РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

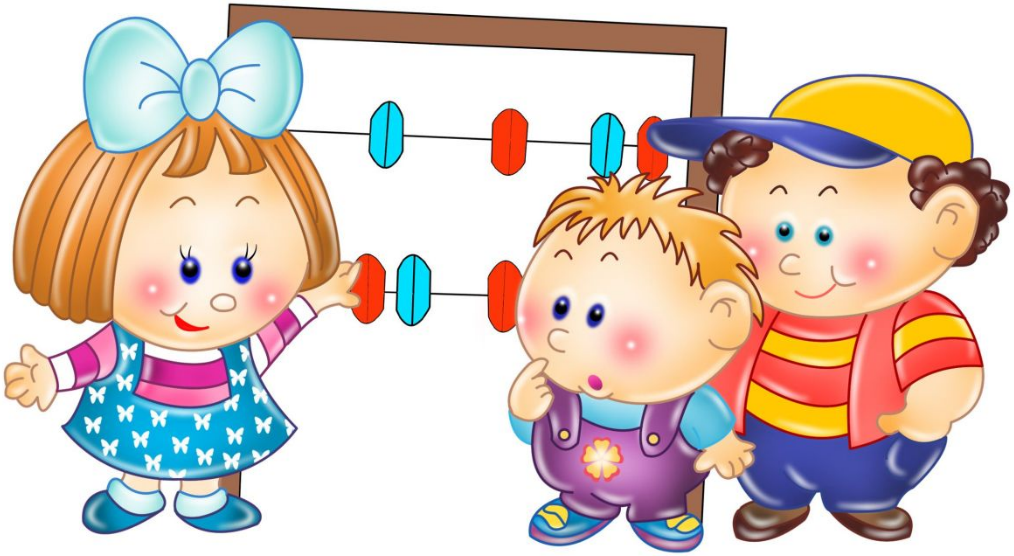
МК №2
Преподаватель
Назарова Л.Н.

Пример 1. Вычислить $\sin 75^0$.

Решение. Имеем $\sin 75^0 = \sin(30^0 + 45^0)$. Воспользуемся формулой сложения двух аргументов и получим

$$\sin(30^0 + 45^0) = \sin 30^0 \cos 45^0 + \cos 30^0 \sin 45^0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$.



Пример 2. Известно, что $\sin t = -\frac{3}{5}, \quad \pi < t < \frac{3\pi}{2}$. Найти $\cos t$.

Решение. Из формулы, связывающей одинаковые аргументы тригонометрических функций получаем $\cos^2 t = 1 - \sin^2 t$. Подставив заданное значение синуса, получим

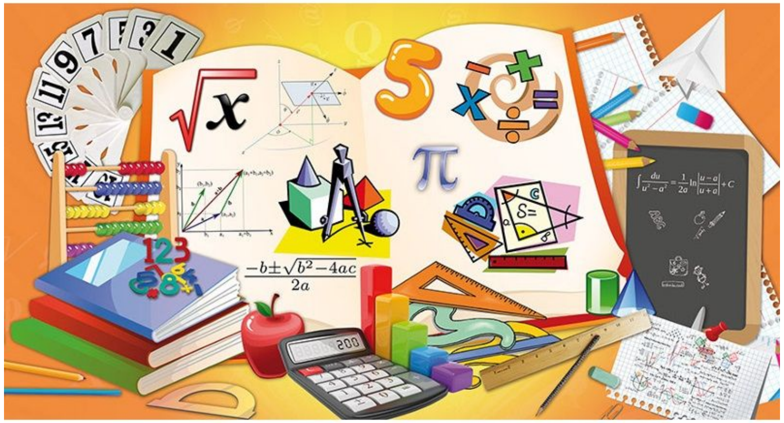
$$\cos^2 t = 1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}.$$

Значит $\cos t = \frac{4}{5}$ либо $\cos t = -\frac{4}{5}$. По условию, $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$, т.е. аргумент принадлежит III четверти. В III четверти косинус отрицателен, значит

$$\cos t = -\frac{4}{5}.$$

Ответ: -0,8.

