

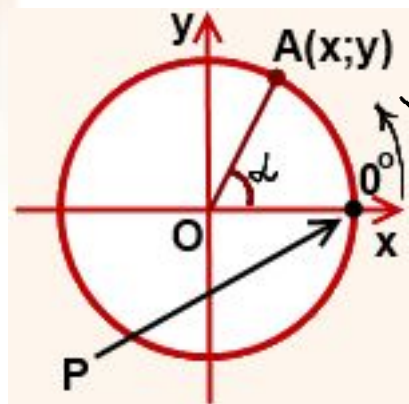
# *Тригонометрия*

Тема: «Радианная мера  
угла. Поворот точки вокруг  
начала координат»



# Цели урока:

- *Познакомиться с единичной окружностью и радианной мерой угла*
- *Научиться вычислять градусную меру угла, выраженного в радианах, и наоборот*
- *Научиться строить на единичной окружности точки, полученные поворотом на заданный угол*



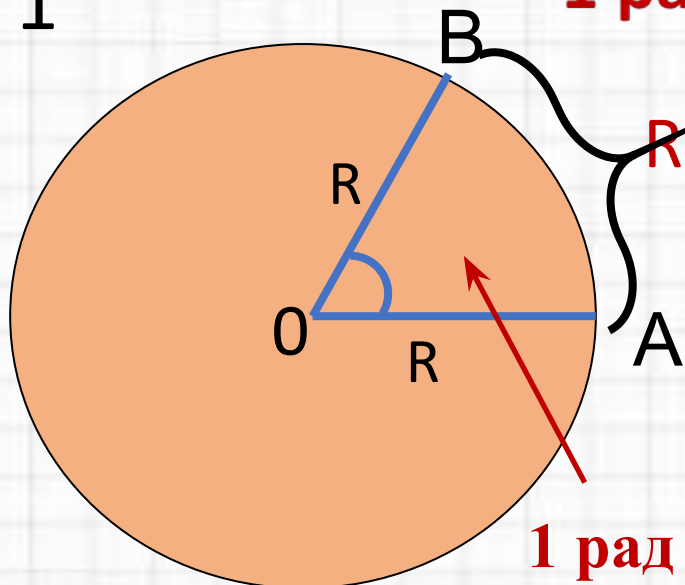
# Радианная мера угла

**Единичной окружностью**

называется окружность с центром в начале координат и радиусом, равным единице.

Центральный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна радиусу окружности, называется **углом в один радиан**.

$$R = 1$$



**1 радиан =  $\angle AOB \Leftrightarrow$  Длина дуги  $AB = OA = R$**

$C = 2\pi R$  – длина окружности

$$R=1 \Rightarrow C = 2\pi$$

$$2\pi = 360^\circ \Rightarrow \pi = 180^\circ \Rightarrow 1 \text{ рад} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \approx 57^\circ$$

$$\alpha \text{ рад} = \left(\frac{180}{\pi} \alpha\right)^\circ$$

$$\alpha^\circ = \frac{\pi}{180} \alpha \text{ рад}$$

Найти радианную меру угла,  
выраженного в градусах:

$$\alpha^{\circ} = \frac{\pi}{180} \alpha \text{ рад}$$

$$1) 40^{\circ} = \frac{\pi}{180} \cdot 40 = \frac{2\pi}{9} \text{ рад}$$

$$2) 120^{\circ}$$

$$3) 150^{\circ}$$

$$7) 180^{\circ}$$

$$4) 75^{\circ}$$

$$8) 360^{\circ}$$

$$5) 32^{\circ}$$

$$9) 630^{\circ}$$

$$6) 140^{\circ}$$

$$10) 720^{\circ}$$

Найти градусную меру угла,  
выраженного в радианах:

$$\alpha \text{ рад} = \left( \frac{180}{\pi} \alpha \right)^{\circ}$$

$$1) \quad 2 = \left( \frac{180}{\pi} \cdot 2 \right)^{\circ} = \left( \frac{180}{3,14} \cdot 2 \right)^{\circ} \approx 114^{\circ}$$

