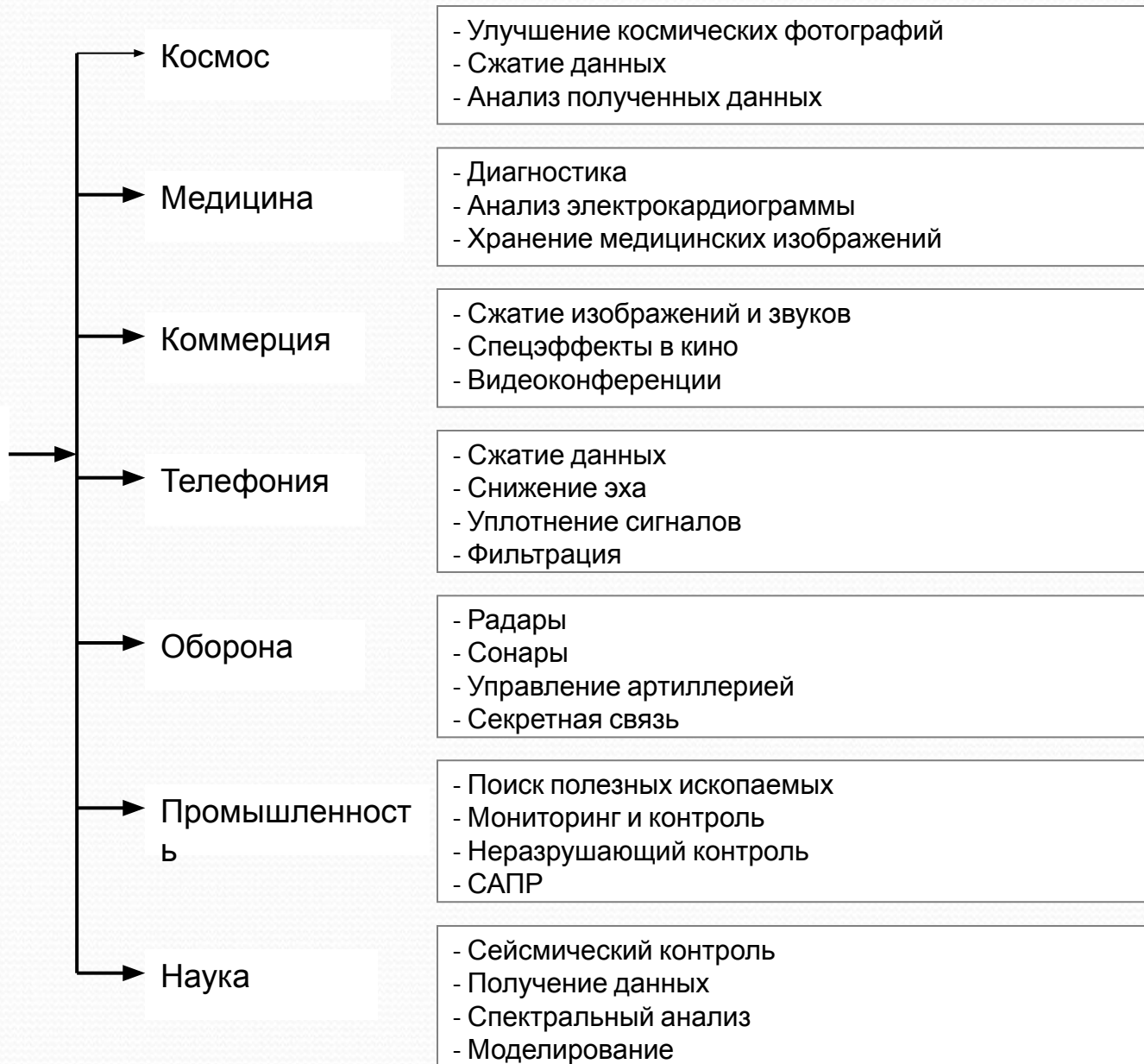


СТАТИСТИКА, ВЕРОЯТНОСТЬ, ПОМЕХА, ТОЧНОСТЬ

Тема №2

ЦОС

ЦОС



Смежные области знаний

Цифровая Обработка Сигналов

Теория связи

Числовой анализ

Вероятность и статистика

Аналоговая обработка
сигналов

Теория принятия решений

Цифровая электроника

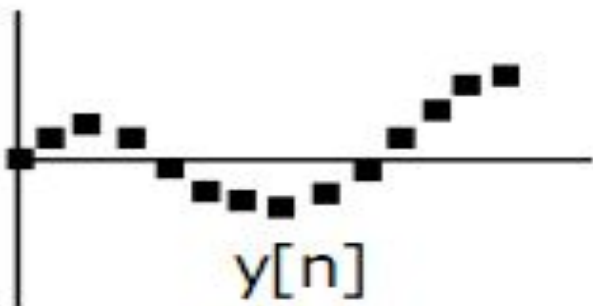
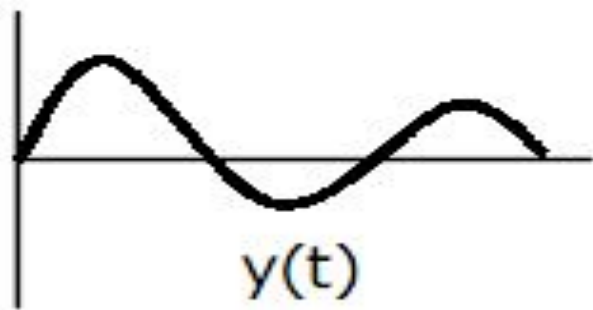
Аналоговая электроника

