

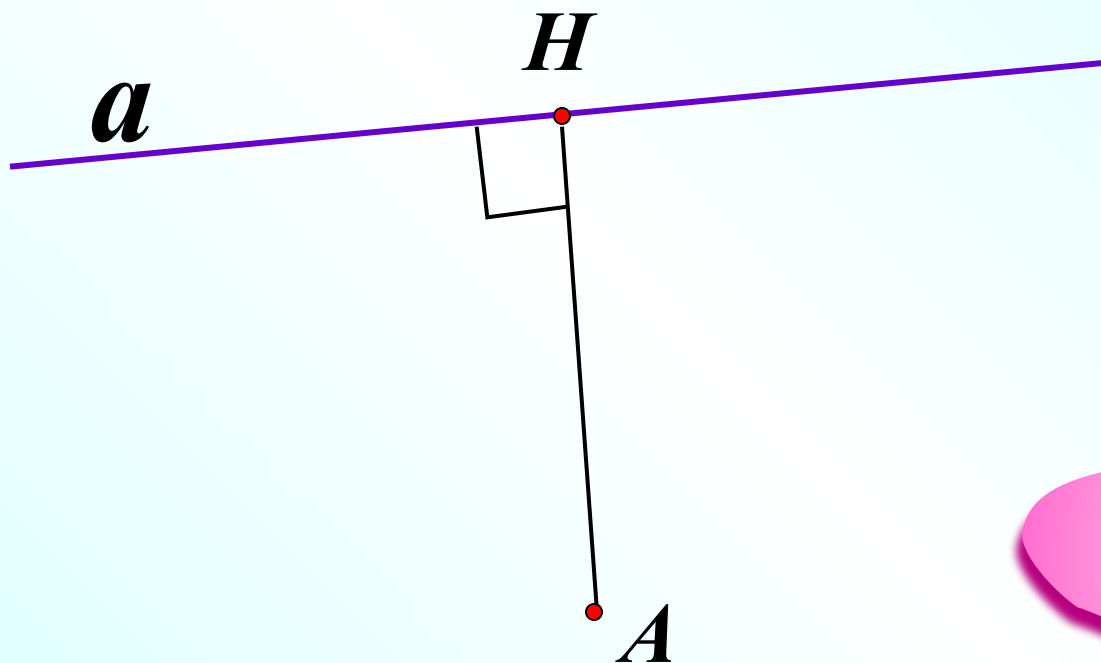
*Л.С. Атанасян "Геометрия 10-11"*

# Двугранный угол

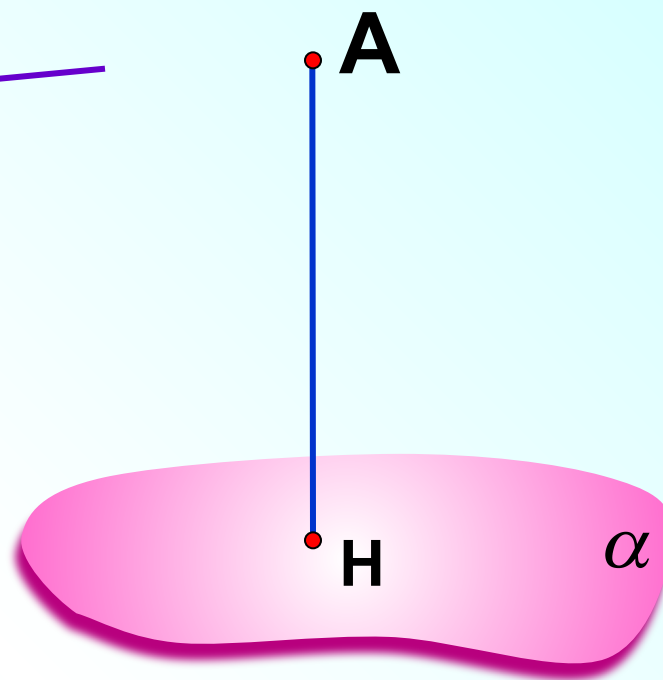
Методическая разработка Савченко Е.М.

МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

## Повторение

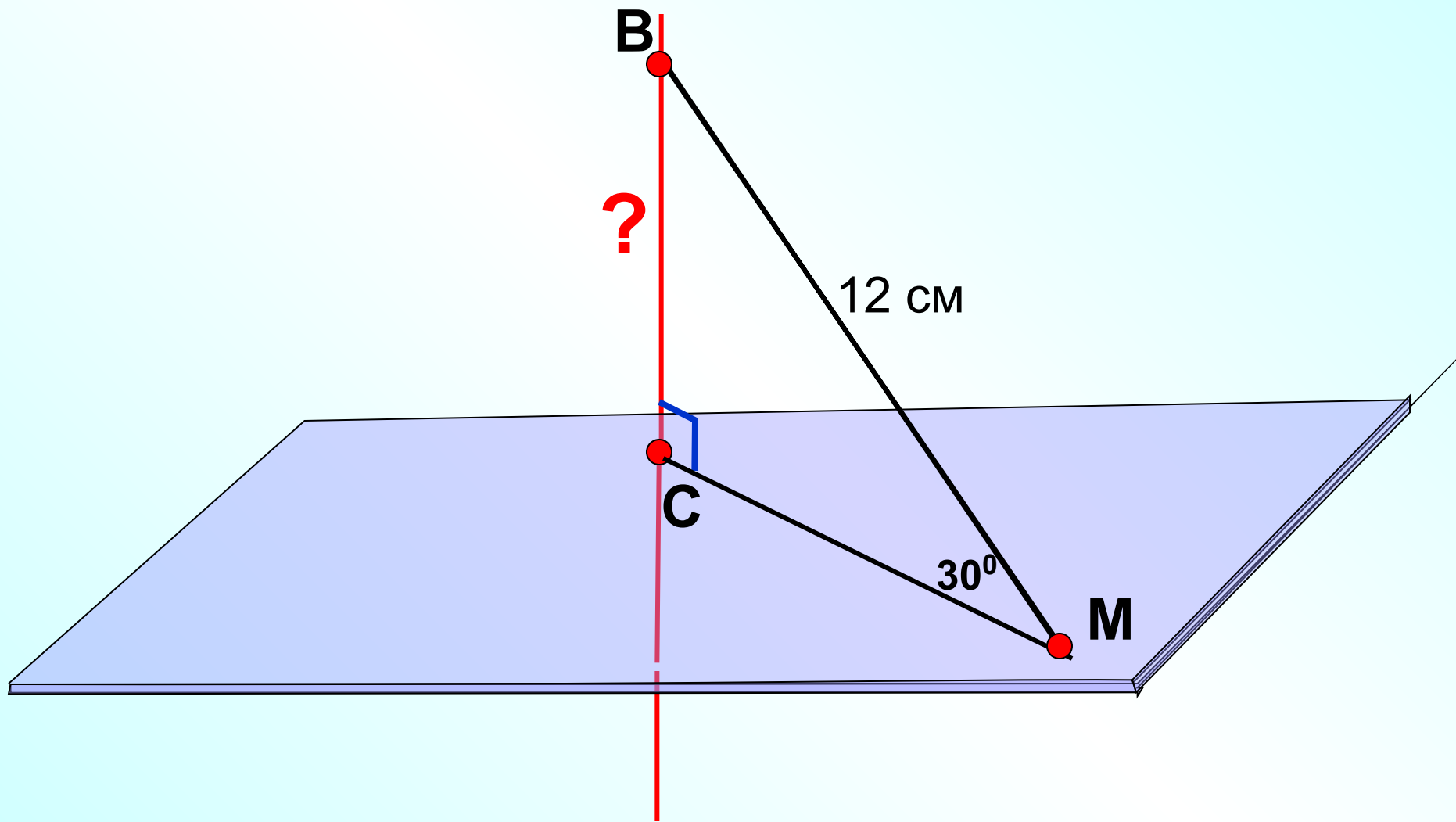


Расстояние от точки до прямой – длина перпендикуляра, опущенного из точки  $A$  на прямую.