$$2) \quad \frac{\pi}{6}$$

$$7) \quad 2\pi$$

$$3) \quad \frac{\pi}{9}$$

$$8) \quad \frac{3\pi}{2}$$

$$4) \quad \frac{3\pi}{4}$$

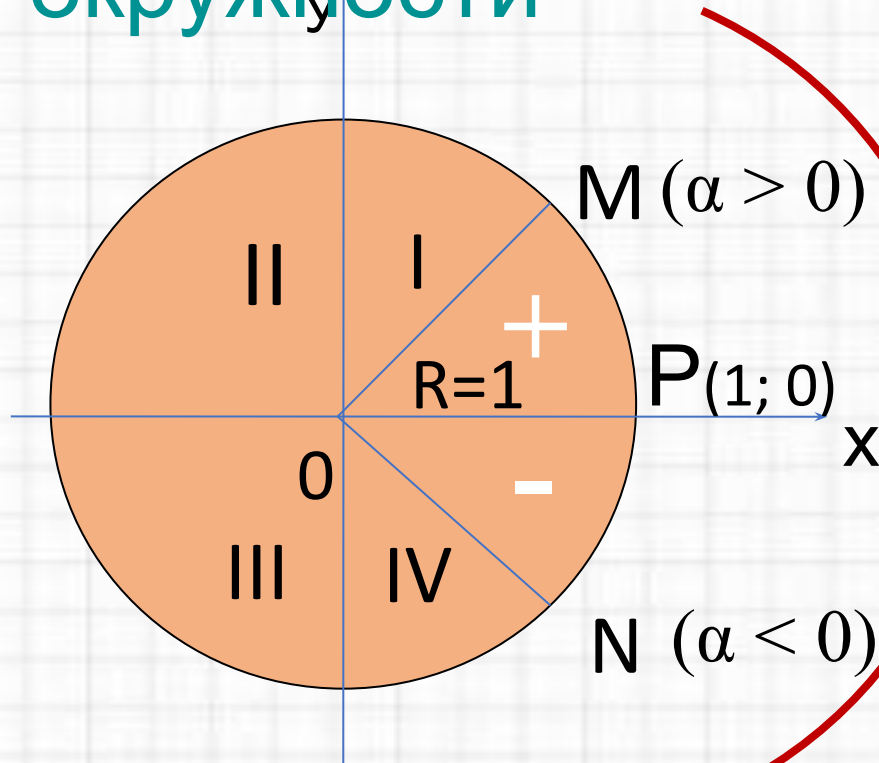
$$9) \quad -\frac{5\pi}{4}$$

$$5) \quad 3$$

$$10) \quad \frac{5\pi}{12}$$

$$6) \quad \pi$$

# Положительные и отрицательные углы в окружности



Начало отсчета углов - в точке

$P(1;0)$

$OP \longrightarrow OM \Leftrightarrow (\alpha > 0)$

повернули на угол  $\alpha$   
против часовой  
стрелки

$OP \longrightarrow ON \Leftrightarrow (\alpha < 0)$

повернули на угол  $\alpha$   
по часовой стрелке

Угол поворота радиуса  $OP$   
против часовой стрелки считается **положительным**,  
а по часовой – **отрицательным**.

