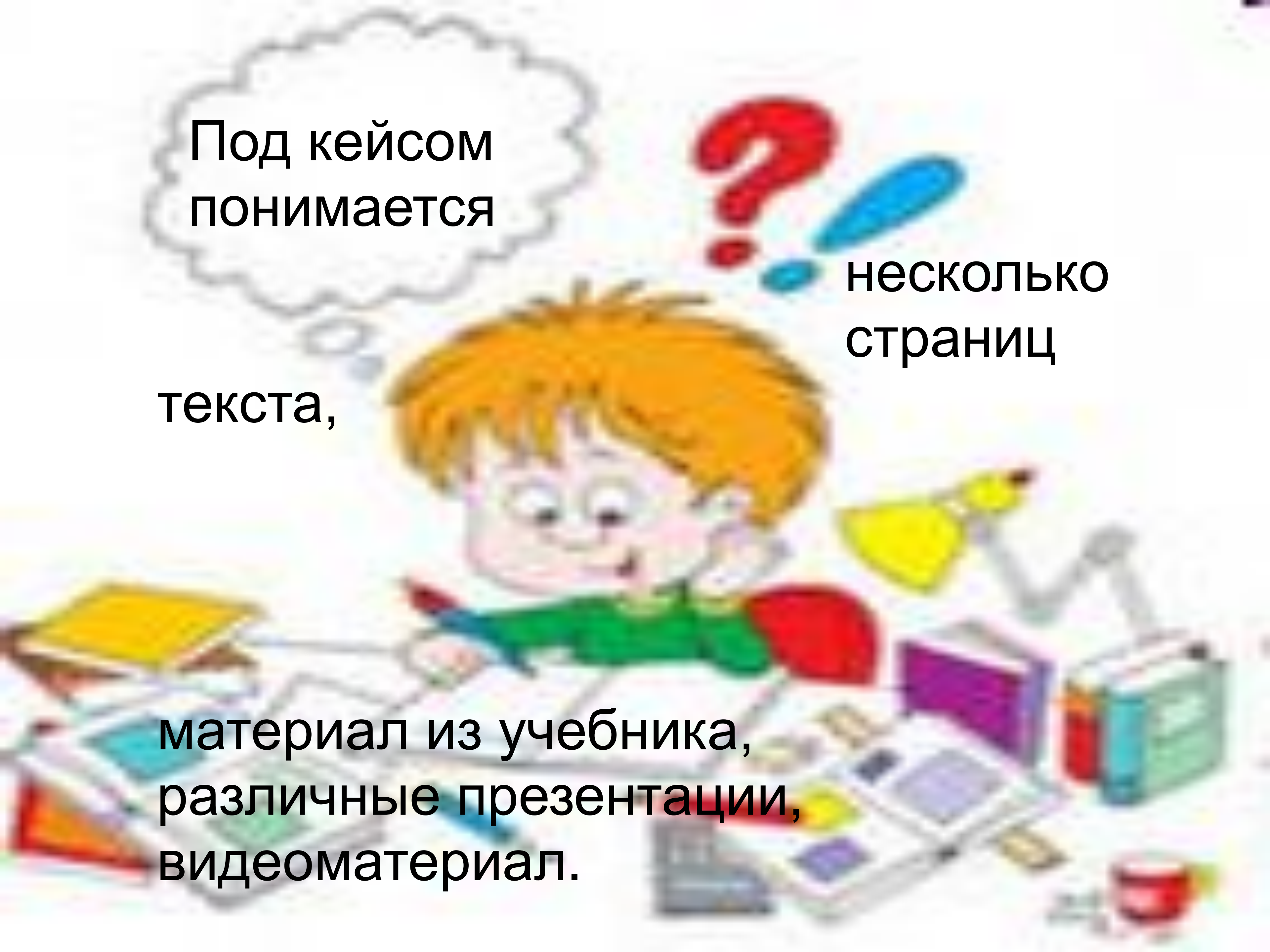
Методы решения систем уравнений

Урок математики
9 класс

учитель Курохтина В.А.
МОУ СОШ № 1
г. Пыть-Ях



Под кейсом понимается несколько страниц текста, материал из учебника, различные презентации, видеоматериал.

$$\begin{cases} x+3y=5, \\ xy=2; \end{cases} \qquad \begin{cases} x=5-3y, \\ (5-3y)y=2. \end{cases}$$

$$-3y^2+5y-2=0$$

$$y_1=1, \qquad y_2=\frac{2}{3}$$

$$x_1=5-3, \qquad x_2=5-2$$

$$x_1=2, \qquad x_2=3$$

Ответ: $(2;1);(3;\frac{2}{3}).$

$$\begin{cases} 2x + xy + 2 = 0, \\ 4y + 3xy + 30 = 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} 6x + 3xy + 6 = 0, \\ 4y + 3xy + 30 = 0. \end{cases}$$

$$(6x + 3xy + 6) - 4y + 3xy + 30) = 0;$$

$$\begin{cases} 6x - 4y - 24 = 0; \\ 3x - 2y - 12 = 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x + xy + 2 = 0, \\ 3x - 2y - 12 = 0. \end{cases}$$

