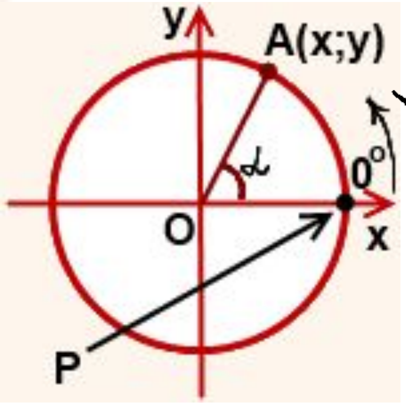
Тригонометрия

Тема: «Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат»

Цели урока:

- *Познакомиться с единичной окружностью и радианной мерой угла*
- *Научиться вычислять градусную меру угла, выраженного в радианах, и наоборот*
- *Научиться строить на единичной окружности точки, полученные поворотом на заданный угол*



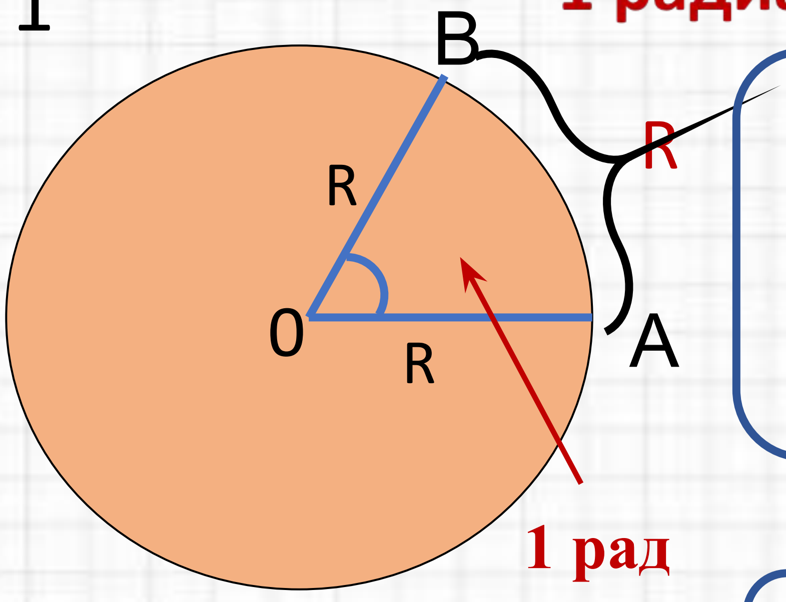
Радианная мера угла

Единичной окружностью называется окружность с центром в начале координат и радиусом, равным единице.

Центральный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна радиусу окружности, называется ***углом в один радиан.***

1 радиан $=\angle AOB \Leftrightarrow$ Длина дуги $\cup AB = OA = R$

$R = 1$



$C = 2\pi R$ – длина окружности

$R=1 \Rightarrow C = 2\pi$

$2\pi = 360^0 \Rightarrow \pi = 180^0 \Rightarrow$ $\boxed{1 \text{ рад} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^0 \approx 57^0}$

$$\boldsymbol{\alpha} \text{ рад} = \left(\frac{180}{\pi}\boldsymbol{\alpha}\right)^0$$

$$\boldsymbol{\alpha}^0 = \frac{\pi}{180}\boldsymbol{\alpha} \text{ рад}$$

$$\alpha^0 = \frac{\pi}{180}\alpha \text{ рад}$$

Найти радианную меру угла, выраженного в градусах:

1) $40^0 = \frac{\pi}{180} \cdot 40 = \frac{2\pi}{9}$ рад

2) 120^0

3) 150^0

4) 75^0

5) 32^0

6) 140^0

7) 180^0

8) 360^0

9) 630^0

10) 720^0

Найти градусную меру угла, выраженного в радианах:

$$\alpha \text{ рад} = \left(\frac{180}{\pi}\alpha\right)^0$$

1) $2 = \left(\frac{180}{\pi} \cdot 2\right)^0 = \left(\frac{180}{3{,}14} \cdot 2\right)^0 \approx 114^0$