## Примеры:

1) При повороте точки  $P(1;0)$

на угол  $\frac{\pi}{2}$  рад получается

точка  $M(0;1)$

2) При повороте точки  $P(1;0)$   $K(-1;0)$

на угол  $-\frac{\pi}{2}$  рад получается

точка  $N(0;-1)$

3) При повороте точки  $P(1;0)$

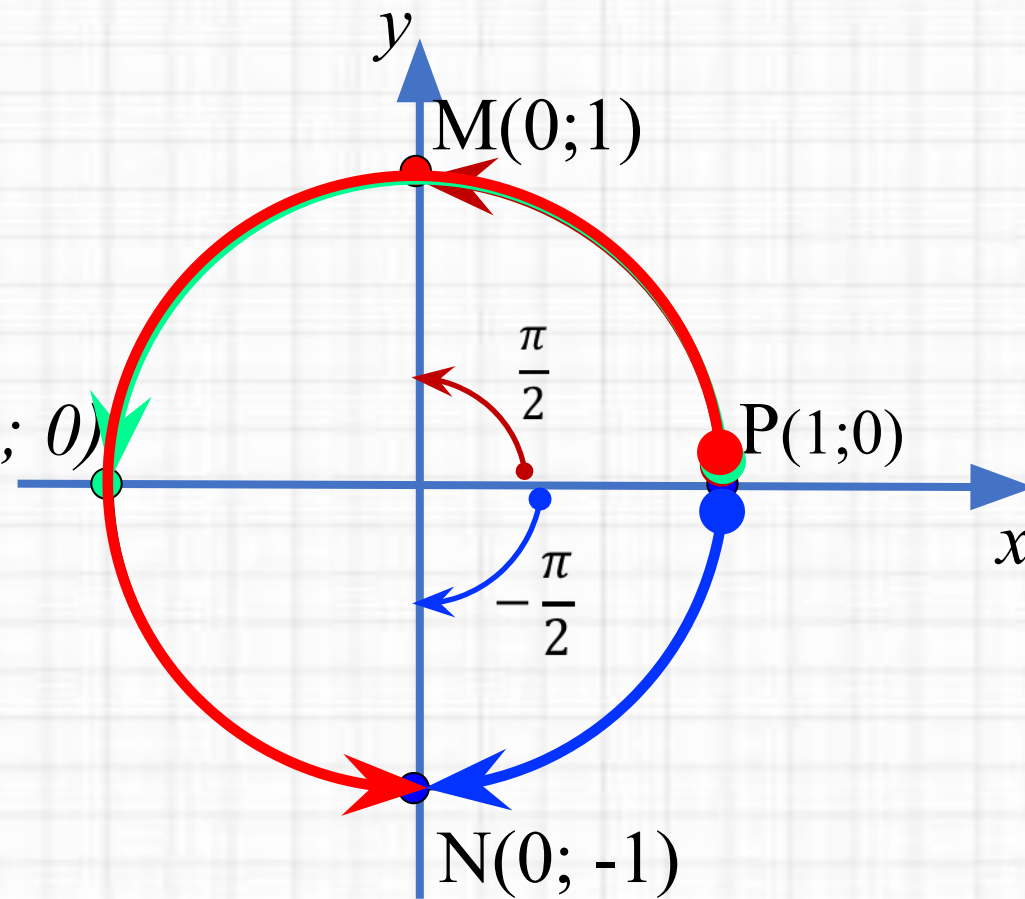
на угол  $\pi$  рад получается

точка  $K(-1;0)$

4) При повороте точки  $P(1;0)$

на угол  $\frac{3\pi}{2}$  рад получается

точка  $N(0;-1)$



*Задания: Постройте точку и укажите четверть:*

*1) Постройте точку, полученную поворотом точки  $P(1;0)$  на угол  $\frac{\pi}{6}$  рад*

*(  $30^\circ$  )*

*2) Постройте точку, полученную поворотом точки  $P(1;0)$  на угол  $\frac{\pi}{4}$  рад*

*(  $45^\circ$  )*

*3) Постройте точку, полученную поворотом точки  $P(1;0)$  на угол  $\frac{\pi}{3}$  рад*

