СТАТИСТИКА, ВЕРОЯТНОСТЬ, ПОМЕХА, ТОЧНОСТЬ

Тема №2

ЦОС

ЦОС

- Космос
  - Улучшение космических фотографий
  - Сжатие данных
  - Анализ полученных данных
- Медицина
  - Диагностика
  - Анализ электрокардиограммы
  - Хранение медицинских изображений
- Коммерция
  - Сжатие изображений и звуков
  - Спецэффекты в кино
  - Видеоконференции
- Телефония
  - Сжатие данных
  - Снижение эха
  - Уплотнение сигналов
  - Фильтрация
- Оборона
  - Радары
  - Сонары
  - Управление артиллерией
  - Секретная связь
- Промышленность
  - Поиск полезных ископаемых
  - Мониторинг и контроль
  - Неразрушающий контроль
  - САПР
- Наука
  - Сейсмический контроль
  - Получение данных
  - Спектральный анализ
  - Моделирование

Смежные области знаний

Цифровая Обработка Сигналов

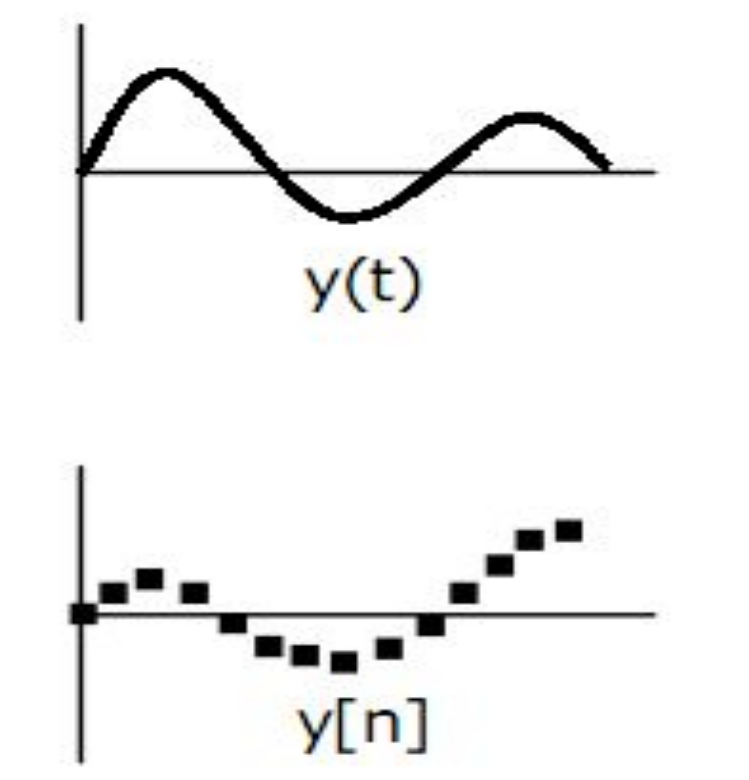
- Теория связи
- Числовой анализ
- Вероятность и статистика
- Аналоговая обработка сигналов
- Теория принятия решений
- Цифровая электроника
- Аналоговая электроника

СТАТИСТИКА, ВЕРОЯТНОСТЬ, ПОМЕХА, ТОЧНОСТЬ

Тема №2

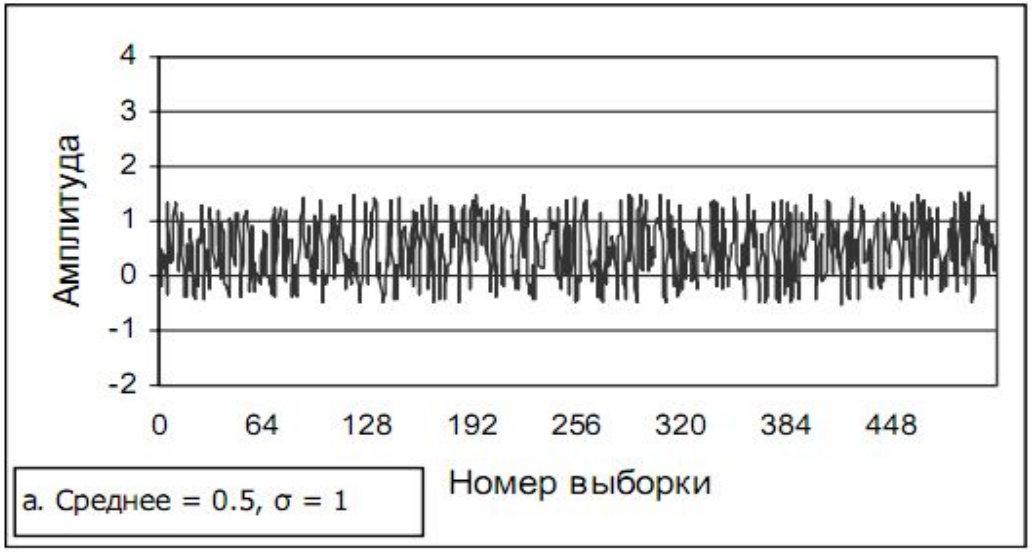
Понятие сигнал в ЦОС

- ***Сигнал*** **есть описание зависимости одного параметра от другого..**



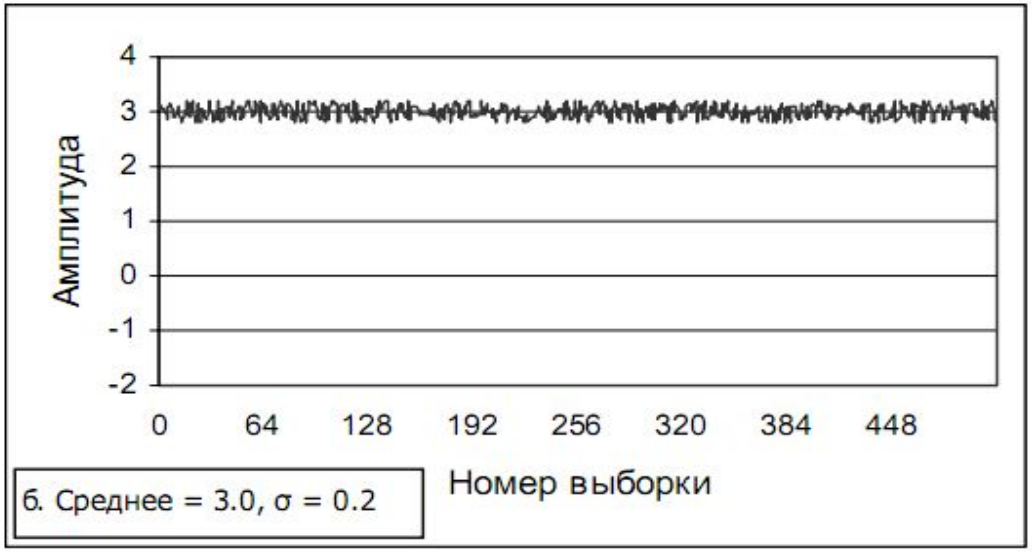
Непрерывные и дискретные сигналы.

