



# ФОРМУЛЫ ЛОГИКИ

**Формальная логика** изучает только истинность и ложность высказываний.

**Логическое высказывание** – это повествовательное предложение, относительно которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

**Результат выполнения логической** операции можно представить как истинность (1) или ложность (0) некоторого высказывания.

**Высказыванием** называется  
**утверждение**, которое является  
**истинным или ложным**

<b>Москва – столица России</b>	<b>истинное высказывание</b>
<b>5 – четное число</b> $x - 1 = 4$	<b>ложное высказывание</b>
	<b>не высказывание</b>
<b>Студент второго курса</b>	<b>не высказывание</b>
<b>Который час?</b>	<b>не высказывание</b>

Высказывание

Простое

Содержат одну законченную мысль и не могут быть получены из других высказываний

Составное

Получены из простых высказываний с помощью логических связок

# Основные логические операции

**Дизъюнкция** – переход к составному высказыванию, которое является истинным, если истинно хотя бы одно из высказываний  $A$  и  $B$

Обозначение  $A \vee B$

Лексический аналог - «или», «либо», ...

Функция истинности

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

# Основные логические операции

**Конъюнкция** – переход к составному высказыванию, которое является ложным, если ложно хотя бы одно из высказываний  $A$  и  $B$

Обозначение  $A \& B$ ,  $A \wedge B$ ,  $A \cdot B$ ,  $AB$

Лексический аналог - «и», «а», ...

Функция истинности

$A$	$B$	$A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Основные логические операции

**Отрицание (инверсия)** – переход к новому высказыванию, которое является истинным, если высказывание  $A$  ложно и ложно в противном случае.

Обозначение  $\bar{A}, \neg A$

Лексический аналог - «не»

Функция истинности

$A$	$\bar{A}$
1	0
0	1

# Основные логические операции

**Импликация** – переход к составному высказыванию, которое является ложным, если из истинного высказывания следует ложное.

Обозначение  $A \rightarrow B$

Лексический аналог - «если..., то...»

Функция истинности

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1



# Основные логические операции

**Эквиваленция** – переход к составному высказыванию, которое является ложным, если посылки имеют противоположные логические значения.

Обозначение  $A \leftrightarrow B, A \sim B$

Лексический аналог - «тогда и только тогда, когда...»

Функция истинности

A	B	$A \leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

# Другие логические операции

Кольцевая сумма, сумма Жегалкина, сумма по модулю 2, двоичное сложение – антиэквиваленция

Обозначение  $A \oplus B$

Лексический аналог – «либо..., либо...»

Кольцевая сумма истинна в том и только в том случае, когда исходные высказывания  $A$  и  $B$  не равны между собой.

Функция истинности

$A$	$B$	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# Другие логические операции

**Стрелка Пирса** – антидизъюнкция

Обозначение  $A \downarrow B$

Лексический аналог – «ни..., ни...»

Стрелка Пирса истинна в том и только в том случае, когда оба высказывания  $A$  и  $B$  ложны

Функция истинности

$A$	$B$	$A \downarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

# Другие логические операции

**Штрих Шеффера** – АНТИКОНЪЮНКЦИЯ

Обозначение  $A | B$

Лексический аналог – «не... или не...»

