

# Орнаменты. Уравнения орнаментов.

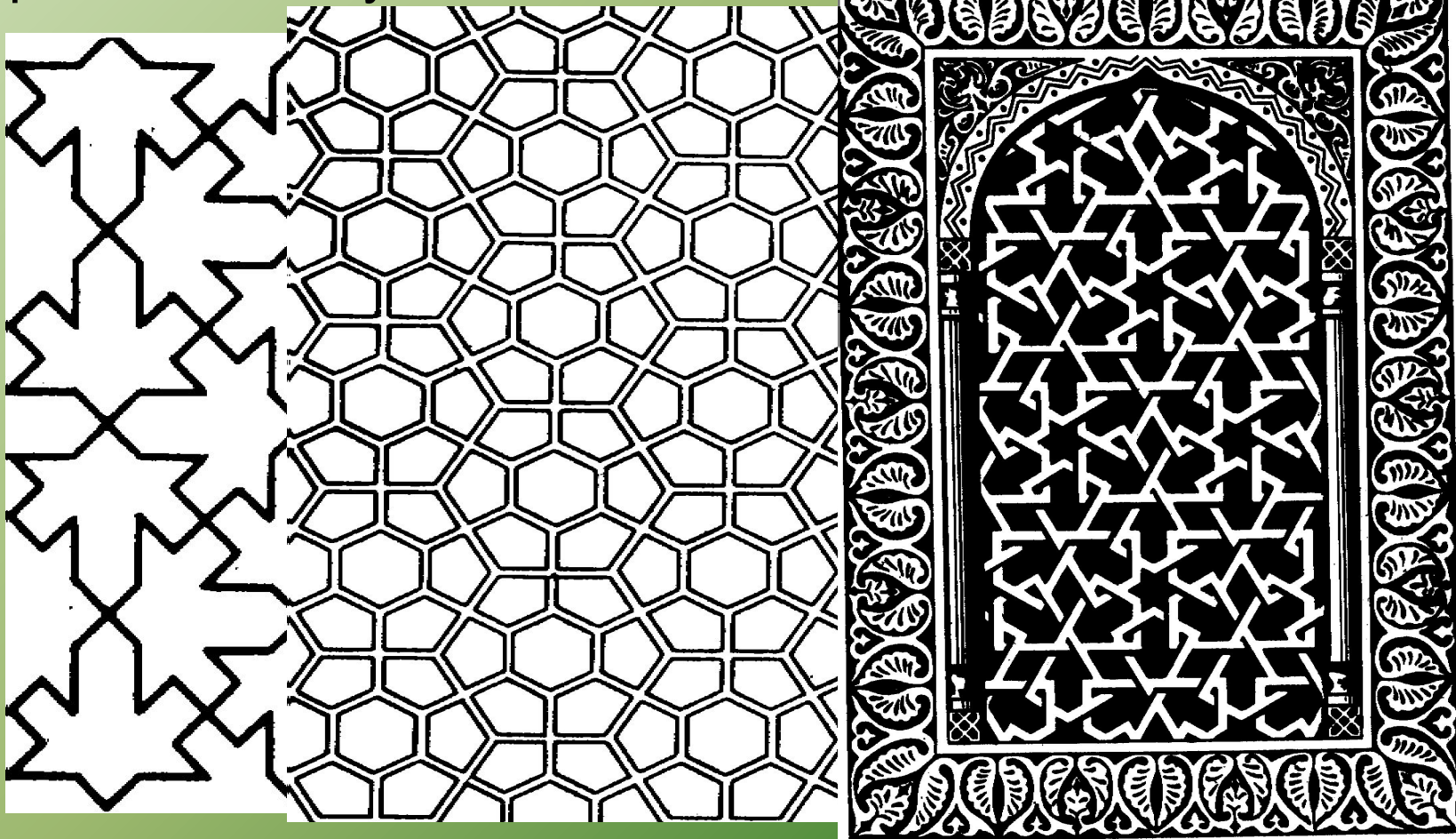
Презентацию выполнил  
Ученица 11 «А» класса  
МОУ СОШ №2 с.Нартан  
Канимготова Хусейна

Искусство орнамента содержит в неявном виде наиболее древнюю часть известной нам высшей математике.

