Муниципальное общеобразовательное учреждение «Лермонтовская средняя общеобразовательная школа»

Тема: ***«Инверсия»***

научно – исследовательская работа по математике.

Автор: **Карбовская Елена**

Класс: **10**

Руководитель:

Долид Наталья Николаевна

Содержание

1. Введение
2. Определение и свойства инвертных точек.
3. Метод инверсии.
   3.1. Инверсия относительно оси ОХ.
   3.2. Построение графиков y=1/f(x).
   3.3. Построение графиков y= $ax^2 + вx + c$ в зависимости от коэффициентов a, b, c.
4. 4.1. Инверсия относительно оси ОУ
   4.2. Построение графиков y = f(1/x)
5. Применение инверсии в решении уравнений с параметром графическим способом.
6. Список литературы.

1.Введение

$$y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

$$y = \frac{1}{x^2+4}$$

$$y = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$$

$$y = \frac{1}{\sin x}$$

$$y = \sqrt{\frac{1}{x+1}} + 3$$

Инверсия - изменение нормального положения компонентов, расположение их в обратном порядке. (Толковый словарь С.И. Ожегова).

Инверсия (от лат. Inversion – переворачивание, перестановка) – термин, относящийся к перестановкам в математике.

Цель работы:

Изучить метод инверсии и его применение при построении графиков функций и графическом решении уравнений с параметром.

Задачи:

1. Знакомство с методом инверсии.
2. Рассмотрение инверсии относительно прямой, осей координат.
3. Изучение свойств инверсии.
4. Практическое применение инверсии при построении графиков и решении уравнений.

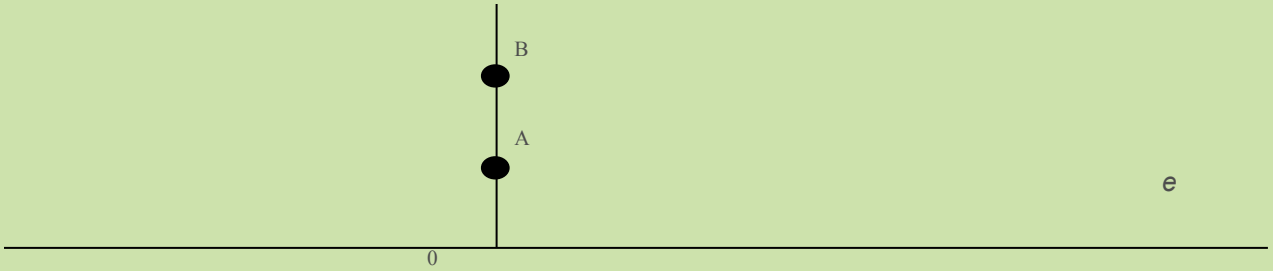
Достоинства способа:

- он помогает приобрести навык построения графиков функций;
- он помогает усвоению таких важных свойств функций как монотонность, экстремум, знакопостоянство, четность;
- график функции — ее «портрет», поэтому данный способ помогает лучше увидеть свойства функции и решать уравнения с параметрами.

2. Определение и свойства инвертных точек.

Точка B называется ***инвертной*** точке A относительно прямой (оси) e, если:

1) эти точки лежат по одну сторону относительно e;
2) отрезок, их соединяющий, перпендикулярен оси e;
3) произведение расстояний от этих точек до e равно 1 (OA·OB = 1)
4) для точек оси e инвертных нет.



Преобразование плоскости, при котором каждая точка переходит в инвертную ей относительно данной прямой, называется ***инверсией*** . Для точек этой прямой преобразование не определяется.

3. Метод инверсии.
3.1. Инверсия относительно оси OX.

Рассмотрим инверсию относительно оси OX.