СТАТИСТИКА, ВЕРОЯТНОСТЬ, ПОМЕХА, ТОЧНОСТЬ

Тема №2

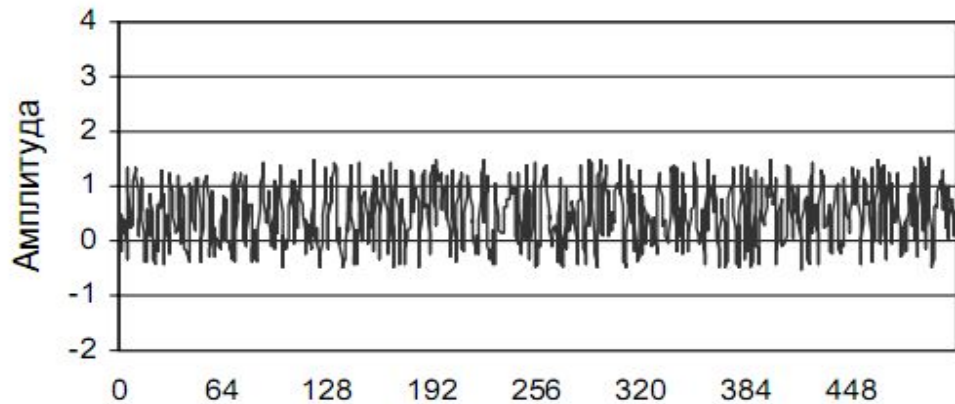
Понятие сигнал в ЦОС

- *Сигнал* есть описание зависимости одного параметра от другого..



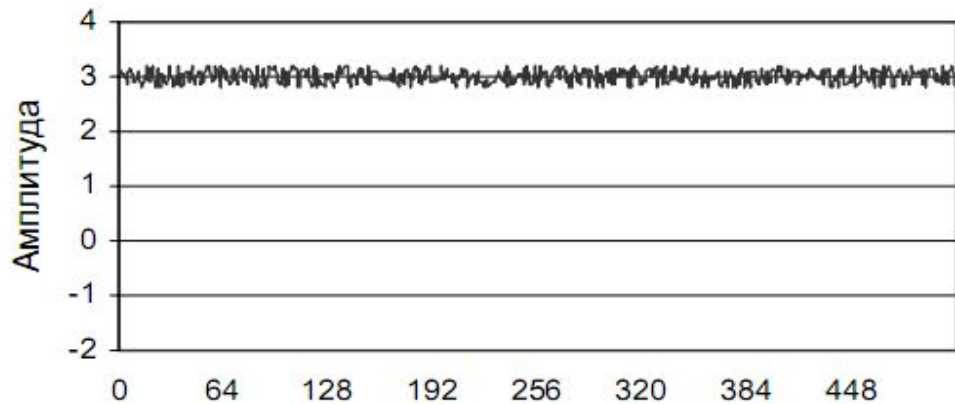
Непрерывные и дискретные сигналы.

Средняя величина и стандартное отклонение



а. Среднее = 0.5, $\sigma = 1$

Номер выборки



б. Среднее = 3.0, $\sigma = 0.2$

Номер выборки

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} X_i$$

Вычисление среднего значения. Сигнал содержится в величинах от x_0 до x_{N-1} . Индекс i проходит через все эти величины, μ есть средняя величина.

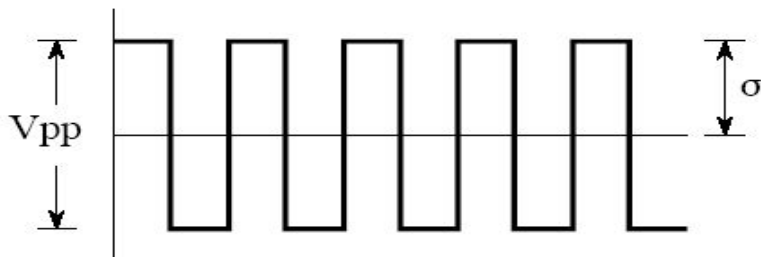
$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} (X_i - \mu)^2$$

ФОРМУЛА 2-2

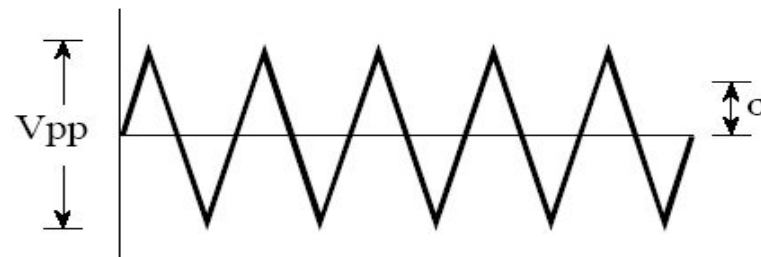
Вычисление стандартного отклонения сигнала. Сигнал хранится в x_i ; μ есть среднее значение, найденное по формуле 2-1; N – число отсчетов; σ – стандартное отклонение.

несколько типичных форм сигнала.

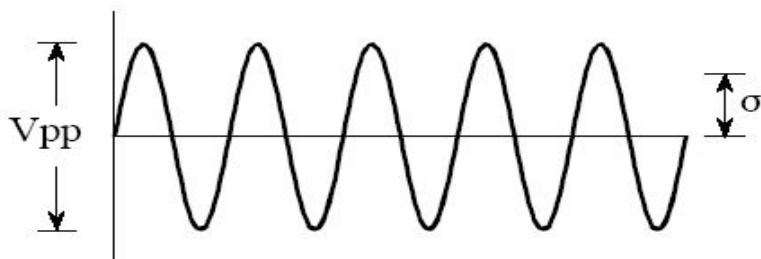
a. Square Wave, $V_{pp} = 2\sigma$



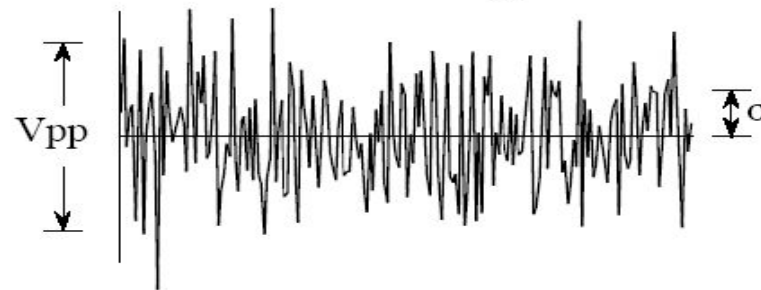
b. Triangle wave, $V_{pp} = \sqrt{12} \sigma$



c. Sine wave, $V_{pp} = 2\sqrt{2} \sigma$



d. Random noise, $V_{pp} \approx 6-8 \sigma$



Амплитуда, измеряется от пика до пика.