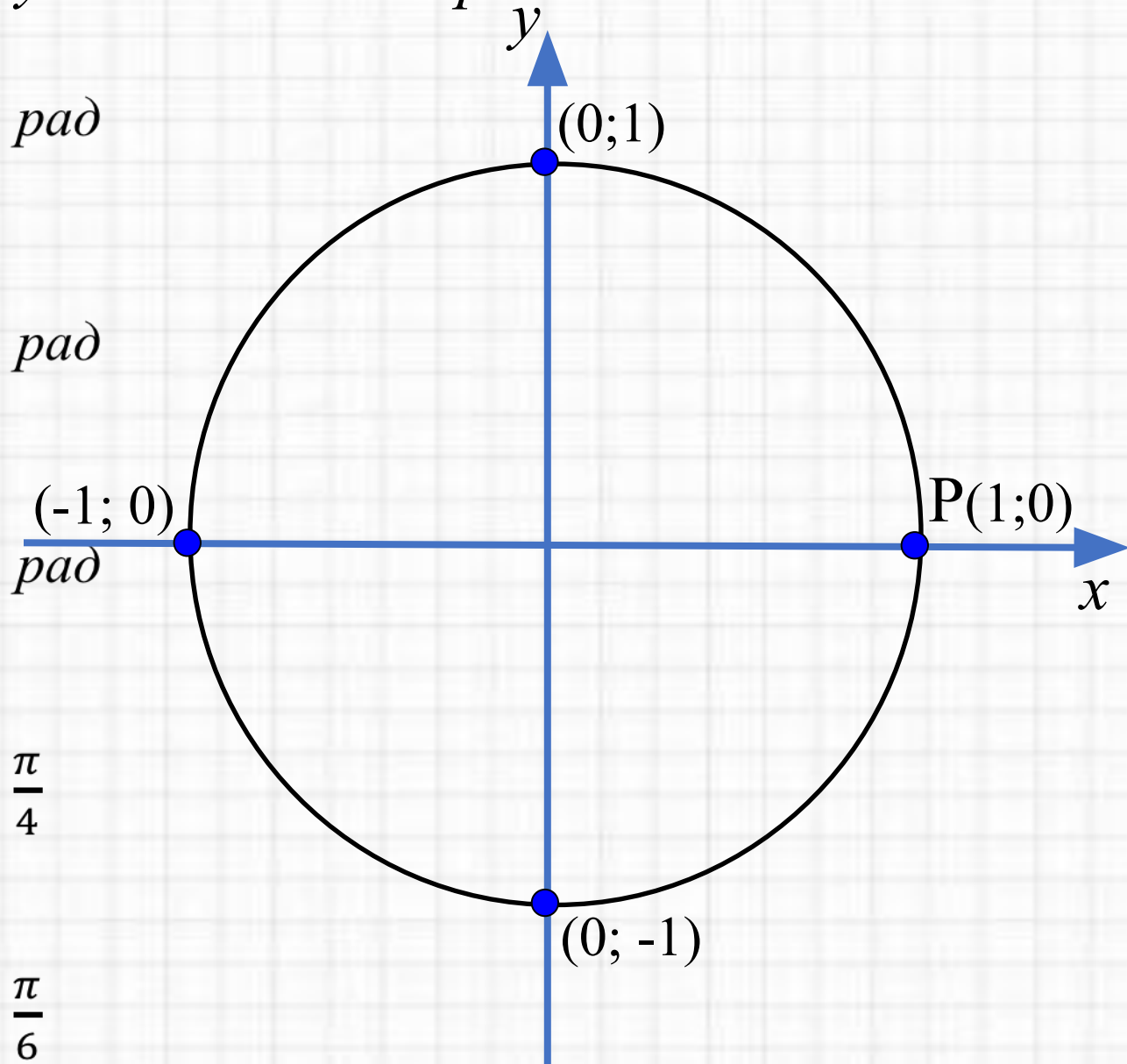
*(  $60^\circ$  )*

*4) Постройте точку, полученную поворотом точки  $P(1;0)$  на угол  $-\frac{\pi}{4}$*

*рад (  $-45^\circ$  )*

*5) Постройте точку, полученную поворотом точки  $P(1;0)$  на угол  $-\frac{\pi}{6}$*