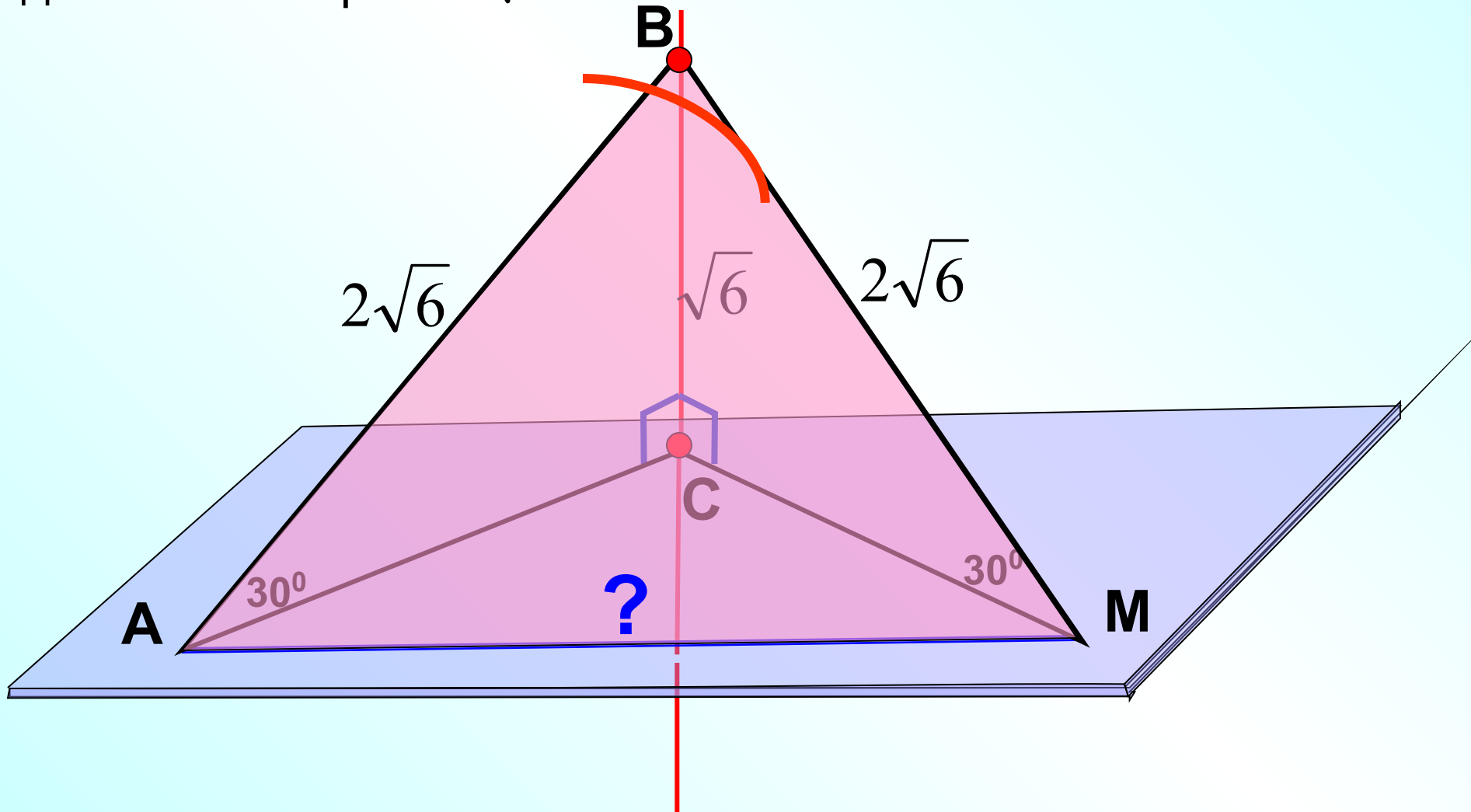


Расстояние от точки до плоскости – длина перпендикуляра

Из точки В к плоскости проведена наклонная, равная 12 см. Угол между наклонной и ее проекцией на плоскость равен  $30^\circ$ . Найти расстояние от точки В до плоскости.

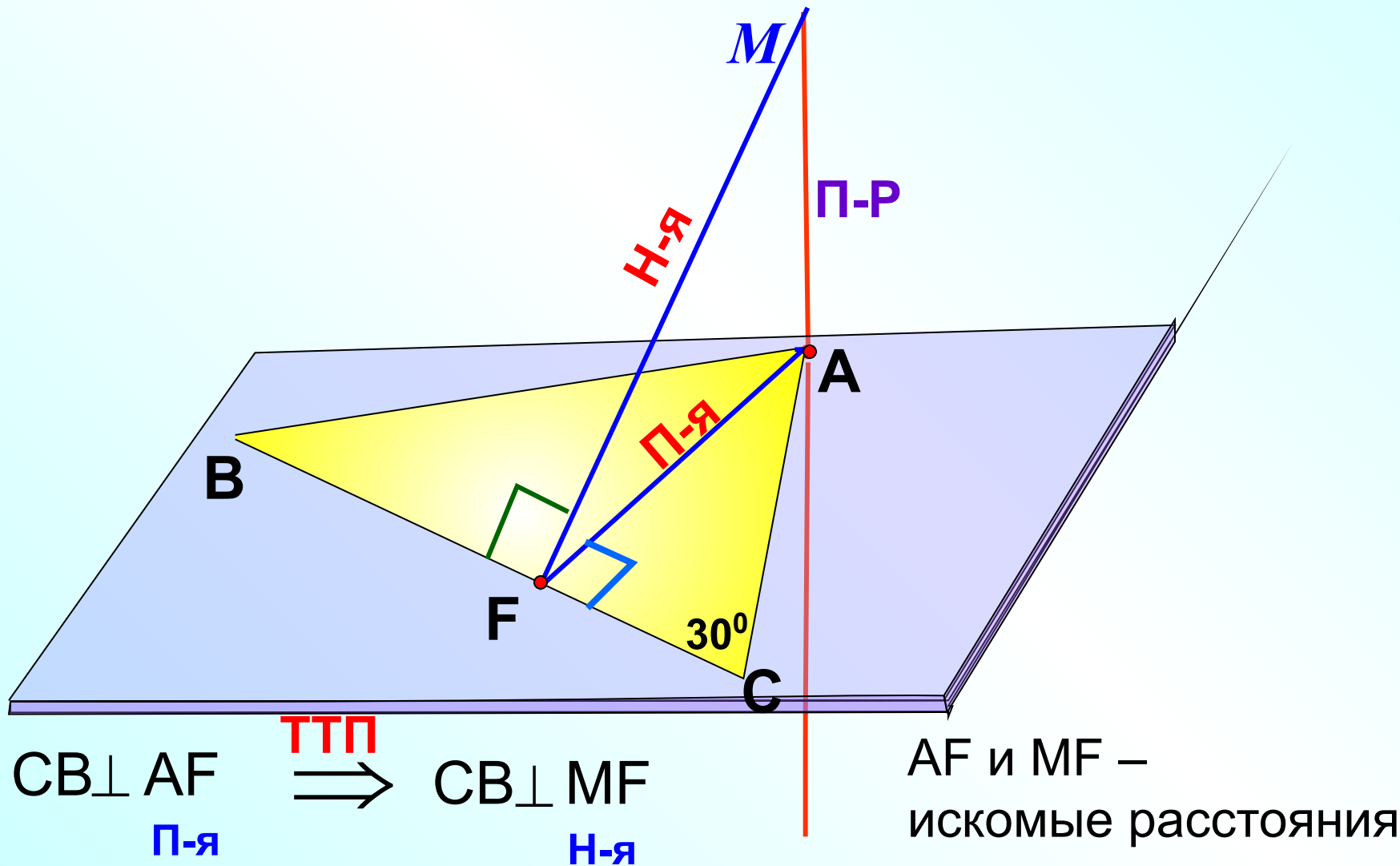


Из точки В к плоскости проведены две наклонные, которые образуют со своими проекциями на плоскость углы в  $30^\circ$ . Угол между наклонными равен  $60^\circ$ . Найдите расстояние между основаниями наклонных, если расстояние от точки В до плоскости равно  $\sqrt{6}$ .



