Квадратные уравнения. презентация

Тема урок

Решение задач с помощью квадратных уравнений.

Цель урока

- Продолжить формирование навыка решений квадратных уравнений по формуле.
- Совершенствовать навык составления уравнения по условию задачи, умение проверять соответствие найденного решения условиям задачи.

Уравнения вида

$$ax^2+bx+c=0,$$ где $a \neq 0$

называют ***квадратным уравнением.***

Если a=1, то уравнение называют

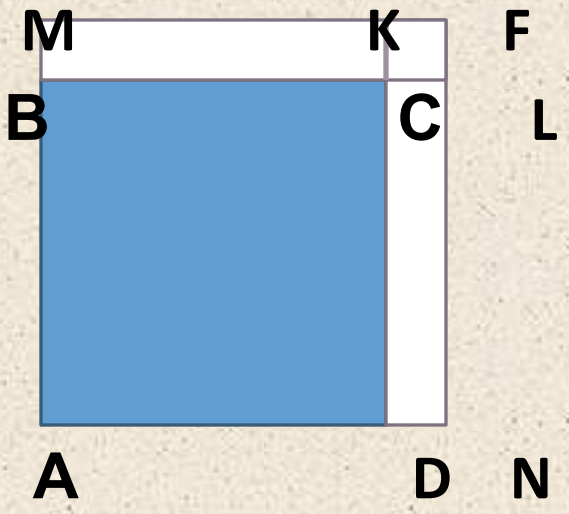
приведенным квадратным уравнением.

В Греции математики овладели искусством решать квадратные уравнения путем использования геометрической алгебры.

Примеры геометрического решения квадратных уравнений приводятся в знаменитой «Алгебре Мухаммеда аль-Хорезми»

Решим уравнение $x^2+10x=39$

Построим квадрат ABCD со стороной x см и на его сторонах BC и CD равные прямоугольники с высотой 5 см.



$S_{AMFN}=S_{ABCD}+2S_{CDNL}+S_{CKFL}=x^2+2x*5+25$

$S_{AMFN}=(x+5)^2$

$(x+5)^2=x^2+10x+25$

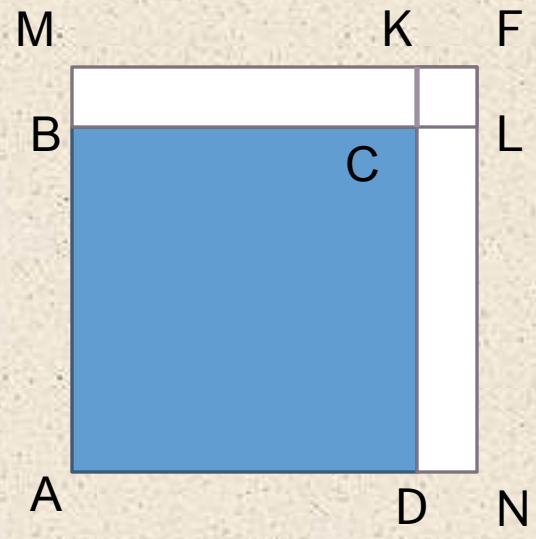
т.к. $x^2+10x=39$

$(x+5)^2=39+25$

$(x+5)^2=64$

$x+5=8$ $\quad$ $x+5=-8$

$X=3$ $\quad$ $x=-13$



Впервые отрицательные корни уравнений стал находить индийский математик Бхаскара XII в., книга которого «Лилавати» являлась главным источником математических знаний на Востоке

В Европе решение квадратных уравнений было изложено итальянским ученым Леонардо Фибоначчи в «Книге абака» (начало XIII в.).

В середине XVI в. в общее правило решения квадратных уравнений при любых знаках коэффициентов было дано немецким математиком М. Штифелем

Решение квадратных уравнений по формуле.

$$ax^2 + вx + c = 0$$

$$Д = в^2 - 4ac$$

1) Если Д $\rangle$ 0, уравнение имеет 2 различных корня.

2) Если Д$\langle$0, уравнение не имеет корней.

3) Если Д = 0, уравнение имеет 1 корень.

