Свойства производной. Построение графиков функций.

(Повторение материала 10 класса).

Построение графика функции, заданной формулой, начинают с её исследования

1) Находят область определения функции

2) Выясняют, является ли функция четной (или нечетной), является ли периодической

3) Находят точки пересечения функции с осями ОХ и ОУ

4) Находят промежутки знакопостоянства функции

5) Находят промежутки возрастания и убывания

6) Точки экстремума и значения функции в этих точках

7) Исследуют поведение функции в «особых» точках и при больших х (проверяют на асимптоты)

Промежутки возрастания и убывания (промежутки монотонности).

Достаточный признак убывания :
если $f'(x) < 0$, то $f(x)$ убывает
на данном промежутке.

Достаточный признак возрастания : если
$f'(x) > 0$, то $f(x)$ возрастает
на данном промежутке.

Пример.

Для функции $f(x) = x^4 - 8x^2$

найти промежутки монотонности.

1. D(f)=(–∞; +∞), функция непрерывна и

дифференируема на области определения.

2. $f'(x) = 4x^3 - 16x$

3. $f'(x) = 0,$ если $4x^3 - 16x = 0$;

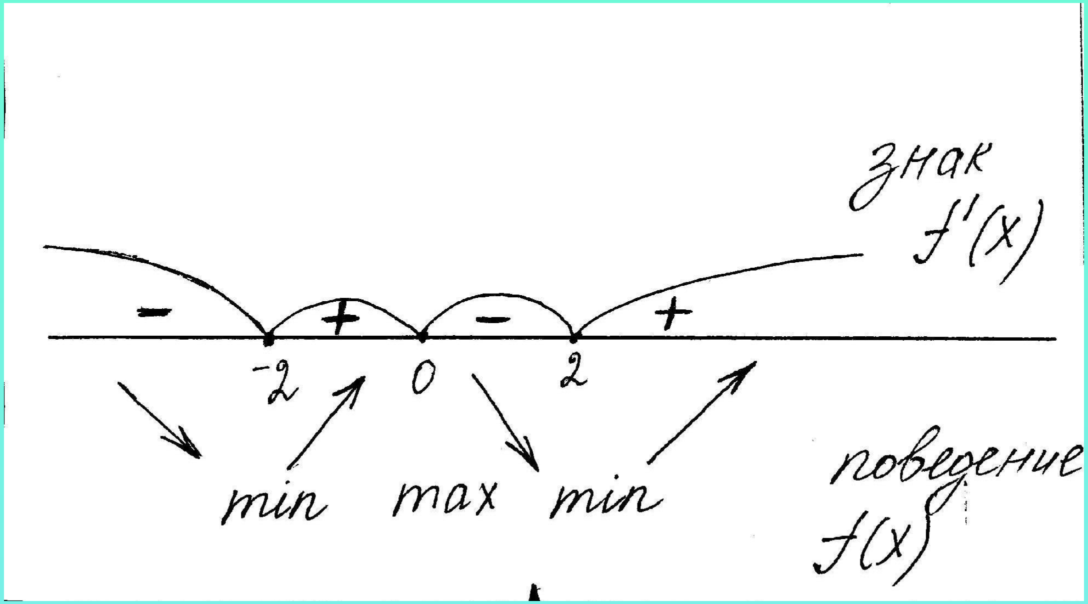
$4x(x-2)(x+2) = 0$;

$x = -2$; $x = 2$.

Решим неравенства

$4x(x-2)(x+2)<0$ и $4x(x-2)(x+2)>0$

методом интервалов.



Ответ: функция
возрастает , если x Є [-2;0], [2; +∞);
убывает , если x Є (-∞;-2],[0;2].

Точки экстремума функции

(точки максимума и точки минимума)

Точка **а** называется точкой максимума функции f(x), если верно неравенство $f(x) \le f(a)$

Если при переходе через точку **а** производная меняет знак с «+» на «-»,

то эта точка является

точкой максимума

Точки экстремума функции (точки максимума и точки минимума)