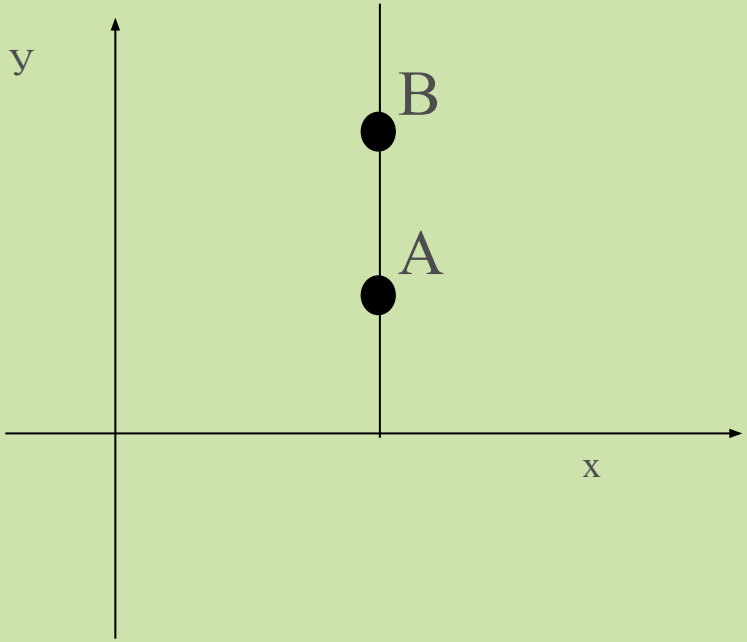


График функции g(x)= $\frac{1}{f(x)}$ получается из графика функции y=f(x) инверсией относительно оси OX.

$$(x\,;\,y) \longrightarrow \left(x\,;\ \frac{1}{x}\right).$$

Свойства инверсии относительно оси Ox

1. Если f(x)>0, то >0.

Если f(x) <0, то <0.

2. Если y=f(x) имеет корни x= x1…., т.е. f(x)=0, то g(x)= $\frac{1}{f(x)}$ имеет вертикальные асимптоты x=x1 ….

3.Если у графика функции y=f(x) есть горизонтальная асимптота y=0,то $\frac{1}{f(x)}$ имеет асимптоту y=0.

Если у графика функции y=f(x) есть горизонтальная асимптота $y = b$ при $x \to \infty$ то график функции g(x)= $\frac{1}{f(x)}$ будет иметь горизонтальную асимптоту $y = \frac{1}{b}$.

4.Если f(-x)= f(x), то g(- x)= $\frac{1}{f(-x)}$ = $\frac{1}{f(x)}$ = g(x)

Если f(-x)= - f(x), то g(- x)= $\frac{1}{f(-x)}$ = $\frac{1}{-f(x)}$ = -g(x).

5.Если f(x) – периодическая функция, то $\frac{1}{f(x)}$ - периодическая функция.

6. Если f(x) сохраняет знак на множестве X и возрастает на нем, то $\frac{1}{f(x)}$ убывает на этом множестве.

Если f(x) сохраняет знак на множестве X и убывает на нем, то $\frac{1}{f(x)}$ возрастает на этом множестве.

7.Наибольшее значение функции изменяется и становится наименьшим, и наоборот. Максимум становится минимумом, и наоборот

8. Если при x $\to \infty$ f(x) $\to$ 0, то в графике инвер $\to \infty$.

