

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ



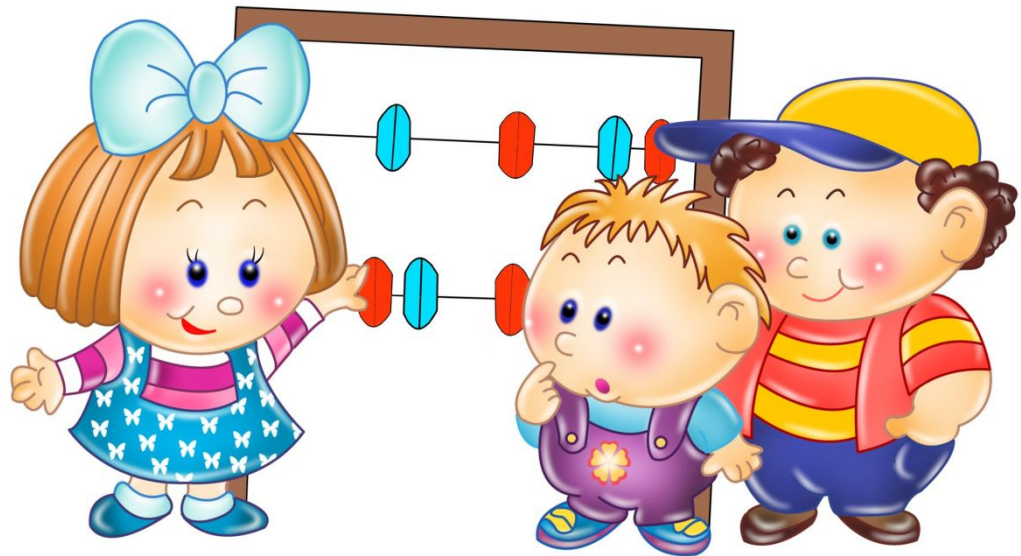
МК №2
Преподаватель
Назарова Л.Н.

Пример 1. Вычислить $\sin 75^\circ$.

Решение. Имеем $\sin 75^\circ = \sin(30^\circ + 45^\circ)$. Воспользуемся формулой сложения двух аргументов и получим

$$\sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$.



$$\sin t = -\frac{3}{5}, \quad \pi < t < \frac{3\pi}{2}$$

Пример 2. Известно, что $\sin t = -\frac{3}{5}$, $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$. Найти $\cos t$.

Решение. Из формулы, связывающей одинаковые аргументы тригонометрических функций получаем $\cos^2 t = 1 - \sin^2 t$. Подставив заданное значение синуса, получим

$$\cos^2 t = 1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\cos t = \frac{4}{5}$$

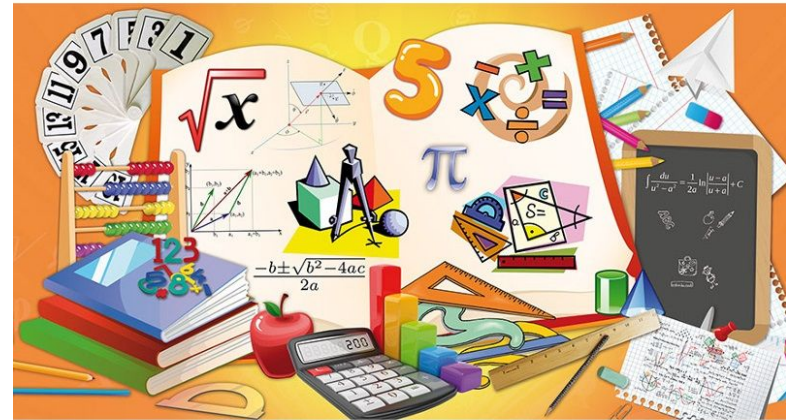
$$\cos t = -\frac{4}{5}$$

Значит $\cos t = \frac{4}{5}$ либо $\cos t = -\frac{4}{5}$. По условию, $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$, т.е. аргумент принадлежит III четверти. В III четверти косинус отрицателен, значит

$$\cos t = -\frac{4}{5}$$

Ответ: $-\frac{4}{5}$.

МАТЕМАТИКА

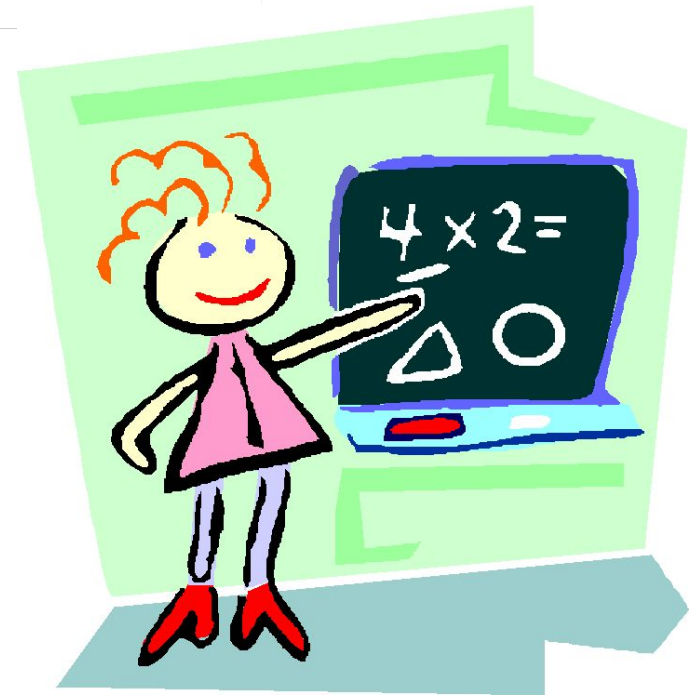


Алгебра и начала математического анализа

Пример 3. Упростить выражение $\boxed{\operatorname{tgt} - \operatorname{ctgt}}$.