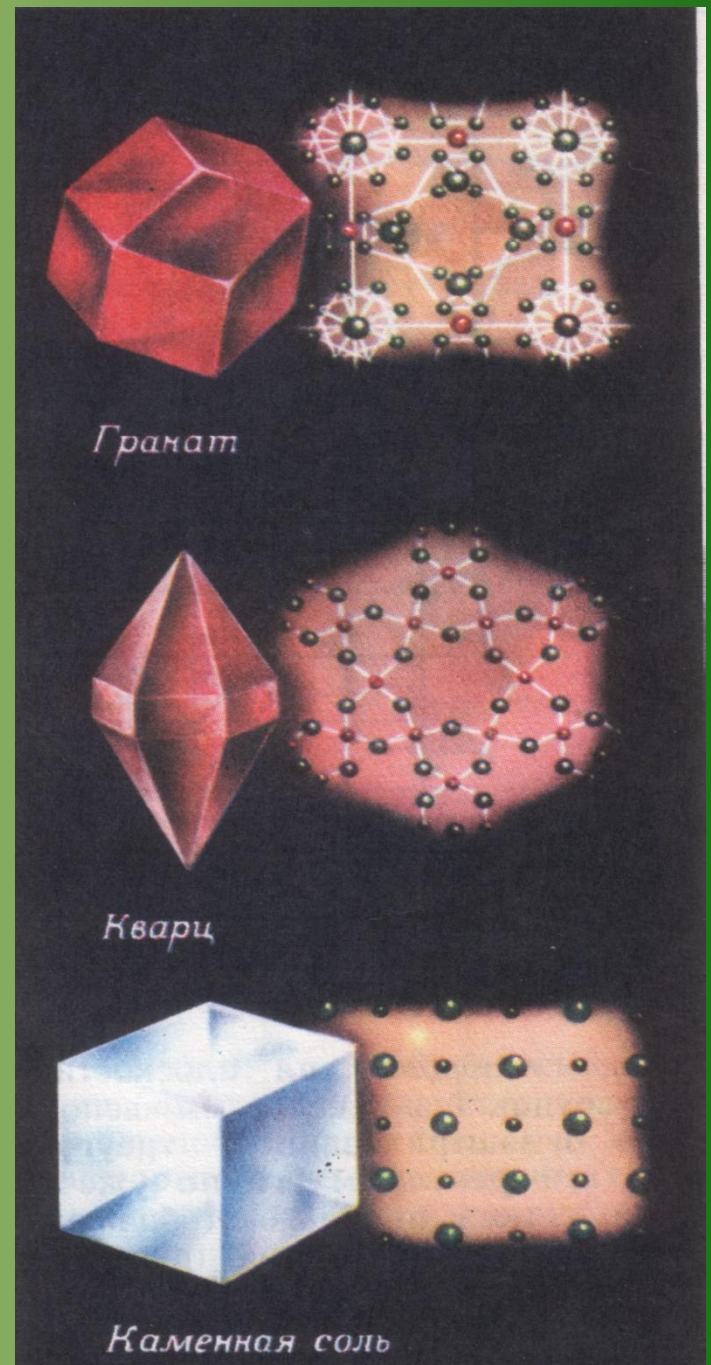
Герман Вейль (известный математик)

Орнамент – это узор, состоящий из ритмически упорядоченных элементов для украшения каких – либо предметов или архитектурных сооружений.

Орнаменты с давних времен применяются в декоративном искусстве.



С другой стороны, при исследовании геометрического строения кристаллов выяснилось, что их атомы расположены очень правильным образом, образуя как бы пространственный орнамент. На рисунке изображены проекции пространственных решеток граната, кварца и каменной соли.



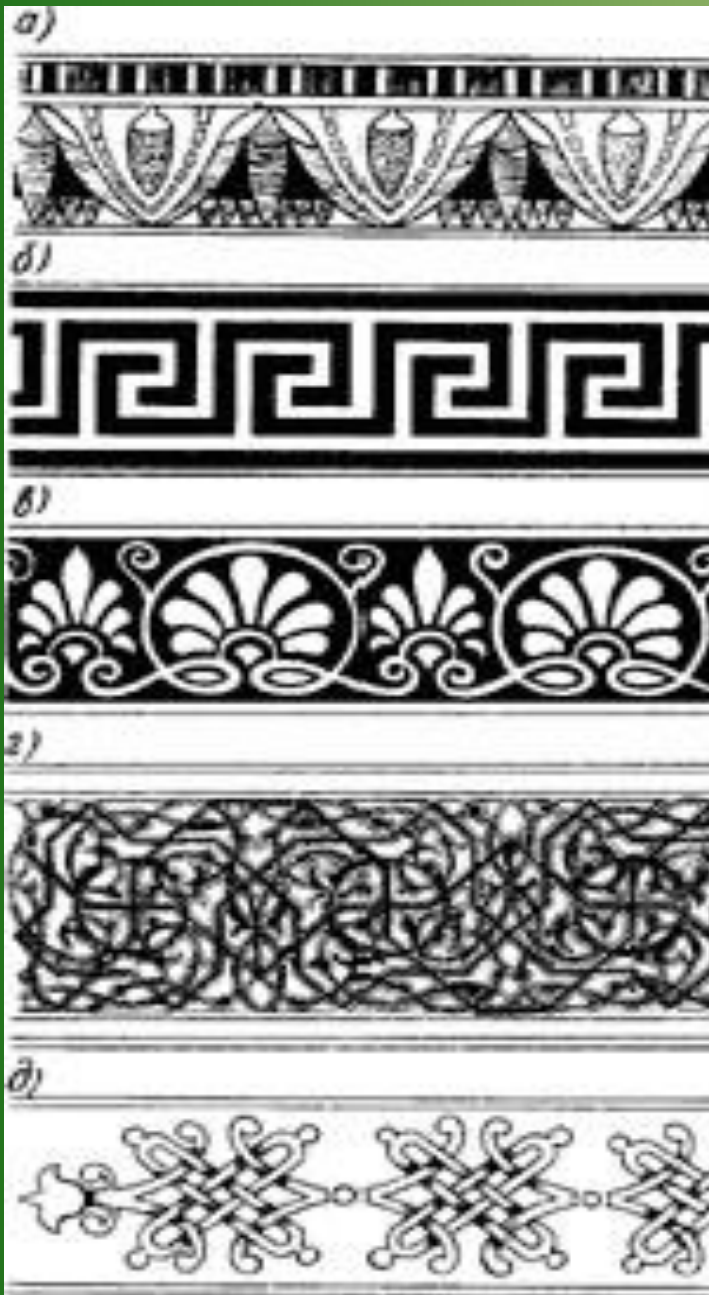
*Бесконечная плоская фигура  $\Phi$  называется плоским орнаментом, если выполнены следующие условия:*