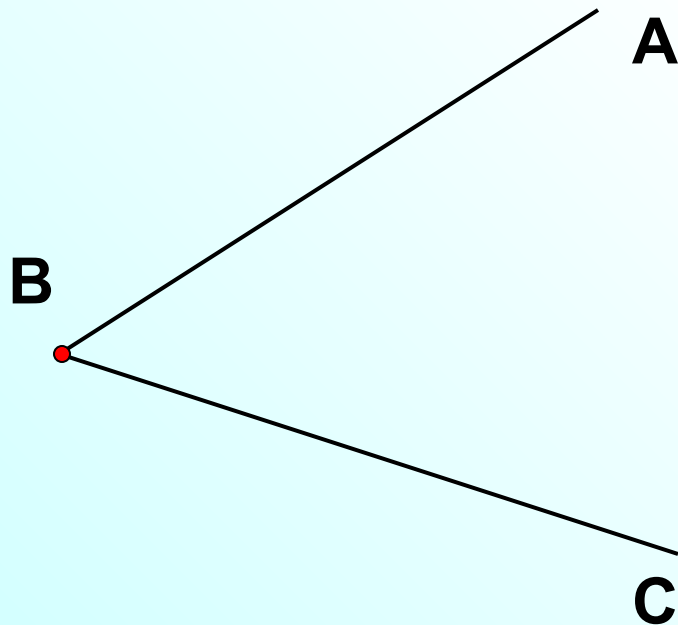
Через вершину  $C$  треугольника  $ABC$  проведена прямая  $CM$ , перпендикулярная к его плоскости. Угол  $C$  равен  $30^\circ$ .

Найдите расстояния: 1) от точки  $A$  до прямой  $BC$ ;  
 2) от точки  $M$  до прямой  $BC$ , если  $AC = 12$  см, а  $AM = 2\sqrt{3}$  см.

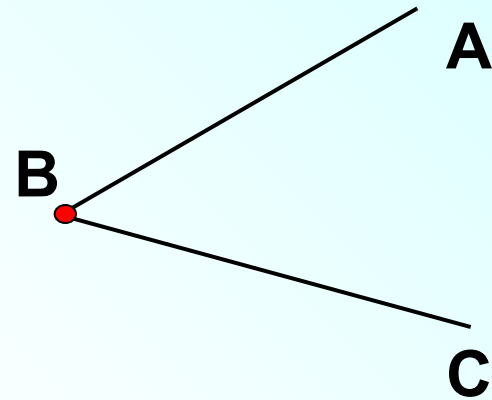


## Планиметрия

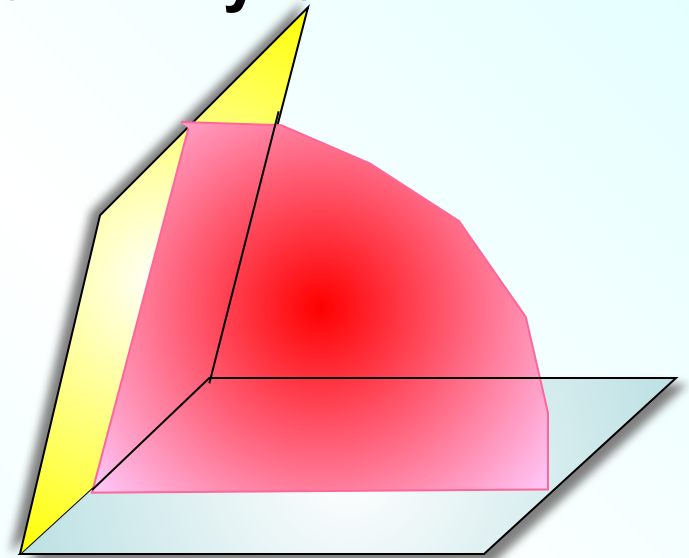
Углом на плоскости мы называем фигуру, образованную двумя лучами, исходящими из одной точки.



## Стереометрия

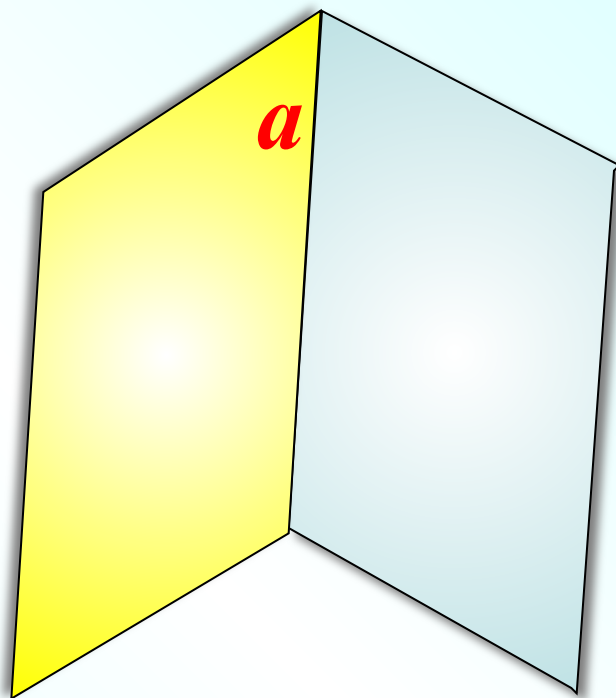


Двугранный угол



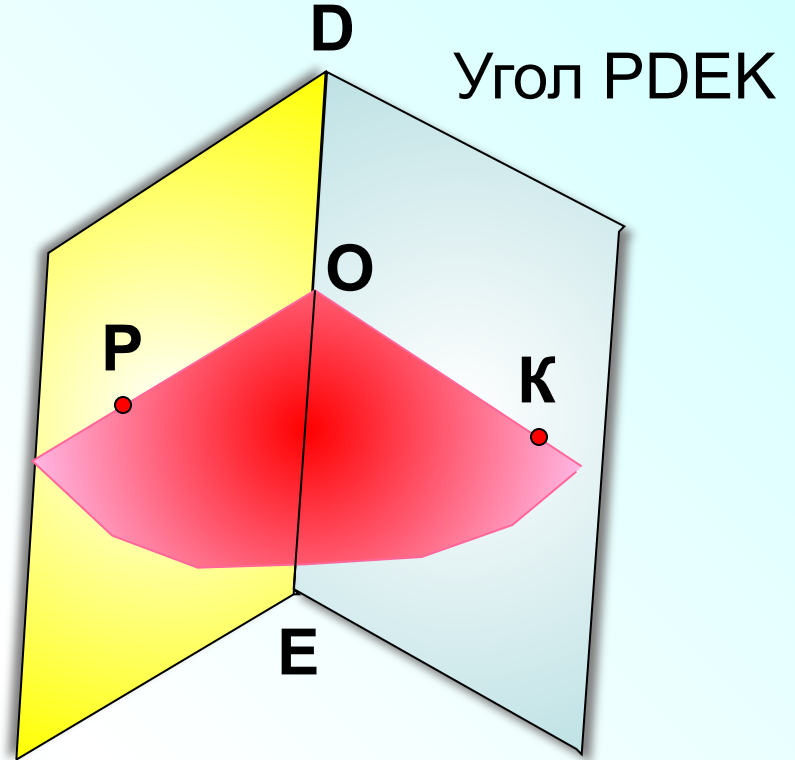
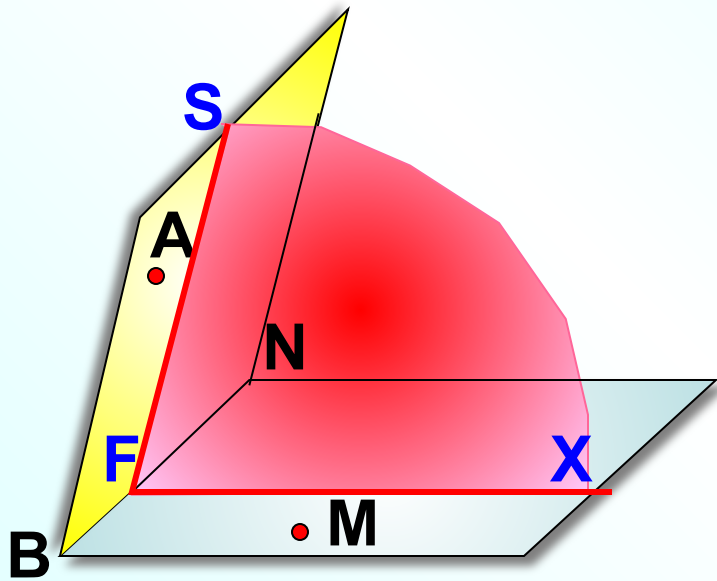
Двугранным углом называется фигура, образованная прямой *a* и двумя полуплоскостями с общей границей *a*, не принадлежащими одной плоскости.