МАТЕМАТИКА

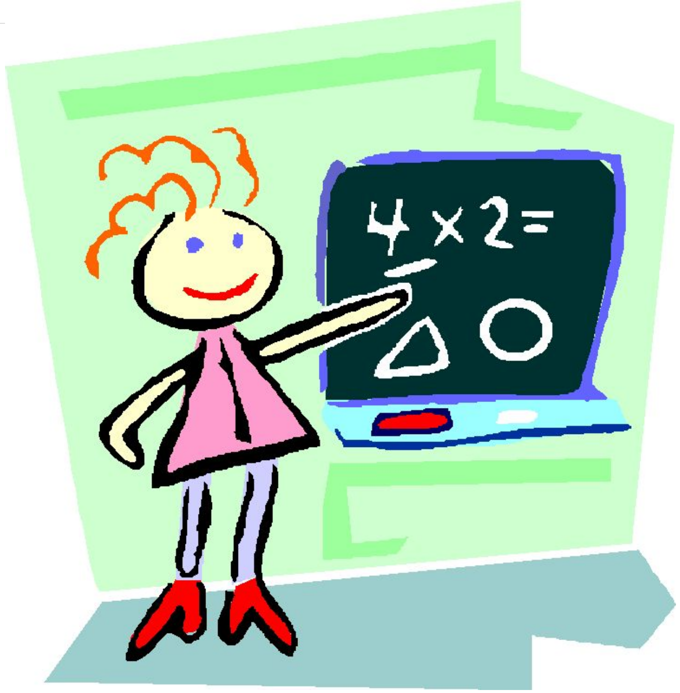


Алгебра и начала математического анализа

Пример 3. Упростить выражение $tgt - ctgt$.

Решение.

$$tgt - ctgt = \frac{\sin t}{\cos t} - \frac{\cos t}{\sin t} = \frac{\sin^2 t - \cos^2 t}{\cos t \sin t} = -\frac{\cos^2 t - \sin^2 t}{\frac{1}{2}\sin 2t} = -2\frac{\cos 2t}{\sin 2t} = -2ctg 2t$$



Пример 4. Упростите выражения:

$$1)\, tg^2\beta(\sin^2\beta - 1) =$$

$$= tg^2\beta \cdot (\sin^2\beta - (\sin^2\beta + \cos^2\beta)) =$$

$$= tg^2\beta \cdot (\sin^2\beta - \sin^2\beta - \cos^2\beta) =$$

$$= tg^2\beta \cdot (-\cos^2\beta) = -\frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta} \cdot \cos^2\beta = -\sin^2\beta$$

$$\text{Ответ}: -\sin^2\beta$$

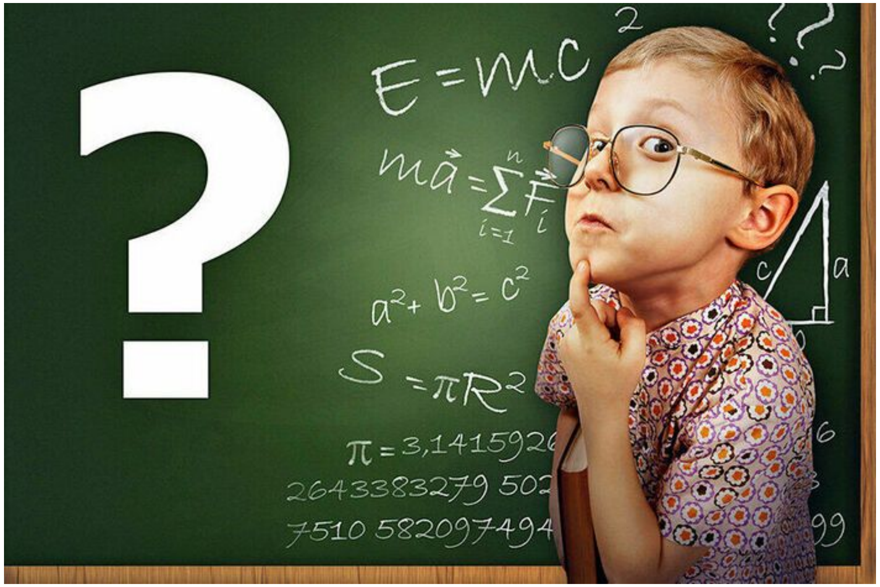
$$2)\ \cos^2\alpha - (\mathrm{ctg}^2\alpha + 1)\sin^2\alpha =$$