*рад (  $-30^\circ$  )*





*Задания: Постройте точку и укажите четверть:*

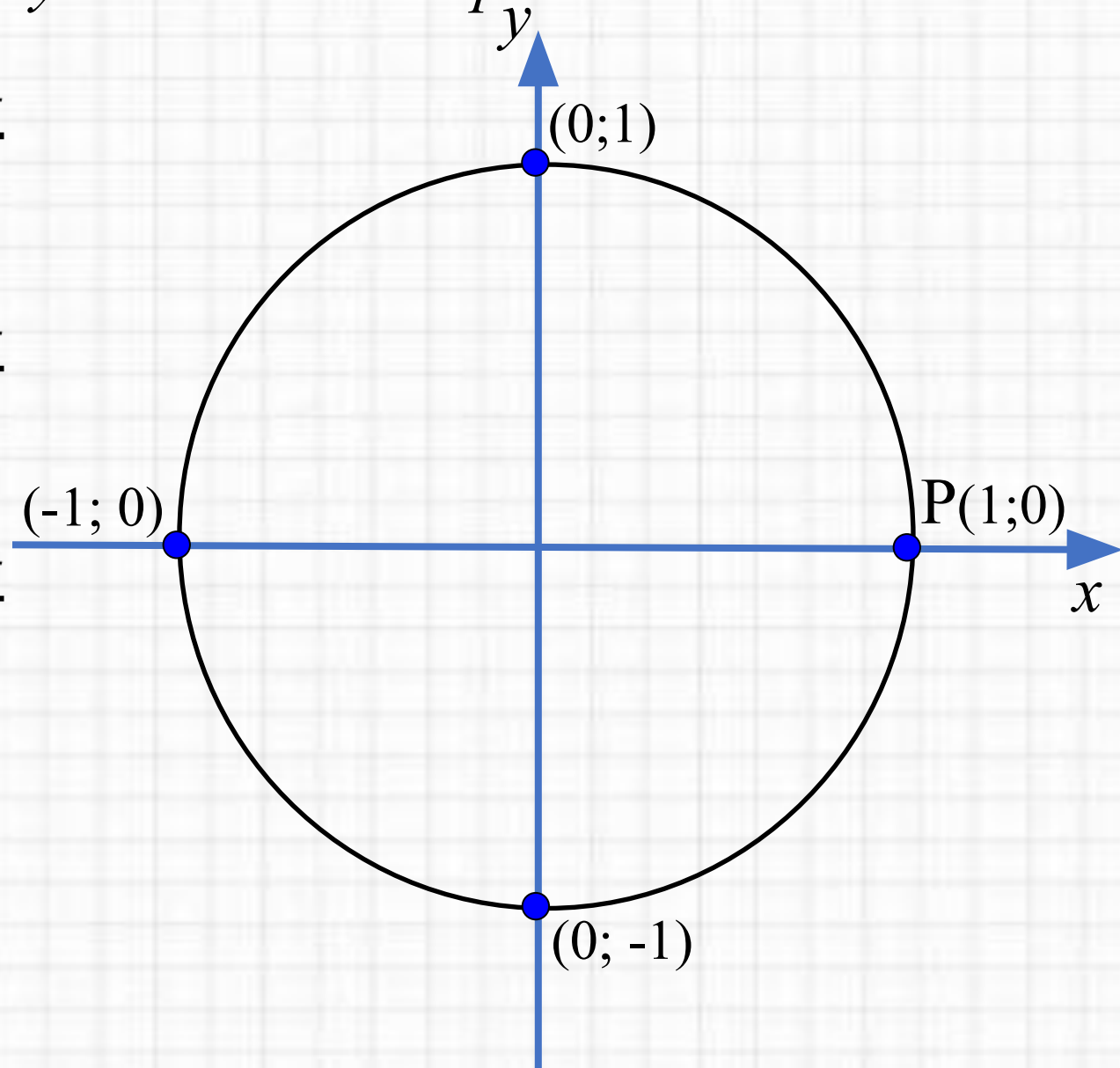
6) Постройте точку, полученную поворотом точки  $P(1;0)$  на угол  $\frac{5\pi}{6}$  рад ( $150^\circ$ )