Для квадратных волн это соотношение амплитуды и СКО равно 2;

для треугольных - $\sqrt{12} = 3,46$;

для синусных - $2\sqrt{2} = 2,83$.

Случайный шум не имеет точной величины от пика до пика. Соотношение приблизительно, составляет 6...8 величин стандартного отклонения.

значения и стандартного

ОТКЛОНЕНИЯ

```
100 'ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ И СТАНДАРТНОГО ОТКЛОНЕНИЯ
110 '
120 DIM X[511]          'сигнал содержится в X[0] ... X[511]
130 N% = 512           'N% - число точек в сигнале
140 '
150 GOSUB XXXX         'некоторая подпрограмма загрузки сигнала в X[]
160 '
170 MEAN = 0           'найти среднее значения из уравнения 2-1
180 FOR I% = 0 TO N%-1
190     MEAN = MEAN + X[I%]
200 NEXT I%
210 MEAN = MEAN/N%
220 '
230 VARIANCE = 0       'найти стандартное отклонение из уравнения 2-2
240 FOR I% = 0 TO N%-1
250     VARIANCE = VARIANCE + ( X[I%] - MEAN )^2
260 NEXT I%
270 VARIANCE = VARIANCE/(N%-1)
280 SD = SQR(VARIANCE)
290 '
300 PRINT MEAN SD      'вывести результаты
310 '
320 END
```


Расчет стандартного отклонения для динамической статистики

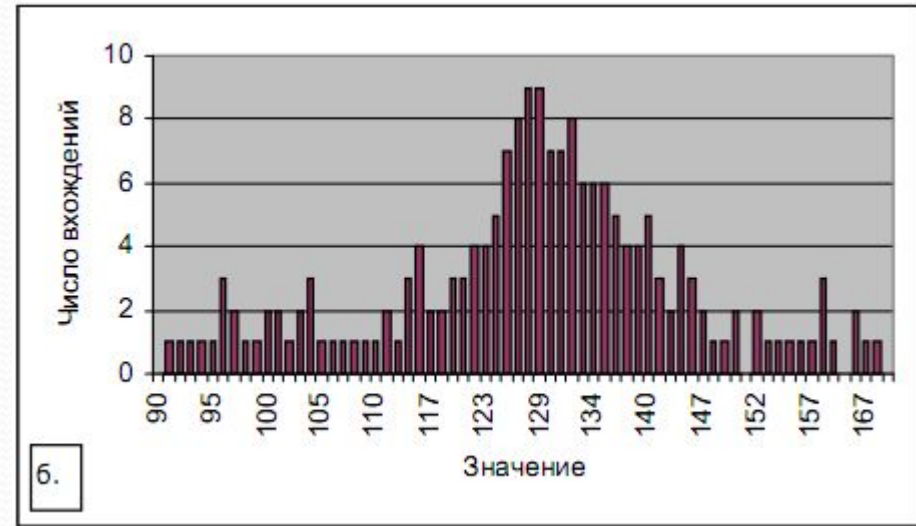
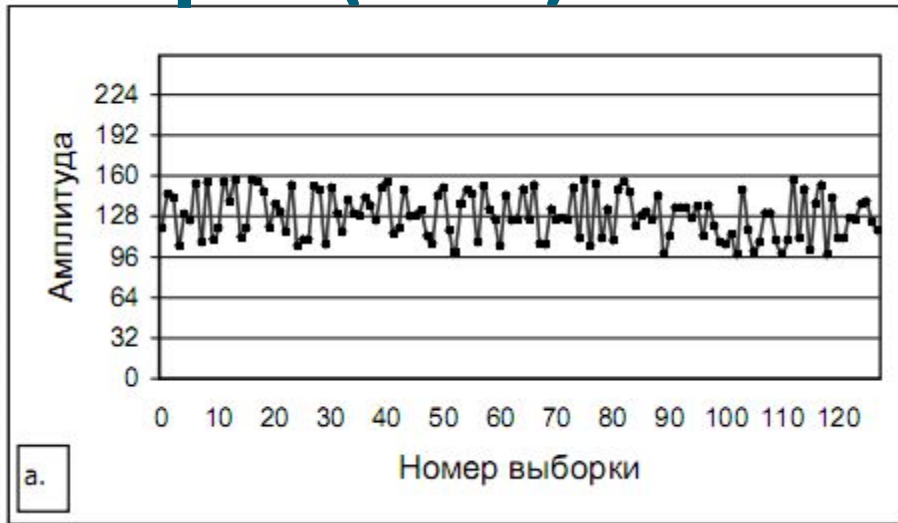
$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \left[\sum_{i=0}^{N-1} x_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=0}^{N-1} x_i \right)^2 \right] \quad \sigma^2 = \frac{1}{N-1} \left[\text{сумма_квадратов} - \frac{\text{сумма}^2}{N} \right]$$

```
100 'ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ И СТАНДАРТНОГО ОТКЛОНЕНИЯ
110 '
120 DIM X[511]           'сигнал содержится в X[0] ... X[511]
130 N% = 512             'N% - число точек в сигнале
140 '
150 GOSUB XXXX           'некоторая подпрограмма загрузки сигнала в X[]
160 '
170 MEAN = 0             'найти среднее значения из уравнения 2-1
180 FOR I% = 0 TO N%-1
190     MEAN = MEAN + X[I%]
200 NEXT I%
210 MEAN = MEAN/N%
220 '
230 VARIANCE = 0        'найти стандартное отклонение из уравнения 2-2
240 FOR I% = 0 TO N%-1
250     VARIANCE = VARIANCE + ( X[I%] - MEAN )^2
260 NEXT I%
270 VARIANCE = VARIANCE/(N%-1)
280 SD = SQR(VARIANCE)
290 '
300 PRINT MEAN SD       'вывести результаты
310 '
320 END
```