2) $\frac{\pi}{6}$

3) $\frac{\pi}{9}$

4) $\frac{3\pi}{4}$

5) 3

6) π

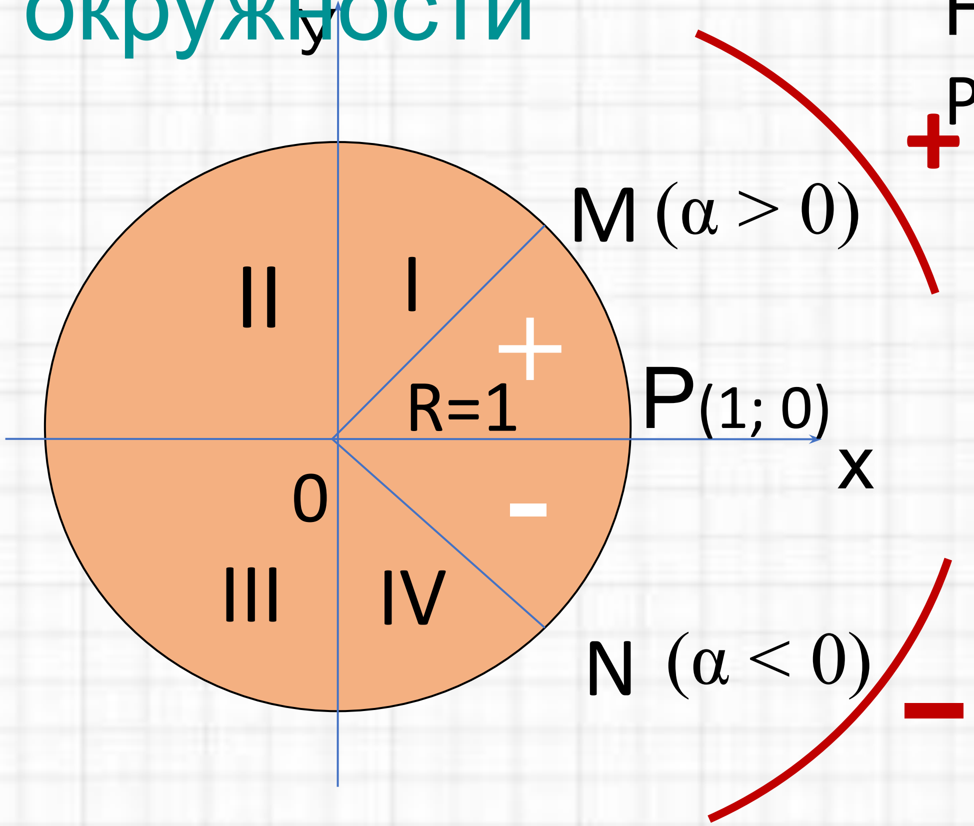
7) 2π

8) $\frac{3\pi}{2}$

9) $-\frac{5\pi}{4}$

10) $\frac{5\pi}{12}$

Положительные и отрицательные углы в окружности



Начало отсчета углов - в точке P(1;0)

OP ⟶ **0M** $\Leftrightarrow$ $(\alpha > 0)$

повернули на угол α против часовой стрелки

0P ⟶ **ON** $\Leftrightarrow$ $(\alpha < 0)$

повернули на угол α по часовой стрелке

Угол поворота радиуса OP
против часовой стрелки считается положительным,
а по часовой – отрицательным.