7) Постройте точку, полученную поворотом точки  $P(1;0)$  на угол  $\frac{3\pi}{4}$  рад ( $135^\circ$ )

8) Постройте точку, полученную поворотом точки  $P(1;0)$  на угол  $\frac{2\pi}{3}$  рад ( $120^\circ$ )

9) Постройте точку, полученную поворотом точки  $P(1;0)$  на угол  $-\frac{3\pi}{4}$  рад ( $-135^\circ$ )

10) Постройте точку, полученную поворотом точки  $P(1;0)$  на угол  $-\frac{5\pi}{6}$  рад ( $-150^\circ$ )



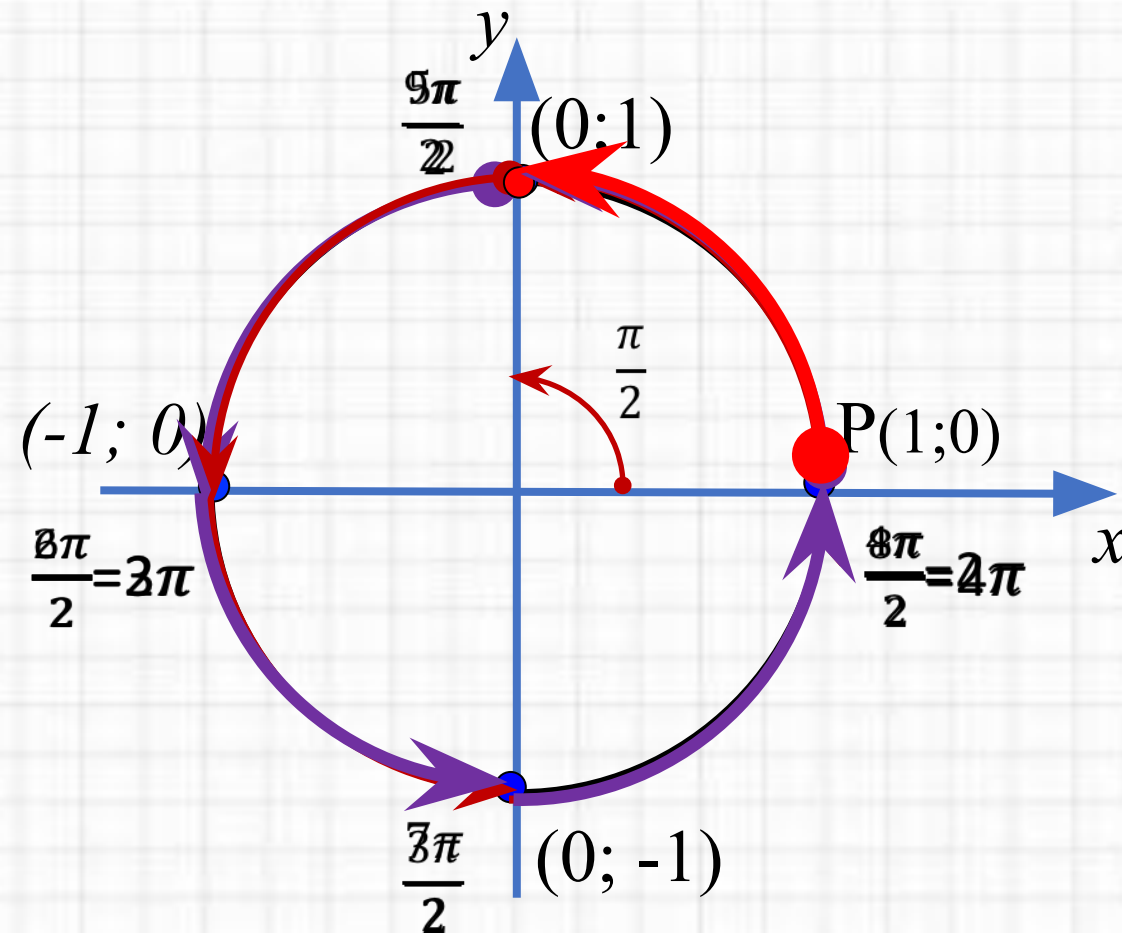
## Замечания:

При повороте точки  $P(1;0)$  на угол  $\frac{9\pi}{2}$  рад получается та же самая точка, что и при повороте на угол  $\frac{\pi}{2}$ .

$$\frac{9\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{8\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 4\pi$$

1 круг =  $2\pi$ , 2 круга =  $4\pi$ , ... ,

$$k \text{ кругов} = 2\pi k$$



Одной и той же точке единичной окружности соответствует бесконечное множество действительных чисел  $\alpha + 2\pi k$ , где  $k$  – целое число (количество кругов).

**Определение  
синуса, косинуса и  
тангенса угла.  
Знаки синуса,  
косинуса и  
тангенса угла.**

**Синусом угла  $\alpha$**  называется ордината точки, полученная поворотом точки  $(1;0)$  вокруг начала координат на угол  $\alpha$ . Обозначается  **$\sin \alpha$** .

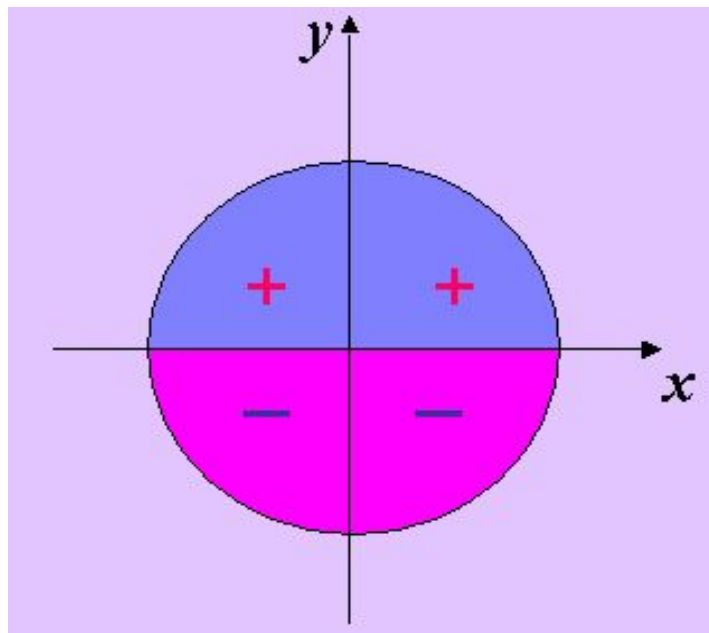
**Косинусом угла  $\alpha$**  называется абсцисса точки, полученная поворотом точки  $(1;0)$  вокруг начала координат на угол  $\alpha$ . Обозначается  **$\cos \alpha$** .

**Тангенсом угла  $\alpha$**  называется отношение синуса угла к его косинусу. Обозначается  **$\operatorname{tg} \alpha$** .