Прямая *a* — ребро двугранного угла



Две полуплоскости — грани двугранного угла

Двугранный угол  $ABNM$ , где  $BN$  – ребро, точки  $A$  и  $M$  лежат в гранях двугранного угла



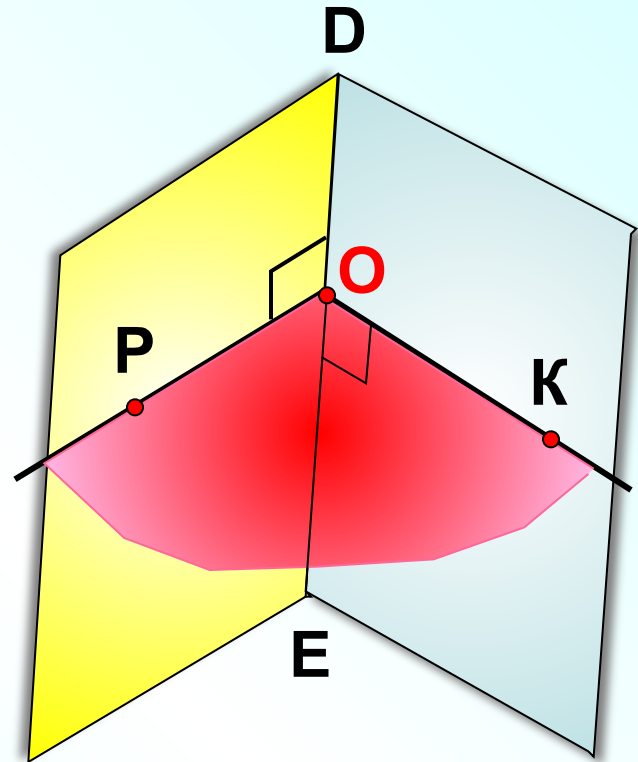
Угол  $SFX$  – линейный угол двугранного угла



## Алгоритм построения линейного угла.

Угол  $POK$  – линейный угол двугранного угла  $PDEK$ .

Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла.



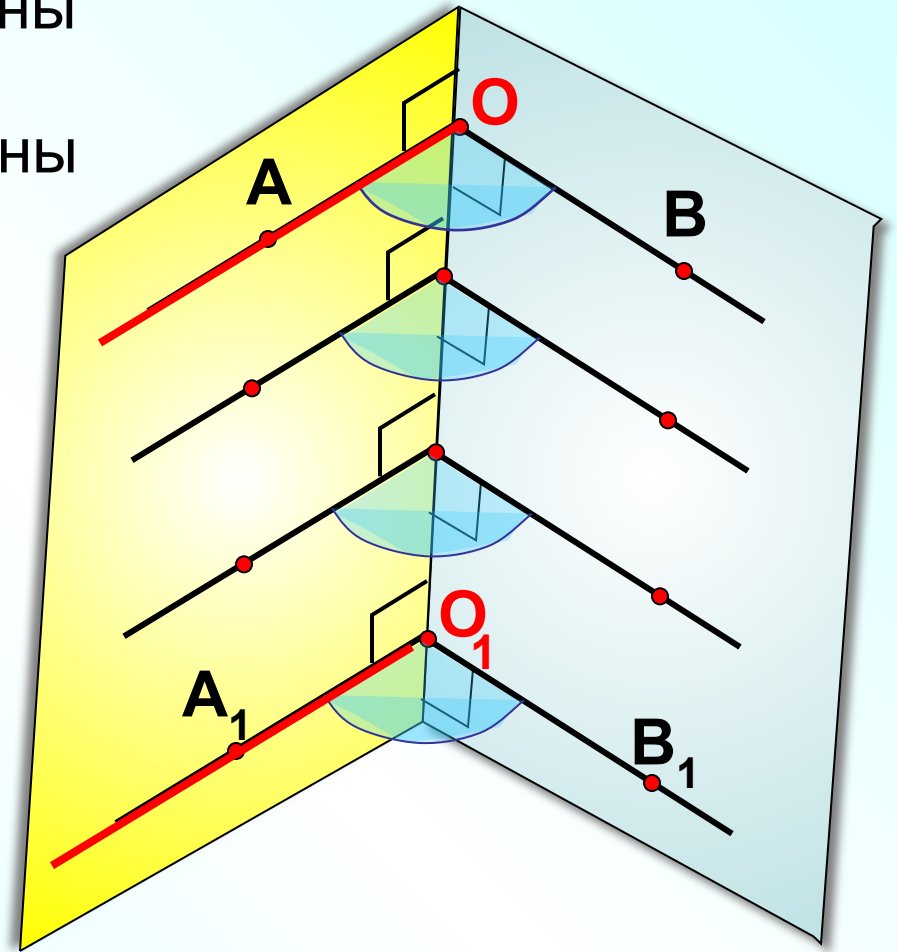
*Плоскость линейного угла  $(POK) \perp DE$*

Все линейные углы двугранного угла равны друг другу.

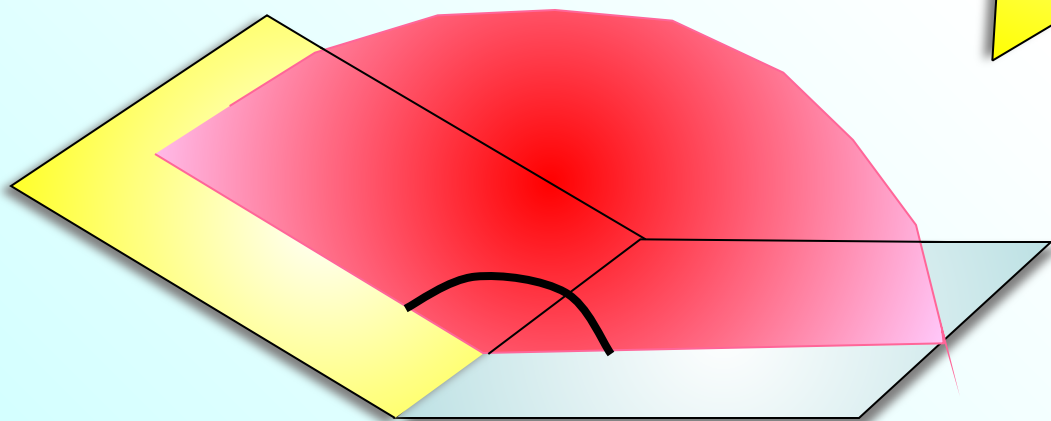
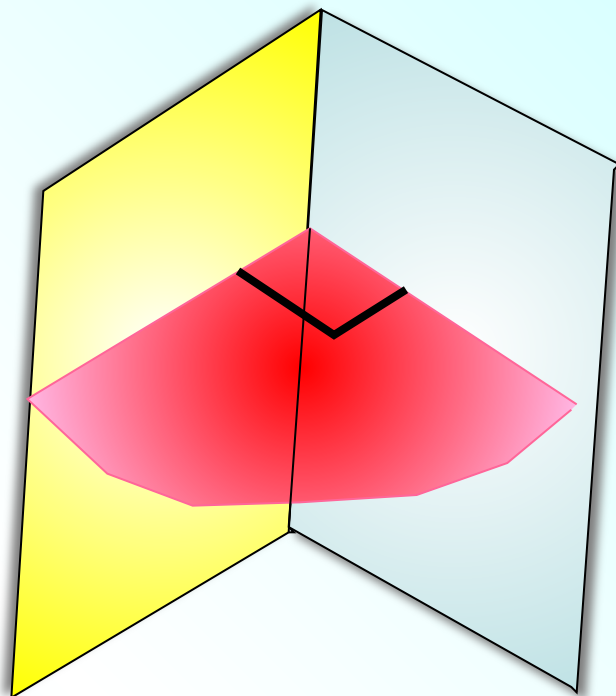
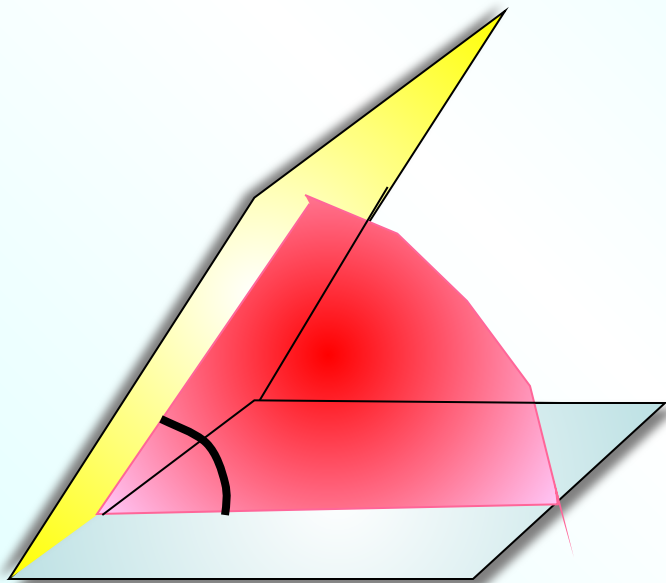
Лучи  $OA$  и  $O_1A_1$  – сонаправлены

