

Algebriskas nevienādības

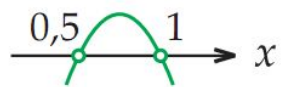
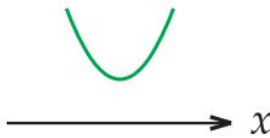
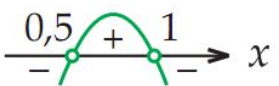
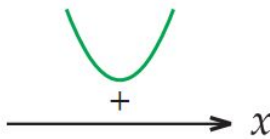
**Autore: Mag. paed.,
matemātikas skolotāja
Irina Maslobojeva**

Nevienādības, nevienādību sistēmas un to atrisinājumi

Divas mainīgā x izteiksmes $A(x)$ un $B(x)$, kas savienotas ar vienu no zīmēm " $>$ ", " $<$ " vai " \geq ", " \leq ", veido **viena mainīgā nevienādību**.

Nevienādības atrisinājumu kopu veido visas tās mainīgā x vērtības, kuras ievietojot nevienādībā, iegūst pareizu skaitlisku nevienādību.

Nevienādību atrisinājumi

Risinājuma solis	Piemēri	
	a) $-2x^2 + 3x - 1 > 0$	b) $4x^2 + x + 2 \geq 0$
1) Atrod atbilstoša kvadrātviennādojuma saknes (ja tādas ir)	$-2x^2 + 3x - 1 = 0$ $x_1 = 0,5$ $x_2 = 1$	$4x^2 + x + 2 = 0$ $D = -31 < 0$, sakņu nav, parabola skaitļu asi nekrusto
2) Tās atliek uz skaitļu stara un uzskicē atbilstošu parabolu, ievērojot zaru vērsumu un sakņu skaitu (ja $a > 0$, parabolas zari vērsti uz augšu, ja $a < 0$ — uz leju)	$a = -2$, zari vērsti uz leju 	$a = 4$, zari vērsti uz augšu 
3) Noskaidro nevienādības zīmes skaitļu intervālos		
4) Pieraksta atbildi	$x \in (0,5;1)$	$x \in \mathbb{R}$

Atceries!

Nevienādību sistēmas ar vienu mainīgo **atrisinājumu kopa** sastāv tikai no tām mainīgā vērtībām, kas pieder katras sistēmā ietvertās nevienādības atrisinājumu kopai.

Tāpēc **nevienādību sistēmas atrisinājumu kopa** ir atsevišķo nevienādību atrisinājumu kopu šķēlums.

Ekvivalentas nevienādības un ekvivalenti pārveidojumi

Nevienādības $A(x) > B(x)$ (vai " $<$, \leq , \geq ") **definīcijas apgabalu** veido visas tās mainīgā x vērtības, ar kurām gan izteiksmei $A(x)$, gan $B(x)$ ir matemātiska jēga.

Divas **nevienādības** sauc par **ekvivalentām**, ja abu nevienādību atrisinājumu kopas ir vienādas.

Ekvivalentas nevienādības un ekvivalenti pārveidojumi

Ja nevienādības $A(x) > B(x)$ (vai " $<$, \leq , \geq ") definīcijas apgabals ir kopa D , un izteiksme $C(x)$ ir definēta visiem šīs kopas elementiem, tad

- nevienādības $A(x) > B(x)$ un $A(x) + C(x) > B(x) + C(x)$ ir ekvivalentas,
- ja $C(x) > 0$ visiem kopas D elementiem, nevienādības $A(x) > B(x)$ un $A(x) \cdot C(x) > B(x) \cdot C(x)$ ir ekvivalentas,
- ja $C(x) < 0$ visiem kopas D elementiem, nevienādības $A(x) > B(x)$ un $A(x) \cdot C(x) < B(x) \cdot C(x)$ ir ekvivalentas.

Daļveida nevienādības

Nevienādību, kuras vispārīgais veids ir $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ (vai " $<, \leq, \geq$ "), $f(x)$ un $g(x)$ ir polinomi, sauc par **racionālu daļveida nevienādību**.

Racionāla daļveida nevienādība ir definēta visiem reāliem x , izņemot tos, kuriem $g(x) = 0$.

Dalveida nevienādības atrisināšana, to aizstājot ar nevienādību sistēmām

Lai pielietotu šo metodi, izmanto dalījuma salīdzināšanu ar 0. Ja nevienādība nav dota nevienādības $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ (vai „ $<$, \leq , \geq ”) veidā, tad, veicot ekvivalentus pārveidojumus, to attiecīgi pārveido šādā formā.