$$= \cos^2\alpha - \frac{1}{\sin^2\alpha}\cdot\sin^2\alpha = \cos^2\alpha - 1 =$$

$$= \cos^2\alpha - (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) =$$

$$= \cos^2\alpha - \sin^2\alpha - \cos^2\alpha = -\sin^2\alpha$$

Ответ: $-\sin^2\alpha$



3)

$$\frac{\cos x}{1-\sin x}+\frac{\cos x}{1+\sin x}=\frac{\cos x(1+\sin x)+\cos(1-\sin x)}{(1-\sin x)(1+\sin x)}=$$

$$=\frac{\cos x+\cos x\sin x+\cos x-\cos x\sin x}{1-\sin^2 x}=\frac{2\cos x}{\cos^2 x}=\frac{2}{\cos x}$$

Ответ $:\frac{2}{\cos x}$

4)

$$\frac{\cos x}{1+\sin x}+\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{\cos x\cdot\cos x+\sin x(1+\sin x)}{\cos x(1+\sin x)}=$$

$$=\frac{\cos^2 x+\sin x+\sin^2 x}{\cos x}=\frac{1+\sin x}{\cos x(1+\sin x)}=\frac{1}{\cos x}$$

Ответ: $\dfrac{1}{\cos x}$

Пример 5. Докажите тождество:

1) $(\text{tg}\ \alpha+\text{ctg}\ \alpha)^2-(\text{tg}\ \alpha-\text{ctg}\ \alpha)^2=4$

$$tg^2\alpha+2tg\alpha ctg\alpha+ctg^2\alpha-tg^2\alpha+2tg\alpha ctg\alpha-ctg^2\alpha=4;$$

$$4tg\alpha ctg\alpha=4$$

$$4\cdot 1=4$$

$$4=4$$

Тождество доказано.

2) $(1+\operatorname{tg}\alpha)^2+(1-\operatorname{tg}\alpha)^2=\frac{2}{\cos^2\alpha}$;

$$1+2tg\alpha+tg^2\alpha+1-2tg\alpha+tg^2\alpha=\frac{2}{\cos^2\alpha};$$

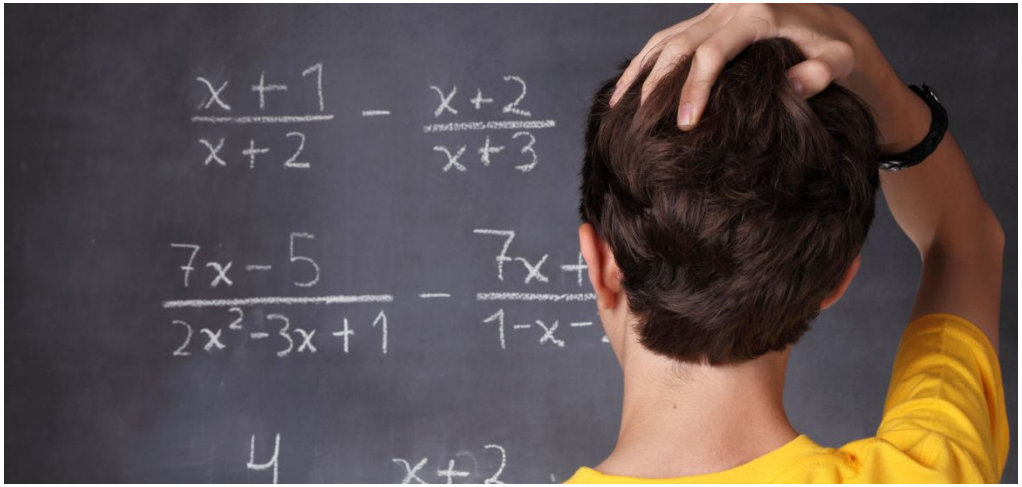
$$2+2tg^2\alpha=\frac{2}{\cos^2\alpha}$$