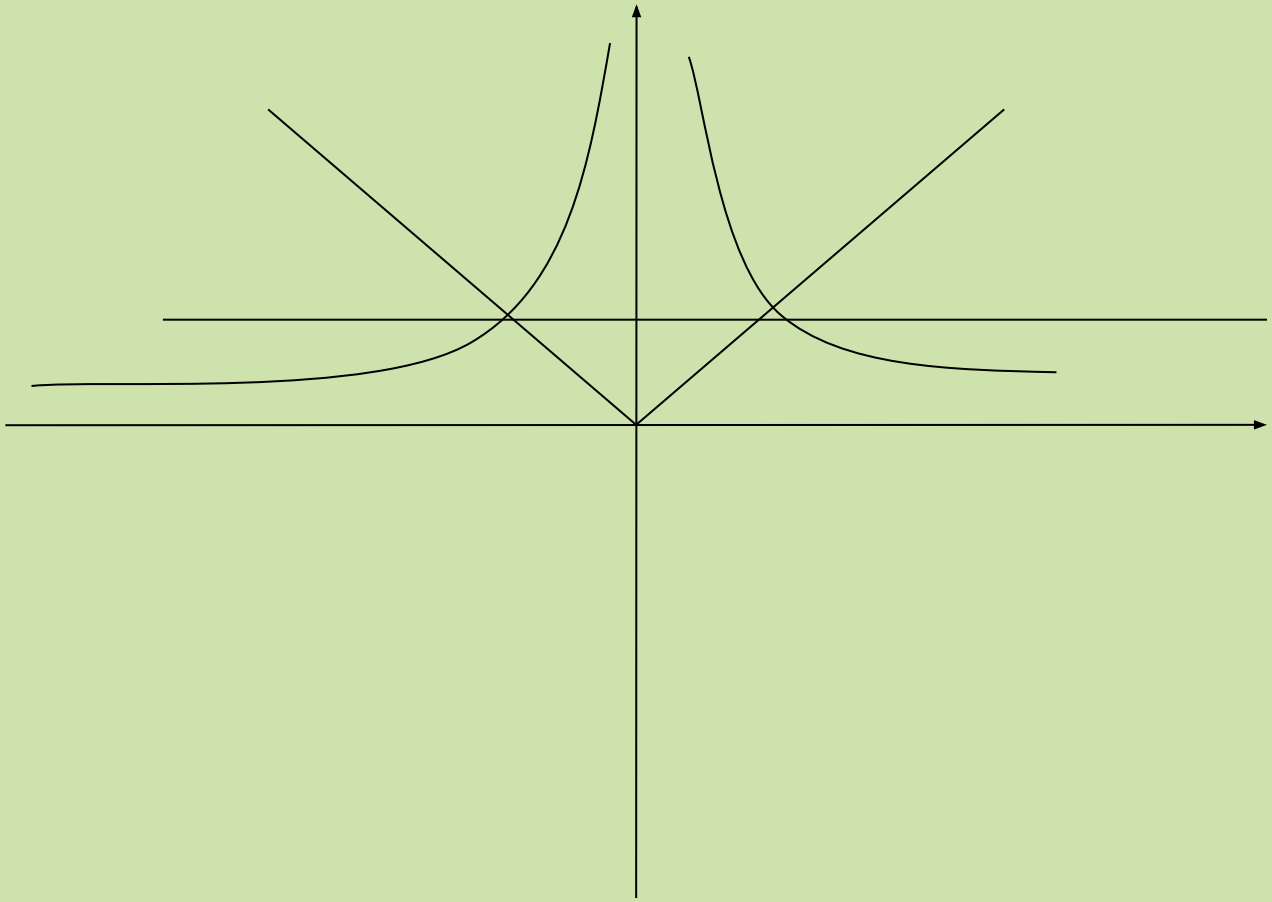
Если при x $\to \infty$ f(x) $\to \infty$, то в графике инверсии $\frac{1}{f(x)} \to 0$.

3.2. Построение графиков y=1/f(x).

