Последовательности

2011

Васильева Е.Е.

Продолжи ряд

1) 1, 2, 3, 4, 5, 6
2) 12, 10, 8, 6, 4
3) 6, 9, 12, 15, 18, 21
4) 2, 4, 8, 16, 32
5) 1, 4, 16

Последовательности составляют такие элементы природы, которые можно пронумеровать

Дни недели

Классы В школе

Дома на улице

Название месяцев

Квартиры в доме

Номера счетов в банке

Найдите закономерности и покажите их стрелками

В порядке возрастания положительные нечетные числа

В порядке убывания Правильные дроби с числителем, равным 1

В порядке возрастания положительные числа, кратные7

В порядке убывания положительные двузначные числа

7;14;21;28…

99;98;97…

1;3;5;7;9…

$\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{1}{4};\frac{1}{5};\frac{1}{6};\ldots.$

Определение

Функцию y=f(x), определенную на множестве натуральных чисел xєN (или его конечном подмножестве), называют числовой последовательностью и обозначают

y=f(n), или

$y_1, y_2, \ldots, y_n, \ldots$ или (y_n).

Числа $y_1, y_2, \ldots, y_n$ **называют членами последовательности, а член с номером n – ее n-членом, его еще называют общим членом.**

Члены последовательности обозначаются так:

a_1 — Первый член

a_2 — Второй член

a_3 — Третий член

a_4 — Четвертый член

...

a_n — n-член

последовательности

Задать числовую последовательность

— это значит указать, как отыскивается тот или иной ее член, если известен номер занимаемого им места.

Способы описания последовательности

Последовательности можно задавать различными способами, среди которых особенно важны три:

- аналитический
- словесный
- рекуррентный

Формула

1. Последовательность задана аналитически, если задана формула ее n-го члена: $y_n = f(n)$.

Пример: $y_n = 2n - 1$

Y1=2*1-1=1

Y2=2*2-1=2

Y3=2*3-1=5

Y4=2*4-1=7

Y5=2*5-1=9

последовательность нечетных чисел: 1, 3, 5, 7, 9, …

Описательный способ задания числовой последовательности состоит в том, что объясняется, из каких элементов строится последовательность.

Пример 1.

«Все члены последовательности равны 1». Это значит, речь идет о стационарной последовательности 1, 1, 1, …, 1, ….

Пример 2.

«Последовательность состоит из всех простых чисел в порядке возрастания». Таким образом, задана последовательность 2, 3, 5, 7, 11, ….

Рекурентный

- Рекуррентный способ задания последовательности состоит в том, что указывается правило, позволяющее вычислить *n*-й член последовательности, если известны ее предыдущие члены.

Пример рекуррентного задания

Пример 1.

$y_1 = 3;$

$y_n = y_{n-1} + 4$, если $n = 2, 3, 4, \ldots$

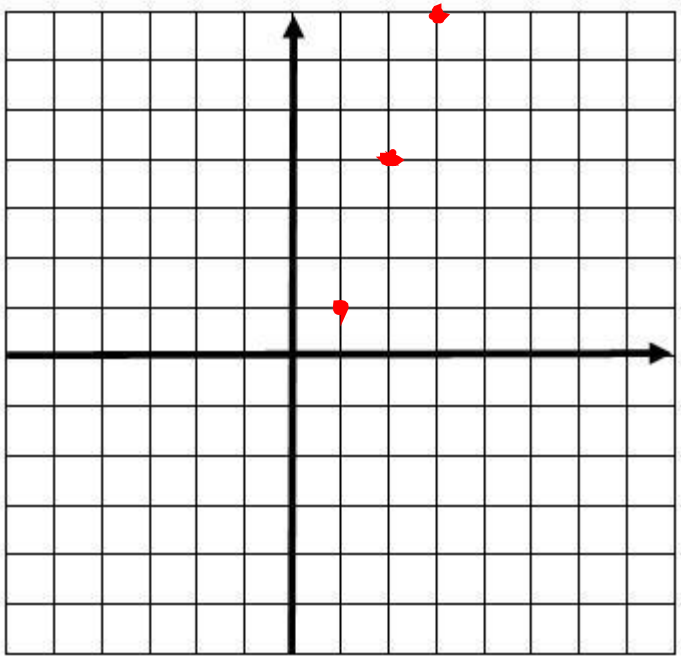
Здесь

$y1 = 3;$

$y2 = 3 + 4 = 7;$

$y3 = 7 + 4 = 11; \ldots$

Графиком последовательности как функции, заданной на множестве натуральных чисел, являются отдельные, изолированные точки координатной плоскости