Решение квадратного уравнения по формуле

$$x^2 + 10x = 39$$

$$x^2 + 10x - 39 = 0$$

$$Д = 100 - 4 \bullet 1 \bullet (-39) = 256$$

$$x_1 = \frac{-10 + 16}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-10 - 16}{2} = -13$$

Реши уравнения и выбери правильный отве

1) $x^2 - x - 42 = 0$

а) 6;7 б)7 ;-6 в) - 6;-7 г) - 7;6

2) $2x^2 + 7x - 9 = 0$

а) -1; - 4,5 б)1 ; 4,5 в)корней нет г) 1;-4,5

3) $3x^2 = 18x$

а) 6 б) - 6; 0 в) 0;6 г)корней нет

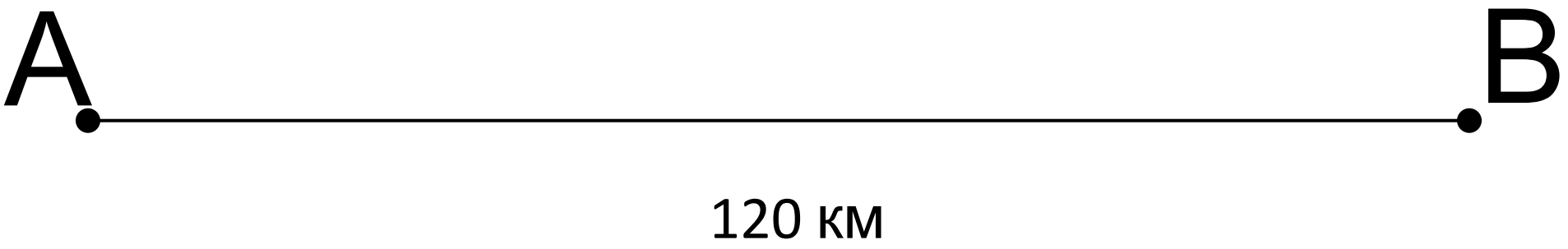
Ответы

1	2	3
б	г	в

№ 1

Условие

Из города А в город В, расстояние между которыми 120 км, выехали одновременно два велосипедиста. Скорость первого на 3 км/ч больше скорости второго, поэтому он прибыл в город В на 2 ч раньше. Определите скорость велосипедистов.

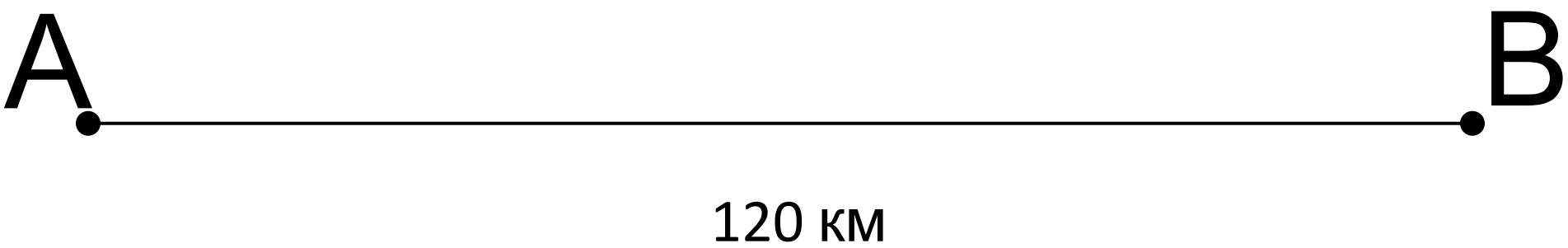


Решение

Пусть x км/ч – скорость второго велосипедиста

	S, км	υ, км/ч	t, ч
1 велосипедист	120	x+3	$\frac{120}{x+3}$
2 велосипедист	120	x	$\frac{120}{x}$

Известно, что второй велосипедист прибыл в город В раньше на 2 ч, чем первый.



Решение

Составим и решим уравнение: $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+3} = 2$

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+3} = 1$$

- Умножим обе части этого уравнения на x(x+3)

$$60(x+3) - 60x = x(x+3)$$

$$60x + 180 - 60x = x^2 + 3x$$

$$x^2 + 3x - 180 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 180 = 729 = 27^2$$

$$x_1 = \frac{-3-27}{2} = -15 \qquad x_2 = \frac{-3+27}{2} = 12$$

Число -15 противоречит смыслу задачи

Если x=12, то x(x+3)≠0, верно

12 км/ч – скорость второго велосипедиста

15 км/ч – скорость первого велосипедиста

Ответ: 12 км/ч; 15 км/ч.