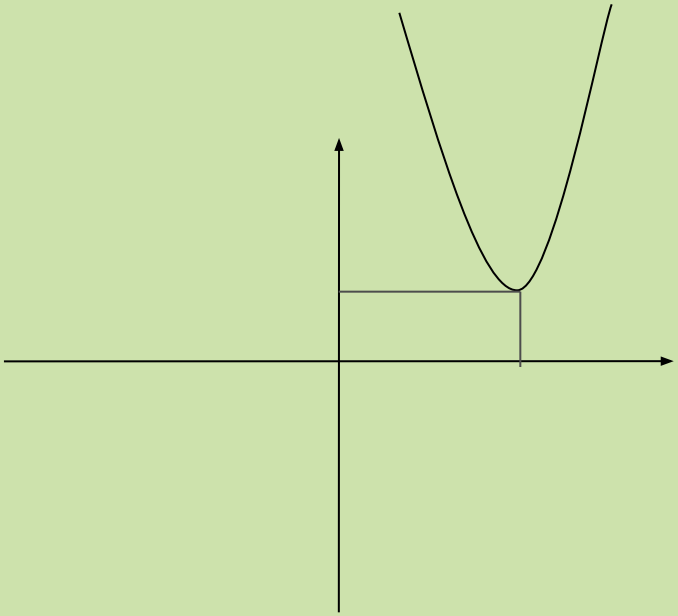
Алгоритм построения:

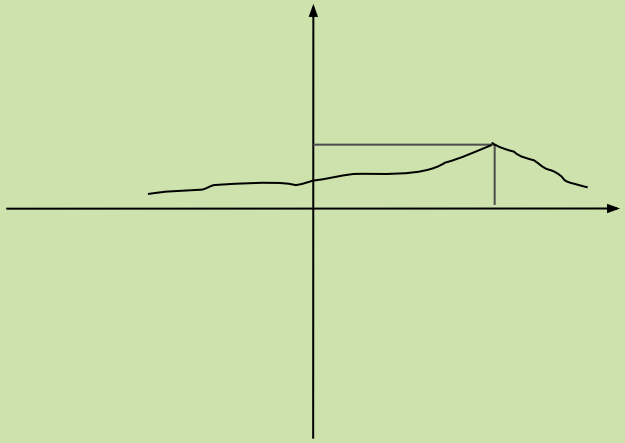
1. Строим график функции y=f(x).
2. Через точки пересечения графика функции y=f(x) с осью OX проводим вертикальные асимптоты или вынуть из области определения нули функции.
3. Строим вспомогательные прямые y=1, y=-1.
4. Промежутки знакопостоянства сохраняем.
5. Сохраняем четность функции (симметрия графика)
6. Сохраняем периодичность функции.
7. Меняем промежутки возрастания (убывания) на промежутки убывания (возрастания).

