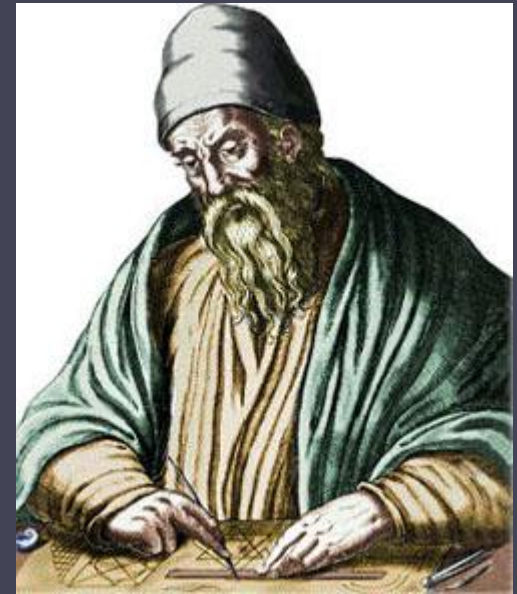


# АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА



# АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА



Евклид  
(365-300 до. н. э.)

*Алгоритм Евклида* - это алгоритм нахождения наибольшего общего делителя (НОД) двух целых неотрицательных чисел.

Древнегреческие математики называли этот алгоритм ἀνθυφαίρεσις или ἀνταναίρεσις — «взаимное вычитание».

**НОД** = наибольший общий делитель двух натуральных чисел – это наибольшее число, на которое оба исходных числа делятся без остатка.

## Вычисление НОД

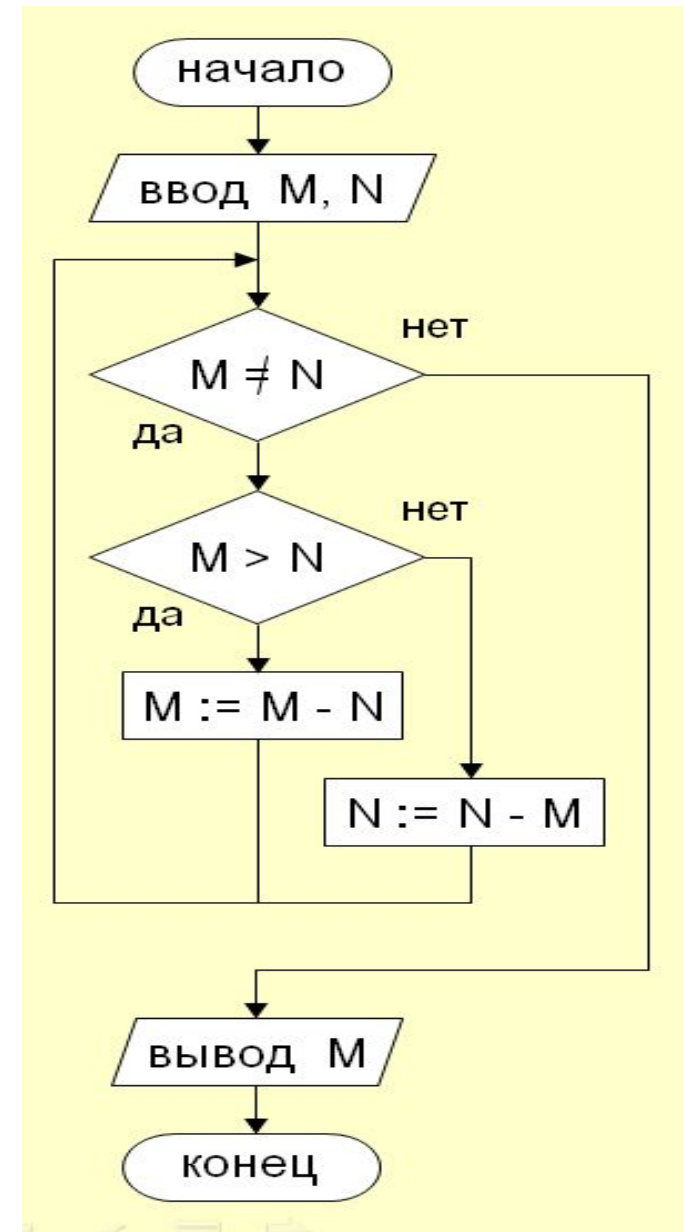
$$\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(a-b, b) = \text{НОД}(a, b-a)$$

Заменяем большее из двух чисел **разностью** большего и меньшего до тех пор, пока они не станут равны. Это и есть НОД.