*Точка **а** называется точкой минимума функции f(x), если верно неравенство*

$f(x) \geq f(a)$

*Если при переходе через точку **а** производная меняет знак с «-» на «+»,*

то эта точка является

точкой минимума

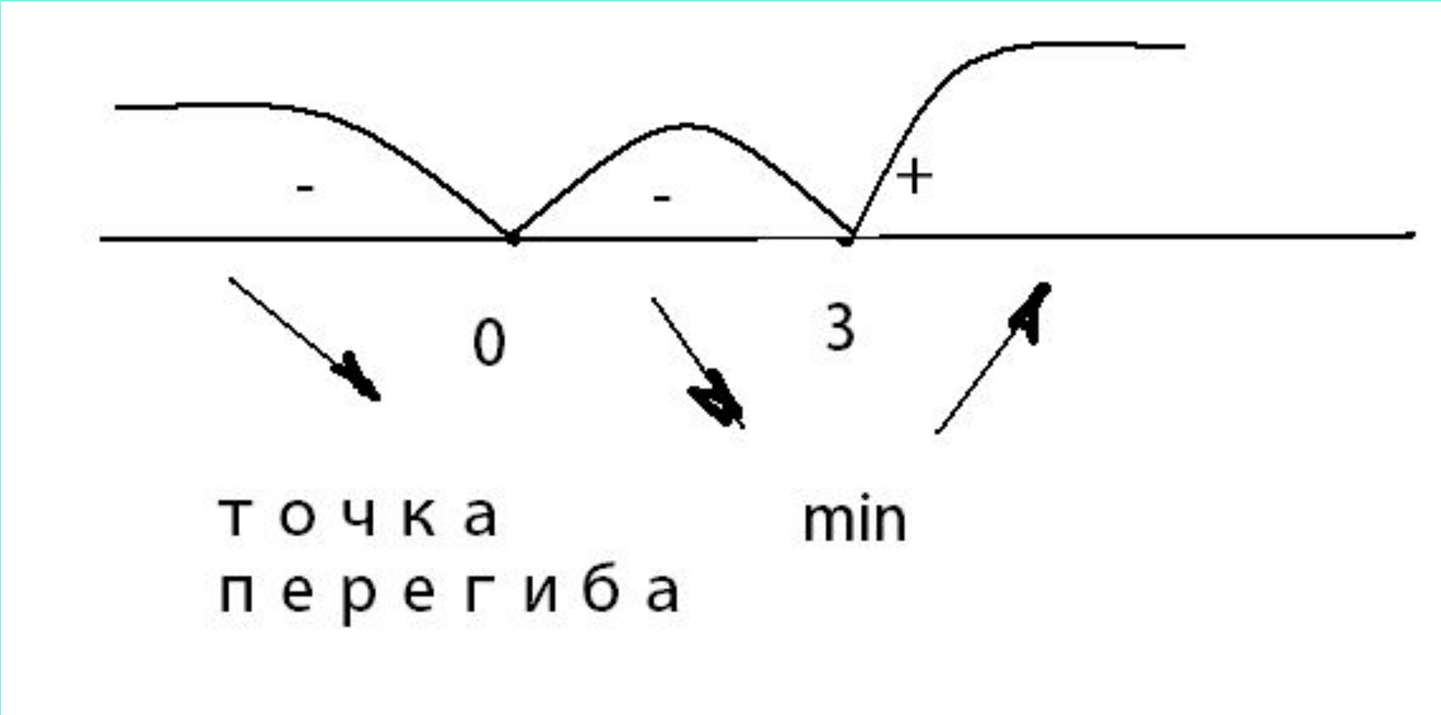
Если производная сохраняет свой знак при переходе через точку а, то такая точка называется **точкой перегиба**

Найти точки экстремума функции

f(x) = $x^4 - 4x^3$

Решение: $f' = 4x^3 - 12x^2 = 4x^2(x-3);$

$x_1 = 0; x_2 = 3;$



При переходе через точку x =0 производная не меняет знак, эта точка не является точкой экстремума, это точка перегиба. При переходе через точку x = 3 производная меняет знак с «-» на «+». Это точка минимума.

Если исследовать функцию и построить график, то это будет видно наглядно.