Средняя величина и стандартное отклонение



$$\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} X_i$$

Вычисление среднего значения. Сигнал содержится в величинах от x_0 до x_{N-1}. Индекс *i* проходит через все эти величины, μ есть средняя величина.



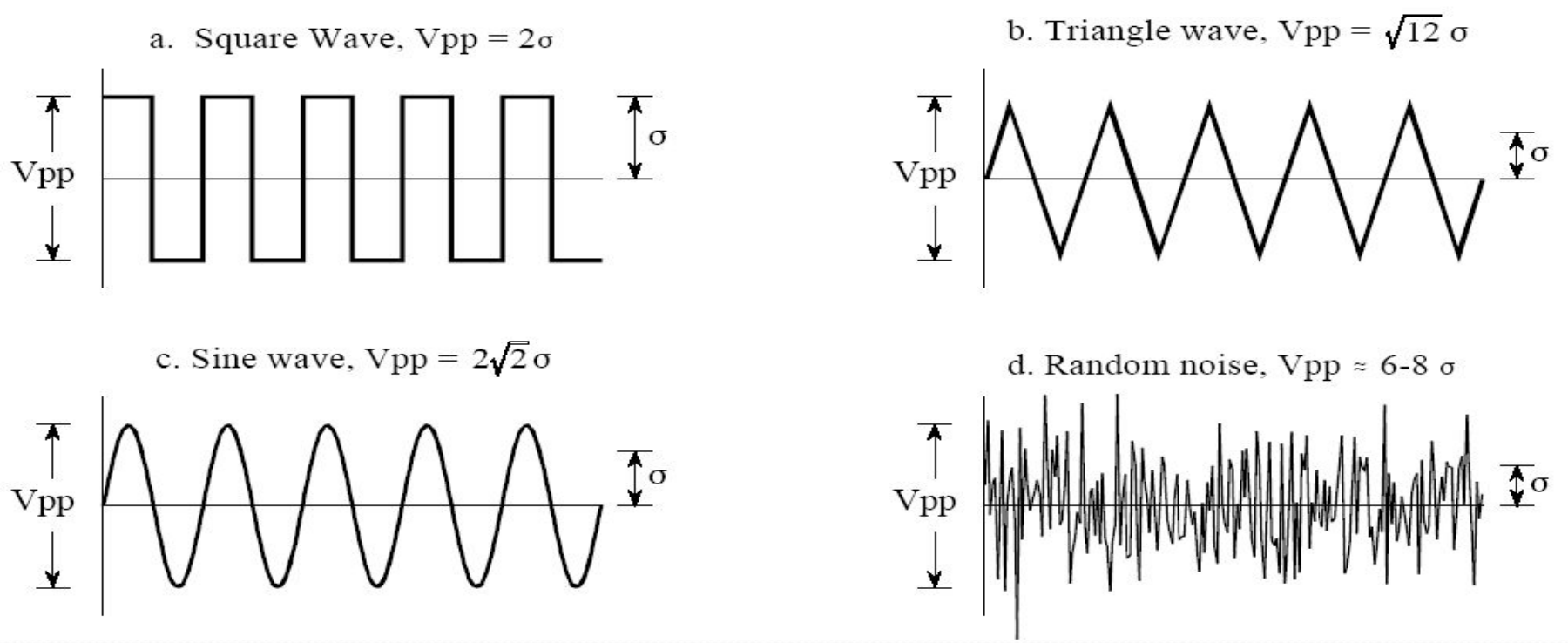
$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=0}^{N-1} (X_i - \mu)^2$$

ФОРМУЛА 2-2

Вычисление стандартного отклонения сигнала. Сигнал хранится в xi; μ есть среднее значение, найденное по формуле 2-1; N – число отсчетов;

σ - стандартное отклонение.

нескольких типичных форм сигнала.



Амплитуда, измеряется от пика до пика.
Для квадратных волн это соотношение амплитуды и СКО равно 2;
для треугольных - √12 = 3,46;
для синусных - 2√2 = 2,83.
Случайный шум не имеет точной величины от пика до пика. Соотношвение приблизительно, составляет 6…8 величин стандартного отклонения.

значения и стандартного отклонения

```
100 'ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ И СТАНДАРТНОГО ОТКЛОНЕНИЯ
110 '
120 DIM X[511]                'сигнал содержится в X[0] ... X[511]
130 N% = 512                  'N% - число точек в сигнале
140 '
150 GOSUB XXXX                'некоторая подпрограмма загрузки сигнала в X[]
160 '
170 MEAN = 0                  'найти среднее значения из уравнения 2-1
180 FOR I% = 0 TO N%-1
190     MEAN = MEAN + X[I%]
200 NEXT I%
210 MEAN = MEAN/N%
220 '
230 VARIANCE = 0              'найти стандартное отклонение из уравнения 2-2
240 FOR I% = 0 TO N%-1
250     VARIANCE = VARIANCE + ( X[I%] - MEAN )^2
260 NEXT I%
270 VARIANCE = VARIANCE/(N%-1)
280 SD = SQR(VARIANCE)
290 '
300 PRINT MEAN SD             'вывести результаты
310 '
320 END
```