Реши самостоятельно

Условие

Из пунктов А и В навстречу друг другу одновременно вышли два пешехода. Скорость первого на 1 км/ч больше скорости второго, поэтому он прибыл в пункт В на 1 ч раньше, чем второй в пункт А. Найдите скорости пешеходов, если расстояние между пунктами А и В равно 20 км.

Решение

	S, км	υ, км/ч	t, ч
1 пешеход	20	x+1	$\frac{20}{x+1}$
2 пешеход	20	x	$\frac{20}{x}$

По условию задачи время движения первого пешехода на 1 ч меньше времени движения второго.

Решение

Составим и решим уравнение:

$$\frac{20}{x}-\frac{20}{x+1}=1$$

$$\frac{20(x+1)}{x(x+1)}-\frac{20x}{x(x+1)}=\frac{x(x+1)}{x(x+1)}$$

$$20(x+1)-20x=x(x+1)$$

$$20x+20-20x=x^2+x$$

$$x^2+x-20=0$$

$$D=1+4\cdot 20=81=9^2$$

$$x_1=\frac{-1+9}{2}=4$$

$$x_2=\frac{-1-9}{2}=-5$$

Число -5 противоречит смыслу задачи

Если x=4, то x(x+1)≠0, верно

4 км/ч – скорость второго пешехода

5 км/ч – скорость первого пешехода

Ответ: 5 км/ч; 4 км/ч.

№ 2

Условие

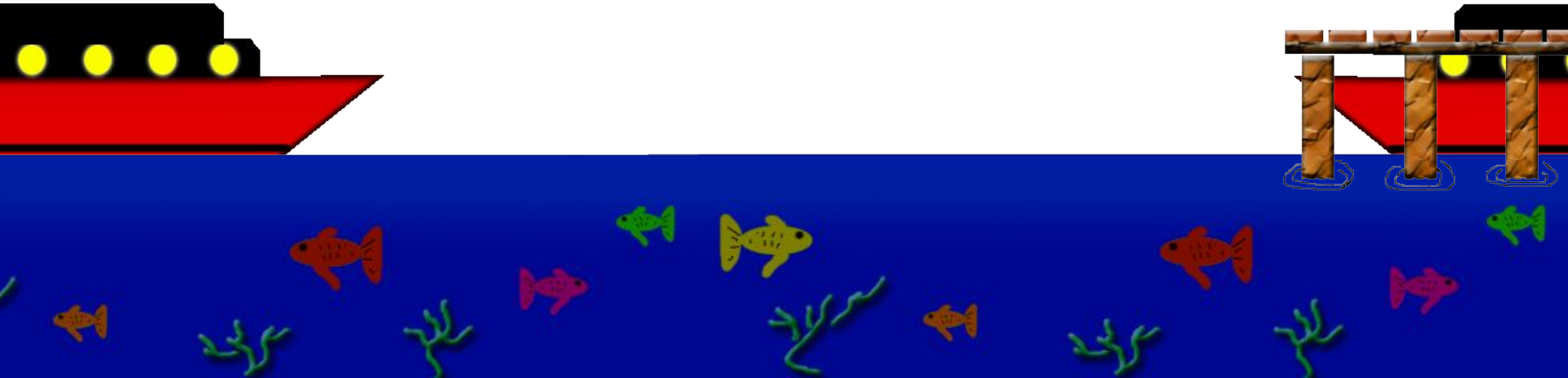
Катер, собственная скорость которого 8 км/ч, прошёл по реке расстояние, равное 15 км, по течению и такое же расстояние против течения. Найдите скорость течения реки, если время, затраченное на весь путь, равно 4 ч.

Решение

Пусть x км/ч – скорость течения реки.

	S, км	υ, км/ч	t, ч
Против течения	15	8-x	$\frac{15}{8-x}$
По течению	15	8+x	$\frac{15}{8+x}$

Известно, что время, затраченное на весь путь, равно 4 ч.



Решение

Составим и решим уравнение:

$$\frac{15}{8-x}+\frac{15}{8+x}=4$$

$$\frac{15(8+x)}{(8-x)(8+x)}+\frac{15(8-x)}{(8-x)(8+x)}=\frac{4(8-x)(8+x)}{(8-x)(8+x)}$$

$$\frac{15(8+x)+15(8-x)}{64-x^2}=\frac{4(64-x^2)}{64-x^2}$$

$$15(8+x+8-x)=4(64-x^2)$$

$$15\cdot 16=4(64-x^2)$$

$$15\cdot 4=64-x^2$$

$$x^2=64-60$$

$$x^2=4$$

$$x_1=-2 \qquad x_2=2$$

Число -2 противоречит смыслу задачи

Если x=2, то (8-x)(8+x)≠0, верно

2 км/ч – скорость течения реки

Ответ: 2 км/ч.