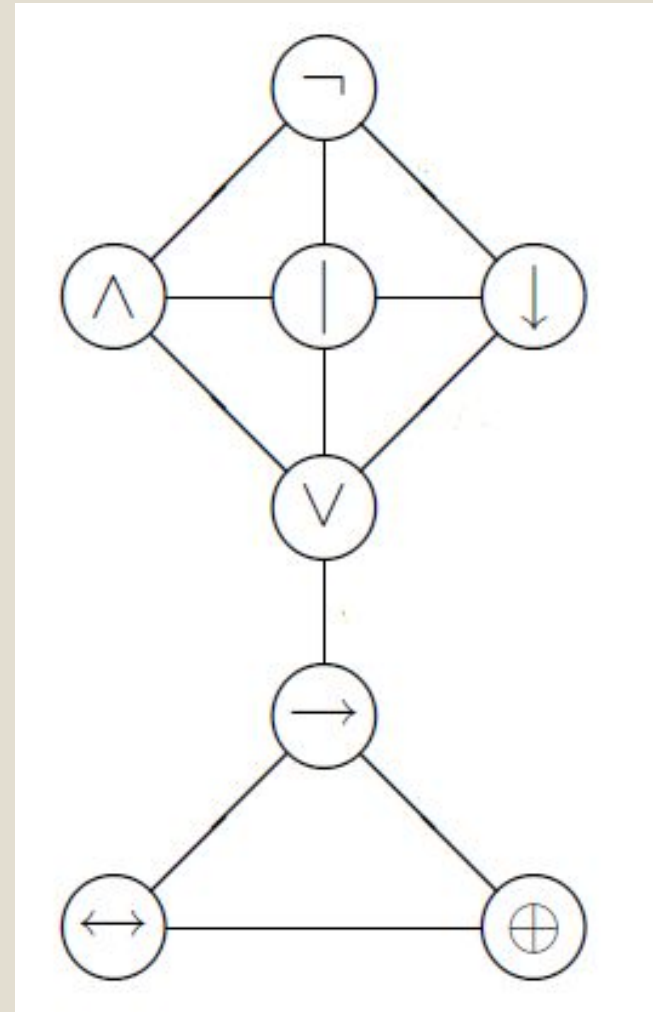
Штрих Шеффера ложный  
в том и только в том  
случае, когда оба  
высказывания  $A$  и  $B$   
истинны

ФУНКЦИЯ ИСТИННОСТИ

$A$	$B$	$A   B$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# Приоритет операций

1. Выполняются действия в скобках
2. Внешние скобки не пишутся
3. Остальные операции выполняются согласно схеме



# Пример

4 2 6 1 5 3

$$x \wedge \bar{y} \rightarrow (x \vee y) \wedge \bar{z}$$

1 5 6 4

$$(A \rightarrow B) \wedge C \vee (A \leftrightarrow \overline{\overline{C}})$$

3 2

# Виды формул

- Формула называется **тавтологией**, если она принимает только истинные значения при любых значениях букв. Другими словами, тавтология – это тождественно истинная формула.
- Формула называется **противоречивой**, если она принимает только ложные значения при любых значениях букв. Другими словами, противоречивая – это тождественно ложная формула.
- Формула называется **выполнимой**, если она принимает истинное значение хотя бы на одном наборе переменных.
- Формула называется **опровержимой**, если она принимает ложное значение хотя бы на одном наборе переменных.

# Построение таблицы истинности

1. Подсчитать количество переменных в формуле  $n$ .
2. Определить количество строк в таблице –  $2^n$ .
3. Подсчитать количество операций в формуле и определить количество столбцов  $m + n$ .
4. Записать названия столбцов с учетом последовательности выполнения операций.
5. Заполнить столбцы переменных наборами от  $00\dots0$  до  $11\dots1$  в лексикографическом порядке, используя метод «последовательного деления столбцов пополам»
6. Заполнить таблицу по столбцам.



# Примеры

$$x \wedge \bar{y} \rightarrow (x \vee y) \wedge \bar{z}$$

n=3

m=6

$x$	$y$	$z$	$x \vee y$	$\bar{y}$	$\bar{z}$	$x \wedge \bar{y}$	$(x \vee y) \wedge \bar{z}$	$F$
0	0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	0	1	0	0
1	1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	0	0	0	0	1

# Примеры

$$(A \rightarrow B) \wedge C \vee \overline{(A \leftrightarrow \bar{C})}$$

n=3

m=6

$A$	$B$	$C$	$A \rightarrow B$	$\bar{C}$	$A \leftrightarrow \bar{C}$	$\overline{(A \leftrightarrow \bar{C})}$	$(A \rightarrow B) \wedge C$	$F$
0	0	0	1	1	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	1	1	1

# Решить самостоятельно

1.  $(A \vee B) \leftrightarrow (\bar{B} \rightarrow \bar{A})$

2.  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \vee C) \rightarrow (B \vee C))$

3.  $(A \rightarrow \bar{C}) \leftrightarrow ((B \wedge C) \rightarrow (A \vee B \rightarrow C))$

4.  $(A \leftrightarrow \bar{B}) \rightarrow ((A \wedge \bar{C}) \rightarrow (B \wedge C))$