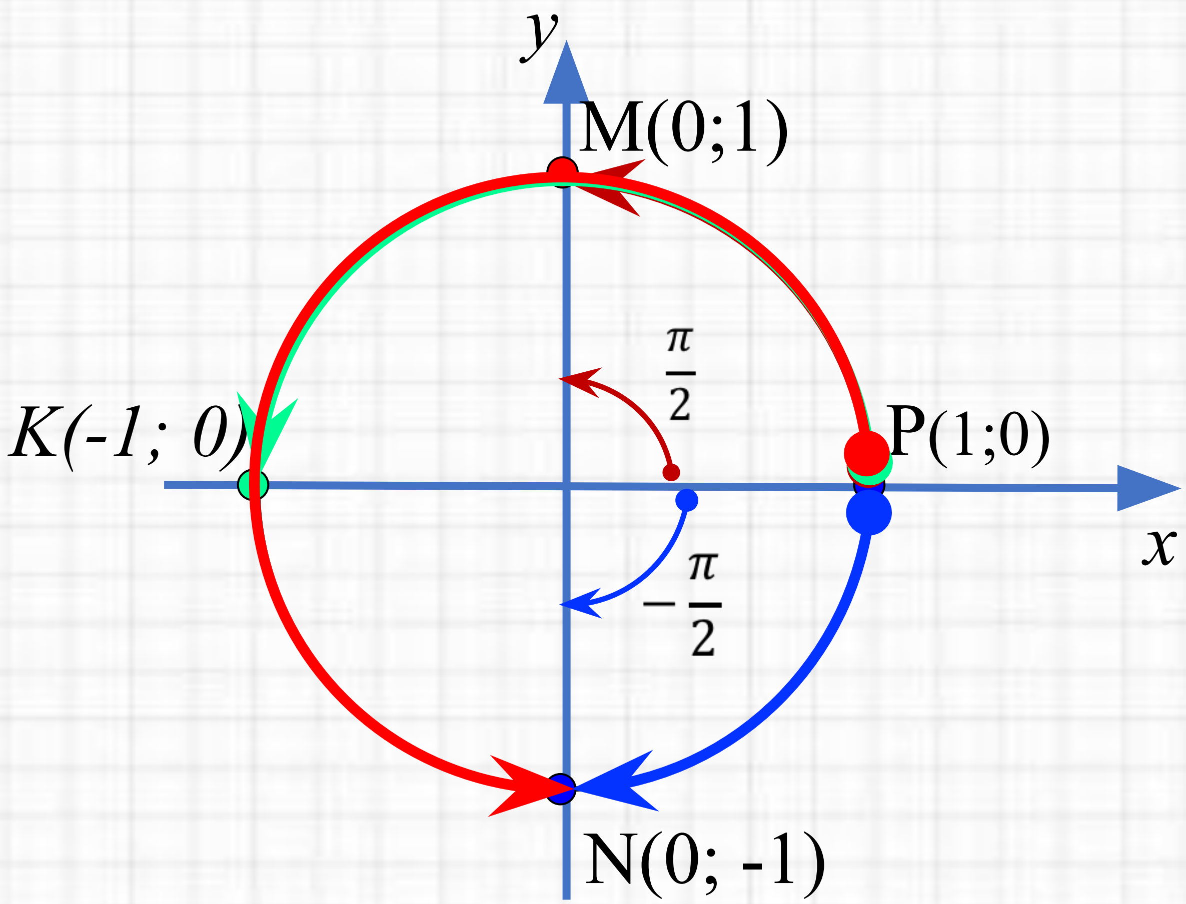
Примеры:

1) При повороте точки $P(1;0)$ на угол $\frac{\pi}{2}$ рад получается точка $M(0;1)$

2) При повороте точки $P(1;0)$ на угол $-\frac{\pi}{2}$ рад получается точка $N(0;-1)$

3) При повороте точки $P(1;0)$ на угол π рад получается точка $K(-1;0)$

4) При повороте точки $P(1;0)$ на угол $\frac{3\pi}{2}$ рад получается точка $N(0;-1)$