Реши самостоятельно

Условие

Расстояние между пристанями по реке равно 21 км. Моторная лодка отправилась от одной к другой и через 4 ч вернулась назад, затратив 24 мин. на стоянку. Найти собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

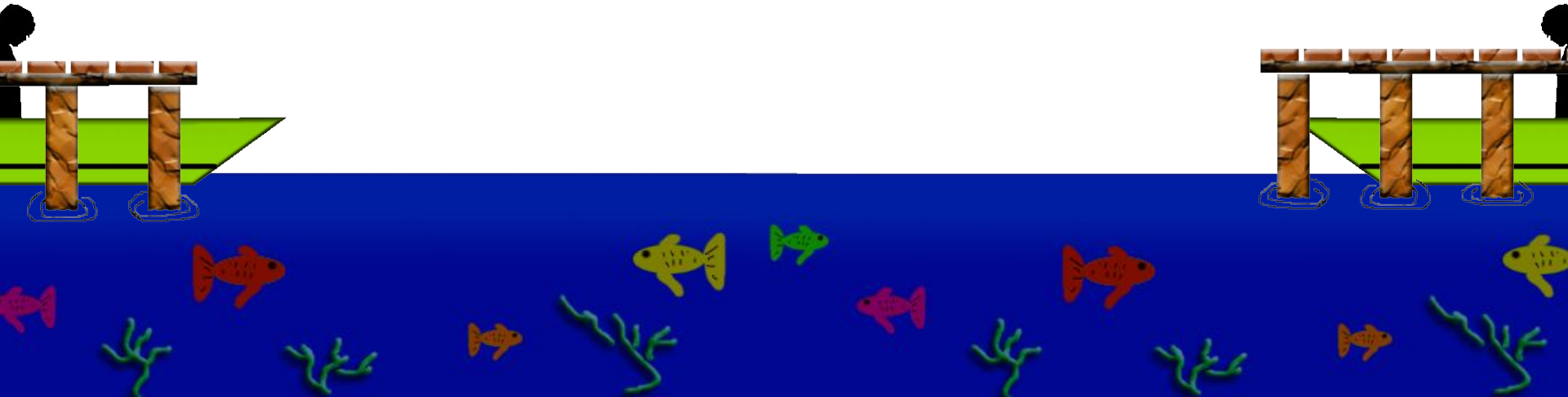
Решение

Пусть x км/ч – собственная скорость моторной лодки.

	S, км	υ, км/ч	t, ч
Против течения	21	x-2	$\frac{21}{x-2}$
По течению	21	x+2	$\frac{21}{x+2}$

По условию задачи время, затраченное моторной лодкой на весь путь по реке, равно

$$4\text{ ч} - 24\text{ мин.} = 3\text{ ч } 36\text{ мин.} = 3\frac{36}{60}\text{ ч} = 3\frac{3}{5}\text{ ч} = \frac{18}{5}\text{ ч}$$



Решение

Составим и решим уравнение:

$$\frac{21}{x-2}+\frac{21}{x+2}=\frac{18}{5}$$

$$\frac{7}{x-2}+\frac{7}{x+2}=\frac{6}{5}$$

$$\frac{7\cdot 5(x+2)}{5(x-2)(x+2)}+\frac{7\cdot 5(x-2)}{5(x-2)(x+2)}=\frac{6(x-2)(x+2)}{5(x-2)(x+2)}$$

$$\frac{35(x+2)+35(x-2)}{5(x^2-4)}=\frac{6(x^2-4)}{5(x^2-4)}$$

$$35(x+2+x-2)=6(x^2-4)$$

$$70x=6x^2-24$$

$$6x^2-70x-24=0$$

$$3x^2-35x-12=0$$

$$D=35^2-4\cdot 3\cdot(-12)=1225+144=1369$$

$$x_1=\frac{35-37}{6}=-\frac{1}{3} \qquad x_2=\frac{35+37}{6}=12$$

Число $-\frac{1}{3}$ противоречит смыслу задачи

Если x=12, то (x-2)(x+2)≠0, верно

12 км/ч – собственная скорость моторной лодки

Ответ: 12 км/ч.