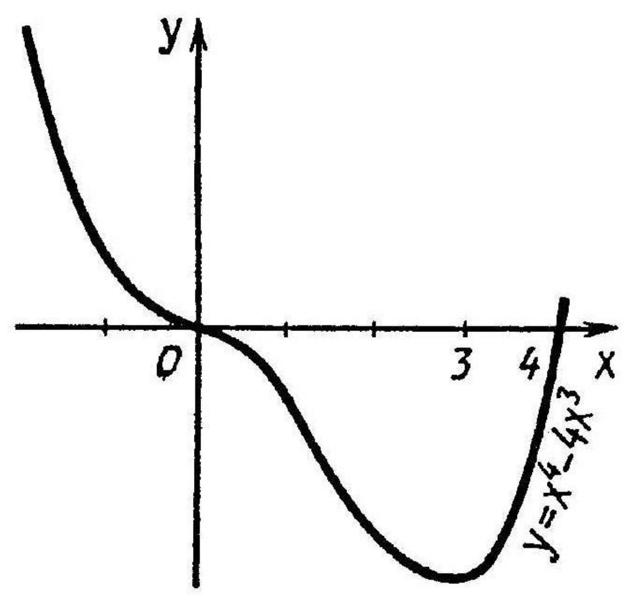


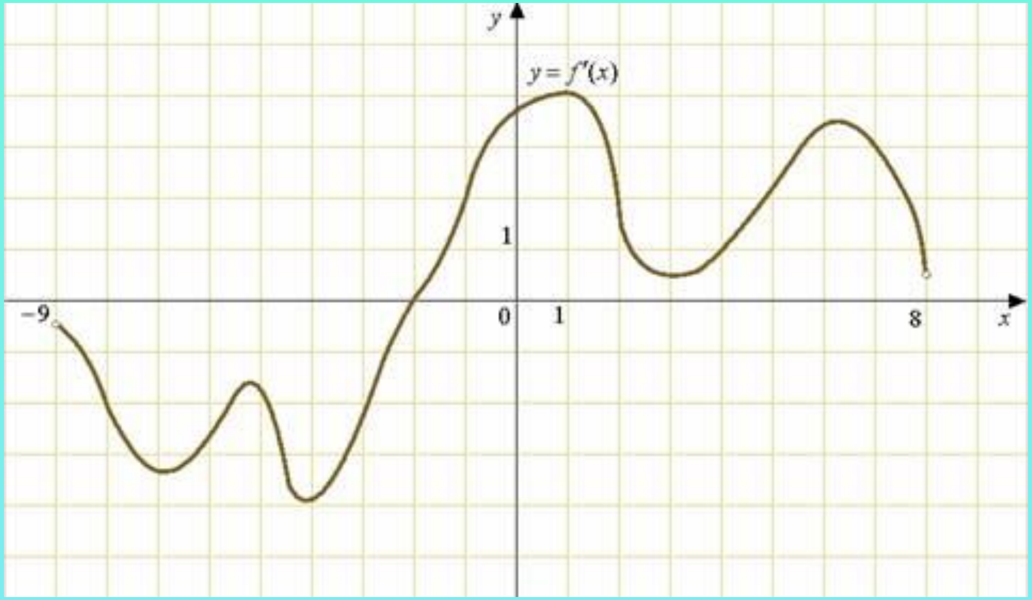
Рис. 65

147

Ответ: Функция имеет одну точку экстремума, это точка минимума x = 3

Производная на ЕГЭ (В8)

На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$ определенной на интервале $(-9; 8)$. В какой точке отрезка $[-8; -4]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: –2

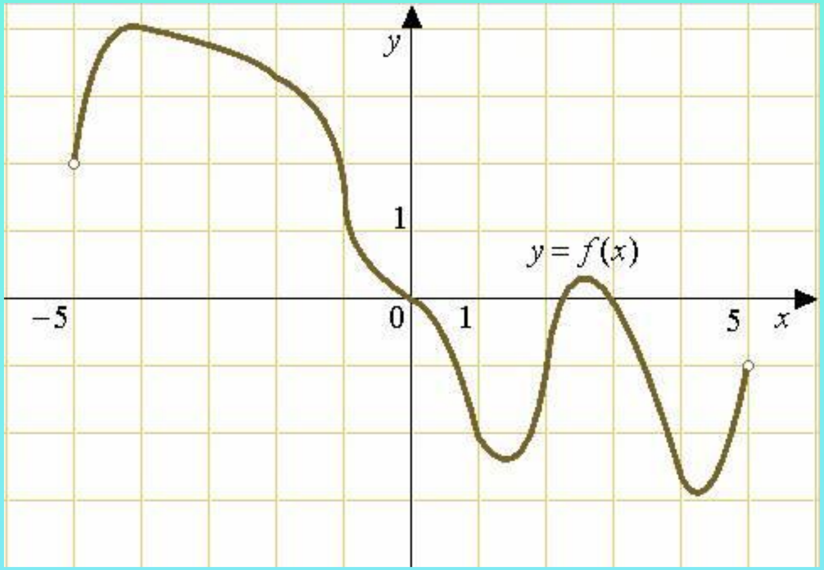
Производная на ЕГЭ (В8)

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$,

определенной на интервале (– 5;5)

. Определите количество целых точек,

в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: 8

Производная на ЕГЭ (В14)

Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 24$

на отрезке [- 2; - 0,5]

Решение. $y' = 3x^2 + 12x + 9$

$3x^2 + 12x + 9 = 0 \quad x = -3;\ x = -1$

$3(x+3)(x+1)<0$ *и* $3(x+3)(x+1)>0$

Знаки производной

$y' < 0$ *на* $[-3; -1]$ *и* $y' > 0$ *на* $(-\infty; -3], [-1; +\infty)$

x= –1 точка минимума $y_{наим} = y(-1) = 20$

Ответ: 20

Использованные ресурсы:

- *Открытый банк задач ЕГЭ по математике 2012*
  http://live.mephist.ru/show/mathege2010/
- *Обучающая система Д. Гущина «РЕШУ ЕГЭ»*
  [*http://reshuege.ru/*](http://reshuege.ru/)
- Мордкович А.П. П.В. Алгебра и начала анализа (профильный уровень) 10 класс, М., «Мнемозина», 2006.
- Алимов Ш.А.Алгебра и начала анализа 10-11 класс, М., «Просвещение»,1999.

Автор:
Заикина Наталья Алексеевна, учитель математики,
МОУ «СОШ № 5»
г. Саратов