



Сферическая поверхность. Шар

Геометрия 11 класс

**Р.О.Калошина,
ГОО лицей №533**

Санкт-Петербург



Содержание

- Сферическая поверхность
- Уравнение сферы
- Взаимное расположение сферы и плоскости
- Касательная плоскость к сфере
- Площадь сферы, объем шара
- Вопросы

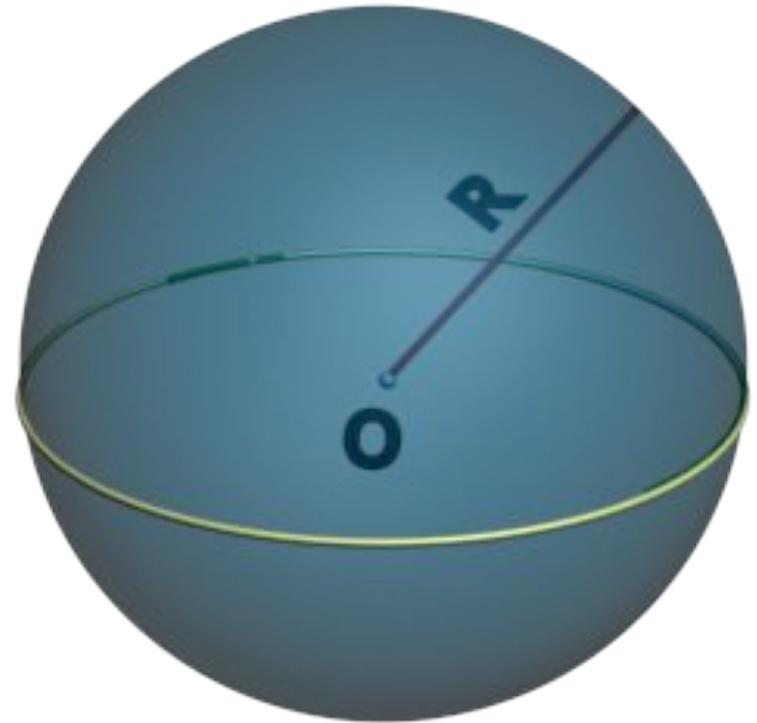
Сферическая поверхность

- ***Сферической поверхностью*** называется геометрическое место точек пространства, равноудаленных от одной точки – ***центра***.
- Тело, ограниченное сферической поверхностью, называется ***шаром***.

Сферическая поверхность

(продолжение)

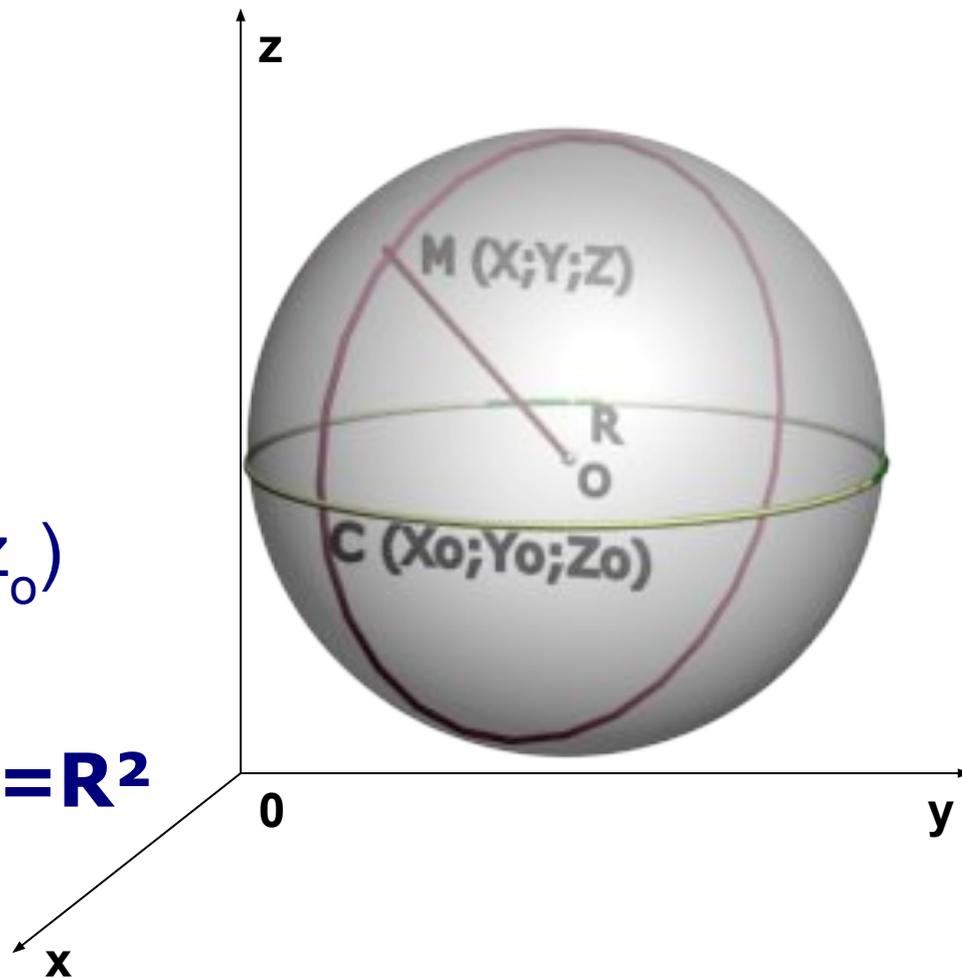
- O – центр сферы
- R – радиус сферы
- **Ось** – любая прямая, проходящая через центр сферы