*(1) среди перемещений, отображающих  $\Phi$  на себя, существуют неколлинеарные параллельные переносы.*

*(2) среди всех векторов (параллельных переносов), отображающих  $\Phi$  на себя, существует вектор наименьшей длины.*

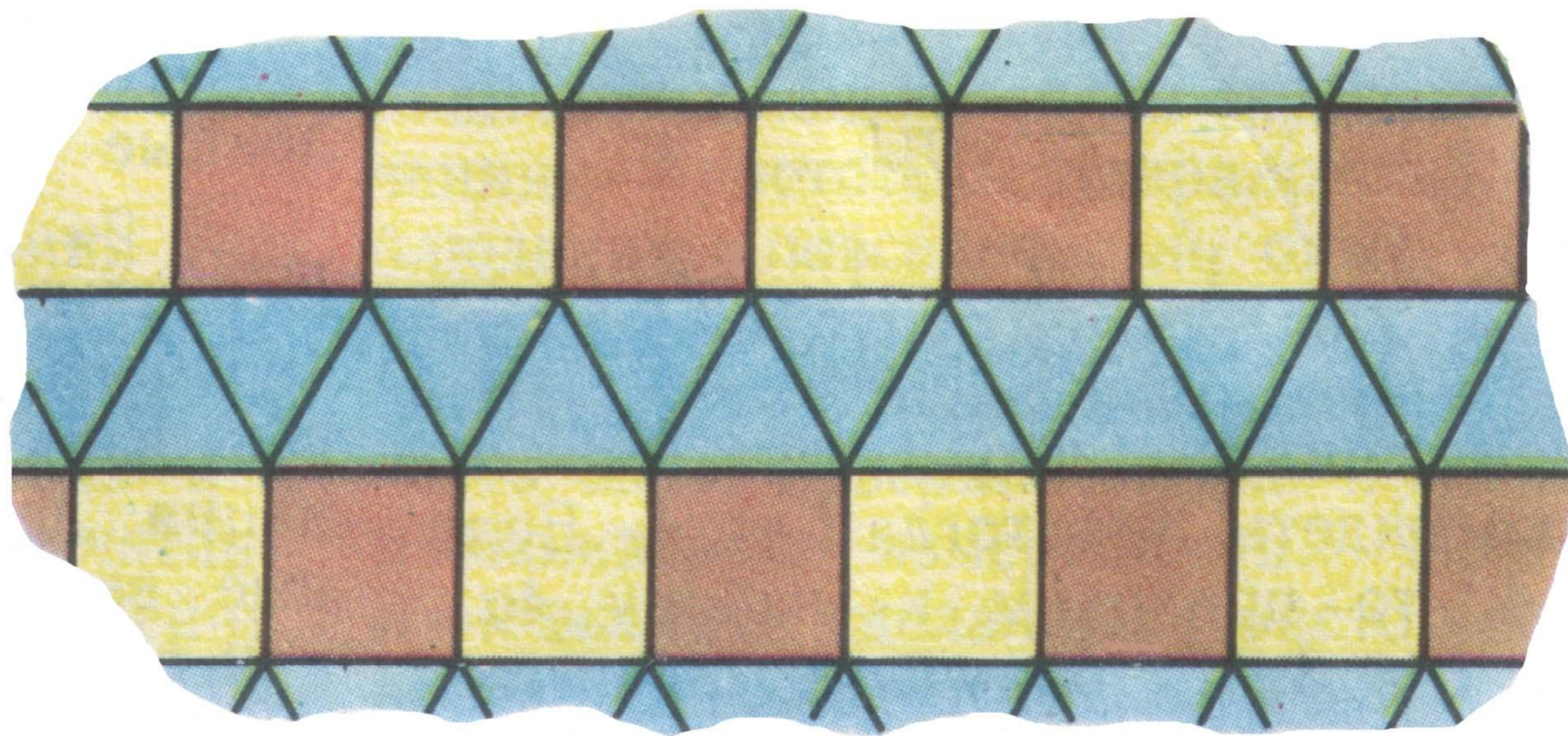
*Если плоский орнамент  $\Phi$  отображается сам на себя при поворотах вокруг точки  $A$  на углы, только кратные  $360^\circ/n$ , где  $n$  — натуральное число, большее 1, то точка  $A$  называется *центром симметрии порядка  $n$*  этого орнамента  $\Phi$ .*