Расчет стандартного отклонения для динамической статистики

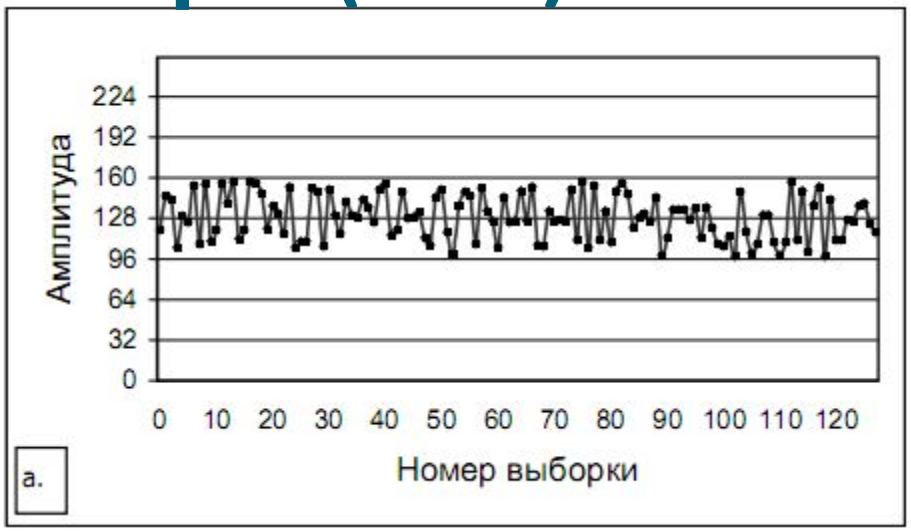
$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1}\left[\sum_{i=0}^{N-1} x_i^{\,2} - \frac{1}{N}\left(\sum_{i=0}^{N-1} x_i\right)^2\right] \qquad \sigma^2 = \frac{1}{N-1}\left[сумма_квадратов - \frac{сумма^2}{N}\right]$$

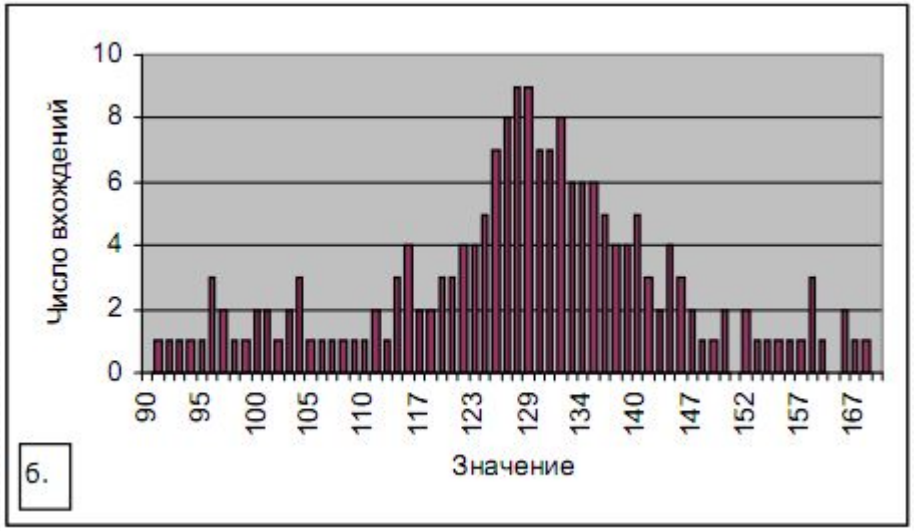
```
100 'ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ И СТАНДАРТНОГО ОТКЛОНЕНИЯ
110 '
120 DIM X[511]              'сигнал содержится в X[0] ... X[511]
130 N% = 512                'N% - число точек в сигнале
140 '
150 GOSUB XXXX              'некоторая подпрограмма загрузки сигнала в X[]
160 '
170 MEAN = 0                'найти среднее значения из уравнения 2-1
180 FOR I% = 0 TO N%-1
190     MEAN = MEAN + X[I%]
200 NEXT I%
210 MEAN = MEAN/N%
220 '
230 VARIANCE = 0            'найти стандартное отклонение из уравнения 2-2
240 FOR I% = 0 TO N%-1
250     VARIANCE = VARIANCE + ( X[I%] - MEAN )^2
260 NEXT I%
270 VARIANCE = VARIANCE/(N%-1)
280 SD = SQR(VARIANCE)
290 '
300 PRINT MEAN SD           'вывести результаты
310 '
320 END
```

порождающего его физического процесса

$$\text{Типичная ошибка} = \frac{\sigma}{N^{1/2}}$$

функция плотности вероятности (PDF) и функция вероятностной меры (PMF)

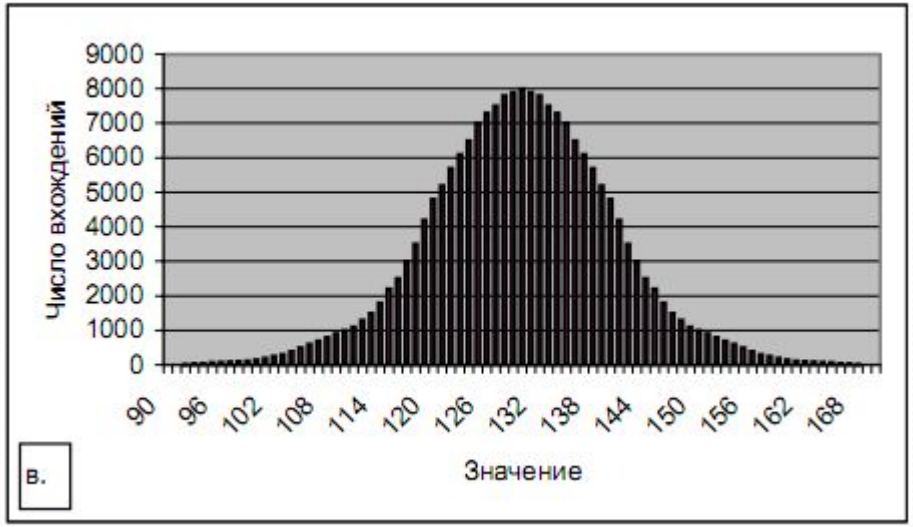




$$N = \sum_{i=0}^{M-1} H_i$$

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{M-1} i H_i$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} (i-\mu)^2 H_i$$