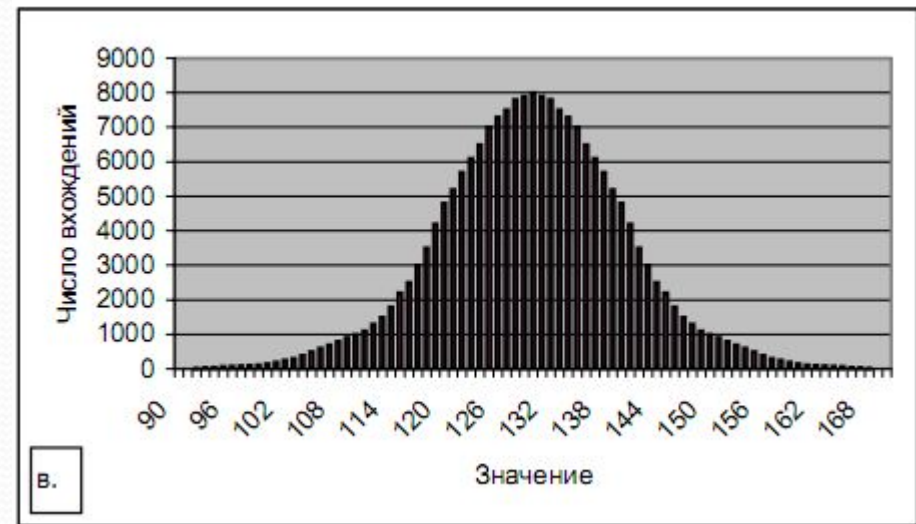
порождающего его физического процесса

$$\text{Типичная ошибка} = \frac{\sigma}{N^{1/2}}$$

функция плотности вероятности (PDF) и функция вероятностной меры (PMF)



$$N = \sum_{i=0}^{M-1} H_i$$
$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{M-1} i H_i$$
$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} (i - \mu)^2 H_i$$



значения и стандартного отклонения

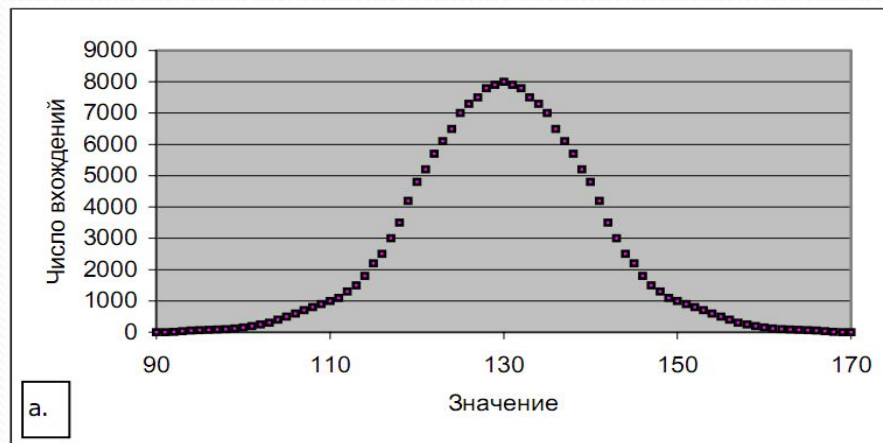
```
100 'ВЫЧИСЛЕНИЕ ГИСТОГРАММЫ, СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ И СТАНДАРТНОГО ОТКЛОНЕНИЯ
110 '
120 DIM X%(25000)      'X%(0) - X%(25000) содержит сигнал
130 DIM H%(255)       'H%(0) - H%(255) содержит гистограмму
140 N% = 25001        'число точек в сигнале
150 '
160 FOR I% = 0 TO 255  'обнуление гистограммы
170   H%(I%) = 0
180 NEXT I%
190 '
200 GOSUB XXXX        'некоторая подпрограмма загрузки сигнала в X%( )
210 '
220 FOR I% = 0 TO 25000  'расчет гистограммы для 25001 точек
230   H%( X%(I%) ) = H%( X%(I%) ) + 1
240 NEXT I%
250 '

```

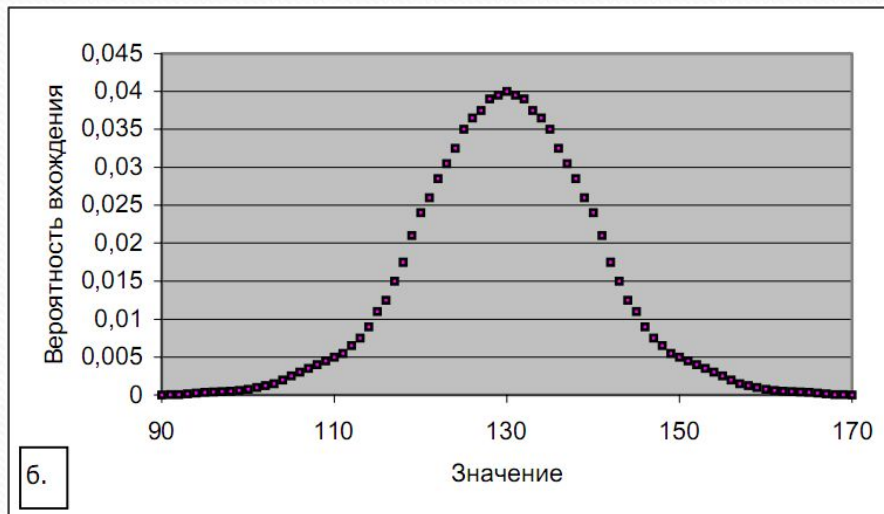
значения и стандартного отклонения

```
250 '  
260 MEAN = 0           'расчет среднего значения по уравнению 2-6  
270 FOR I% = 0 TO 255  
280   MEAN = MEAN + I% * H[I%]  
290 NEXT I%  
300 MEAN = MEAN / N%  
310 '  
320 VARIANCE = 0      'расчет стандартного отклонения по уравнению 2-7  
330 FOR I% = 0 TO 255  
340   VARIANCE = VARIANCE + H[I%] * (I%-MEAN)^2  
350 NEXT I%  
360 VARIANCE = VARIANCE / (N%-1)  
370 SD = SQR(VARIANCE)  
380 '  
390 PRINT MEAN SD     'вывод результатов  
400 '  
410 END
```