## Линейные орнаменты.



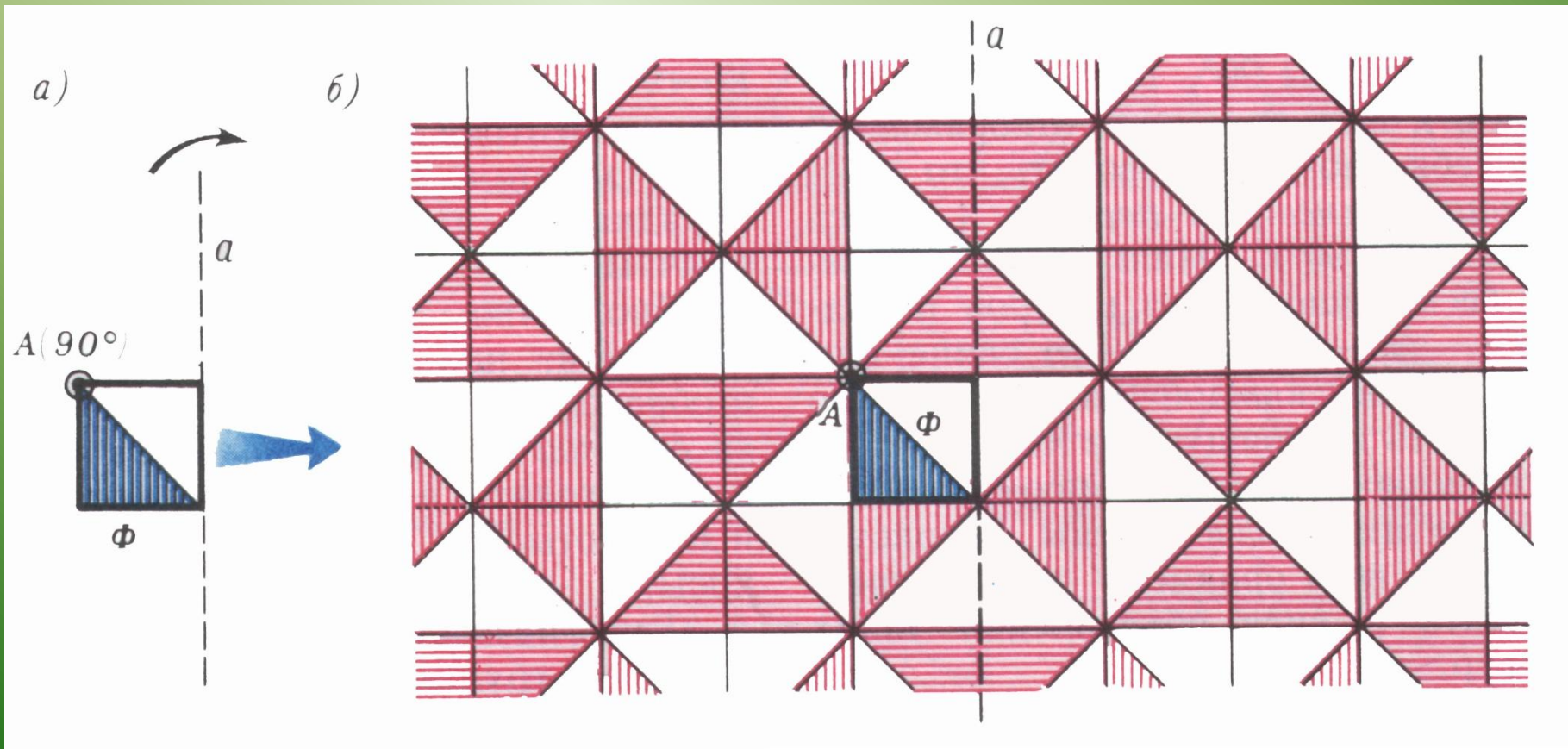
Если плоская фигура отображается сама на себя при параллельных переносах только одного направления (и противоположному ему), причем среди этих переносов существует перенос наименьшей длины, то такая фигура называется *линейным орнаментом - бордюром*.

Кроме рассмотренных линейных орнаментов (бордюров) существуют плоские орнаменты, заполняющие плоскость без промежутков. Такие орнаменты называются паркетами