$$2(1+tg^2\alpha)=\frac{2}{\cos^2\alpha}$$

$$2\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha}=\frac{2}{\cos^2\alpha}$$

$$\frac{2}{\cos^2\alpha}=\frac{2}{\cos^2\alpha}$$

Тождество доказано.



3) $(2+\sin\beta)(2-\sin\beta)+(2+\cos\beta)(2-\cos\beta)=7$

$$4-\sin^2\beta+4-\cos^2\beta=7$$

$$8-(\sin^2\beta+\cos^2\beta)=7$$

$$8-1=7$$

$$7=7$$

Тождество доказано.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

I	II	III
Дано: $\sin\alpha = -\frac{5}{13}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ Найти: $\cos\alpha$; $\operatorname{tg}\alpha$; $\operatorname{ctg}\alpha$	Дано: $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{1}{7}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ Найти: $\cos\alpha$; $\sin\alpha$; $\operatorname{ctg}\alpha$	Дано: $\operatorname{ctg}\alpha = -7$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ Найти: $\cos\alpha$; $\operatorname{tg}\alpha$; $\sin\alpha$
Ответ: $\cos\alpha = -\frac{12}{13}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{12}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{12}{5}$	Ответ: $\cos\alpha = \frac{7\sqrt{2}}{10}$; $\operatorname{ctg}\alpha = -7$; $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{10}$	Ответ: $\cos\alpha = \frac{7\sqrt{2}}{10}$; $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{1}{7}$; $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{10}$

ВЫЧИСЛИТЬ

$\frac{5\cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$ 1.	$\frac{40\cos 3^\circ}{\sin 87^\circ}$
$\frac{14\sin 19^\circ}{\sin 341^\circ}$ 2.	$\frac{2\sin 28^\circ}{\sin 332^\circ}$
$\frac{47\cos 146^\circ}{\cos 34^\circ}$ 3.	$\frac{-4\cos 26^\circ}{\cos 154^\circ}$
$\frac{5\,\mathrm{tg}\,163^\circ}{\mathrm{tg}\,17^\circ}$	$\frac{23\,\mathrm{tg}\,59^\circ}{\mathrm{tg}\,121^\circ}$
$\frac{14\sin 409^\circ}{\sin 49^\circ}$	$\frac{-42\sin 413^\circ}{\sin 53^\circ}$
$-19\,\mathrm{tg}\,101^\circ \cdot \mathrm{tg}\,191^\circ$	$-22\,\mathrm{tg}\,14^\circ \cdot \mathrm{tg}\,104^\circ$
$7\,\mathrm{tg}\,13^\circ \cdot \mathrm{tg}\,77^\circ$	$16\,\mathrm{tg}\,54^\circ \cdot \mathrm{tg}\,36^\circ$
$\frac{-51}{\sin^2 80^\circ + \sin^2 170^\circ}$	$\frac{-30}{\sin^2 87^\circ + \sin^2 177^\circ}$
$\frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ}$	$\frac{-24}{\cos^2 127^\circ + \cos^2 217^\circ}$
$\frac{-9}{\sin^2 18^\circ + \cos^2 198^\circ}$	$\frac{4}{\sin^2 57^\circ + \cos^2 237^\circ}$
Найдите значение выражения: $12\sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ$.	Найдите значение выражения: $14\sin 30^\circ \cdot \cos 120^\circ$