Решение.

$$\operatorname{tgt} - \operatorname{ctgt} = \frac{\sin t}{\cos t} - \frac{\cos t}{\sin t} = \frac{\sin^2 t - \cos^2 t}{\cos t \sin t} = -\frac{\cos^2 t - \sin^2 t}{\frac{1}{2} \sin 2t} = -2 \frac{\cos 2t}{\sin 2t} = -2 \operatorname{ctg} 2t$$



Пример 4. Упростите выражения:

$$\begin{aligned} & 1) \operatorname{tg}^2 \beta (\sin^2 \beta - 1) = \\ & = \operatorname{tg}^2 \beta \cdot (\sin^2 \beta - (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta)) = \\ & = \operatorname{tg}^2 \beta \cdot (\sin^2 \beta - \sin^2 \beta - \cos^2 \beta) = \\ & = \operatorname{tg}^2 \beta \cdot (-\cos^2 \beta) = -\frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} \cdot \cos^2 \beta = -\sin^2 \beta \end{aligned}$$

Ответ: $-\sin^2 \beta$

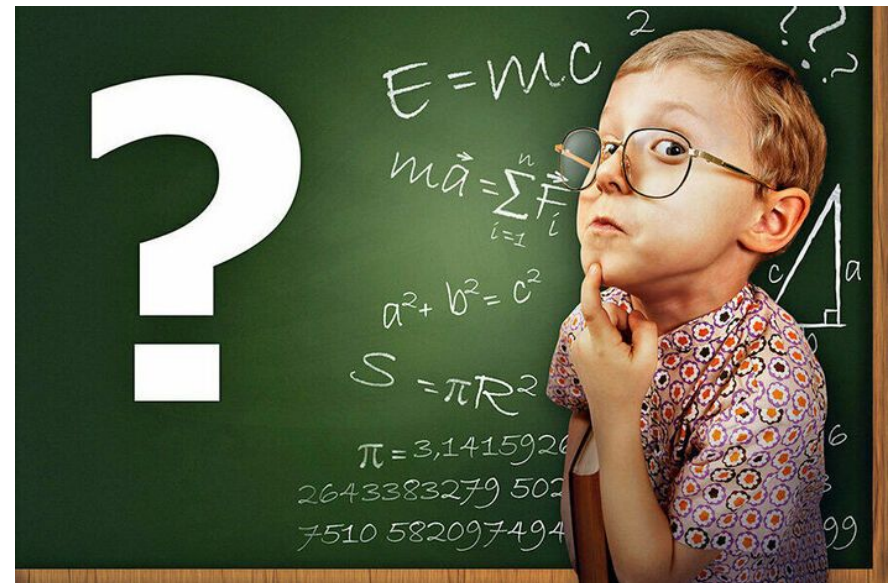
$$2) \cos^2 \alpha - (\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1) \sin^2 \alpha =$$

$$= \cos^2 \alpha - \frac{1}{\sin^2 \alpha} \cdot \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - 1 =$$

$$= \cos^2 \alpha - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) =$$

$$= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = -\sin^2 \alpha$$

Resposta: $-\sin^2 \alpha$



3)

$$\begin{aligned} \frac{\cos x}{1 - \sin x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x} &= \frac{\cos x(1 + \sin x) + \cos x(1 - \sin x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} = \\ &= \frac{\cos x + \cos x \sin x + \cos x - \cos x \sin x}{1 - \sin^2 x} = \frac{2 \cos x}{\cos^2 x} = \frac{2}{\cos x} \end{aligned}$$

Answer : $\frac{2}{\cos x}$

4)

$$\begin{aligned} \frac{\cos x}{1 + \sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} &= \frac{\cos x \cdot \cos x + \sin x(1 + \sin x)}{\cos x(1 + \sin x)} = \\ &= \frac{\cos^2 x + \sin x + \sin^2 x}{\cos x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{1}{\cos x} \end{aligned}$$

Antwoord: $\frac{1}{\cos x}$

Пример 5. Докажите тождество:

$$1) (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2 = 4$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 2\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha + 2\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha = 4;$$

$$4\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha = 4$$

$$4 \cdot 1 = 4$$

$$4 = 4$$

Тождество доказано.

$$2) (1+\operatorname{tg} \alpha)^2 + (1-\operatorname{tg} \alpha)^2 = \frac{2}{\cos^2 \alpha};$$

$$1 + 2\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 - 2\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{2}{\cos^2 \alpha};$$