Задания: *Постройте точку и укажите четверть:*

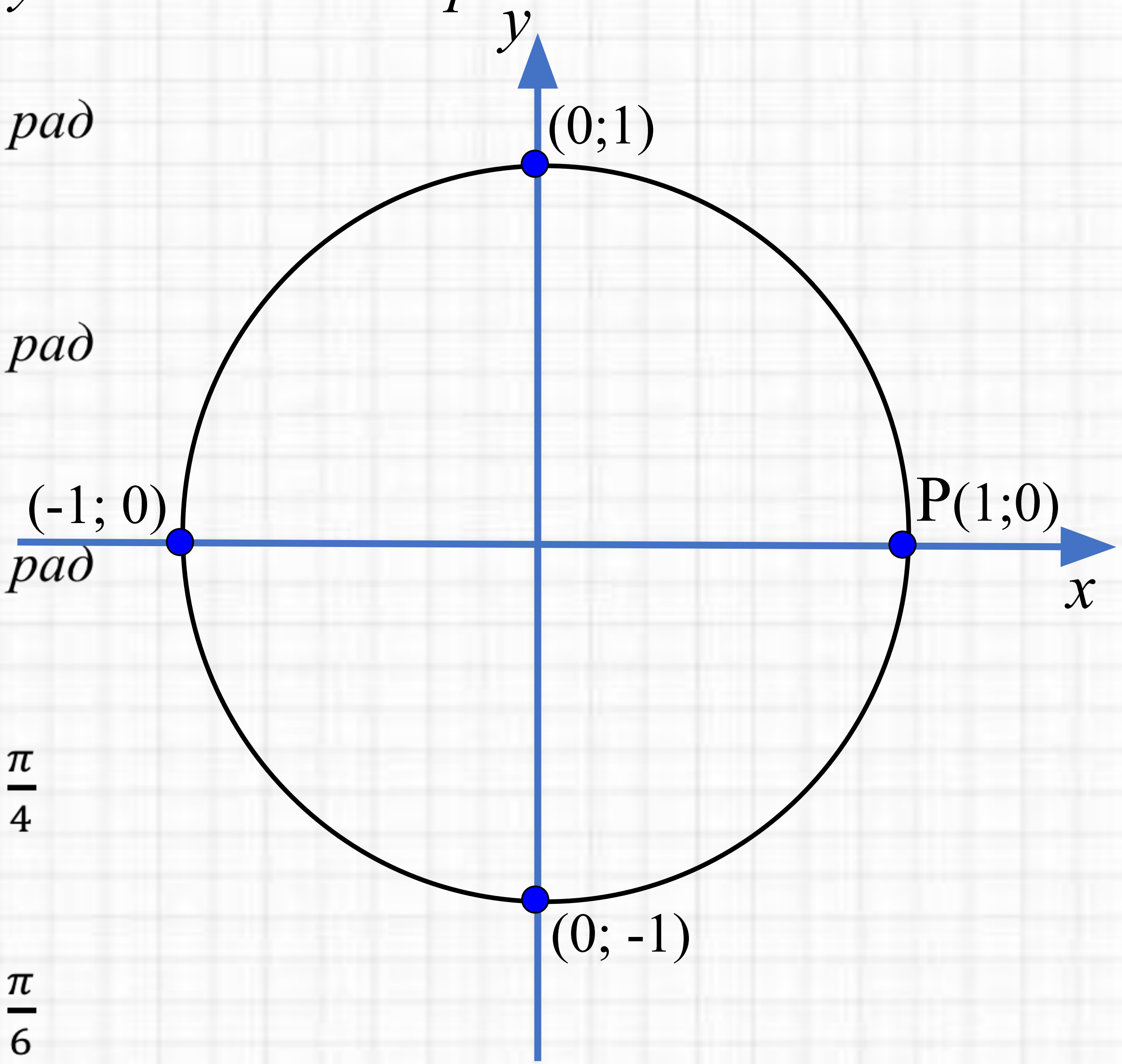
1) Постройте точку, полученную поворотом точки P(1;0) на угол $\frac{\pi}{6}$ *рад (30^0)*