Daļas vērtība var būt pozitīva tikai tad, ja skaitītāja un saucēja izteiksmēm ir vienādas zīmes.

$$\frac{f(x)}{g(x)} > 0 \text{ tad un tikai tad ja } \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases} \text{ vai } \begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} < 0 \text{ tad un tikai tad ja } \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \text{ vai } \begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0 \text{ tad un tikai tad ja } \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \end{cases} \text{ vai } \begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0 \text{ tad un tikai tad ja } \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \text{ vai } \begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

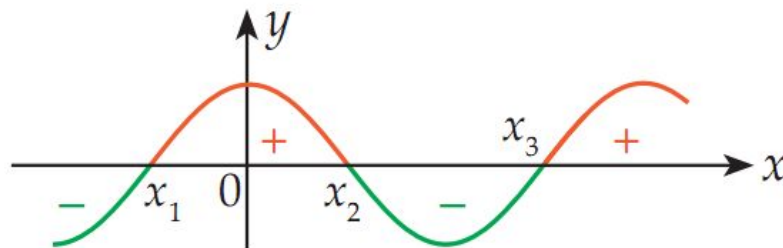
Intervālu metode

Intervālu metodi izmanto tādu nevienādību atrisināšanā, kas ir uzrakstāmas formā

$$A(x) \cdot B(x) \cdot C(x) \cdot \dots > 0 \text{ vai } \frac{A(x) \cdot B(x) \cdot \dots}{C(x) \cdot D(x) \cdot \dots} > 0$$

Intervālu metodes grafiskais atrisināšanas paņēmiens

Lai noteiktu reizinājuma vai dalījuma atsevišķo locekļu zīmju maiņu intervālus, var izmantot funkcijas grafika īpašību — ja **funkcijas vērtības** kādā intervālā **ir pozitīvas**, tās grafiks atrodas **virš x ass**, ja **negatīvas** — **zem x ass** (skat. 1.1. att.).



1.1. att.


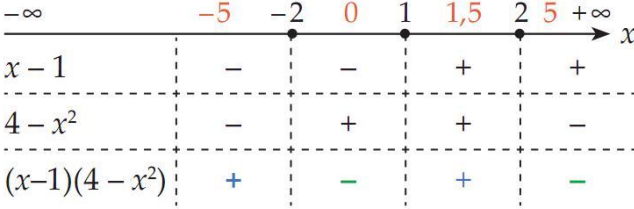
Intervālu metodes analītiskais atrisināšanas paņēmiens

Nevienādību risināšanai, kuras ir uzrakstāmas formā

$$A(x) \cdot B(x) \cdot C(x) \cdot \dots > 0 \text{ vai } \frac{A(x) \cdot B(x) \cdot \dots}{C(x) \cdot D(x) \cdot \dots} > 0$$

(vai " $<$, \leq , \geq "), var izmatot arī **intervālu metodes analītisko paņēmienu** — veikt spriedumus par reizinātāju zīmi neskiecējot atbilstošo funkciju grafikus.

Algoritms

Algoritma solis	Nevienādības $(x - 1)(4 - x^2) \geq 0$ risināšana
1) Katru nevienādības polinomu pielīdzina 0 un atrisina iegūtos vienādojumus	$x - 1 = 0$ $4 - x^2 = 0$ $x_1 = 1$ $x^2 = 4$ $x_2 = 2, \quad x_3 = -2$
2) Iegūtās vērtības atliek uz skaitļu ass, izveidojot vairākus intervālus	<p>Risinājumu ērti attēlot shematiski.</p> 
3) Katrā no intervāliem izvēlas kādu tā iekšēju punktu	<p>Pirmajā intervālā izvēlamies skaitli -5 un nosakām reizinātāju zīmes:</p> $x - 1 = -5 - 1 < 0, \quad 4 - x^2 = 4 - (-5)^2 < 0$ Līdzīgi rīkojamies visos citos intervālos.
4) Nosaka katra nevienādības reizinātāja (polinoma) zīmi	
5) Nosaka reizinājuma vai dalījuma zīmi katrā intervālā	<p>(The sign chart from the previous step shows the signs for the product $(x-1)(4-x^2)$ in each interval.)</p>
6) Pieraksta atbildi, ievērojot dotās nevienādības veidu	<p>Tā kā dotā nevienādība ir nestingra (\geq), tad intervālu galapunkti pieder atrisinājumam. Nevienādības atrisinājumu kopa ir:</p> $x \in (-\infty; -2] \cup [1; 2]$

Nevienādību $|f(x)| < a$, $|f(x)| > a$, $|f(x)| \leq a$, $|f(x)| \geq a$, kura $a \in \mathbb{R}$, atrisināšana

Nevienādības $|f(x)| < a$ un nevienādību sistēmas $\begin{cases} f(x) < a \\ f(x) > -a \end{cases}$ atrisinājumu kopas ir vienādas.

Nevienādības $|f(x)| > a$, ja $a \geq 0$, atrisinājumu kopa ir vienāda ar nevienādību $f(x) > a$ un $f(x) < -a$ atrisinājumu kopu apvienojumu.

Paldies par uzmanību!