство здесь не достигается, так как в (1), (2) и (3) равенство достигается при различных значениях α . Таким образом,

$$\sin \alpha + \cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} > 6$$

при $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

$$\text{б) } \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} > 6.$$

Решение.

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} =$$

$$= \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha =$$

$$= 2 + 2(\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha) > 2 + 2 \cdot 2\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \alpha} = 6.$$

Равенство достигается, если $|\operatorname{tg} \alpha| = |\operatorname{ctg} \alpha|$ или, что то же самое, $|\sin \alpha| = |\cos \alpha|$, т. е. при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi l}{2}$, $l \in \mathbb{Z}$.

13.64. Докажите неравенства.

а) $|\sin(\sin \alpha)| < 0,5\sqrt{3}$.

Решение. Имеем $-1 < \sin \alpha < 1$. Числа -1 , $\sin \alpha$ и 1

принадлежат промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$, на котором синус возрастает. Следовательно,

$$\sin(-1) < \sin(\sin \alpha) < \sin 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\sin 1 < \sin(\sin \alpha) < \sin 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |\sin(\sin \alpha)| < \sin 1. \quad (1)$$

Пусть вашим девизом станут слова

*«Господи, дай мне спокойствие принять то,
что я не могу изменить, дай мне волю и силу
изменить то, что я могу изменить и дай мне
мудрость отличить одно от другого»*