2) Постройте точку, полученную поворотом точки P(1;0) на угол $\frac{\pi}{4}$ *рад (45^0)*

3) Постройте точку, полученную поворотом точки P(1;0) на угол $\frac{\pi}{3}$ *рад (60^0)*

4) Постройте точку, полученную поворотом точки P(1;0) на угол $-\frac{\pi}{4}$ *рад (-45^0)*

5) Постройте точку, полученную поворотом точки P(1;0) на угол $-\frac{\pi}{6}$ *рад (-30^0)*



Задания: Постройте точку и укажите четверть:

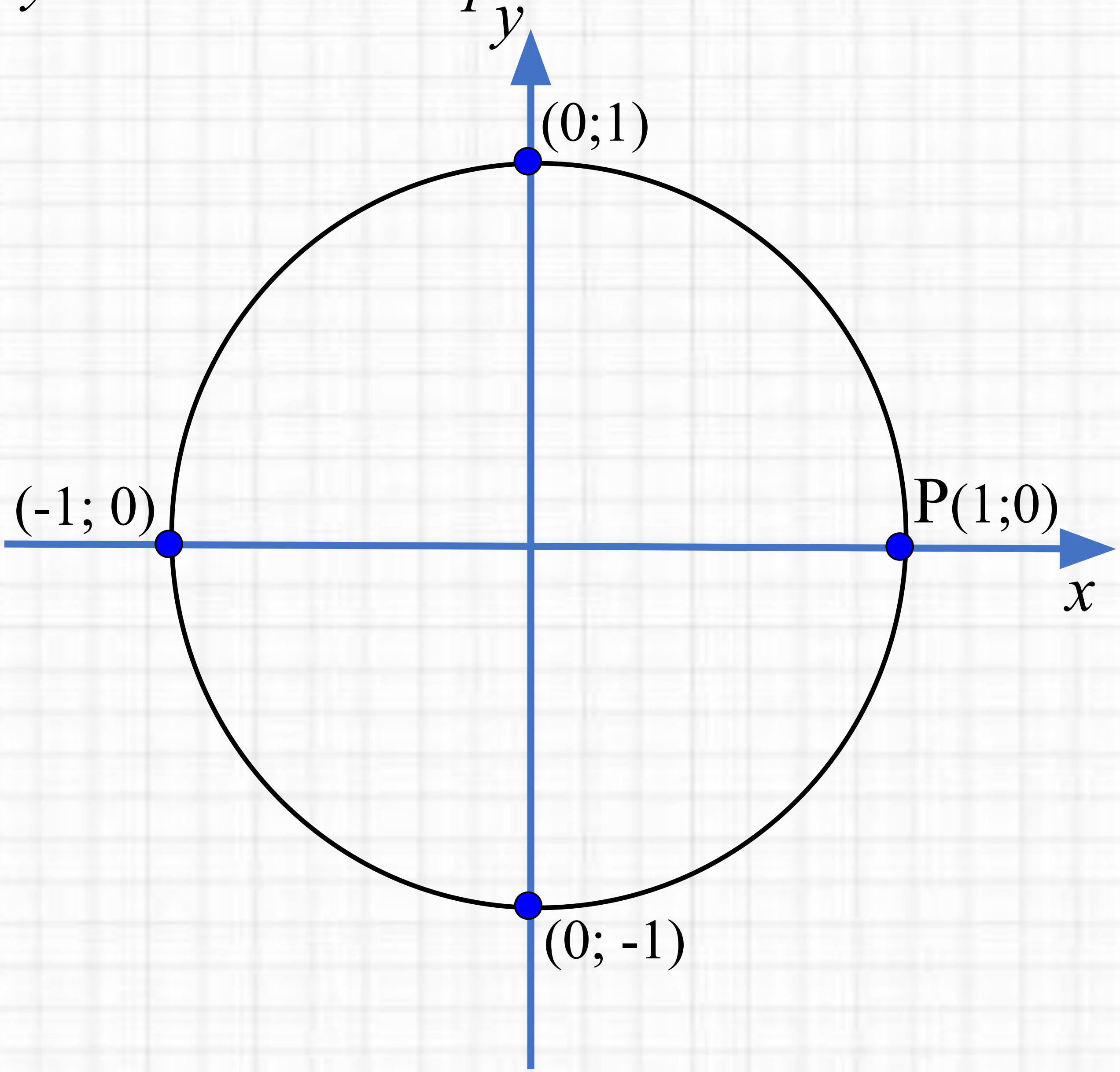
6) Постройте точку, полученную поворотом точки P(1;0) на угол $\frac{5\pi}{6}$ *рад (150^0)*