Уравнение сферы

- В прямоугольной системе координат уравнение сферы радиуса R с центром $C(x_0; y_0; z_0)$ имеет вид:

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$$



Взаимное расположение сферы и плоскости

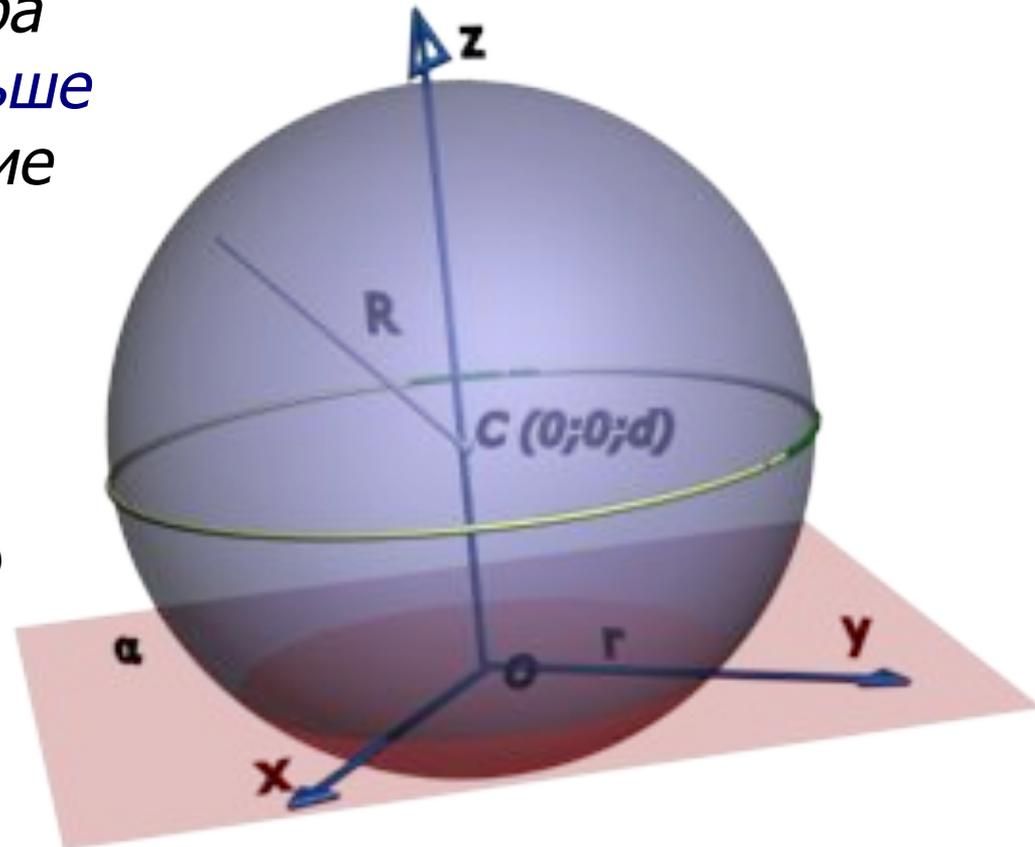
- Если расстояние от центра сферы до плоскости *меньше радиуса* сферы, то сечение сферы плоскостью есть **окружность**:

