



$$z = x + iy$$



# КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

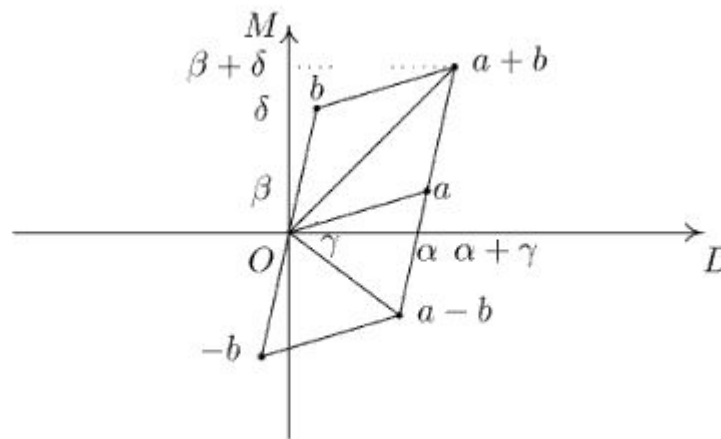
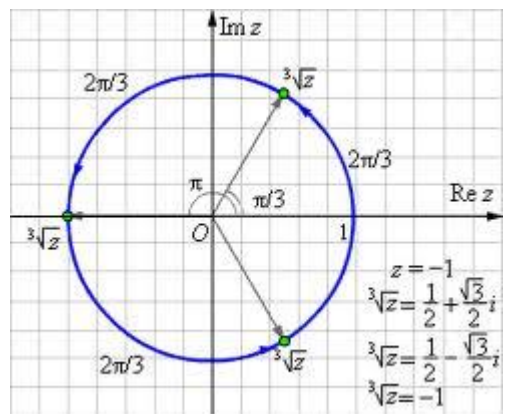
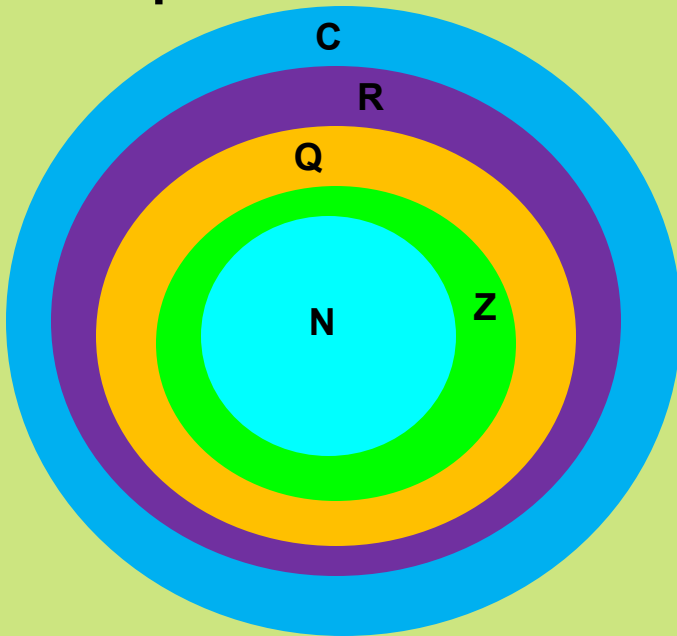


Рис. 1.2

# N C Z C Q C R C C

- N- "natural" R- "real" C - "complex" Z – исключительная роль нуля "zero"
- Q – "quotient" отношение ( т.к. рациональные числа –  $m/n$ )





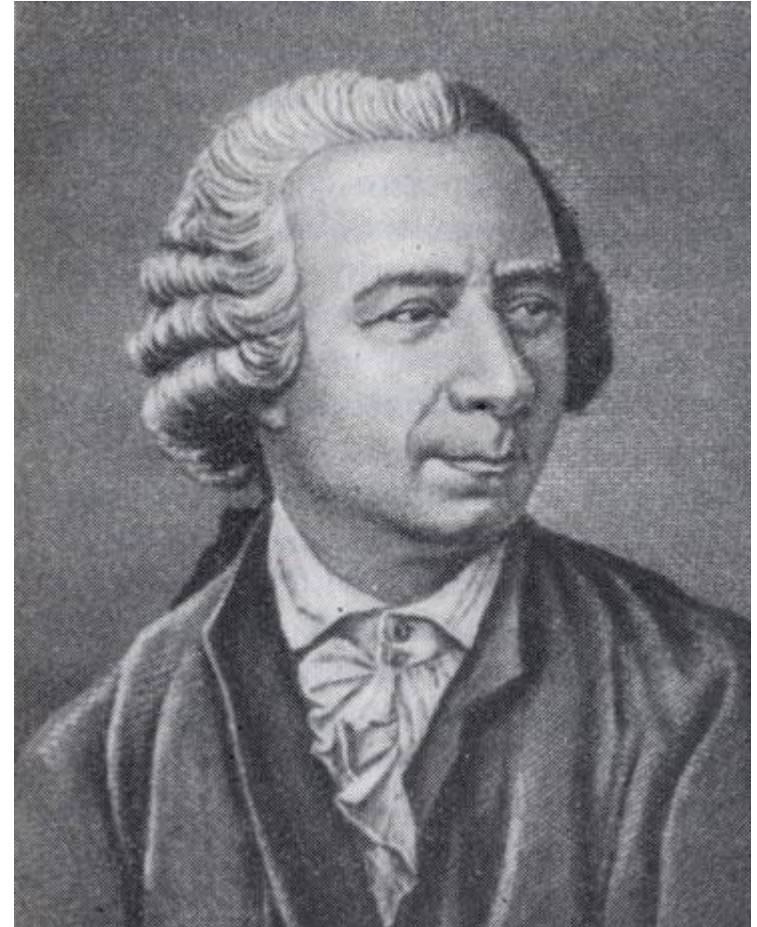
# Минимальные условия комплексного числа