$$y = \frac{3x - 12}{2}; \qquad 2x + x\frac{3x - 12}{2} + 2 = 0;$$

$$3x^2 - 8x + 4 = 0;$$

$$x_1 = 2, \qquad x_2 = \frac{2}{3}.$$

$$y_1 = -3, \qquad y_2 = -5.$$

Ответ ***:*** $(2;\text{-}3); (\frac{2}{3}; -5).$

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} = 2{,}5, \\ x^2 - y^2 = 3. \end{cases}$$

$$t = \frac{x}{y},$$

$$t + \frac{1}{t} = 2{,}5,$$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0,$$

$$t_1 = 2, \quad t_2 = \frac{1}{2}.$$

$$\frac{x}{y} = 2, \qquad \frac{x}{y} = \frac{1}{2}.$$

$$x = 2y, \qquad y = 2x.$$

$$\begin{cases} x = 2y, \\ x^2 - y^2 = 3; \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 2x, \\ x^2 - y^2 = 3. \end{cases}$$

***Ответ*:** $(2;1); (-2;-1).$

Обратимся

к кейсу

Если $x=0$, то согласно условию первого уравнения $y=0$. Но пара (0;0) не является решением второго уравнения, следовательно не является решением системы. Так как $x \neq 0$, то обе части первого уравнения почленно поделим на x^2:

$$\frac{x^2}{x^2} - \frac{xy}{x^2} - \frac{2y^2}{x^2} = 0;$$

$$1 - \frac{x}{y} - 2\left(\frac{y}{x}\right)^2 = 0.$$

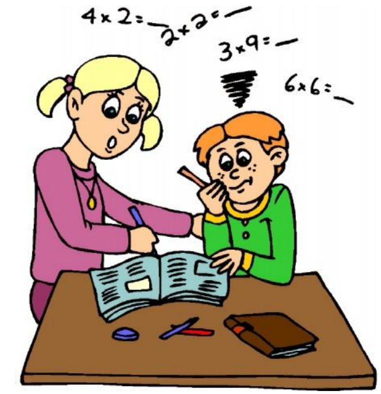
$$\frac{y}{x} = t,$$

$$-2t^2 - t + 1 = 0,$$

$$t_1 = -\frac{1}{2}, \qquad t_2 = -1.$$

$$\frac{y}{x} = -\frac{1}{2},\qquad \frac{y}{x} = -1.$$

$$x = -2y,\qquad y = -x.$$



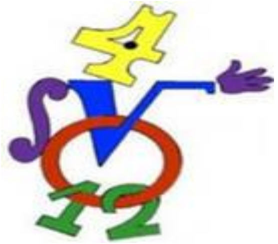
$$\left[\begin{array}{l} x = -2y, \\ x^2 + y^2 = 20; \end{array}\right.\qquad \left[\begin{array}{l} y = -x, \\ x^2 + y^2 = 20. \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = -2y, \\ 5y^2 = 20; \end{array}\right.\qquad \left[\begin{array}{l} y = -x, \\ 2x^2 = 20. \end{array}\right.$$

$$y_1 = 2,\quad x_1 = -4,\qquad y_2 = -2;\quad x_2 = 4;$$

$$x_3 = \sqrt{10},\quad y_3 = -\sqrt{10},\qquad x_4 = -\sqrt{10},\quad y_4 = \sqrt{10}.$$

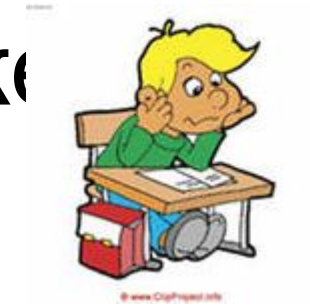
Ответ: $(-4;2); (4;-2); (\sqrt{10}; -\sqrt{10}); (-\sqrt{10}; \sqrt{10}).$



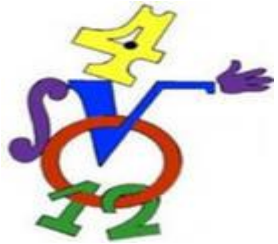
Метод подстановки

заключается в том, что из одного уравнения системы одну из переменных выражают через другую, затем полученное выражение подставляют во второе уравнение системы и решают его относительно оставшейся переменной. Найдя корни последнего уравнения, ищут соответствующие значения второй переменной.

д алгебраического сложе



заключается в том, что путем умножения одного из уравнений системы (или обоих) на нужное число, необходимо получить при одной из переменных противоположные коэффициенты. Тогда, при сложении уравнений системы, компоненты с данной переменной взаимно уничтожаются, и мы получаем уравнение с одной переменной. Найдя корни последнего уравнения, ищем соответствующие значения второй переменной.



Метод введения новых переменных

заключается в том, что какое-либо выражение в одном из уравнений обозначают новой переменной. Записывают исходное уравнение с новой переменной для того, чтобы одно из уравнений системы стало более простым, и решают его относительно этой переменной. Последующее решение сводится к решению более простых систем, как правило, методом подстановки.

Домашнее задание

№ 11.23 (б)

№ 11.39 (а; б)

Цели урока

- продолжить изучение методов решения систем уравнений (метод деления и умножения);
- учиться применять необходимое содержание не как сведения для запоминания, а как знания для осмысленного использования;
- продолжать работу по развитию математически грамотной речи, умения точно излагать свои мысли, делать выводы