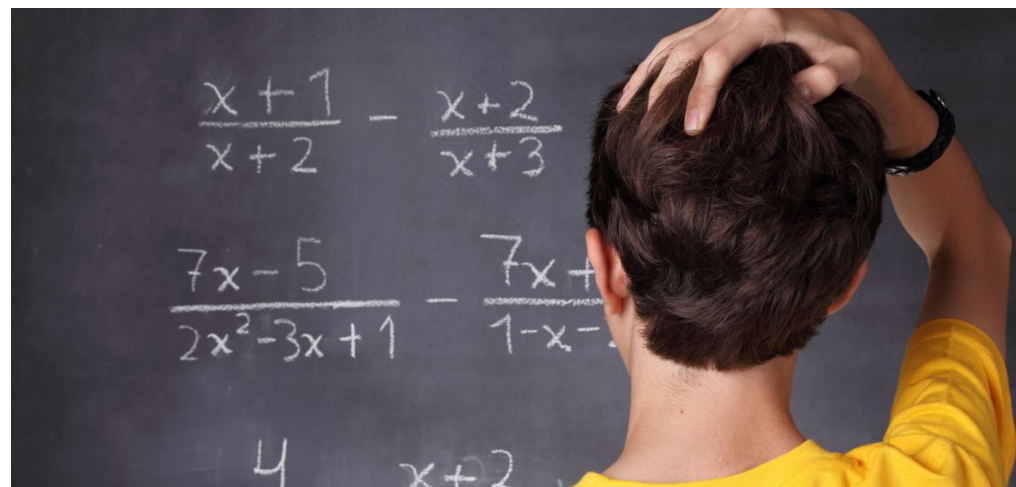
$$2 + 2\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{2}{\cos^2 \alpha}$$

$$2(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = \frac{2}{\cos^2 \alpha}$$

$$2 \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{2}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{2}{\cos^2 \alpha} = \frac{2}{\cos^2 \alpha}$$

Тождество доказано.



$$3) (2 + \sin \beta)(2 - \sin \beta) + (2 + \cos \beta)(2 - \cos \beta) = 7$$

$$4 - \sin^2 \beta + 4 - \cos^2 \beta = 7$$

$$8 - (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta) = 7$$

$$8 - 1 = 7$$

$$7 = 7$$

Тождество доказано.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

I	II	III
<p><u>Дано:</u></p> $\sin \alpha = -\frac{5}{13},$ $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ <p><u>Найти:</u></p> $\cos \alpha; \operatorname{tg} \alpha; \operatorname{ctg} \alpha$	<p><u>Дано:</u></p> $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{7},$ $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ <p><u>Найти:</u></p> $\cos \alpha; \sin \alpha; \operatorname{ctg} \alpha$	<p><u>Дано:</u></p> $\operatorname{ctg} \alpha = -7,$ $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ <p><u>Найти:</u></p> $\cos \alpha; \operatorname{tg} \alpha; \sin \alpha$
<p><u>Ответ:</u></p> $\cos \alpha = -\frac{12}{13};$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{12};$ $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{12}{5}$	<p><u>Ответ:</u></p> $\cos \alpha = \frac{7\sqrt{2}}{10};$ $\operatorname{ctg} \alpha = -7;$ $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{10}$	<p><u>Ответ:</u></p> $\cos \alpha = \frac{7\sqrt{2}}{10};$ $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{7};$ $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{10}$

ВЫЧИСЛИТЬ

$\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$	1.	$\frac{40 \cos 3^\circ}{\sin 87^\circ}$
$\frac{14 \sin 19^\circ}{\sin 341^\circ}$	2.	$\frac{2 \sin 28^\circ}{\sin 332^\circ}$
$\frac{47 \cos 146^\circ}{\cos 34^\circ}$	3.	$\frac{-4 \cos 26^\circ}{\cos 154^\circ}$
$\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$		$\frac{23 \operatorname{tg} 59^\circ}{\operatorname{tg} 121^\circ}$
$\frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ}$		$\frac{-42 \sin 413^\circ}{\sin 53^\circ}$
$-19 \operatorname{tg} 101^\circ \cdot \operatorname{tg} 191^\circ$		$-22 \operatorname{tg} 14^\circ \cdot \operatorname{tg} 104^\circ$
$\frac{7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ}{-51}$		$\frac{16 \operatorname{tg} 54^\circ \cdot \operatorname{tg} 36^\circ}{-30}$
$\frac{\sin^2 80^\circ + \sin^2 170^\circ}{6}$		$\frac{\sin^2 87^\circ + \sin^2 177^\circ}{-24}$
$\frac{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ}{-9}$		$\frac{\cos^2 127^\circ + \cos^2 217^\circ}{4}$
$\frac{\sin^2 18^\circ + \cos^2 198^\circ}{-9}$		$\frac{\sin^2 57^\circ + \cos^2 237^\circ}{4}$
Найдите значение выражения: $12 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ$.		Найдите значение выражения: $14 \sin 30^\circ \cdot \cos 120^\circ$