$$y = \frac{1}{|x|}$$

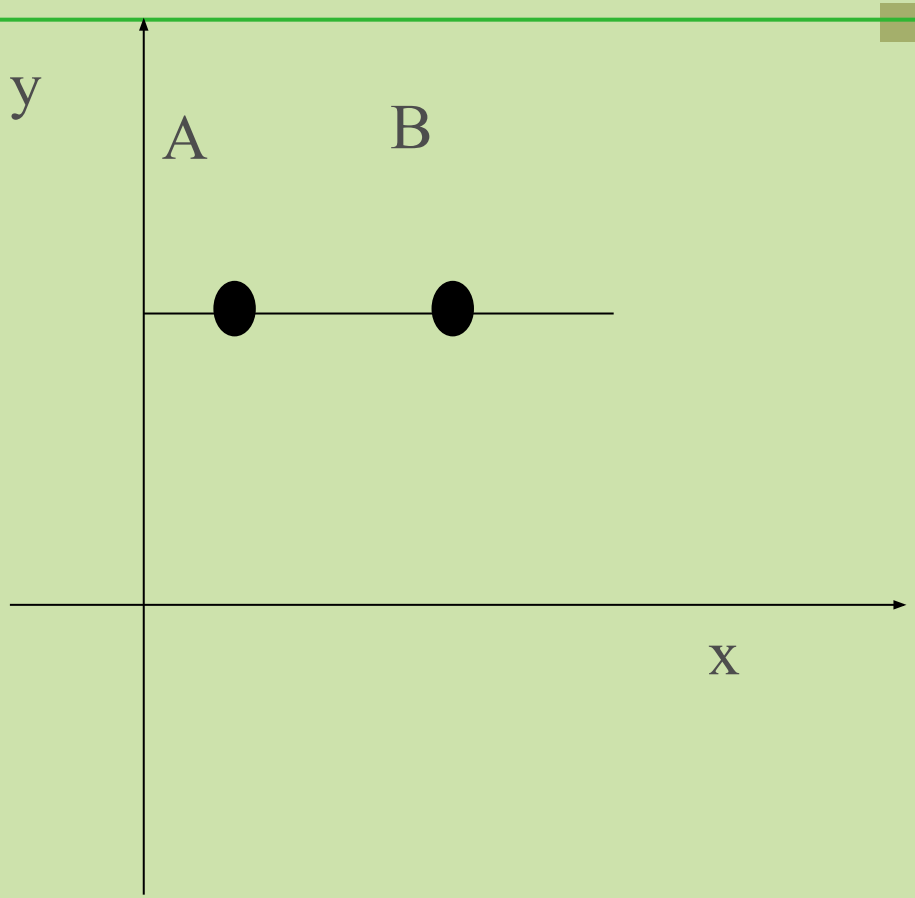


Построение графиков y=1/(ax2+bx+c) в зависимости от коэффициентов a, b, c.





4.1.Инверсия относительно оси ОУ



(x ; y) (

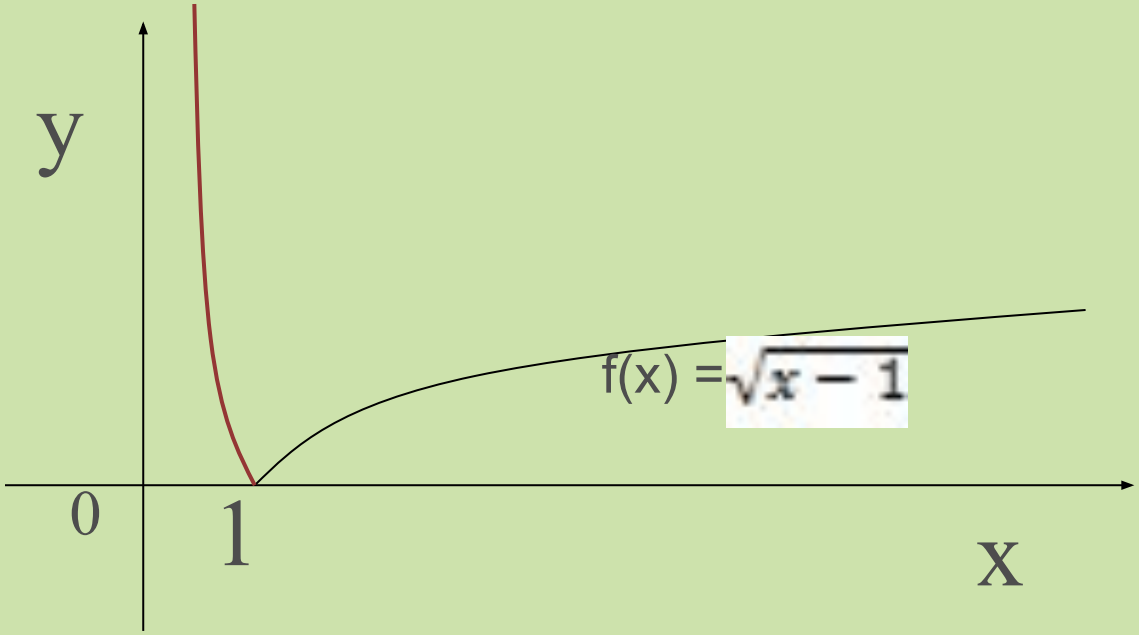
График функции g(x)=f($\frac{1}{x}$) получается из графика функции y=f(x) инверсией относительно оси ОУ.

$$(x\ ;\ y) \rightarrow \left(\frac{1}{x},\ y\right)$$

y

Пример 1. Построить график функции $y = \sqrt{\frac{1}{x} - 1}$

График этой функции получается из графика функции f(x) =$\sqrt{x-1}$ инверсией относительно оси ОУ.



