

ОСНОВЫ ЛОГИКИ Алгебра высказываний



Логика

Логика – это наука о формах и способах мышления, позволяющая строить формальные модели окружающего мира, отвлекаясь от содержательной стороны.

Это учение о способах рассуждений и доказательств.

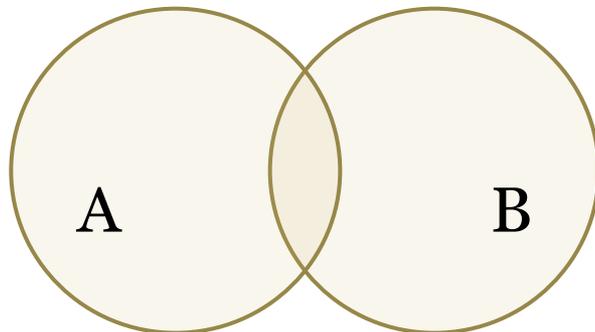
Мышление всегда осуществляется через **понятия**, **высказывания** и **умозаключения**.

Понятие

Понятие – форма мышления, отражающая наиболее существенные свойства предмета, отличающие его от других предметов.

- Содержание составляет совокупность существенных признаков.
- Объем определяет совокупность предметов, на которую понятие распределяется и может быть представлено в форме множества объектов.

Наглядное представление – диаграммы Эйлера-Вена.



Высказывание

Высказывание – форма мышления, выраженная с помощью в форме повествовательного предложения, в котором что-либо утверждается или отрицается и относительно которого можно судить истинно оно или ложно.

Вопросительные, восклицательные, побудительные предложения и предложения, содержащие переменную, высказываниями не являются.

Пример

Истинное высказывание: «Буква «а» – гласная».

Ложное высказывание: «Компьютер был изобретен в середине XIX века».

Упражнение

Какие из предложений являются высказываниями?
Определите их истинность.

1. Какой длины эта лента?
2. Делайте утреннюю зарядку!
3. $4 + 5 = 10$.
4. Назовите устройство ввода информации.
5. Париж – столица Англии.
6. Число 11 является простым.
7. Без труда не вытащишь и рыбку из пруда.
8. Сложите числа 2 и 5.
9. Некоторые медведи живут на севере.
10. Все медведи – бурые.
11. Чему равно расстояние от Москвы до Смоленска.
12. $5 < 3$.

Умозаключение

Умозаключение – форма мышления, посредством которой из одного или нескольких суждений, называемых посылками, по определенным правилам логического вывода получается новое знание о предметах реального мира (вывод).

Пример

Посылки

Все металлы электропроводны.

Ртуть является металлом.

Вывод

Ртуть электропроводна.

Алгебра высказываний

Алгебра высказываний – наука об операциях, аналогичных сложению и умножению, которые могут выполняться над высказываниями.

Логическая переменная – это простое высказывание, содержащее только одну мысль.

Ее символическое обозначение – латинская буква (например, A, B, P, Q и т.д.). Значением логической переменной могут быть только константы ИСТИНА и ЛОЖЬ (1 и 0).

На основании простых высказываний могут быть построены составные высказывания.

Логические операции

Логические операции – логические действия.

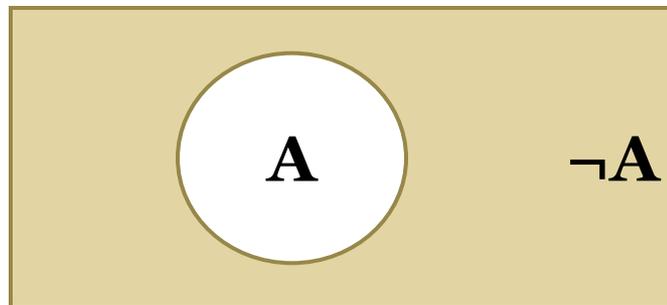
Рассмотрим логические операции – **отрицание**, **конъюнкция**, **дизъюнкция**.

- не ($\neg, \bar{\quad}$) отрицание;
- и ($\&, \wedge$) конъюнкция;
- или (\vee) дизъюнкция.

Отрицание

Отрицанием высказывания **A** называется новое сложное высказывание **не A** ($\neg A$), которое истинно тогда и только тогда, когда **A** ложно.