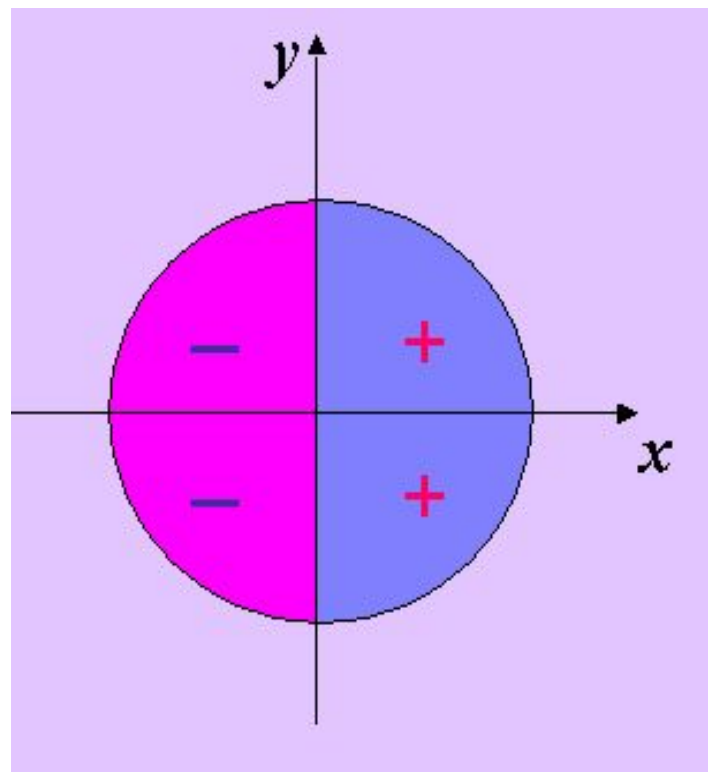
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

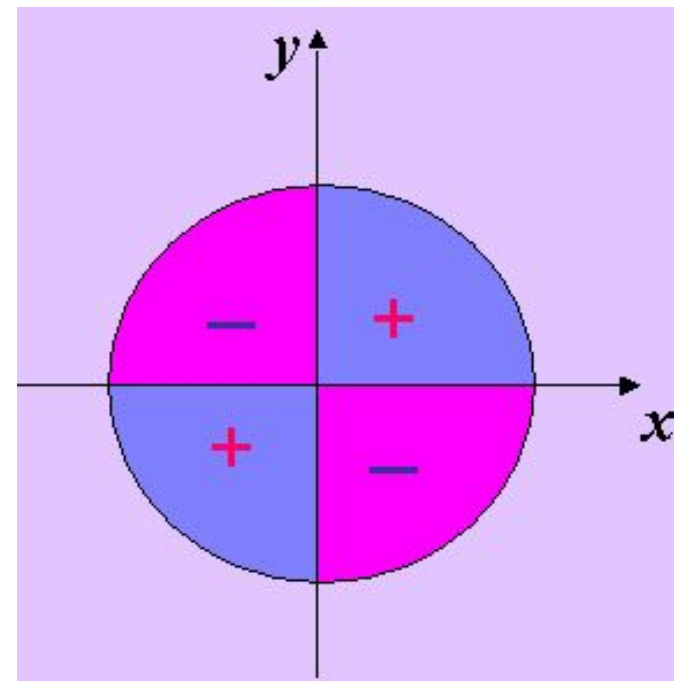
**$\sin \alpha$**



**$\cos \alpha$**



**$\operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$**





## *Домашнее задание:*

2. Найдите координаты точки единичной окружности, полученной поворотом точки (1;0) на угол:

1)  $4\pi$  ; 2)  $-\frac{3\pi}{2}$  ; 3)  $-6,5\pi$  ; 4)  $-270^\circ$  ; 5)  $-\frac{15\pi}{2}$  ; 6)  $810^\circ$

3. На единичной окружности постройте точку, полученную поворотом точки (1;0) на заданный угол, и укажите четверть:

1)  $5\pi$  ; 2)  $-\frac{7\pi}{6}$  ; 3)  $\frac{4\pi}{3}$  ; 4)  $-\frac{5\pi}{4}$  ; 5)  $\frac{7\pi}{4}$  ; 6)  $-225^\circ$  ;

7)  $\frac{\pi}{4} + 2\pi$  ; 8)  $-\frac{\pi}{3} - 6\pi$  ; 9)  $\frac{2\pi}{3} \pm \pi k$  ; 10)  $-\frac{3\pi}{4} \pm 2\pi k$  ;