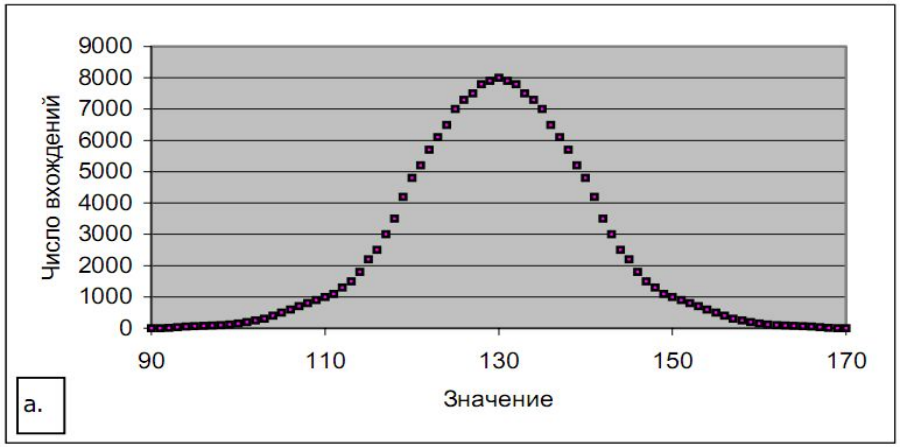
значения и стандартного отклонения

```
100 'ВЫЧИСЛЕНИЕ ГИСТОГРАММЫ, СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ И СТАНДАРТНОГО ОТКЛОНЕНИЯ
110 '
120 DIM X%[25000]          'X%[0] - X%[25000] содержит сигнал
130 DIM H%[255]            'H%[0] - H%[255] содержит гистограмму
140 N% = 25001             'число точек в сигнале
150 '
160 FOR I% = 0 TO 255      'обнуление гистограммы
170   H%[I%] = 0
180 NEXT I%
190 '
200 GOSUB XXXX             'некоторая подпрограмма загрузки сигнала в X%[ ]
210 '
220 FOR I% = 0 TO 25000    'расчет гистограммы для 25001 точек
230   H%[ X%[I%] ] = H%[ X%[I%] ] + 1
240 NEXT I%
250 '
```

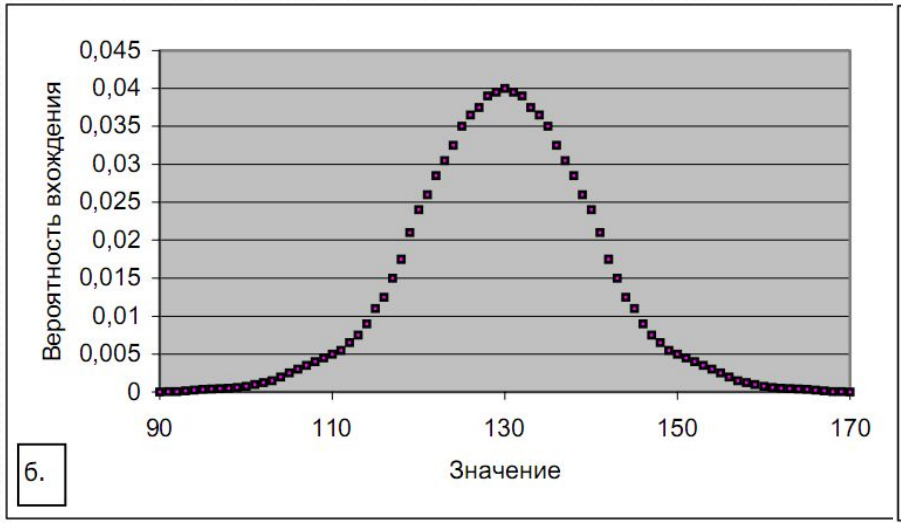
значения и стандартного отклонения

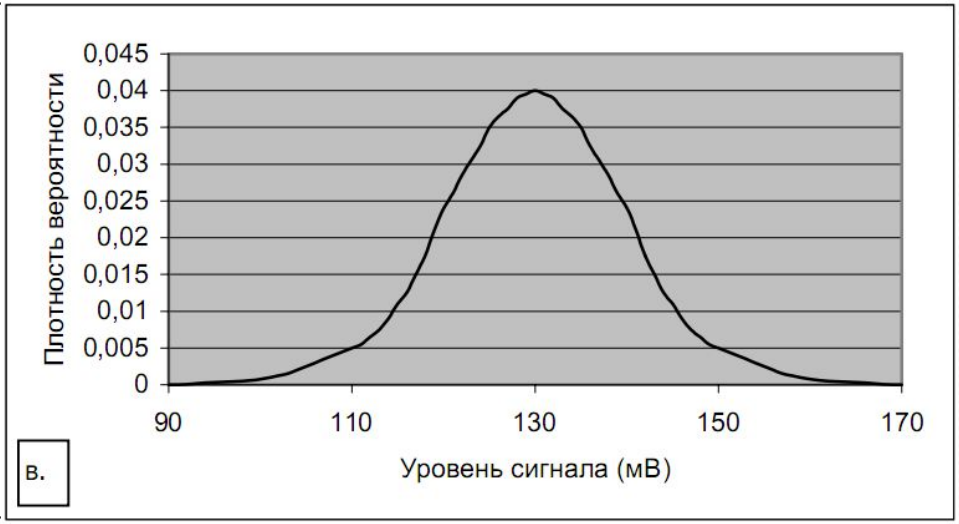
```
250 '
260 MEAN = 0                    'расчет среднего значения по уравнению 2-6
270 FOR I% = 0 TO 255
280   MEAN = MEAN + I% * H%[I%]
290 NEXT I%
300 MEAN = MEAN / N%
310 '
320 VARIANCE = 0                'расчет стандартного отклонения по уравнению 2-7
330 FOR I% = 0 TO 255
340   VARIANCE = VARIANCE + H[I%] * (I%-MEAN)^2
350 NEXT I%
360 VARIANCE = VARIANCE / (N%-1)
370 SD = SQR(VARIANCE)
380 '
390 PRINT MEAN SD               'вывод результатов
400 '
410 END
```

функция плотности вероятности (PDF) и функция вероятностной меры (PMF)



гистограмма (а)