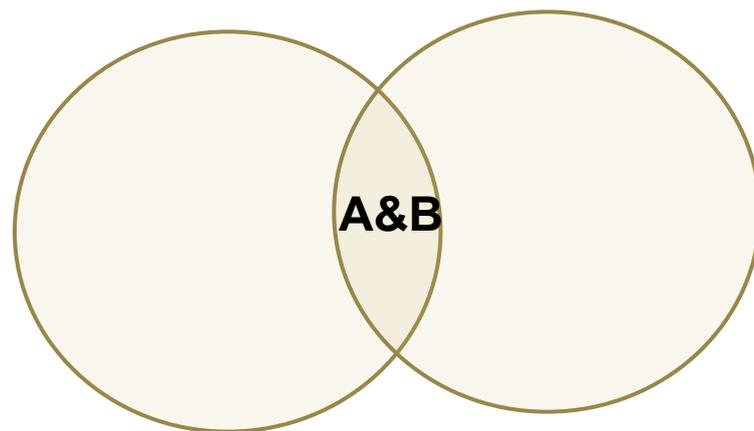
A	$\neg A$
0	1
1	0



Конъюнкция

Конъюнкцией двух высказываний **A**, **B** называется новое сложное высказывание **A и B** ($A \& B$, $A \wedge B$), которое истинно тогда, и только тогда, когда истинны оба входящих в него высказывания.

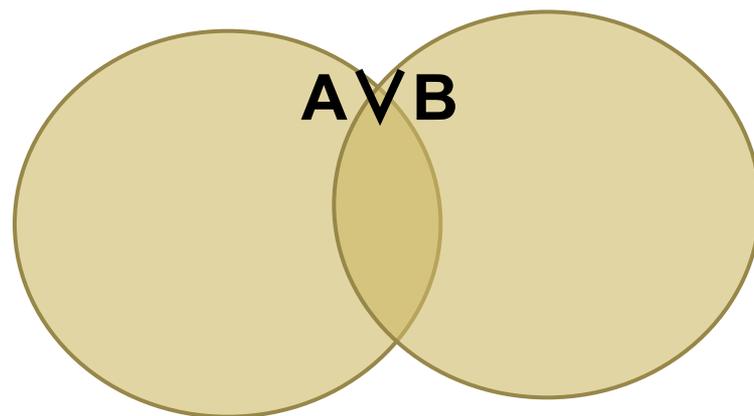
A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



ДИЗЬЮНКЦИЯ

Дизъюнкцией двух высказываний **A**, **B** называется новое сложное высказывание **A или B** ($A \vee B$), которое истинно тогда, и только тогда, когда истинно хотя бы одно из входящих в него высказываний.

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Логическое выражение

Логическое выражение – формула, содержащая составное высказывание (логическую функцию) и знаки логических операций, значение которой можно вычислить (результат **0** или **1**).

При составлении логического выражения необходимо учитывать порядок выполнения логических операций, а именно:

- 1) действия в скобках;
- 2) приоритет операций:
 - отрицание,
 - конъюнкция,
 - дизъюнкция.

Упражнение

1. Определите истинность составного высказывания:
 $(\neg A \& \neg B) \& (C \vee D)$, состоящего из простых высказываний:

A = «принтер устройство вывода информации»;

B = «процессор – устройство хранения информации»;

C = «монитор – устройство вывода информации»

D = «клавиатура – устройство обработки информации».

Упражнение

2. Для какого символьного выражения верно высказывание:

\neg (Первая буква согласная) \wedge \neg (Вторая буква гласная)?

1) abcde

2) bcade

3) babas

4) cabab

Упражнение

3. Для какого из указанных значений числа X истинно выражение

$$(X > 2) \& ((X < 4) \vee (X > 4))?$$

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

Упражнение

4. Для какого из указанных значений числа X истинно высказывание

$$(X < 3) \ \& \ \neg(X < 2)?$$

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

Упражнение

5. Для какого названия животного ложно высказывание:

В слове 4 гласных буквы \wedge \neg (Пятая буква гласная)

\vee

\vee В слове 5 согласных букв?

- | | |
|-------------|-------------|
| 1) Шиншилла | 3) Антилопа |
| 2) Кенгуру | 4) Крокодил |

Упражнение

6. Для какого из указанных значений числа X ложно выражение
 $(X > 2)$ ИЛИ НЕ($X > 1$)?

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

Упражнение

7. Для какого символического набора истинно высказывание:

Вторая буква согласная \wedge (В слове 3 гласных буквы

\vee

\vee Первая буква согласная)?

1) УББОШТ

3) ШУБВОИ

2) ТУИОШШ

4) ИТТРАО