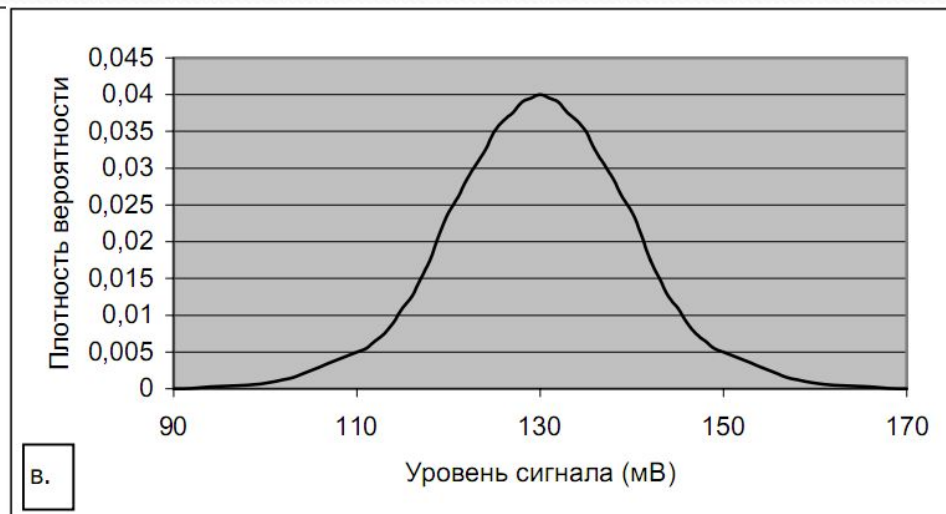
функция плотности вероятности (PDF) и функция вероятностной меры (PMF)



гистограмма (а)



функция вероятностной меры, PMF (б)



функция плотности вероятности,

функция плотности вероятности (PDF) и функция вероятностной меры (PMF)

а. меандр



б. сигнал треугольной формы



в. случайный сигнал

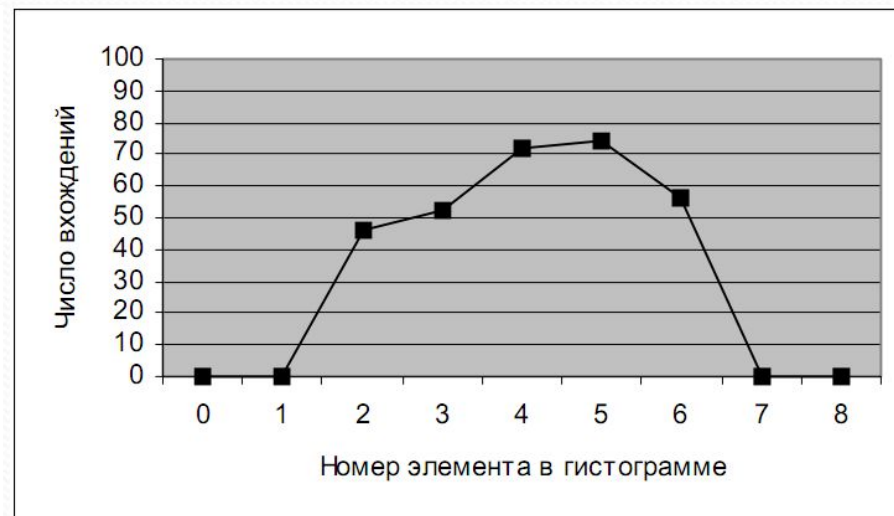
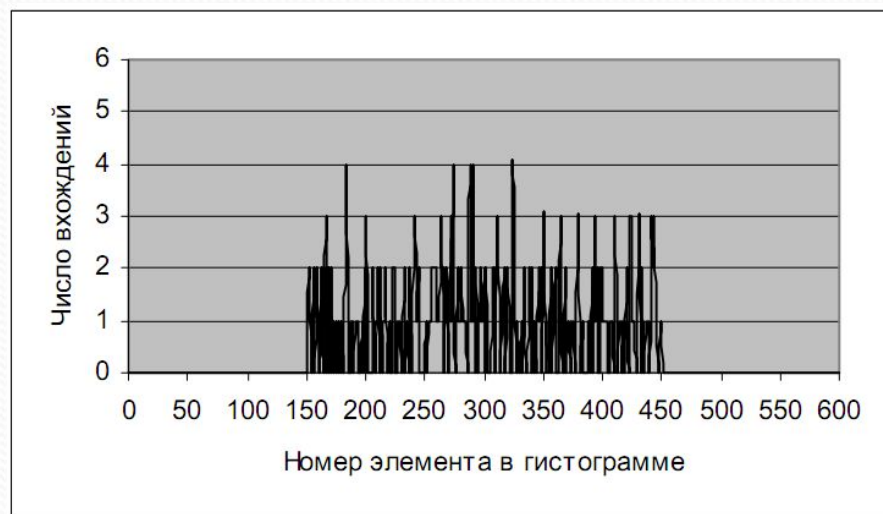


Элементная дискретизация

Гистограммы



Сигнал для примера элементарно дискретизированных гистограмм. Для представления используются дробные числа. Число выборок - 300. Значения распределены между 1 и 3.



Пример элементарно дискретизированных гистограмм с различным числом элементов. На первой их число составляет 601, на второй - 9.