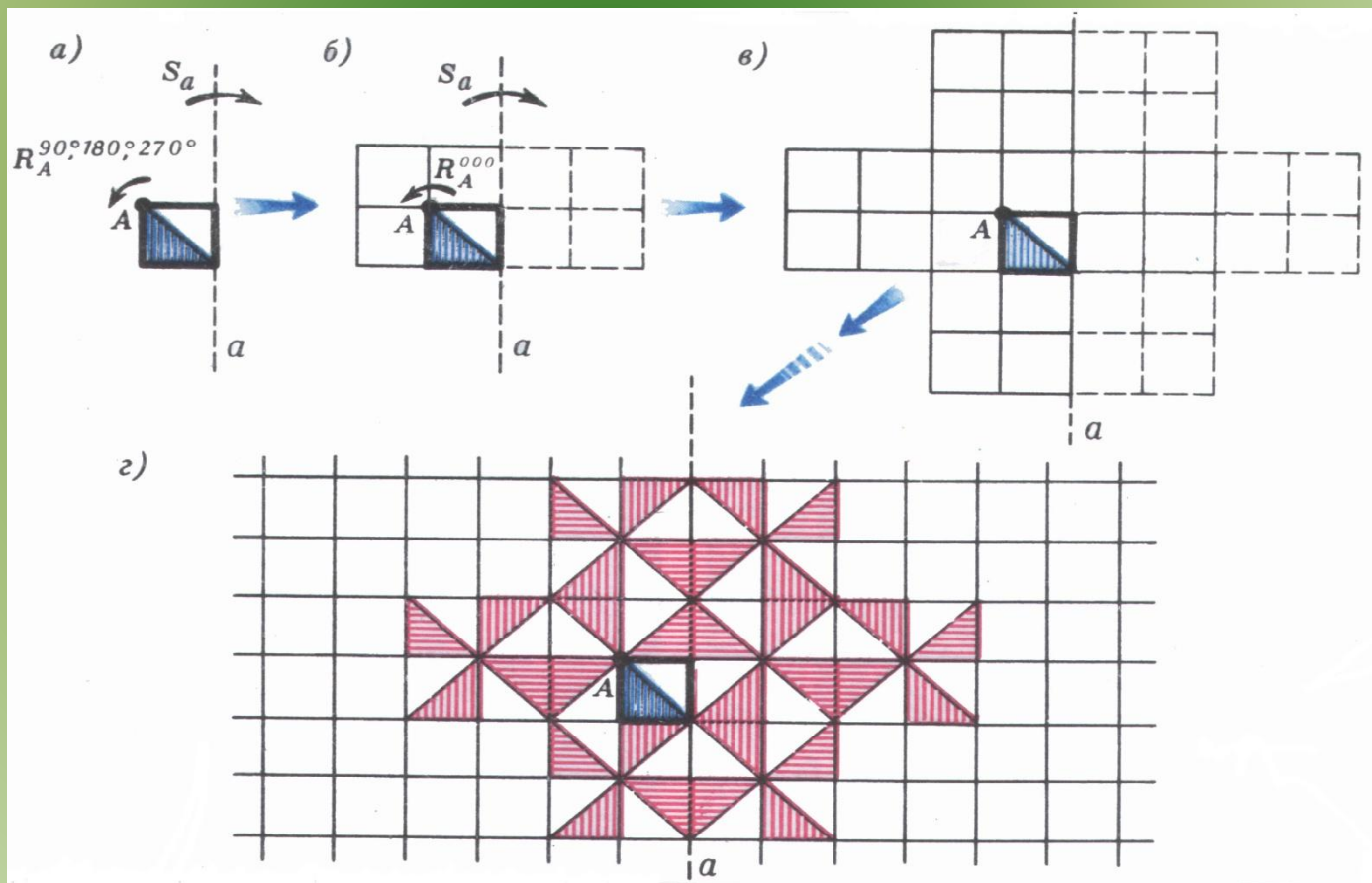
## Построение орнаментов.

Рассмотрим на плоскости фигуру  $\Phi$  — квадрат с заштрихованной половиной, как на рисунке а — а также два перемещения  $f_1$  и  $f_2$  в произвольном порядке и в любом числе. В результате мы получим совокупность плоских фигур, конструируем так называемый плоский орнамент (с фундаментальной областью  $\Phi$  и порождающими перемещениями  $f_1$  и  $f_2$ )