$$d < R, \quad r^2 = (R^2 - d^2)$$

d – расстояние от C до плоскости α

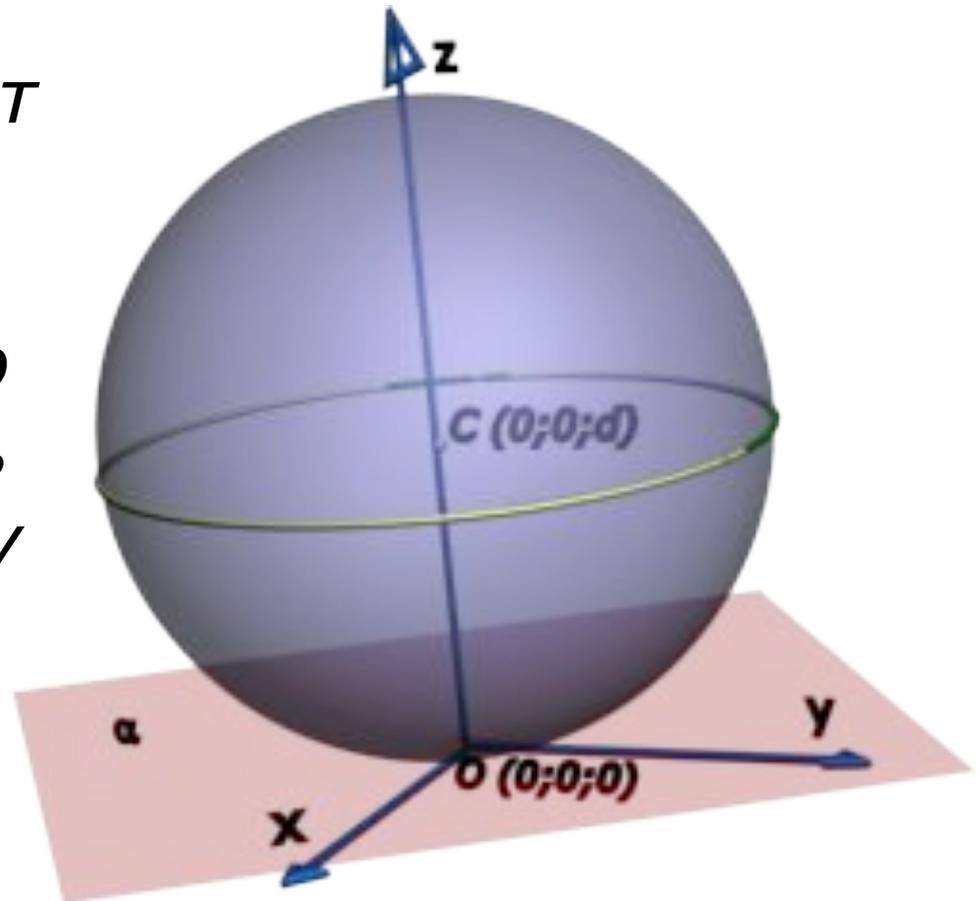
R – радиус сферы

r – радиус сечения



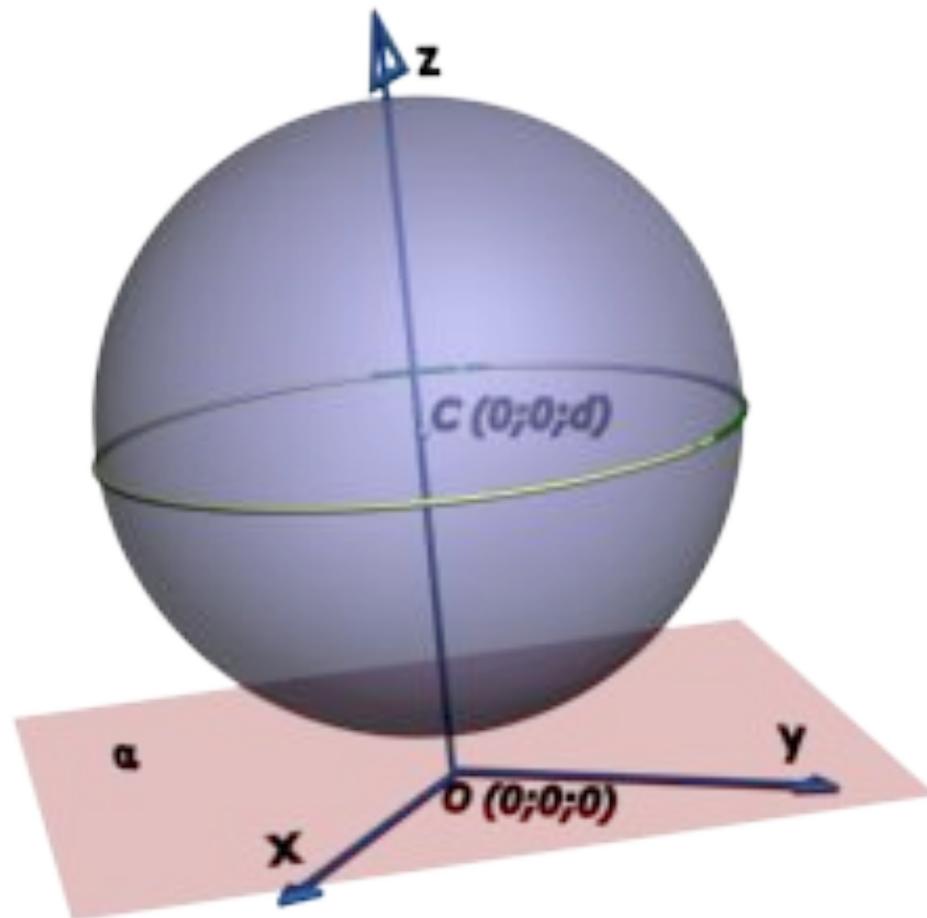
Взаимное расположение сферы и плоскости (продолжение)