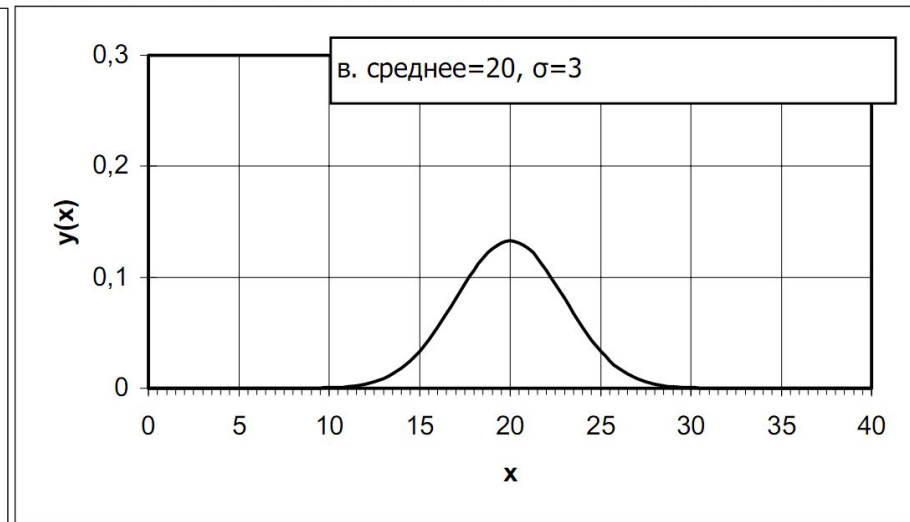
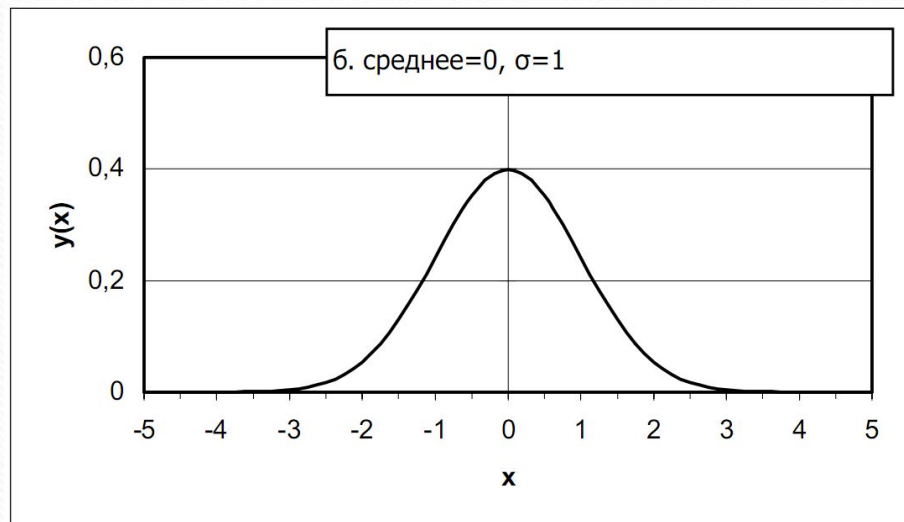
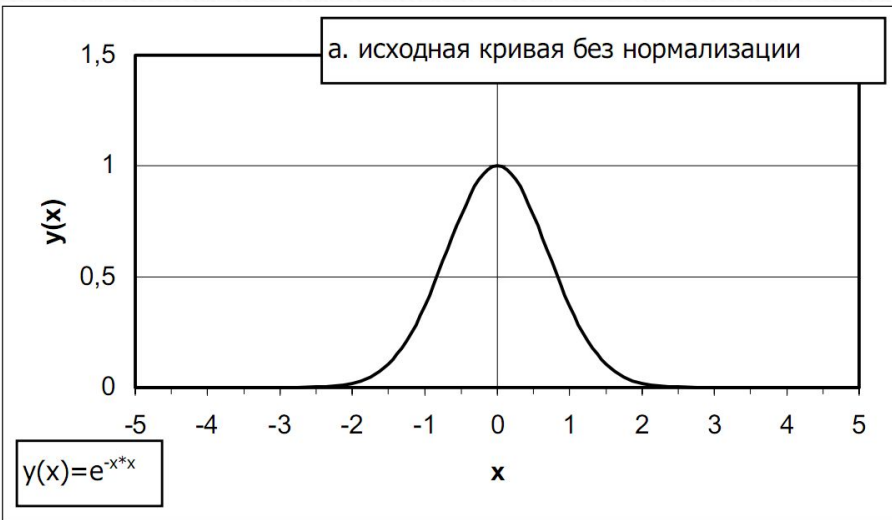
распределение

Общая форма нормального распределения :

$$y(x) = e^{-x^2}$$

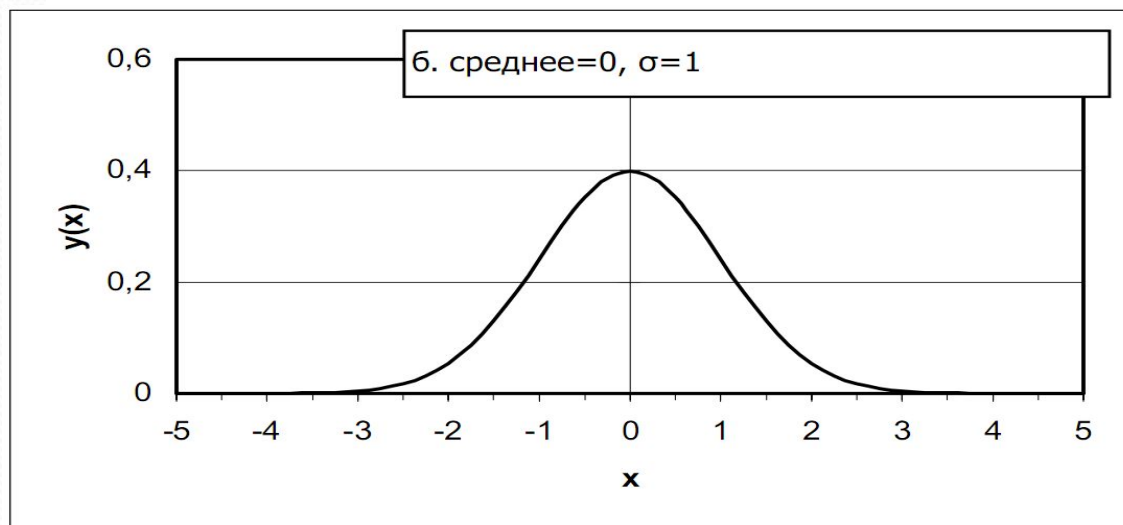
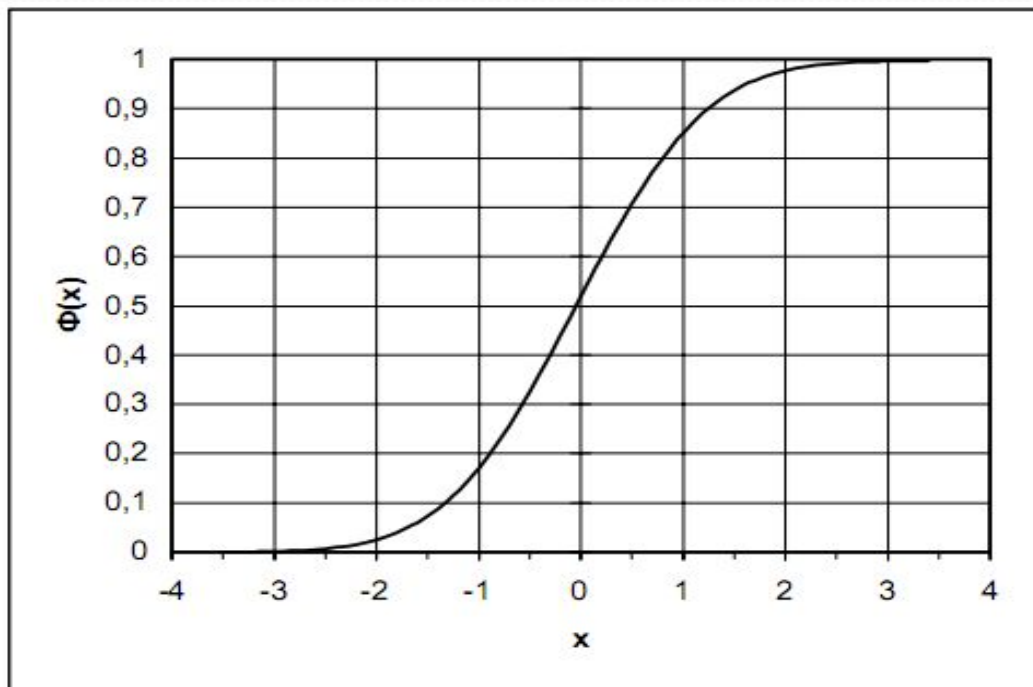
$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-u)^2 / 2\sigma^2}$$