Лучи  $OB$  и  $O_1B_1$  – сонаправлены

Углы  $AOB$  и  $A_1O_1B_1$  равны,  
как углы с сонаправленными  
сторонами



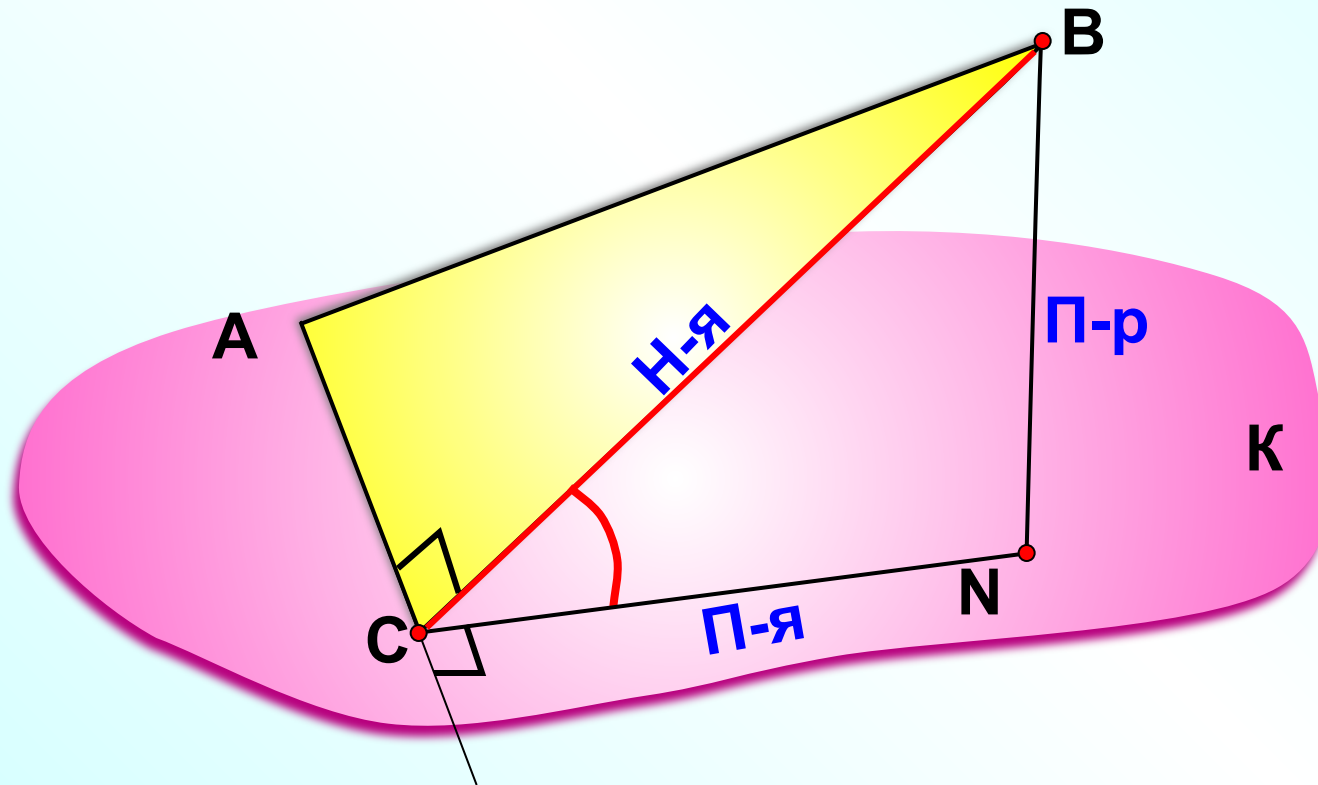
Двугранный угол может быть прямым, острым, тупым





Построить линейный угол двугранного угла ВАСК.  
Треугольник АВС – прямоугольный.

$$\underset{\text{Н-я}}{AC \perp BC} \xRightarrow{\text{ТПП}} \underset{\text{П-я}}{AC \perp NC}$$

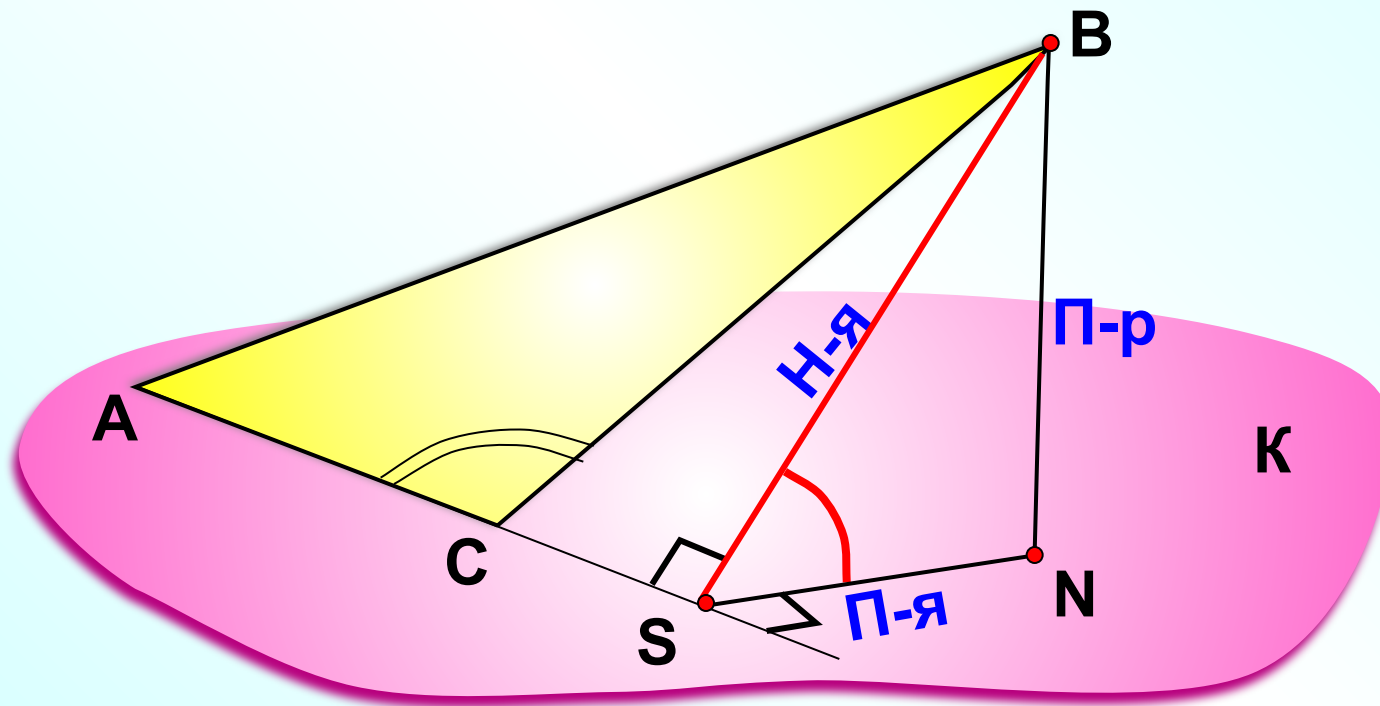


Угол BCN – линейный угол двугранного угла ВАСК

Построить линейный угол двугранного угла  $BACK$ .  
Треугольник  $ABC$  – тупоугольный.