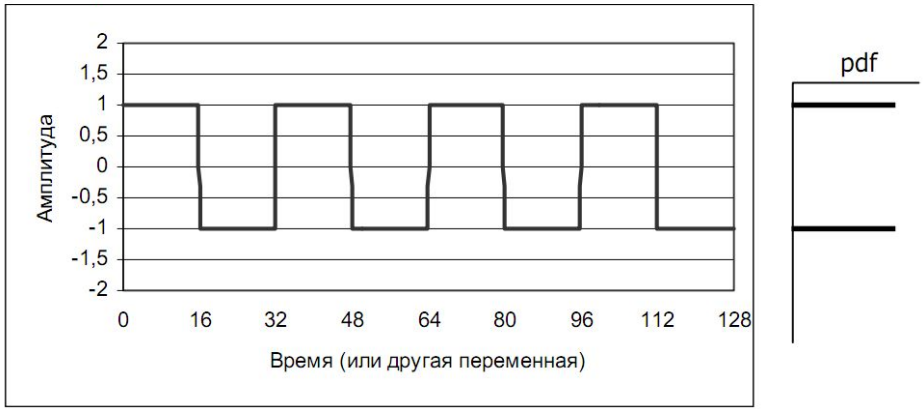


функция вероятностной меры, PMF (б)

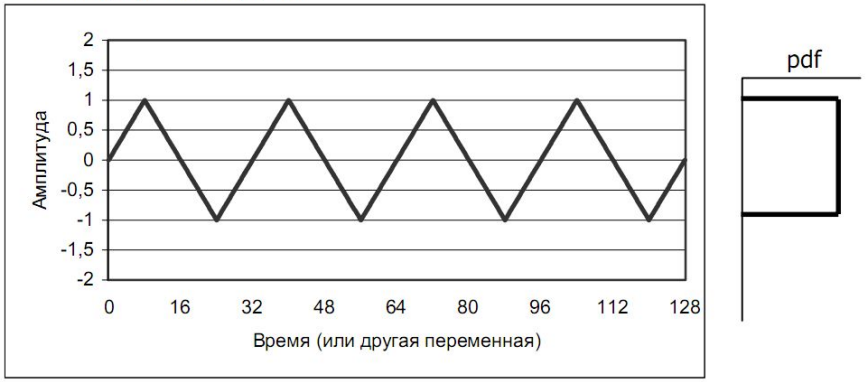
функция плотности вероятности,

функция плотности вероятности (PDF) и функция вероятностной меры (PMF)

а. меандр



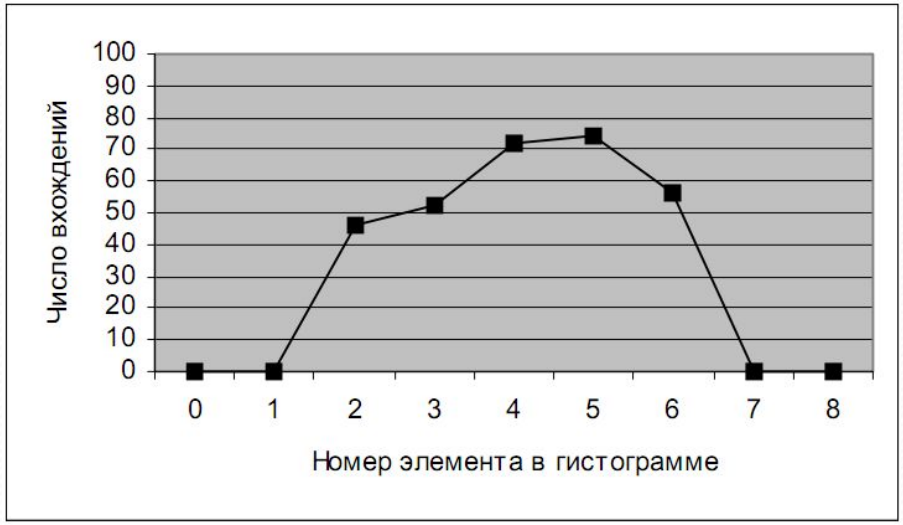
б. сигнал треугольной формы



в. случайный сигнал

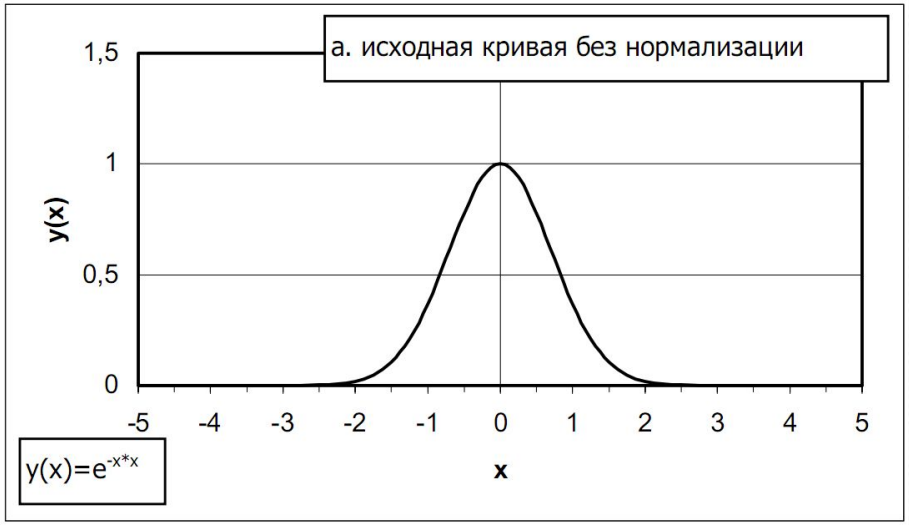
Элементная дискретизация гистограмм

Сигнал для примера элементно дискретизированных гистограмм. Для представления используются дробные числа. Число выборок - 300. Значения распределены между 1 и 3.



Пример элементно дискретизированных гистограмм с различным числом элементов. На первой их число составляет 601, на второй – 9.