$P(x)$ -функция распределения вероятности,
 u - среднее значение,
 σ - стандартное отклонение.



Примеры кривых нормального распределения.

распределения



x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
-3.4	0.003	0.0	0.5000
-3.3	0.005	0.1	0.5398
-3.2	0.007	0.2	0.5793
-3.1	0.0010	0.3	0.6179
-3.0	0.0013	0.4	0.6554
-2.9	0.0019	0.5	0.6915
-2.8	0.0026	0.6	0.7257
-2.7	0.0035	0.7	0.7580
-2.6	0.0047	0.8	0.7881
-2.5	0.0062	0.9	0.8159
-2.4	0.0082	1.0	0.8413
-2.3	0.0107	1.1	0.8643
-2.2	0.0139	1.2	0.8849
-2.1	0.0179	1.3	0.9032
-2.0	0.0228	1.4	0.9192
-1.9	0.0287	1.5	0.9332
-1.8	0.0359	1.6	0.9452
-1.7	0.0446	1.7	0.9554
-1.6	0.0548	1.8	0.9641
-1.5	0.0668	1.9	0.9713
-1.4	0.0808	2.0	0.9772
-1.3	0.0968	2.1	0.9821
-1.2	0.1151	2.2	0.9861
-1.1	0.1357	2.3	0.9893
-1.0	0.1587	2.4	0.9918
-0.9	0.1841	2.5	0.9938
-0.8	0.2119	2.6	0.9953
-0.7	0.2420	2.7	0.9965
-0.6	0.2743	2.8	0.9974
-0.5	0.3085	2.9	0.9981
-0.4	0.3446	3.0	0.9987
-0.3	0.3821	3.1	0.9990
-0.2	0.4207	3.2	0.9993
-0.1	0.4602	3.3	0.9995
0.0	0.5000	3.4	0.9997

Цифровая генерация помех

$$R = (aS + b) \bmod c$$

Типичный алгоритм генерации равномерно распределенных случайных чисел между 0 и 1. S – исходное число; R – новое случайное число; a , b , c – соответствующим образом выбранные коэффициенты. Величина $aS+b$ делится на c , и остаток запоминается как R .

Способ генерации случайных сигналов с нормальным распределением

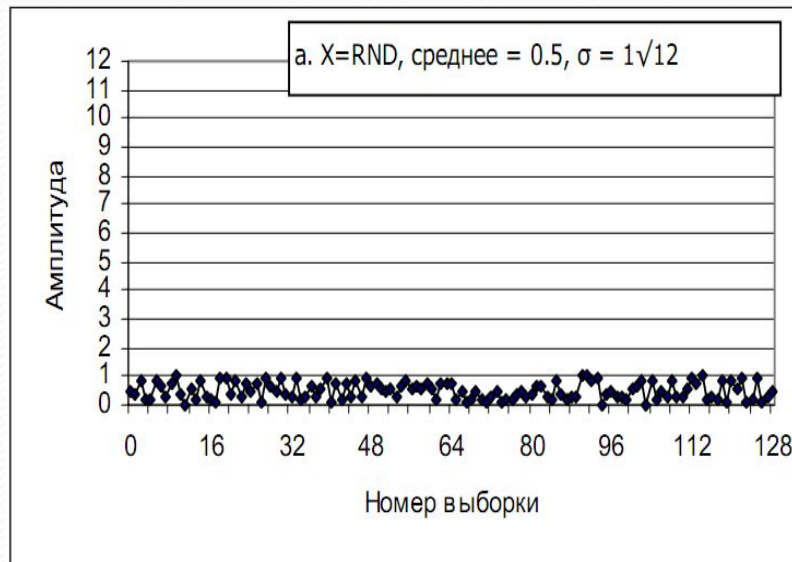
$$X = (-2 \log R_1)^{1/2} \cos(2\pi R_2)$$

Генератор случайных чисел с нормальным распределением, средним значением 0 и стандартным отклонением 1.