$$AC \perp BS \xRightarrow{\text{ТПП}} AC \perp NS$$

$\text{Н-я}$  $\text{П-я}$

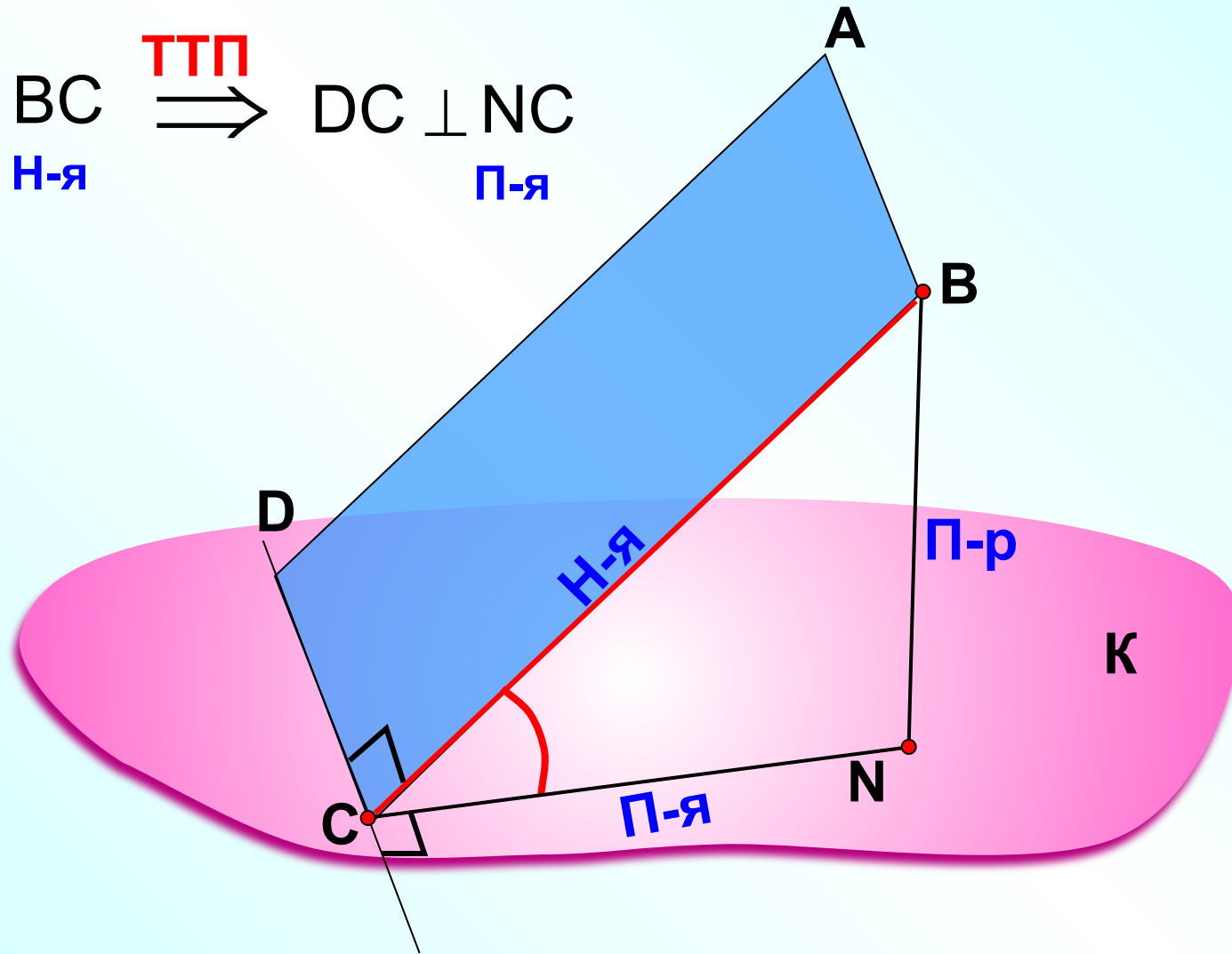


Угол  $BSN$  – линейный угол двугранного угла  $BACK$

Построить линейный угол двугранного угла  $BDCK$ .  
 $ABCD$  – прямоугольник.

$$DC \perp BC \xRightarrow{\text{ТТП}} DC \perp NC$$

Н-яП-я

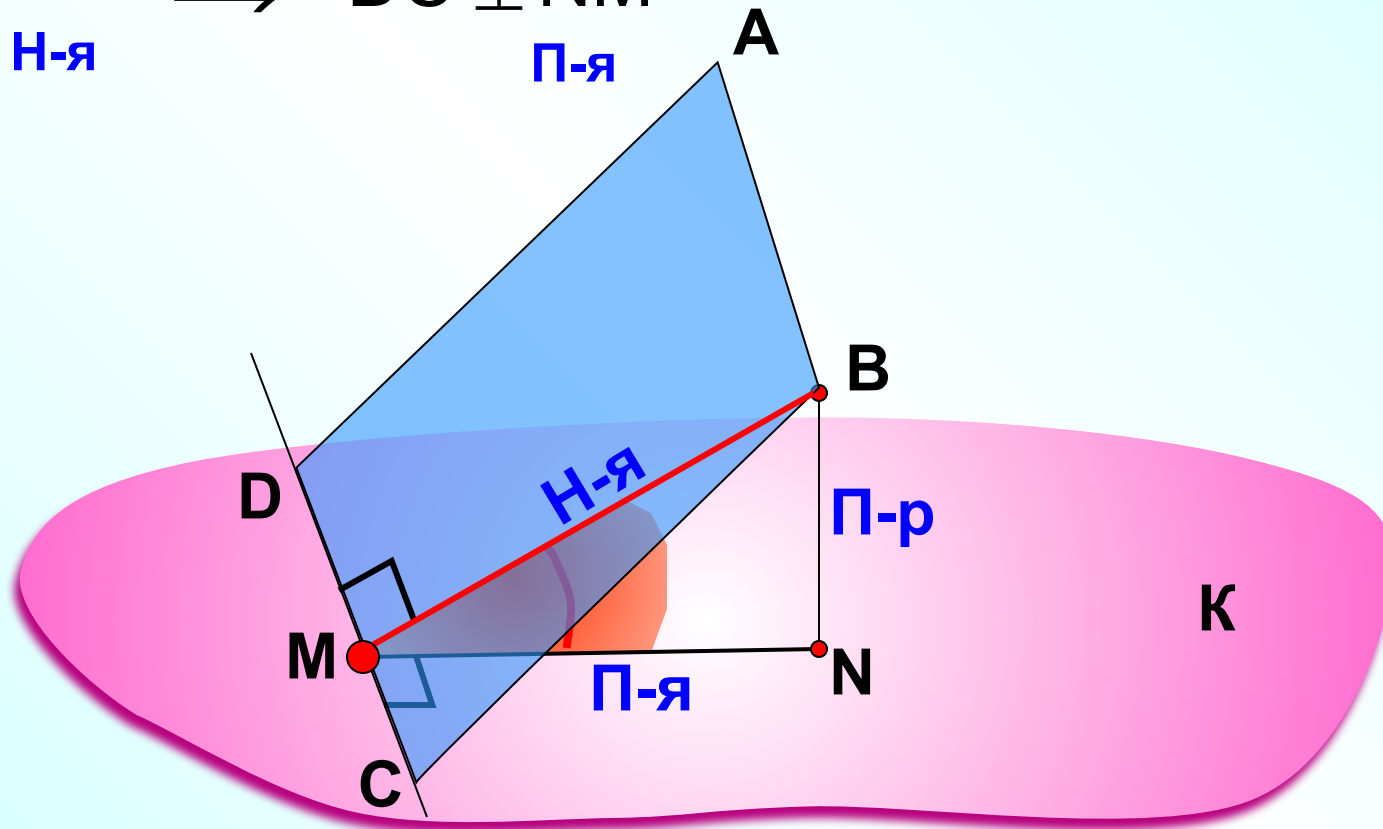


Угол  $BCN$  – линейный угол двугранного угла  $BDCK$

Построить линейный угол двугранного угла  $BDCK$ .  
 $ABCD$  – параллелограмм, угол  $C$  острый.