распределение

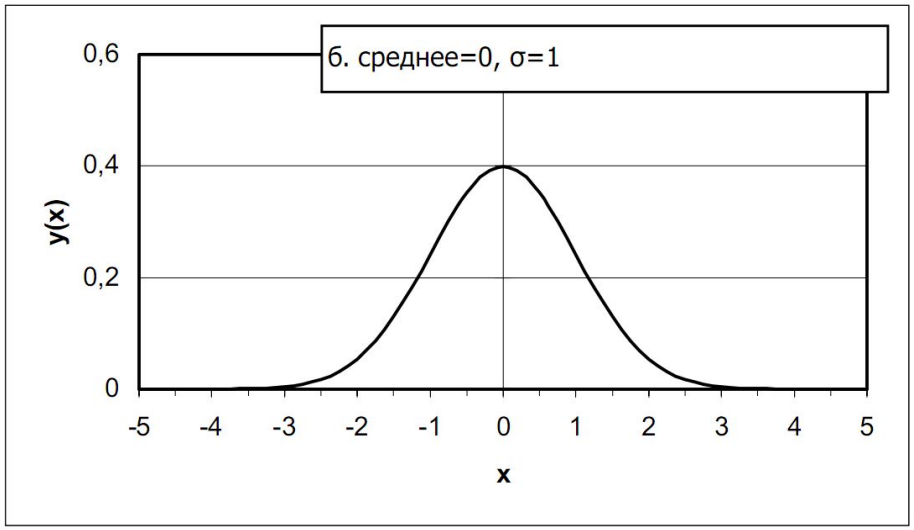


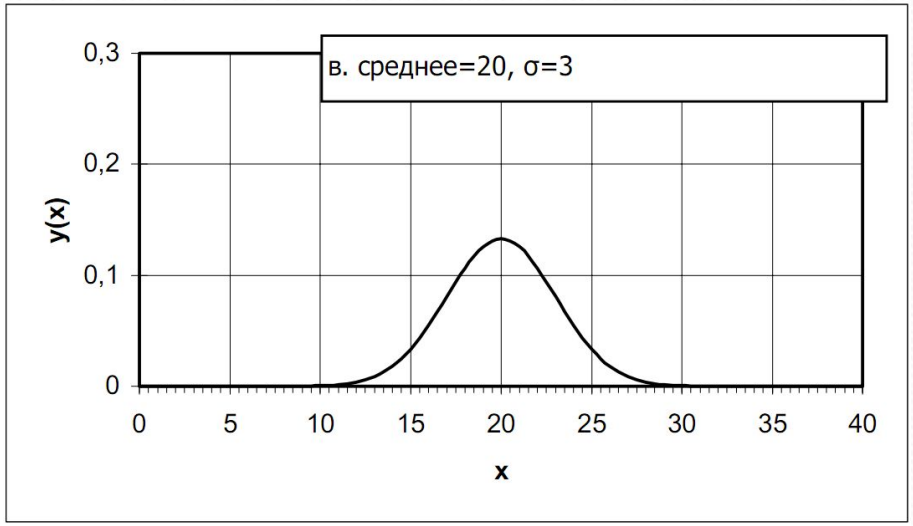
Общая форма нормального распределения :

$$y(x) = e^{-x^2}$$

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-u)^2/2\sigma^2}$$

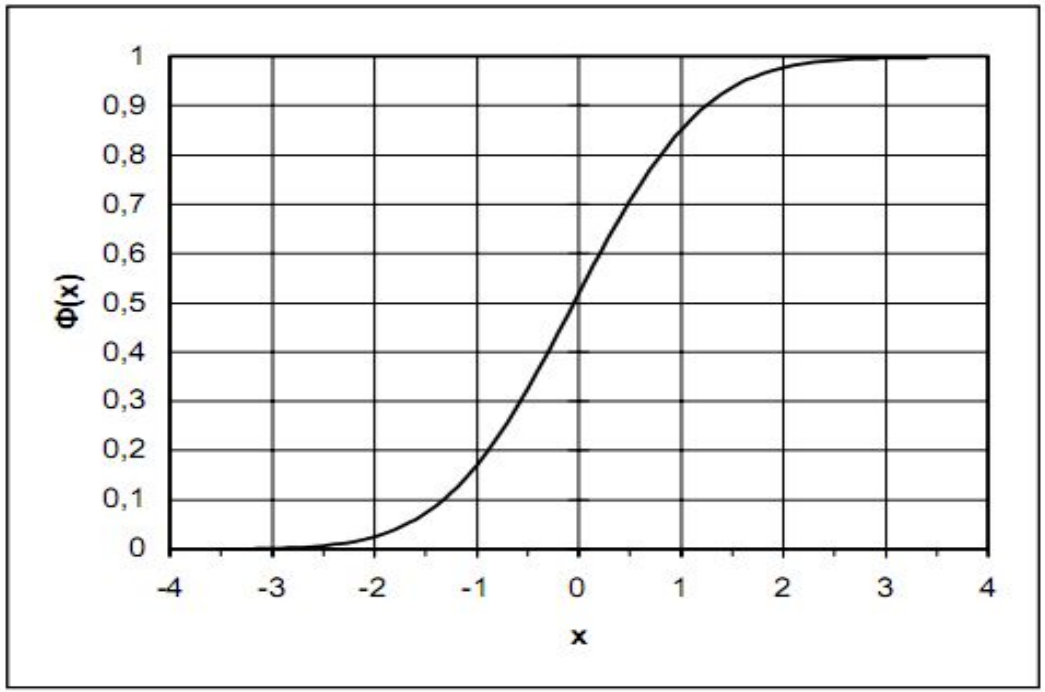
P(x)-функция распределения вероятности,
u - среднее значение,
σ - стандартное отклонение.