Рассмотренная тема находит свое применение в решении уравнений

с параметрами графическим методом.

Он состоит в построении кривой, определяемой уравнением с параметром:

5. Применение инверсии в решении уравнений

с параметром графическим способом.

(a - 1)x² - 4(a - 1)x + 3a – 4 = 0

Проведем преобразования.

Рассмотренная тема находит свое применение в решении уравнений

с параметрами графическим методом.

Он состоит в построении кривой, определяемой уравнением с параметром:

(a - 1)x² - 4(a - 1)x + 3a – 4 = 0

Проведем преобразования.

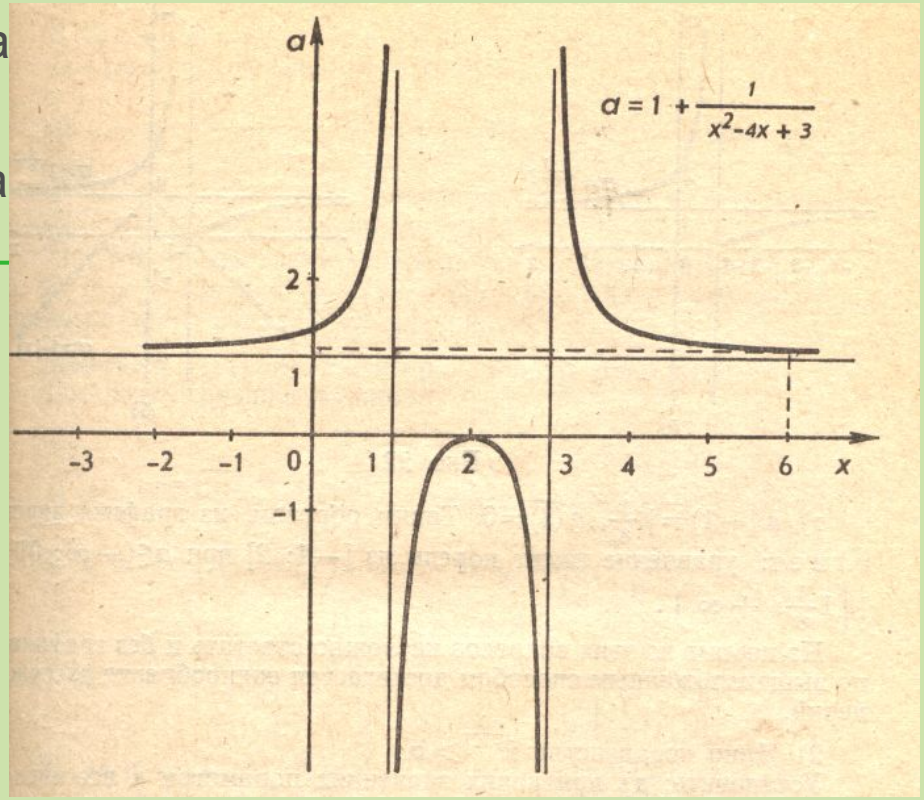
После преобразования получаем: $$a = \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4x + 3} = 1 + \frac{1}{x^2 - 4x + 3}.$$

а) при каких значениях параметра а уравнение не имеет решения;

б) при каких значениях параметра знаков;

в) при каких значениях параметра отрезка [-1;2];

г) при каких значениях параметра 6.



С помощью графика установить:

а) при каких значениях параметра а уравнение не имеет решения;

б) при каких значениях параметра а уравнение имеет решения разных знаков;

в) при каких значениях параметра а уравнение имеет корень из отрезка [-1;2];

г) при каких значениях параметра а уравнение имеет корень больше 6.

Список используемой литературы

- А.П. Карп «Даю уроки математики» (М., «Просвещение», 1992)
- Н.Я. Виленкин «Алгебра 9» (учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики). (М., «Просвещение», 1996)
- http://ru.wikipedia.org/wiki/Инверсия

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!