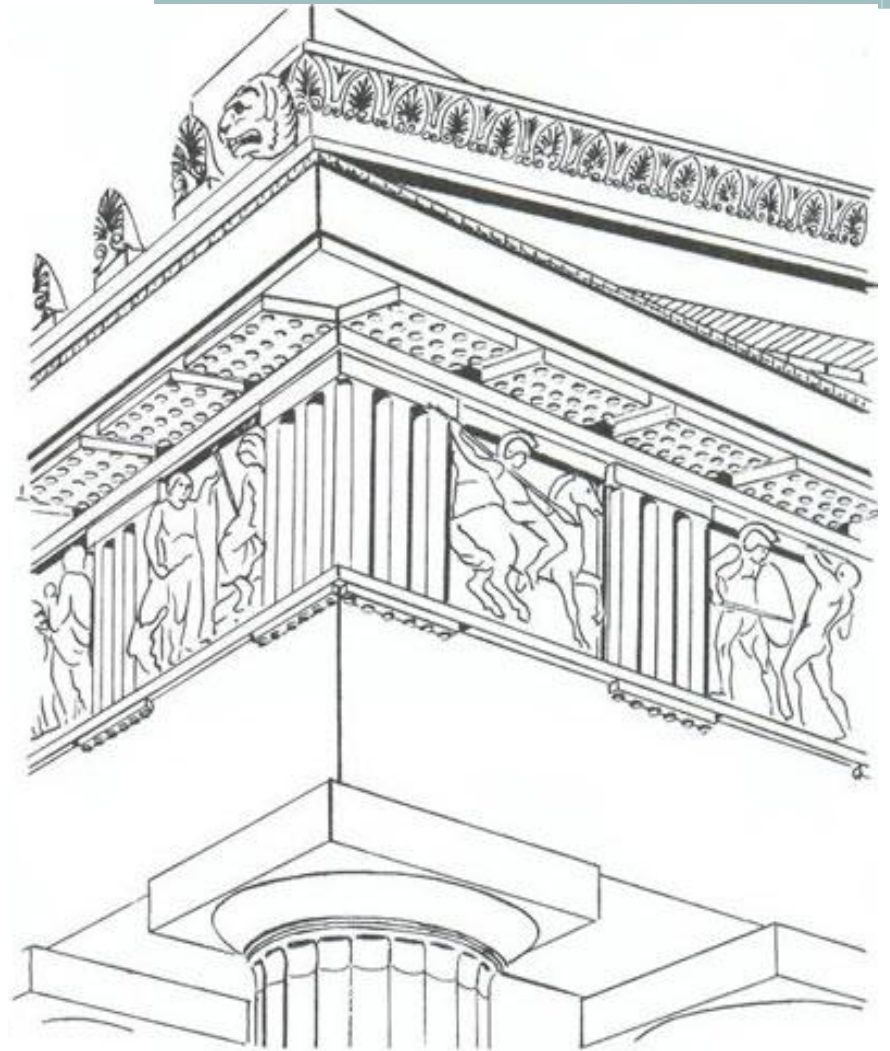
### Пример :

$$\text{НОД}(18, 45) = \text{НОД}(18, 45-18) = \text{НОД}(18, 27) = \text{НОД}(18, 9) = \\ = \text{НОД}(9, 9) = 9$$

| ШАГ | Операция     | M  | N  | Условие           |
|-----|--------------|----|----|-------------------|
| 1   | Ввод M       | 48 |    |                   |
| 2   | Ввод N       |    | 18 |                   |
| 3   | $M \neq N$   |    |    | $48 \neq 18$ , да |
| 4   | $M > N$      |    |    | $48 > 18$ , да    |
| 5   | $M := M - N$ | 30 |    |                   |
| 6   | $M \neq N$   |    |    | $30 \neq 18$ , да |
| 7   | $M > N$      |    |    | $30 > 18$ , да    |
| 8   | $M := M - N$ | 12 |    |                   |
| 9   | $M \neq N$   |    |    | $12 \neq 18$ , да |
| 10  | $M > N$      |    |    | $12 > 18$ , нет   |
| 11  | $N := N - M$ |    | 6  |                   |
| 12  | $M \neq N$   |    |    | $12 \neq 6$ , да  |
| 13  | $M > N$      |    |    | $12 > 6$ , да     |
| 14  | $M := M - N$ | 6  |    |                   |
| 15  | $M \neq N$   |    |    | $6 \neq 6$ , нет  |
| 16  | Вывод M      |    |    |                   |



```
program Evklid;  
var m, n: integer;  
begin  
  writeln ('vved 2 chisla');  
  readln (m,n);  
  while m<>n do  
  begin  
    if m>n  
    then m:=m-n  
    else n:=n-m;  
  end;  
  write ('nod=',m);  
readln  
end.
```



# Задачи

0. Выполните на компьютере программу Евклид. Протестируйте её при значениях  $M=32, N=24$ ;  $M=696, N=234$ .

1. Проверить, являются ли два данных числа взаимно простыми.  
*Примечание.* Два числа называются взаимно простыми, если их наибольший общий делитель равен 1.

2. Найти наименьшее общее кратное (НОК) чисел  $n$  и  $m$ , если  $\text{НОК}(n, m) = n * m / \text{НОД}(n, m)$ .

3. Даны натуральные числа  $m$  и  $n$ . Найти такие натуральные  $p$  и  $q$ , не имеющие общих делителей, что  $p / q = m / n$ .

4. Найти НОД трех чисел.

*Примечание.*  $\text{НОД}(a, b, c) = \text{НОД}(\text{НОД}(a, b), c)$

**ЕВКЛИД**, древнегреческий математик.  
Работал в Александрии в 3 в. до н. э.  
Главный труд "Начала" (15 книг),  
содержащий основы античной  
математики, элементарной геометрии,  
теории чисел, общей теории отношений  
и метода определения площадей и  
объемов, включавшего элементы теории  
пределов.  
Оказал огромное влияние на развитие  
математики.  
Работы по астрономии, оптике, теории  
музыки.