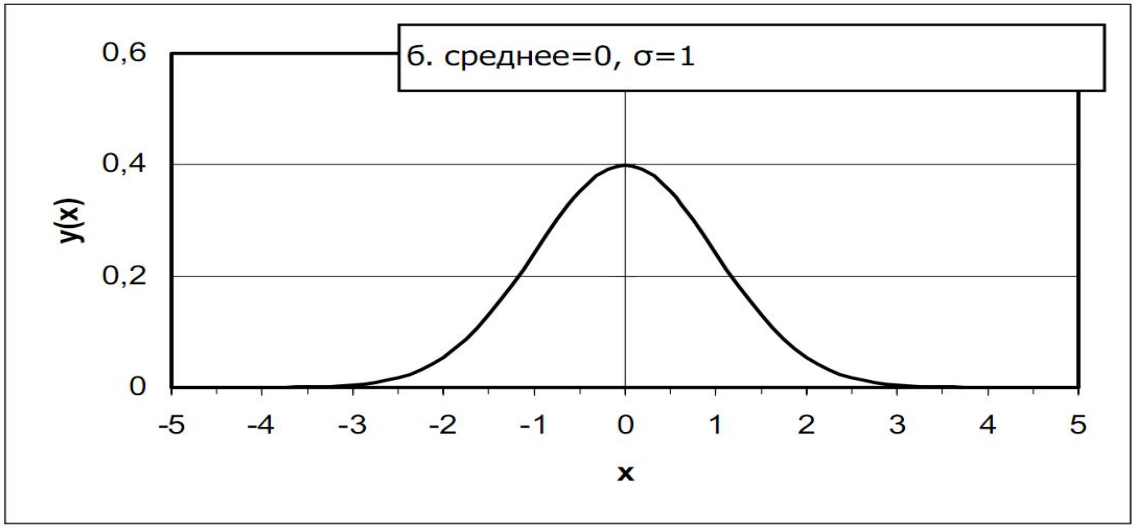




Примеры кривых нормального распределения.

распределения





x	Φ(x)	x	Φ(x)
-3.4	0.003	0.0	0.5000
-3.3	0.005	0.1	0.5398
-3.2	0.007	0.2	0.5793
-3.1	0.0010	0.3	0.6179
-3.0	0.0013	0.4	0.6554
-2.9	0.0019	0.5	0.6915
-2.8	0.0026	0.6	0.7257
-2.7	0.0035	0.7	0.7580
-2.6	0.0047	0.8	0.7881
-2.5	0.0062	0.9	0.8159
-2.4	0.0082	1.0	0.8413
-2.3	0.0107	1.1	0.8643
-2.2	0.0139	1.2	0.8849
-2.1	0.0179	1.3	0.9032
-2.0	0.0228	1.4	0.9192
-1.9	0.0287	1.5	0.9332
-1.8	0.0359	1.6	0.9452
-1.7	0.0446	1.7	0.9554
-1.6	0.0548	1.8	0.9641
-1.5	0.0668	1.9	0.9713
-1.4	0.0808	2.0	0.9772
-1.3	0.0968	2.1	0.9821
-1.2	0.1151	2.2	0.9861
-1.1	0.1357	2.3	0.9893
-1.0	0.1587	2.4	0.9918
-0.9	0.1841	2.5	0.9938
-0.8	0.2119	2.6	0.9953
-0.7	0.2420	2.7	0.9965
-0.6	0.2743	2.8	0.9974
-0.5	0.3085	2.9	0.9981
-0.4	0.3446	3.0	0.9987
-0.3	0.3821	3.1	0.9990
-0.2	0.4207	3.2	0.9993
-0.1	0.4602	3.3	0.9995
0.0	0.5000	3.4	0.9997

Цифровая генерация помех

$$R = (aS + b) \bmod c$$

Типичный алгоритм генерации равномерно распределенных случайных чисел между 0 и 1. S – исходное число; R – новое случайное число; a, b, c – соответствующим образом выбранные коэффициенты. Величина aS+b делится на c, и остаток запоминается как R.

Способ генерации случайных сигналов с нормальным распределением

$$X = (-2\log R_1)^{1/2}\cos(2\pi R_2)$$

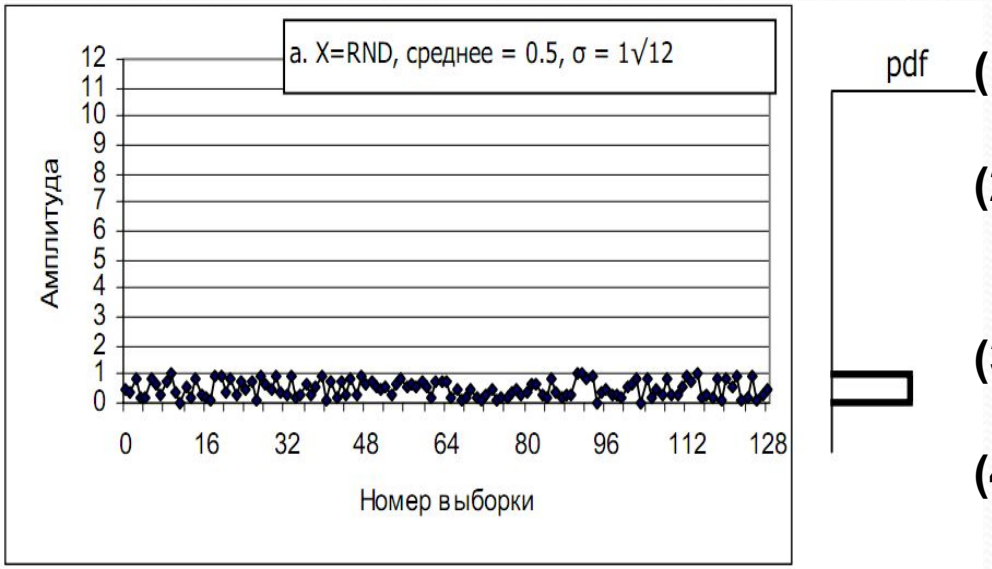
Генератор случайных чисел с нормальным распределением, средним значением 0 и стандартным отклонением 1.

R_1 и R_2 – случайные числа с равномерным распределением между 0 и 1.

Log по основанию e, cos в радианах.