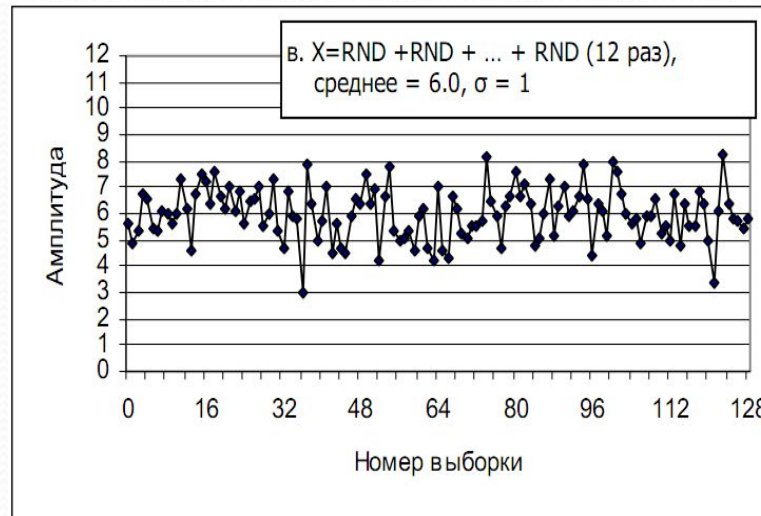
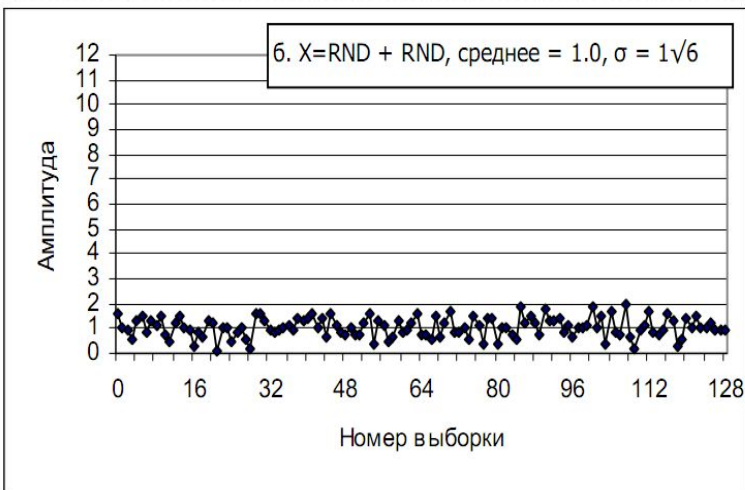
R_1 и R_2 – случайные числа с равномерным распределением между 0 и 1.
Log по основанию e , \cos в радианах.

Цифровая генерация помех

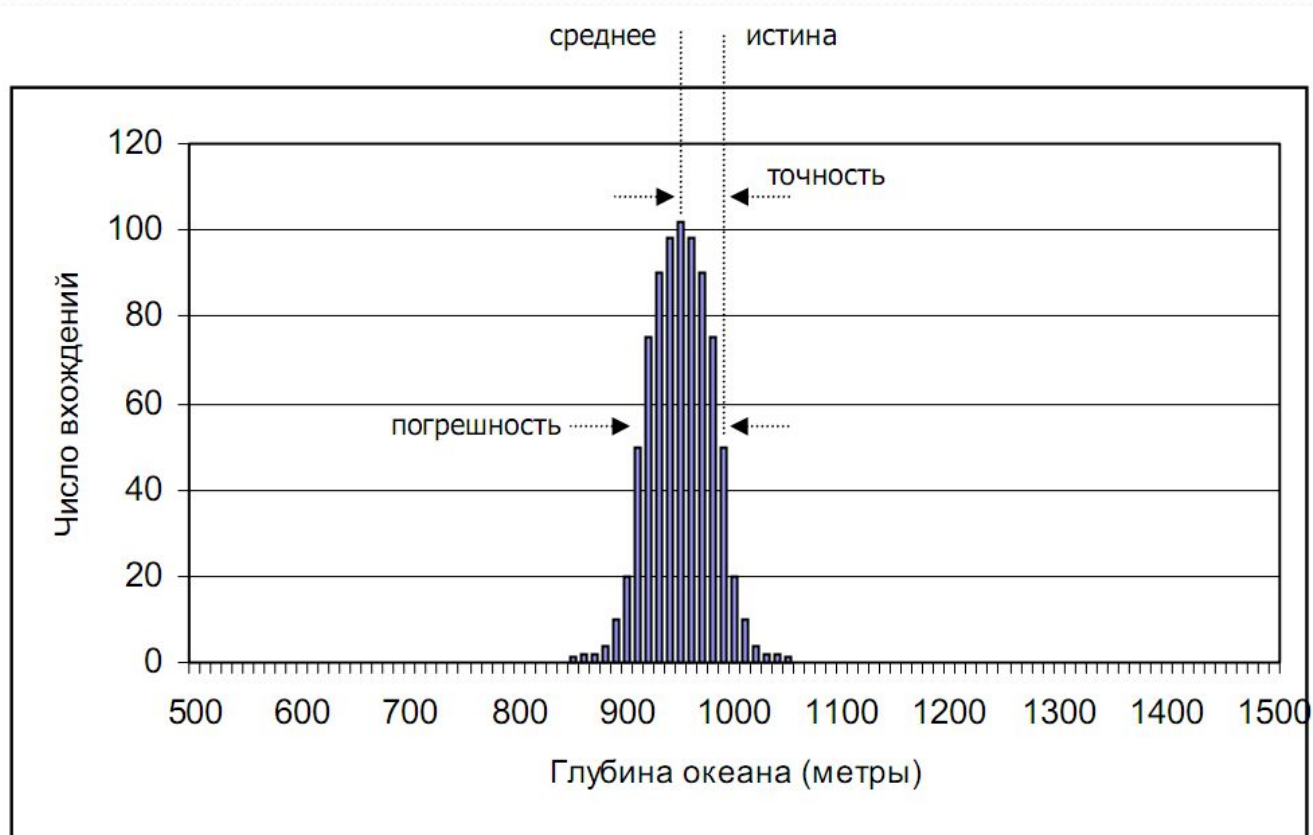
Второй способ генерации случайных сигналов с нормальным распределением



- pdf
- (1) сложить двенадцать случайных чисел,
 - (2) вычесть шесть, чтобы получить среднее равное нулю,
 - (3) умножить на желаемое стандартное отклонение
 - (4) добавить желаемое среднее значение.



Точность и погрешность



Определение точности и погрешности