

**И 6**

***Практическая работа №32***  
**(2): Применение интеграла к**  
**вычислению физических**  
**величин.**

# 1. Вычислите:

$$1\frac{1}{7} : 2\frac{2}{5} : \frac{10}{21} + 2\frac{1}{4} - 3\frac{1}{3} - 3,5$$

$$\frac{8}{7} : \frac{12}{5} : \frac{10}{21} = \frac{8}{7} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{21}{10} = 1$$

$$1 + 2\frac{1}{4} - 3\frac{1}{3} - 3\frac{1}{2} = -3 + \left( \frac{3 - 4 - 6}{12} \right) = -3 + \left( -\frac{7}{12} \right) = -3\frac{7}{12}$$

## Повторение:

$$\int_{-1}^1 \frac{x^2 dx}{2x^3 + 3} = \int \frac{dt}{6 \cdot t} = \frac{1}{6} \cdot \ln x =$$

$$2x^3 + 3 = t$$

$$6x^2 \cdot dx = dt$$

$$x^2 dx = \frac{dt}{6}$$

$$= \frac{1}{6} \ln(2x^3 + 3) \Big|_{-1}^1 =$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \ln 5 - \frac{1}{6} \ln 1 = \frac{1}{6} \ln 5$$

**Повторение:**

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin x dx}{(\cos x - 1)^2} = \int -\frac{dt}{t^2} = -1 \cdot \frac{t^{-2+1}}{-2+1} = \frac{1}{t} =$$

$$\cos x - 1 = t$$

$$-\sin x dx = dt$$

$$\sin x dx = -dt$$

$$= \frac{1}{\cos x - 1} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} =$$

$$= \frac{1}{\cos \pi - 1} - \frac{1}{\cos \frac{\pi}{2} - 1} =$$

$$-\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

# Физический смысл определённого интеграла

$$S = \int_{t_1}^{t_2} V dt$$

Путь есть интеграл от скорости по времени

**Задача 1:** Тело движется прямолинейно и его скорость задаётся формулой – 2.

Определите путь, пройденный этим телом за первые 3 секунды от начала движения.

*(Первые 3 секунды – это время от 0 до 3-х секунд)*

Дано:

$$V = 6t^2 - 4t - 2.$$

$$t_1 = 0 \text{ с}$$

$$t_2 = 3 \text{ с}$$

---

$$S = ?$$

Решение:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} V dt$$

$$S = \int_0^3 (6t^2 - 4t - 2) dt = (2t^3 - 2t^2 - 2t) \Big|_0^3 = (54 - 18 - 6) - 0 = 30 \text{ м}$$

**Задача 2:** Найдите путь, пройденный телом за 4-ю (четвёртую) секунду, если скорость его прямолинейного движения изменяется по закону:  $v = 3t^2 - 2t - 3$  (м/с)

*(Четвёртая секунда начинается после третьей, поэтому время находится между 3 и 4 секундами)*

Дано:

$$V(t) = 3t^2 - 2t - 3$$

$$t_1 = 3 \text{ с}$$

$$t_2 = 4 \text{ с}$$

---

$$S = ?$$

Решение:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} V dt$$

$$S = \int_3^4 (3t^2 - 2t - 3) dt = (t^3 - t^2 - 3t) \Big|_3^4 =$$

$$= (4^3 - 4^2 - 3 \cdot 4) - (3^3 - 3^2 - 3 \cdot 3) = 36 - 9 = 27 \text{ м}$$

**Задача 3:** Определите путь тела от начала движения до остановки, если его скорость определяется формулой

$$V = 24t - 6t^2 \quad (\text{м/с})$$

*(Здесь время неизвестно, поэтому сначала определяем его, а потом путь.)*

Дано:

$$V = 24t - 6t^2$$

S=?

t=?

Решение:

Если тело остановилось, то его скорость  $V = 0$ .

Решим уравнение:

$$V = 0$$

$$24t - 6t^2 = 0$$

$$6t(4 - t) = 0$$

$$t_1 = 0 \quad t_2 = 4 \text{ с}$$

*Мы определили, что тело двигалось 4 секунды*

$$S = \int_0^4 (24t - 6t^2) dt = (12t^2 - 2t^3) \Big|_0^4 = (12 \cdot 16 - 2 \cdot 64) - 0 = \\ = 192 - 128 = 64 \text{ м}$$



**Задача 4:** Два тела одновременно начали прямолинейное движение из некоторой точки **в одном направлении** с  $V_1 = 6t^2 + 4t$  (м/с) и  $V_2 = 4t$  (м/с). Какое расстояние будет между ними через 5с после начала движения?

Дано:

$$V_1 = 6t^2 + 4t$$

$$V_2 = 4t$$

$$t_1 = 0\text{с}$$

$$t_2 = 5\text{с}$$

---

S=?

Решение:

Найдём путь первого тела за 5с

$$S_1 = \int_0^5 (6t^2 + 4t) dt = (2t^3 + 2t^2) \Big|_0^5 = 2 \cdot 125 + 2 \cdot 25 = 300\text{м}$$

Найдём путь второго тела за 5с

$$S_2 = \int_0^5 4t dt = 2t^2 \Big|_0^5 = 2 \cdot 25 = 50\text{м}$$

Поскольку движение происходит из одной точки **в одном направлении**, то первое тело удаляется от второго, потому что его скорость больше и расстояние между ними находят, выполнив действие вычитание.

$$S = 300 - 50 = 250\text{м}$$