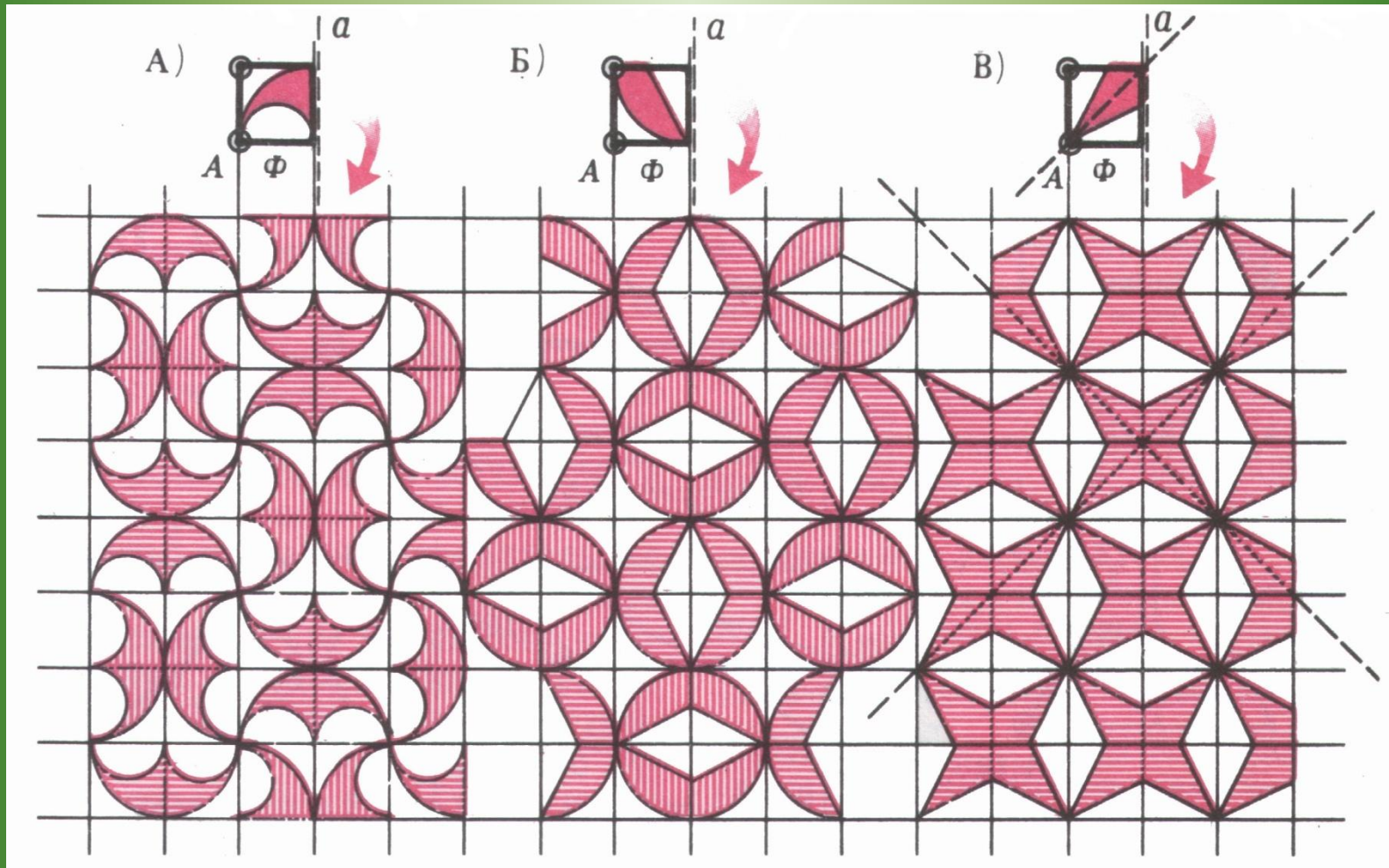


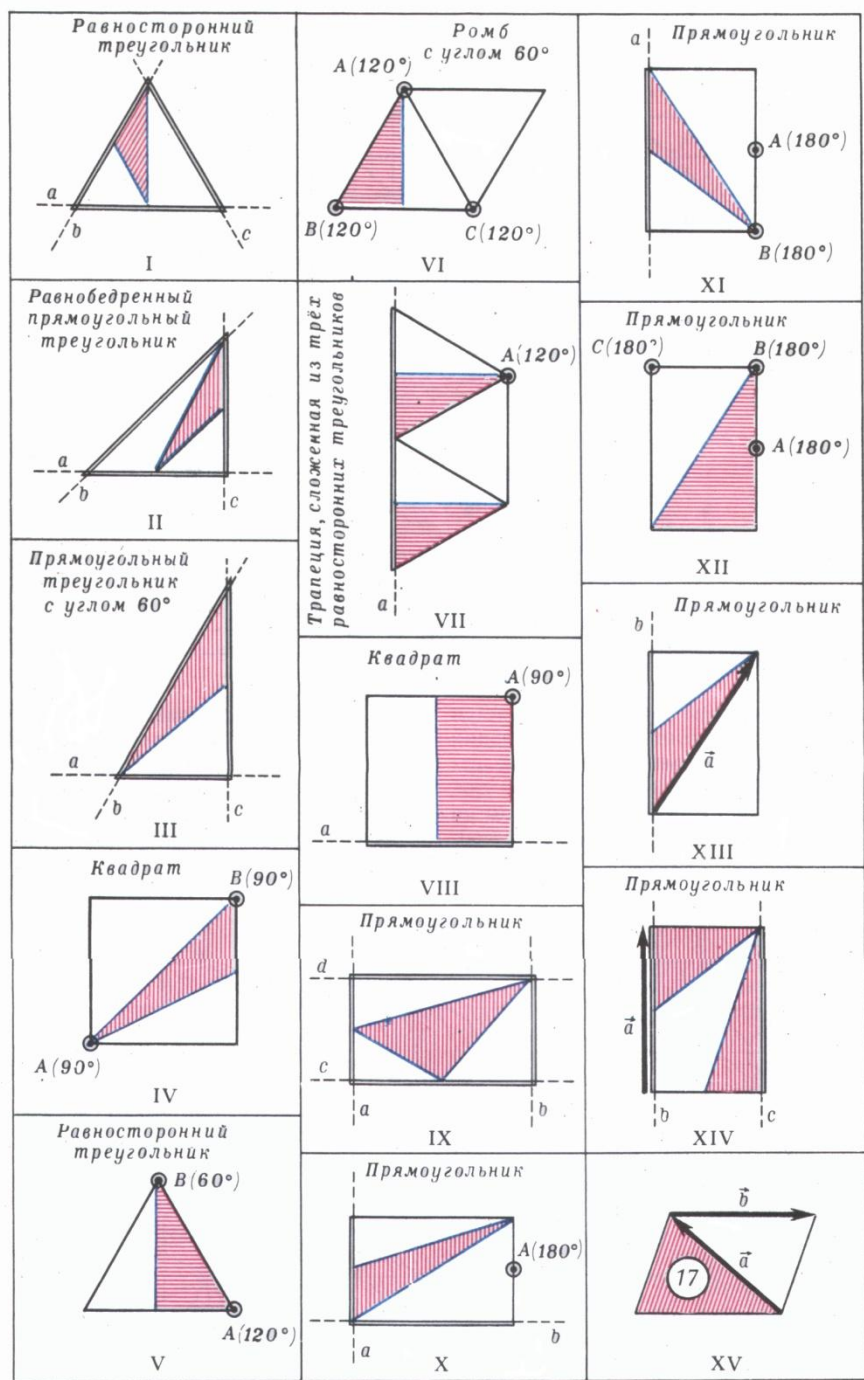


Сначала мы забываем о заштрихованном треугольнике и применяем наши композиции только к квадрату. Повороты  $f_1 = R_A^{90^\circ}$  и композиции  $f_2 = R_A^{180^\circ}$  и  $f_3 = R_A^{270^\circ}$  дают сетку квадратов на плоскости — рисунок 2. Теперь мы «вспоминаем» о заштрихованном треугольнике и перемещаем его по уже готовой сетке с помощью отображений  $f_1, f_2$  и их композиций (рис. 2). Повторив сделанную процедуру (последовательные повороты с последующей симметрией), получим картинку, изображенную на рисунке в.



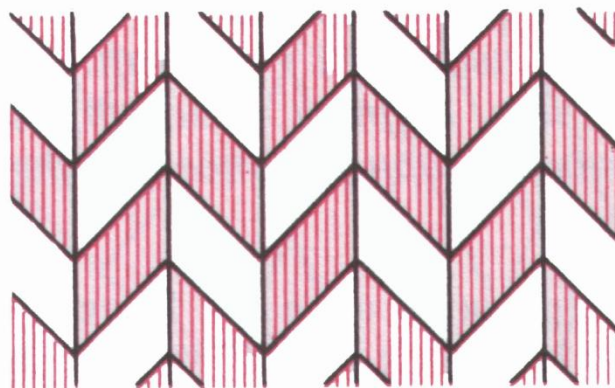