- Если расстояние от центра сферы до плоскости **равно** радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют только одну общую точку (**точку касания**)



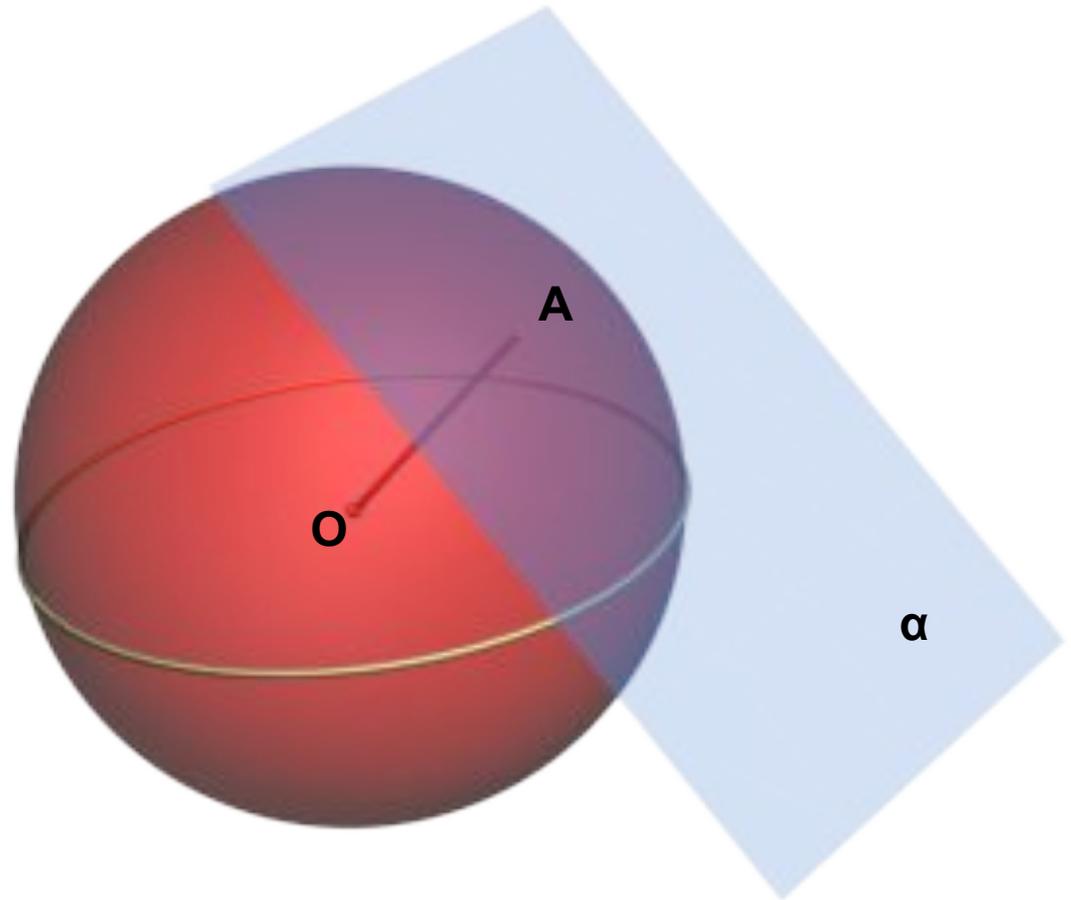
Взаимное расположение сферы и плоскости (окончание)

- Если расстояние от центра сферы до плоскости **больше** радиуса сферы, то сфера и плоскость **не имеют общих точек**



Касательная плоскость к сфере

- Плоскость, имеющая только **одну** общую точку со сферой называется **касательной плоскостью**.