7) Постройте точку, полученную поворотом точки P(1;0) на угол $\frac{3\pi}{4}$ *рад (135^0)*

8) Постройте точку, полученную поворотом точки P(1;0) на угол $\frac{2\pi}{3}$ *рад (120^0)*

9) Постройте точку, полученную поворотом точки P(1;0) на угол $-\frac{3\pi}{4}$ *рад (-135^0)*

10) Постройте точку, полученную поворотом точки P(1;0) на угол $-\frac{5\pi}{6}$ *рад (-150^0)*



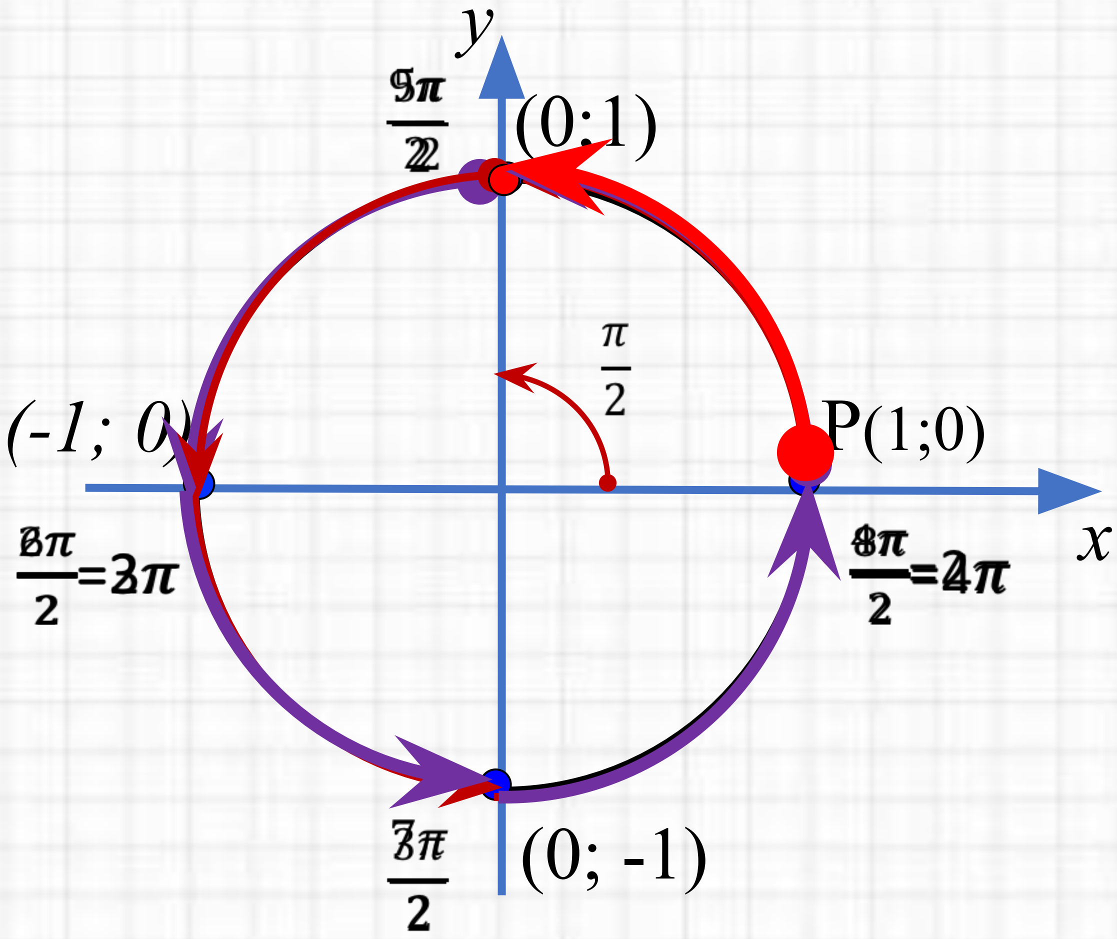
Замечания:

При повороте точки P(1;0) на угол $\frac{9\pi}{2}$ рад получается та же самая точка, что и при повороте на угол $\frac{\pi}{2}$.

$$\frac{9\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{8\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 4\pi$$

1 круг = 2π, 2 круга = 4π, … ,

k кругов = $2\pi k$



Одной и той же точке единичной окружности соответствует бесконечное множество действительных чисел $\alpha + 2\pi k$, где k – целое число (количество кругов).

Определение синуса, косинуса и тангенса угла. Знаки синуса, косинуса и тангенса угла.

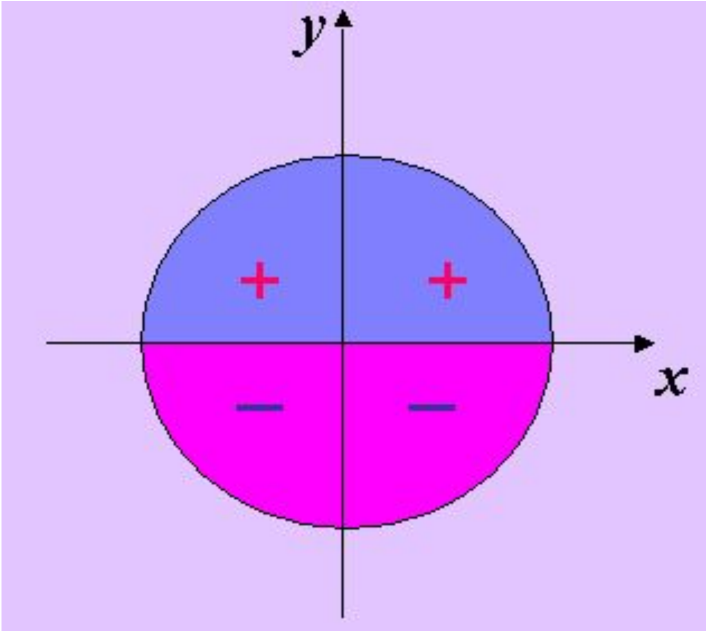
Синусом угла α называется ордината точки, полученная поворотом точки (1;0) вокруг начала координат на угол α. Обозначается sin α.

Косинусом угла α называется абсцисса точки, полученная поворотом точки (1;0) вокруг начала координат на угол α. Обозначается cos α.