$$DC \perp BM \xrightarrow{\text{ТТП}} DC \perp NM$$

$N$ -я $P$ -я



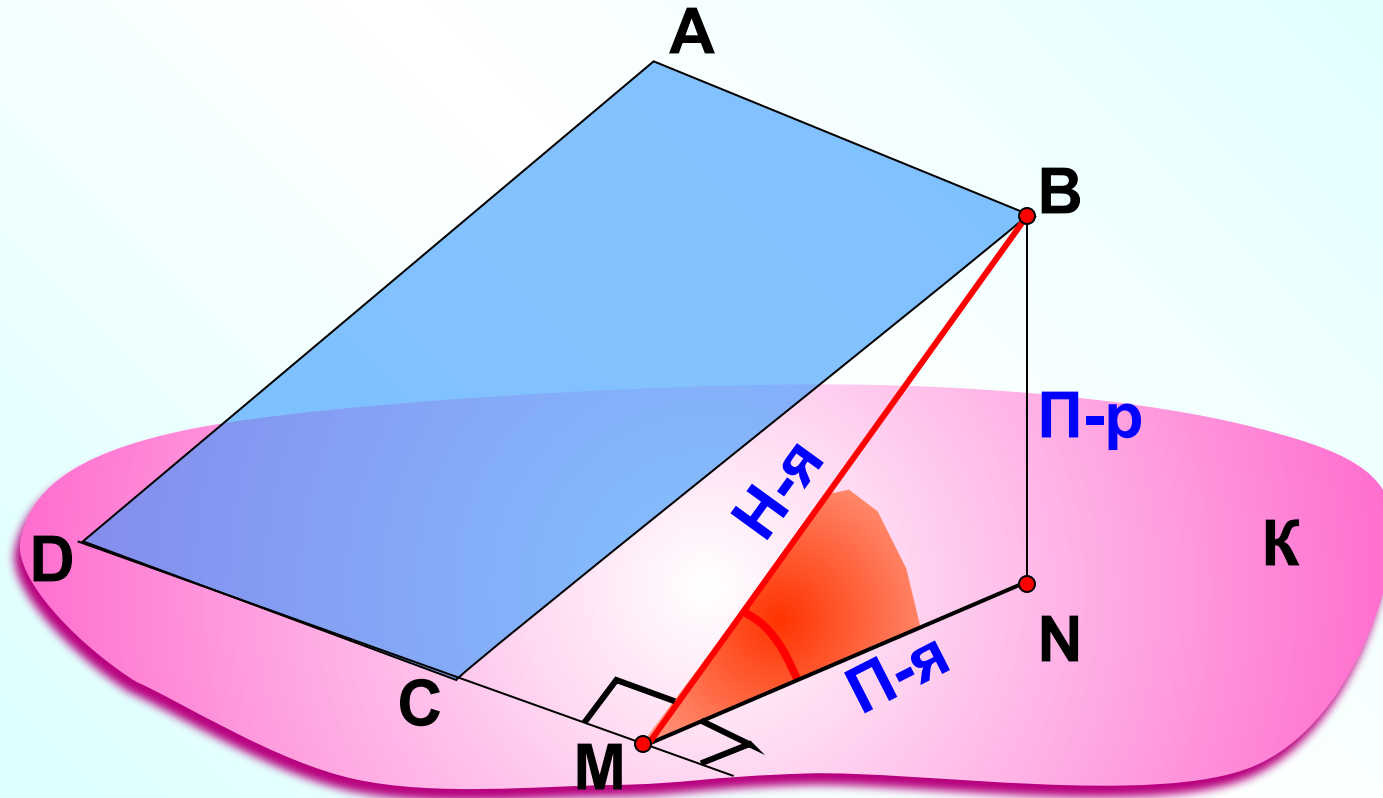
Угол  $BMN$  – линейный угол двугранного угла  $BDCK$



Построить линейный угол двугранного угла  $BDCK$ .  
 $ABCD$  – параллелограмм, угол  $C$  тупой.

$$DC \perp BM \xRightarrow{\text{ТТП}} DC \perp NM$$

$\text{Н-я}$  $\text{П-я}$

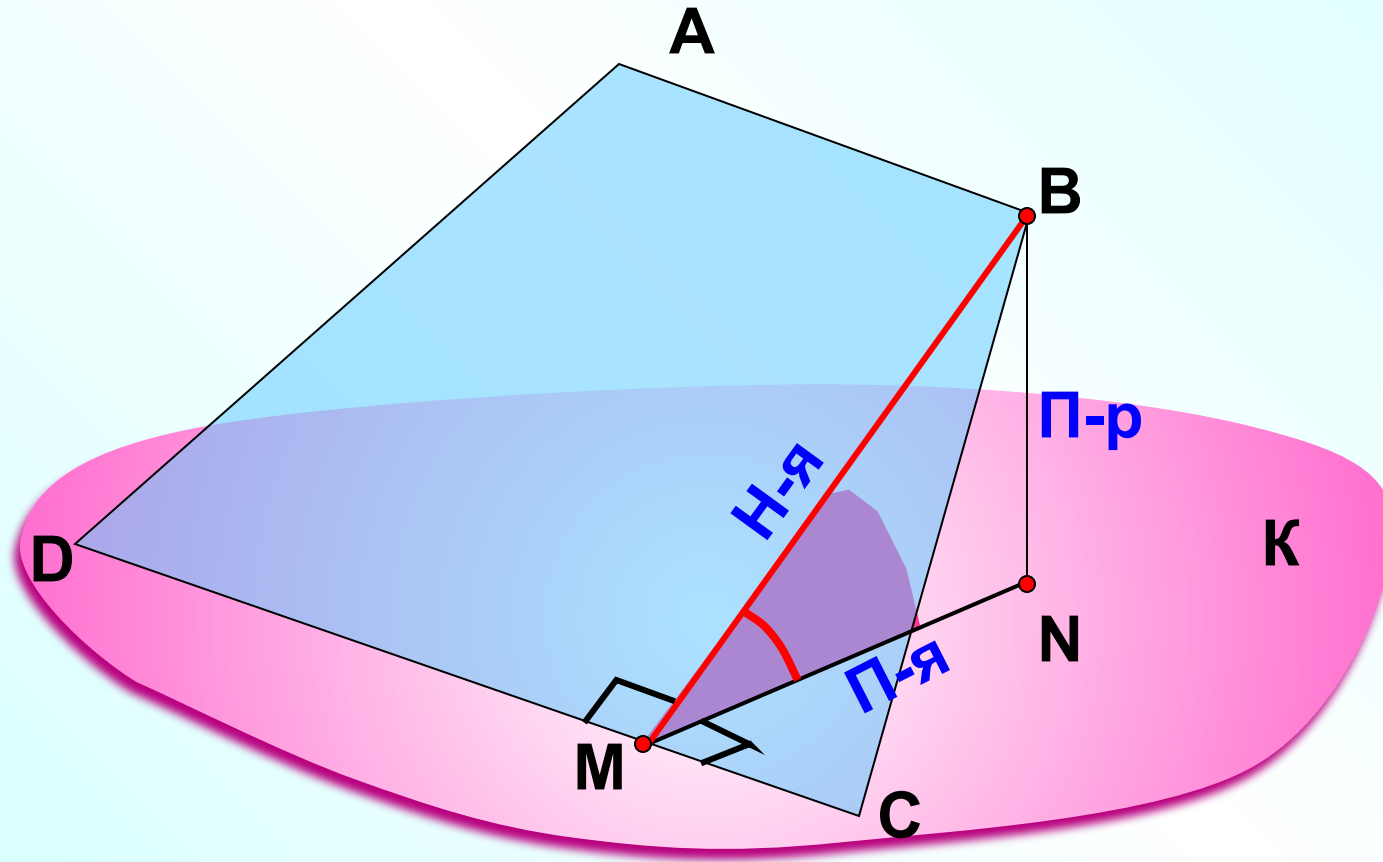


Угол  $BMN$  – линейный угол двугранного угла  $BDCK$

Построить линейный угол двугранного угла  $BDCK$ .  
 $ABCD$  – трапеция, угол  $C$  острый.

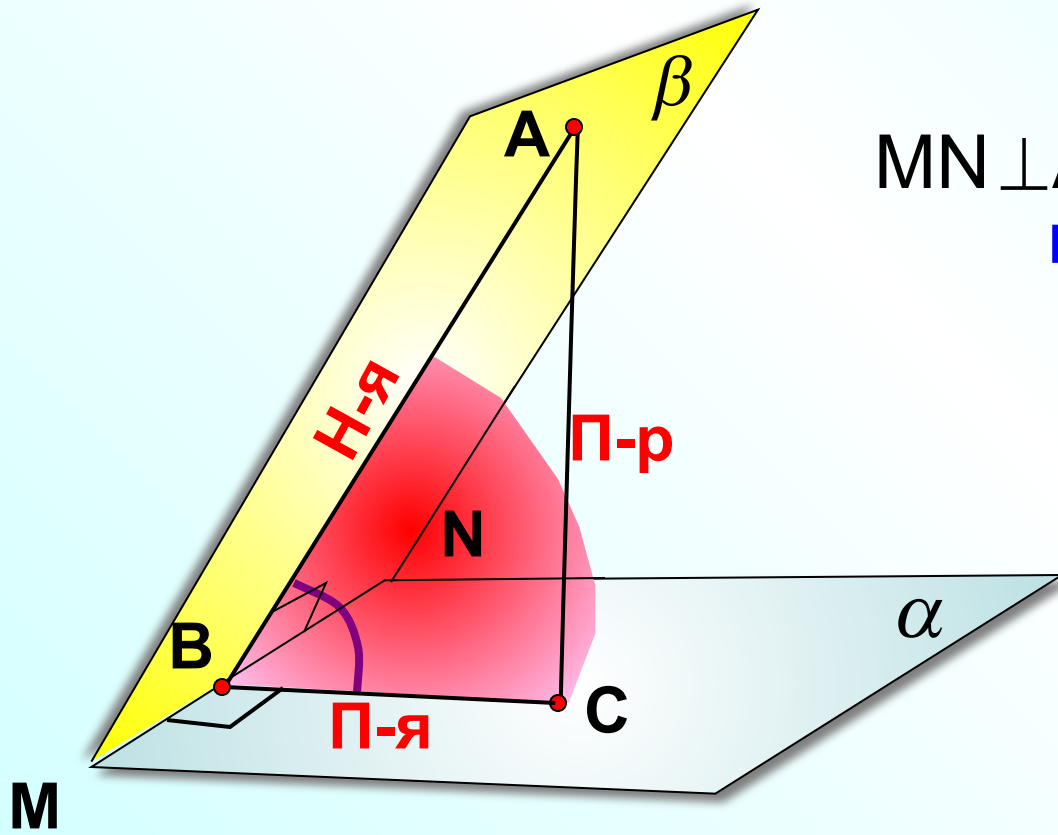
$$DC \perp BM \xRightarrow{\text{ТТП}} DC \perp NM$$