Касательная плоскость к сфере *(продолжение)*

Теорема: Радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

Обратная теорема: Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.

Площадь сферы, объем шара

■ Теорема Архимеда (продолжение)

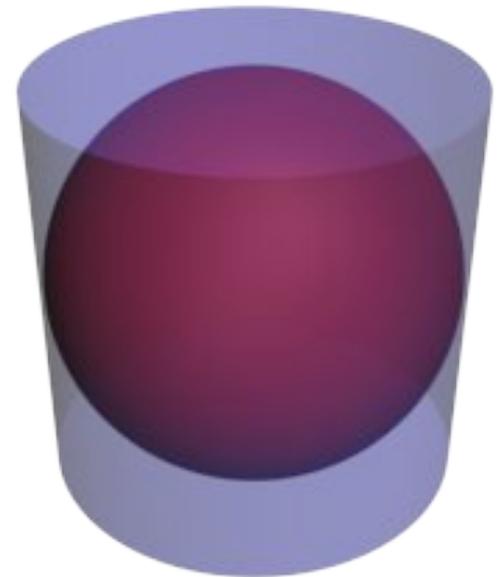
Объем шара в полтора раза меньше объема описанного вокруг него цилиндра, а площадь поверхности шара в полтора раза меньше площади полной поверхности того же цилиндра:

$$V = (2/3)V_1 \quad S = (2/3)S_1$$

где

V_1 – объем описанного цилиндра,

S_1 – площадь полной поверхности этого цилиндра



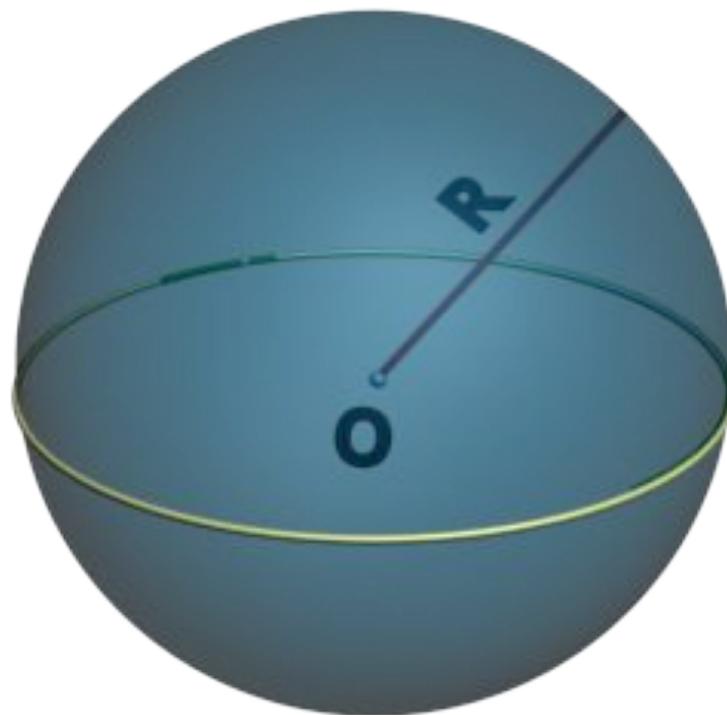
Площадь сферы, объем шара

- *Площадь поверхности шара радиуса R равна учетверенной площади большого круга:*

$$S = 4\pi R^2$$

- *Объем шара радиуса R равен*

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$



Вопросы для закрепления

1. **Дайте определение сферы, шара.**
2. **Можно ли рассматривать сферу как поверхность вращения, а шар – как тело вращения?**
3. **Что называется: а) центром сферы; б) радиусом сферы?**
4. **Сколько центров симметрии имеет сфера?**
5. **Сколько осей симметрии имеет сфера?**
6. **Какая плоскость наз. касательной к сфере?**
7. **Какой вид имеет уравнение сферы?**