Если вместо треугольника в фундаментальной области — в квадрате  $\Phi$  — заштриховать какую-нибудь другую «подфигуру», то наши построения дадут геометрически новый орнамент.



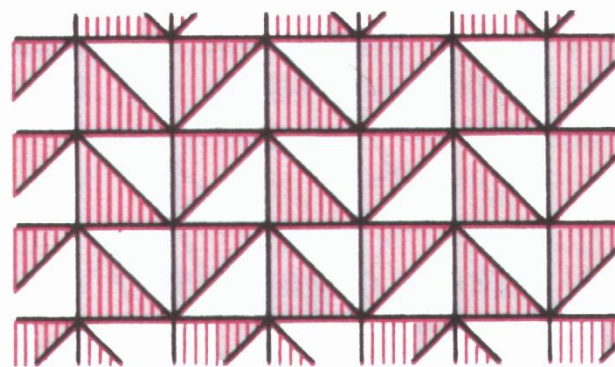


Это орнаменты разных типов: их группы симметрии устроены по-разному (имеют разные сетки осей симметрии или разные наборы порядков центров симметрии — разные «скелеты», — или же разные множества переносов). Начертив эти 15 орнаментов и их скелеты, можно подметить много интересных закономерностей.

Если добавить к этим орнаментам еще два, то получится полный «атлас» плоских орнаментов! Оказывается, существует только 17 различных типов орнаментов, или ровно 17 различно устроенных групп симметрии плоских орнаментов.