$\text{Н-я}$  $\text{П-я}$



Угол  $BMN$  – линейный угол двугранного угла  $BDCK$

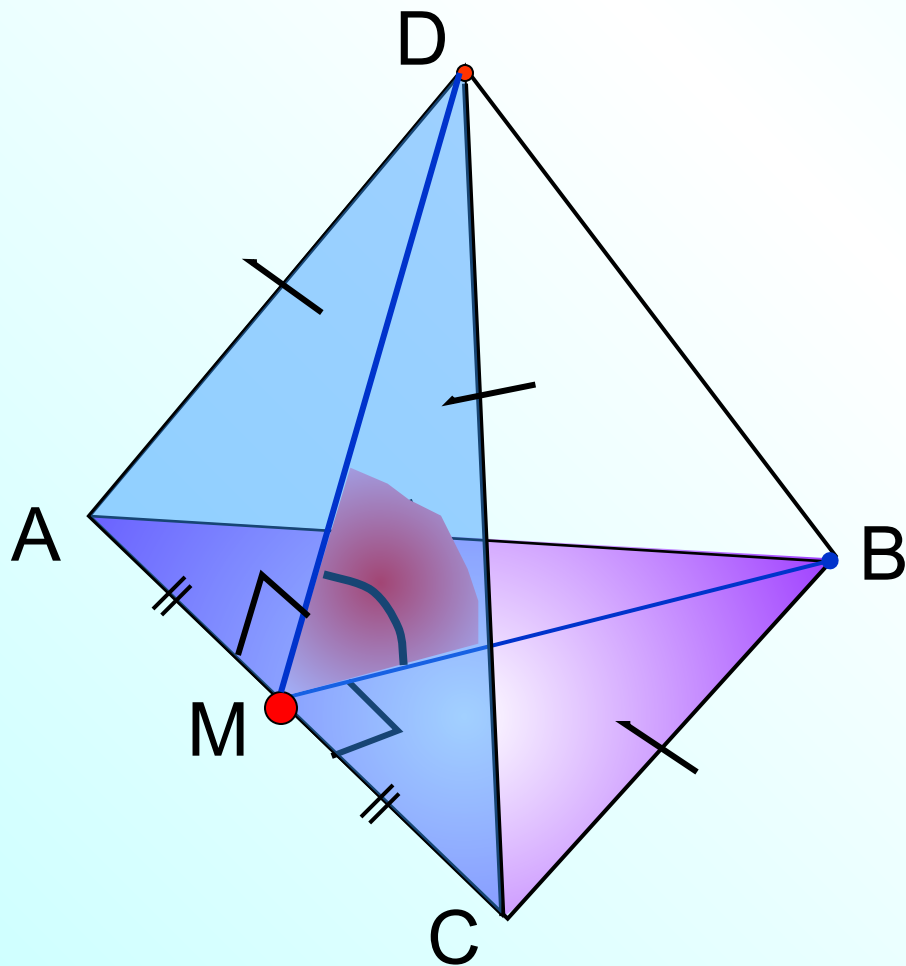
**№ 166.** Неперпендикулярные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $MN$ . В плоскости  $\beta$  из точки  $A$  проведен перпендикуляр  $AB$  к прямой  $MN$  и из той же точки  $A$  проведен перпендикуляр  $AC$  к плоскости  $\alpha$ . Докажите, что угол  $ABC$  – линейный угол двугранного угла  $AMNC$ .



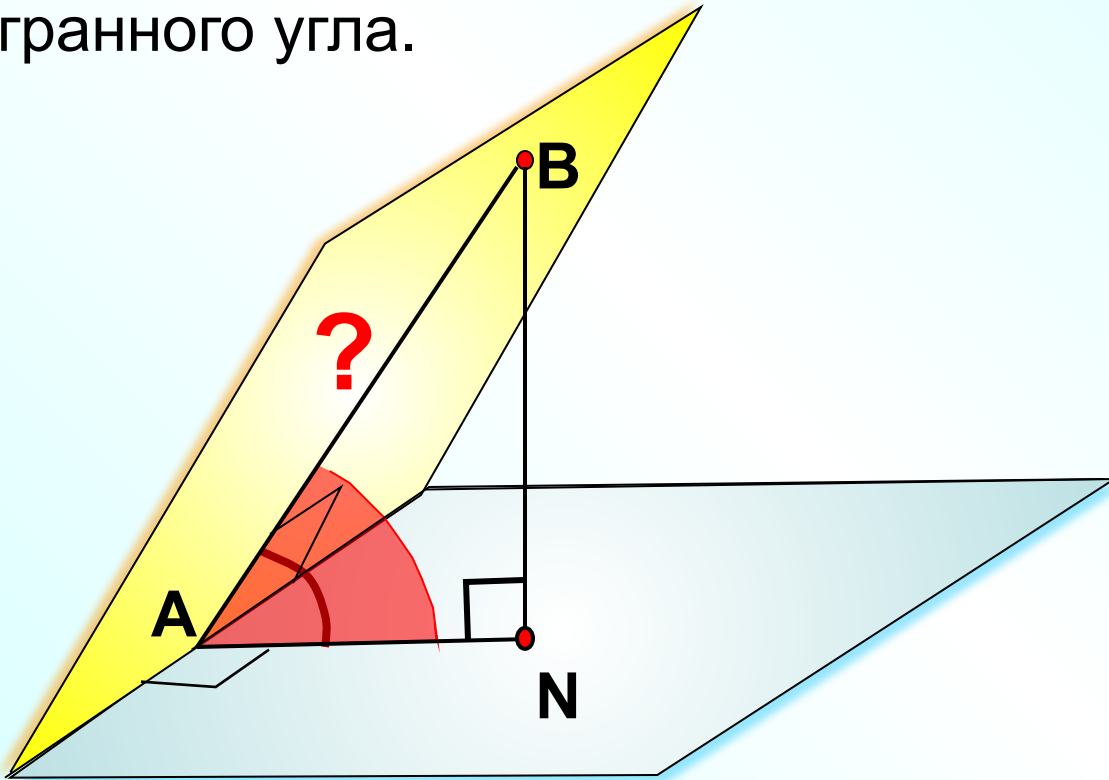
$$\begin{array}{ccc}
 MN \perp AB & \xRightarrow{\text{ТТП}} & MN \perp BC \\
 \text{Н-я} & & \text{П-я}
 \end{array}$$

Угол  $ABC$  – линейный угол двугранного угла  $AMNC$

**№ 167.** В тетраэдре  $DABC$  все ребра равны, точка  $M$  – середина ребра  $AC$ . Докажите, что угол  $DMB$  – линейный угол двугранного угла  $BACD$ .



**№ 168.** Двугранный угол равен  $\varphi$ . На одной грани этого угла лежит точка, удаленная на расстояние  $d$  от плоскости другой грани. Найдите расстояние от этой точки до ребра двугранного угла.



**№ 169.** Даны два двугранных угла, у которых одна грань общая, а две другие грани являются различными полуплоскостями одной плоскости. Докажите, что сумма этих двугранных углов равна  $180^\circ$ .