Цифровая генерация помех

Второй способ генерации случайных сигналов с нормальным распределением

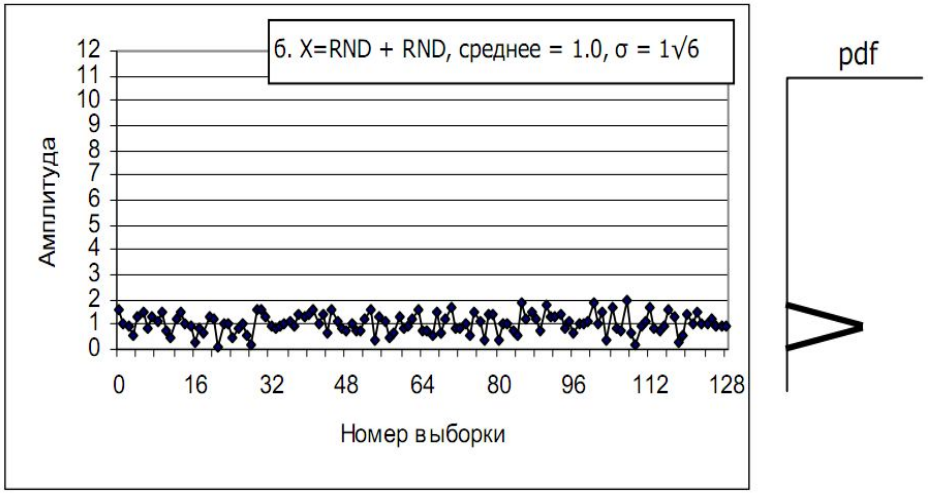


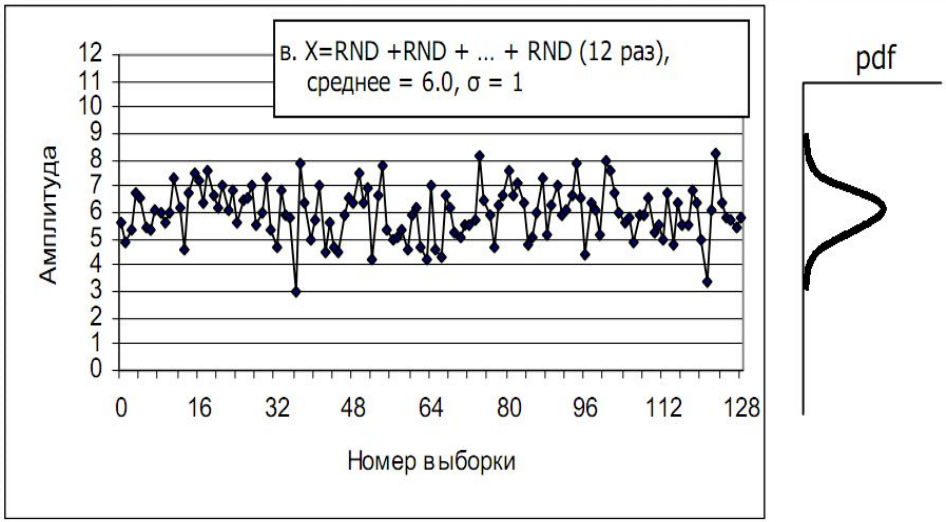
(1) сложить двенадцать случайных чисел,

(2) вычесть шесть, чтобы получить среднее равное нулю,

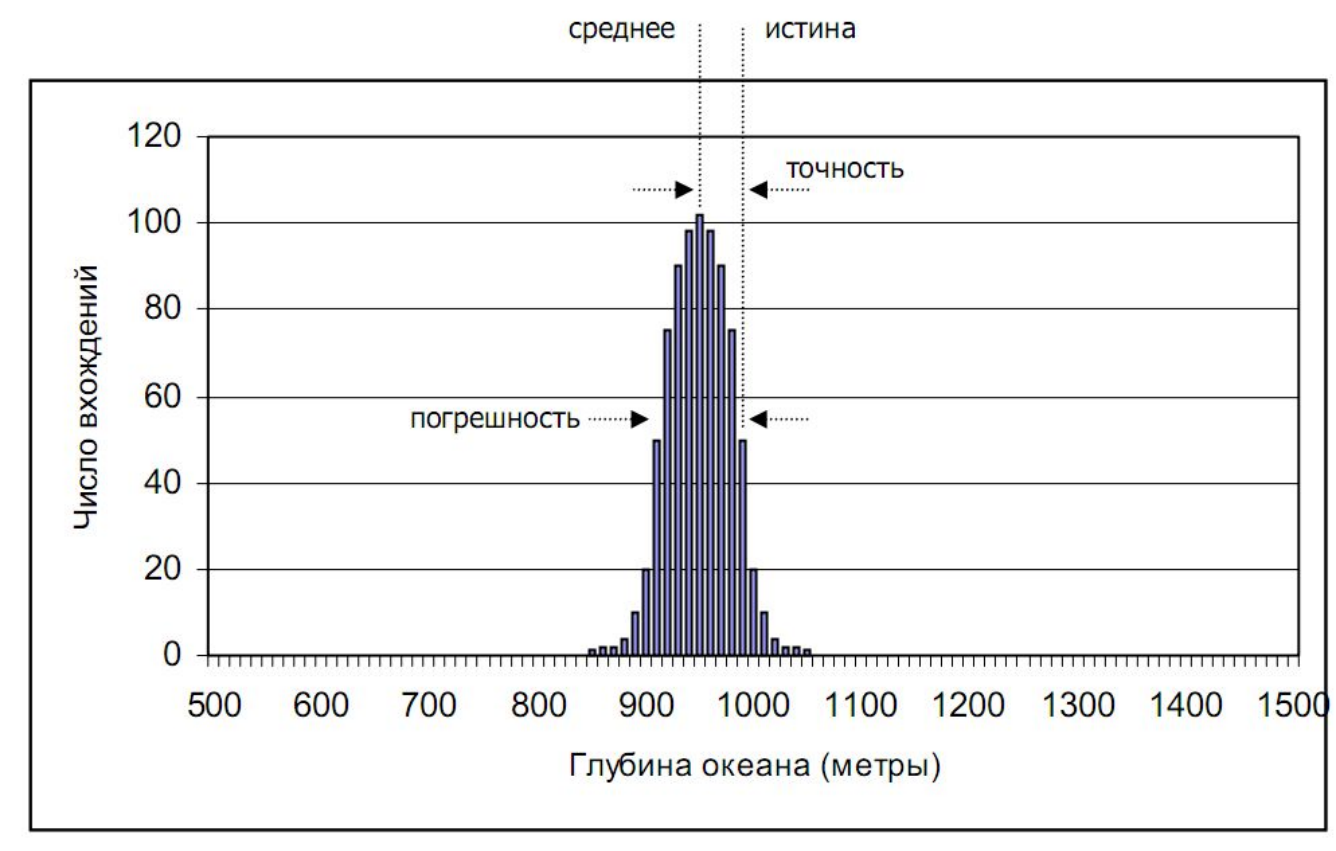
(3) умножить на желаемое стандартное отклонение

(4) добавить желаемое среднее значение.





Точность и погрешность



Определение точности и погрешности