- 1) Существует число, квадрат которого  $= -1$ .
- 2) Множество комплексных чисел содержит все действительные числа.
- 3) Операции сложения, вычитания, умножения и деления комплексных чисел удовлетворяет обычным законом арифметических действий.

## Элемент, квадрат которого равен -1 называется мнимой единицей. Обозначается $i$ (переводится «мнимый», «воображаемый»)

- "Комплексными числами и функциями комплексного переменного математики пользовались в своих исследованиях уже в XVIII в. Особенно велики заслуги крупнейшего математика XVIII в. Леонарда Эйлера (1707—1783), который по праву считается одним из творцов теории функций комплексного переменного. В замечательных работах Эйлера детально изучены элементарные функции комплексного переменного.

После Эйлера открытые им результаты и методы развивались, совершенствовались и систематизировались, и в первой половине XIX в. теория функций комплексного переменного оформилась как важнейшая отрасль математического анализа. "Первое упоминание о «мнимых» числах как о корнях квадратных и» отрицательных чисел относится еще к XVI в. (Дж. К а р д а н о, 1545). До середины XVIII в. комплексные числа появляются лишь эпизодически в трудах отдельных математиков (И. Ньютон, Н. Бернулли, А. Клеро). Первое изложение теории комплексных чисел на русском языке принадлежит Л. Эйлеру («Алгебра», Петербург, 1763, позднее книга была переведена на иностранные языки и многократно переиздавалась): символ « $i$ » также введен Л. Эйлером. Геометрическая интерпретация комплексных чисел относится к концу XVIII в (датчанин Каспар Вессель, 1799





Условия про операции комплексных чисел позволяют умножать комплексные числа на мнимую единицу (  $i$  ). Такое произведение называют чисто мнимыми числами.

- Например:  $i$ ,  $2i$ ,  $-0,3i$  – чисто мнимые числа.
- $3i + 13i = (3+13)i = 16i$
- $3i \cdot 13i = (3 \cdot 13) (i \cdot i) = 39i^2 = -39$

### ПРАВИЛА АРИФМЕТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ

$$\begin{array}{ll} 1^0 & ai+bi=(a+b)i & 2^0 \\ a(bi)=(ab)i & & \\ 3^0 & (ai)(bi)=abi^2= -ab & 4^0 & 0i = 0 \end{array}$$




## Сумма $a+bi$ ( $a$ и $b$ действительные числа)

- 1)  $a = 0$ , то  $a+bi = 0+bi=bi$  (мнимое)
- 2)  $b = 0$ , то  $a+bi = a+0=a$  ( действительное)
- 3)  $a$  не равно нулю, то  $a+bi$  ни действительное, ни мнимое. Оно более сложное составное число.

**КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ НАЗЫВАЮТ  
СУММУ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ЧИСЛА И ЧИСТО  
МНИМОГО ЧИСЛА**

$$Z=a + bi$$





**КОМПЛЕКСНОЕ  
ЧИСЛО**  
 $Z = a + bi$

**a -  
действительная  
часть числа**

**bi-мнимая  
часть  
комплексного  
числа**

**КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА РАВНЫ, КОГДА РАВНЫ ИХ  
ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ И МНИМЫЕ ЧАСТИ.**

$$\underline{a} + bi = c + di, \text{ если } a = c, b = d$$



## ДЕЙСТВИЯ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ $Z_1=a+bi$ $Z_2=c+di$

1.  $Z_1 + Z_2 = (a+c) + (b+d)i$
2.  $Z_1 Z_2 = (a+bi)(c+di) = (ac-bd) + (bc+ad)i$
3.  $Z_1 : Z_2 = (Z_1 \overline{Z_2}) : (Z_2)^2$

СОПРЯЖЕННЫМ ЧИСЛОМ ДЛЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА НАЗЫВАЕТСЯ КОМПЛЕКСНОЕ ЧИСЛО, ОТЛИЧАЮЩЕЕСЯ ОТ ДАННОГО ЗНАКОМ МЕЖДУ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ И МНИМОЙ ЧАСТЯМИ.

**например:  $a+bi$  и  $a-bi$  – сопряженные числа.**

Рассмотрим свойства на примерах :

$$z_1 = 1 - 2i$$

$$z_2 = 3 + i$$

$$z_3 = -7i$$

а)  $Z_1 Z_2$

б)  $Z_1 + Z_2 Z_3$

в)  $Z_1 + (Z_2)^2 + (Z_3)^3$