$y_n=3n-2$

задание

Последовательности заданы формулами

$a_n=n^4$ $a_n=2^n-5$ $a_n=-n-2$

$a_n=n+4$ $a_n=(-1)^n n^2$ $a_n=3^n-1$

1. Впишите пропущенные члены последовательности

1; 16 ;81;256;625;…

5; 6 ; 7 ; 8 ;9

-1;4; -9 ; 16 ; -25;…

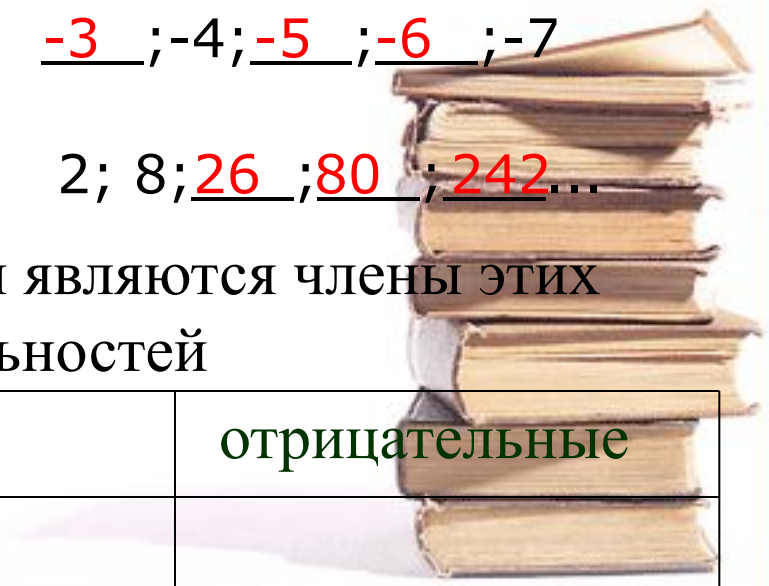
-3 ;-4; -5 ; -6 ;-7

-3; -4; -5 ; -6 ; -7…

2; 8; 26 ; 80 ; 242…

2. Укажите, какими числами являются члены этих последовательностей

Положительные и отрицательные	положительные	отрицательные



По преданию, индийский царь Шерам, восхищенный остроумием шахматной игры, призвал к себе изобретателя шахмат Сету и сказал ему: «Я желаю достойно вознаградить тебя ! Исполню любое твое желание…» Сета попросил положить на первую клетку доски 1 пшеничное зерно, на вторую – 2 зерна, на третью – 4 зерна и т. д. Сколько нужно зерен ?

Среднеазиатский математик Бернулли получил верный ответ:

18 446 744 073 709 551 615 зерен.

Такое количество зерен пшеницы можно собрать лишь с урожая планеты, поверхность которой в 2000 раз больше поверхности Земли.

ПРОТОРГОВАЛСЯ ЛИ КУПЕЦ ?

- Некто продавал коня и просил за него 1000 рублей. Купец сказал, что цена велика, "Хорошо,-ответил продавец, если ты говоришь, что конь дорого стоит, то возьми его себе даром, а заплати только за одни гвозди на его подковах, а гвоздей на его каждой подкове по 6 штук, и будешь ты мне за них платить таким образом: за первый гвоздь полушку, за второй - две полушки, за третий 4 полушки, и так далее за все гвозди: за каждый в два раза больше чем предыдущий". Купец согласился, проторговался ли купец?

РЕШЕНИЕ:

всего гвоздей 24 штуки,

за все гвозди купец должен заплатить

1 + 2 + 2*2 + 2*2*2+ +...+2*2*...*2 полушек

23 раза и того получаем 41943 рубля и 15 полушек.

Свойства числовых последовательностей

Числовая последовательность называется возрастающей, если каждый ее член больше предыдущего, иными словами, если для всякого $n > 1$ верно неравенство $a_n > a_{n-1}$.

Пример

Последовательность кубов натуральных чисел

1,8,27

УБЫВАЮЩАЯ

Числовая последовательность называется убывающей, если каждый ее член (кроме первого) меньше предыдущего, иными словами, если для всякого $n > 1$ верно неравенство $a_n < a_{n-1}$.

Пример

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$$

Монотонность

Вместе возрастающие и убывающие последовательности называются *монотонными* последовательностями.

Определить монотонность

1)-1,-4,-9,-16….

2)-1,0,1,2….

3)-1,1,-1,1

Ограниченность сверху

Определение.
Последовательность a1, a2, a3, … называется ограниченной сверху, если для ее такое число M, что неравенство $a_n < M$ выполняется для всех номеров n.

Пример

1,-1,-3,-5

Ограничена сверху M =1

Ограниченность снизу

- ***Определение.*** Последовательность a1, a2, a3, … называется ограниченной снизу, если для ее такое число m, что неравенство $a_n > m$ выполняется для всех номеров n.

Пример

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$$

Ограничена и сверху и снизу

M=1

M=0

Упражнение 1

Укажите номер функции, являющейся числовой последовательностью

$$1)\ y = 3x - 1,\ x \in Z$$

$$2)\ y = \frac{4 - x}{x},\ x \in N$$

$$3)\ y = \frac{5x^2 - 1}{x - 2},\ x \in Q$$

Упражнение 2

Найдите первые пять членов последовательности заданной рекуррентно

$Y_1=2$

$Y_n=y_{n-1}+5$

Упражнение 3

$$\textit{Является}_\textit{ли}_\textit{число}_3\frac{1}{13}_\textit{членом}$$

$$\textit{последовательности}_c_n=\frac{4n}{n+3}?$$

Упражнение 4

Укажите номер убывающей последовательности

$$1) b_n = \frac{4n}{n+1}$$

$$2) c_n = 2 + \frac{2}{5n}$$

$$3) x_n = (-1)^n \frac{1}{n^2}$$

Упражнение 5

Является ли ограниченной последовательность

$$x_n = \frac{n}{n+1}$$