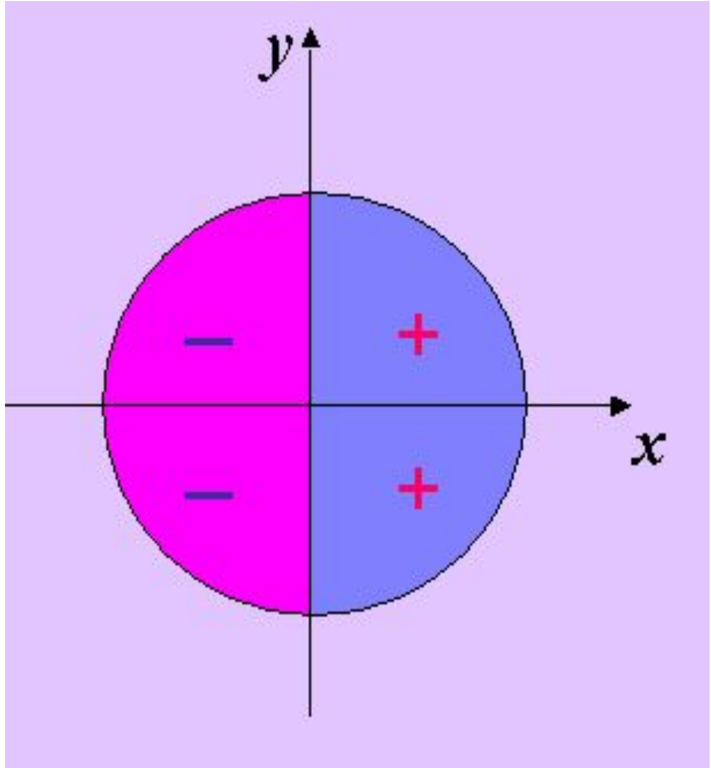
Тангенсом угла α называется отношение синуса угла к его косинусу. Обозначается tg α.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \qquad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

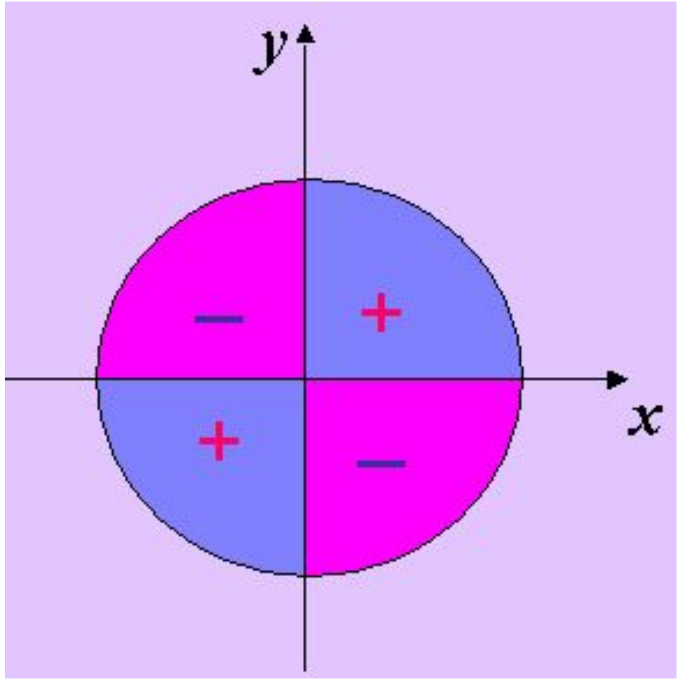
sin α



cos α



tg α, ctg α



Домашнее задание:

$$\alpha \text{ рад} = \left(\frac{180}{\pi}\alpha\right)^0$$

$$\alpha^0 = \frac{\pi}{180}\alpha \text{ рад}$$

1. Используя данные формулы, заполните таблицу:

α^0	20^0			36^0			108^0	150^0		360^0
рад										

Домашнее задание:

2. Найдите координаты точки единичной окружности, полученной поворотом точки (1;0) на угол:

1) 4π ; 2) $-\frac{3\pi}{2}$; 3) -6,5π ; 4) -270^0 ; 5) $-\frac{15\pi}{2}$; 6) 810^0

3. На единичной окружности постройте точку, полученную поворотом точки (1;0) на заданный угол, и укажите четверть:

1) 5π ; 2) $-\frac{7\pi}{6}$; 3) $\frac{4\pi}{3}$ 4)$-\frac{5\pi}{4}$; 5) $\frac{7\pi}{4}$; 6) -225^0;

7) $\frac{\pi}{4} + 2\pi$; 8) $-\frac{\pi}{3} - 6\pi$; 9) $\frac{2\pi}{3} \pm \pi k$; 10) $-\frac{3\pi}{4} \pm 2\pi k$;