XVI

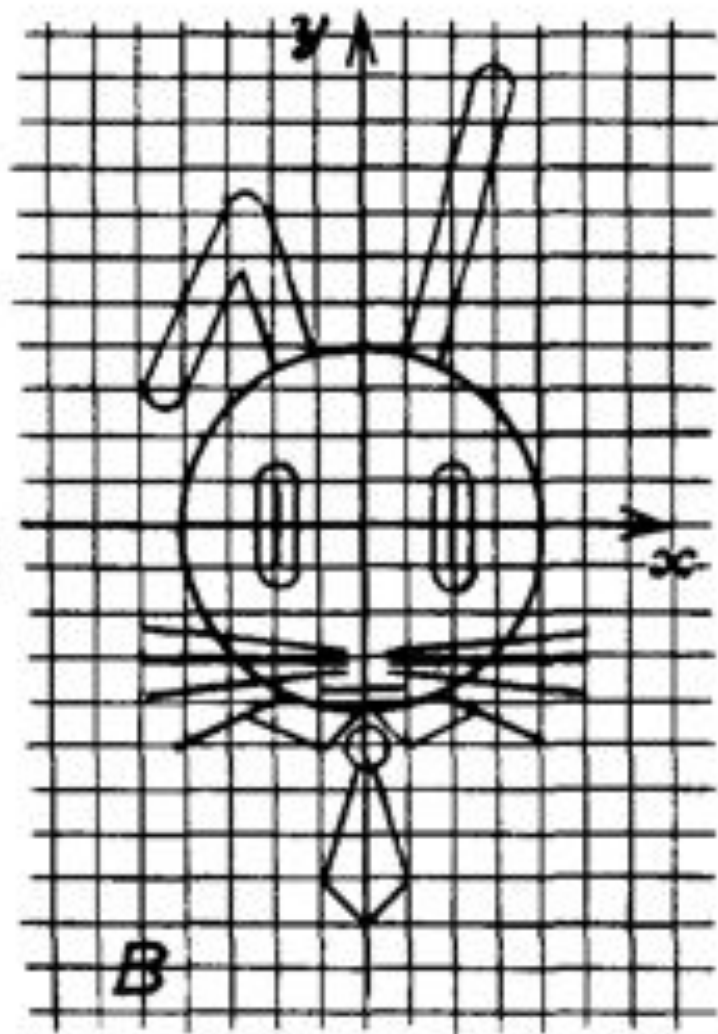
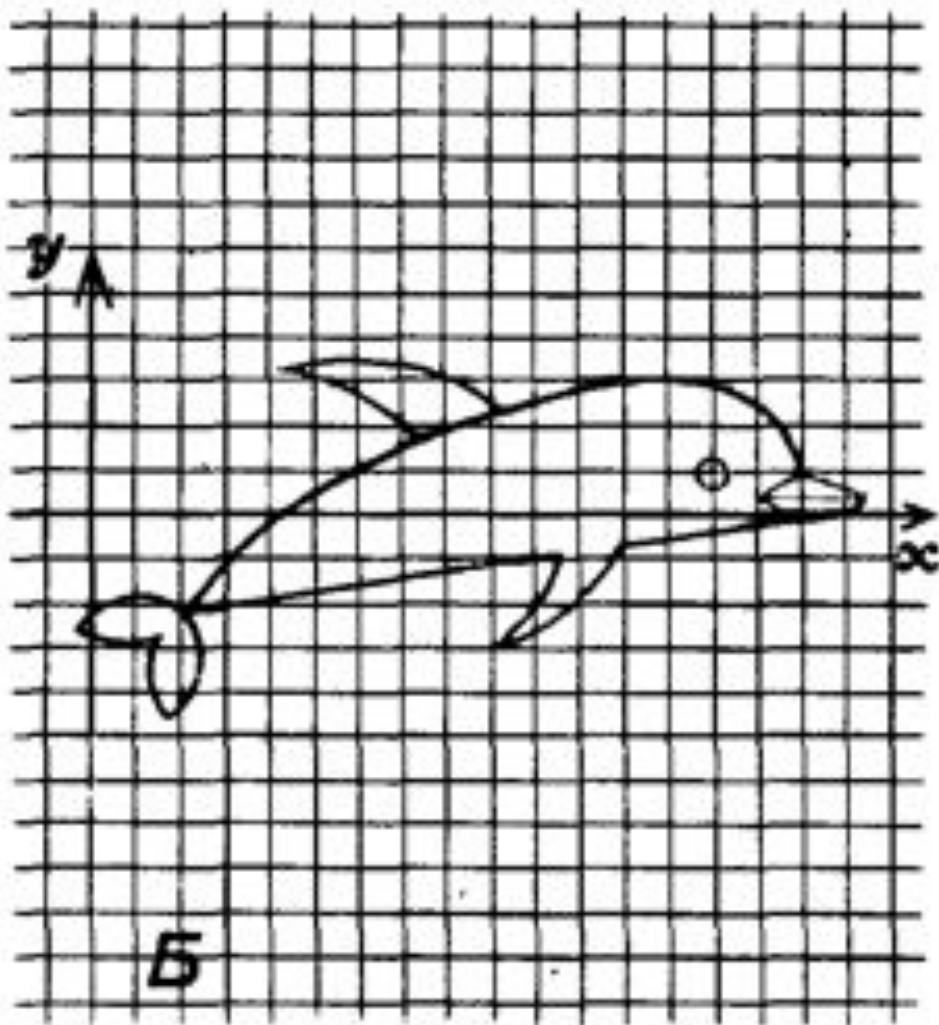


XVII

## Уравнения орнаментов.

Под *математическим орнаментом* мы будем понимать рисунок, характеризуемым каким – либо уравнением или неравенством (а может быть системой уравнений или системой неравенств), в котором многократно повторяется тот или иной узор.

Подбирая должным образом уравнения, можно получать самые разнообразные, подчас весьма причудливые картинки.



Посмотрим как они получаются. *Линейный орнамент* получается с помощью переносов некоторой основной фигуры вдоль некоторого направления. Если сам линейный орнамент считать основной фигурой и произвести над ним серию переносов вдоль нового направления, то мы получим *двумерный орнамент*. Повороты основной фигуры на углы, кратные  $\frac{360^\circ}{n}$ , приводят к *круговому орнаменту*.

Нарисуем фигуру в правой системе координат  $O_1x_1y_1$  на 2-адиружности с центром в начале координат и радиусом 1. Красная область перейдет в декартовой системе координат  $F_1$  в той же системе координат записывается уже в виде  $(x - 2)^2 + y^2 = 1$ .

