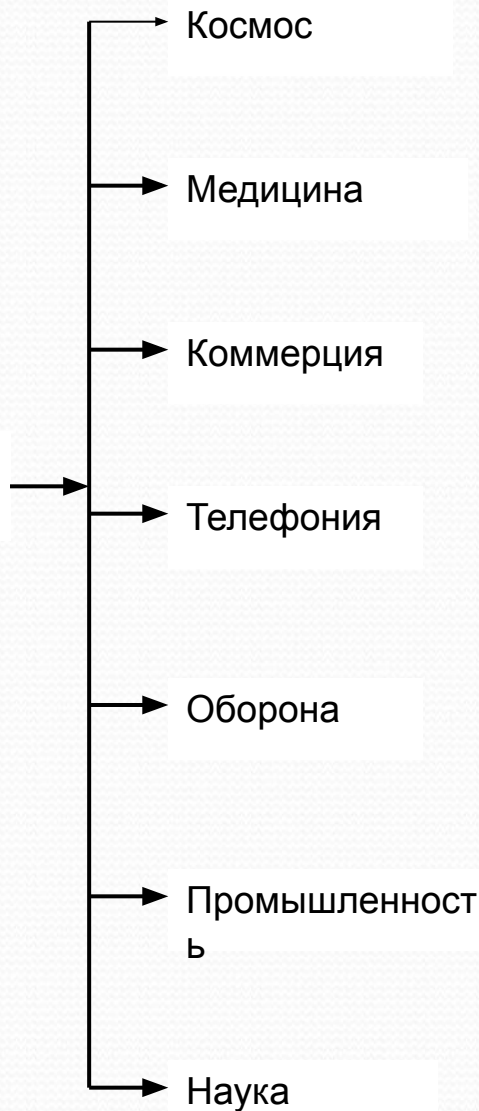


# СТАТИСТИКА, ВЕРОЯТНОСТЬ, ПОМЕХА, ТОЧНОСТЬ

Тема №2

# ЦОС

ЦОС



- Улучшение космических фотографий
- Сжатие данных
- Анализ полученных данных

- Диагностика
- Анализ электрокардиограммы
- Хранение медицинских изображений

- Сжатие изображений и звуков
- Спецэффекты в кино
- Видеоконференции

- Сжатие данных
- Снижение эха
- Уплотнение сигналов
- Фильтрация

- Радары
- Сонары
- Управление артиллерией
- Секретная связь

- Поиск полезных ископаемых
- Мониторинг и контроль
- Неразрушающий контроль
- САПР

- Сейсмический контроль
- Получение данных
- Спектральный анализ
- Моделирование

# Смежные области знаний

## Цифровая Обработка Сигналов

Теория связи

Числовой анализ

Вероятность и статистика

Аналоговая обработка  
сигналов

Теория принятия решений

Цифровая электроника

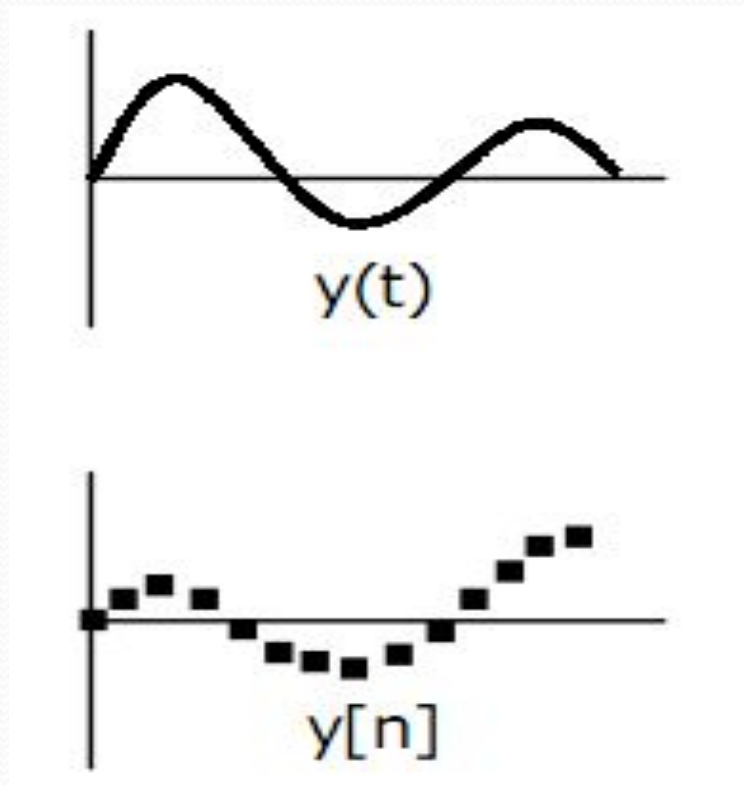
Аналоговая электроника

# СТАТИСТИКА, ВЕРОЯТНОСТЬ, ПОМЕХА, ТОЧНОСТЬ

Тема №2

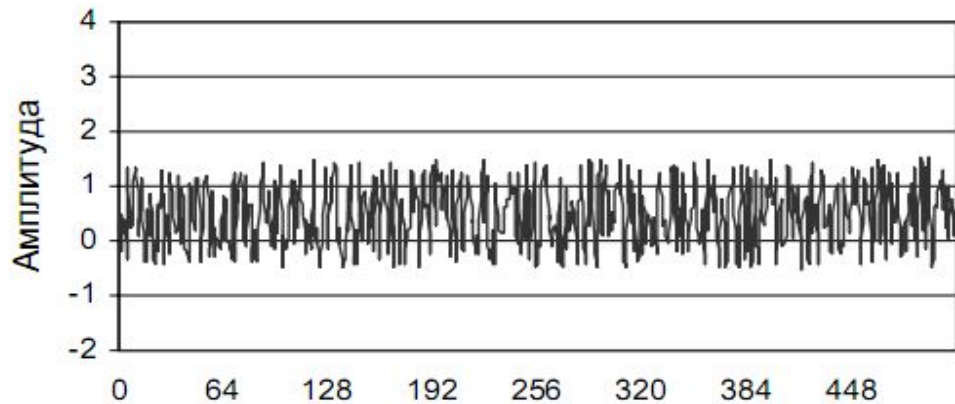
# Понятие сигнал в ЦОС

- *Сигнал* есть описание зависимости одного параметра от другого..



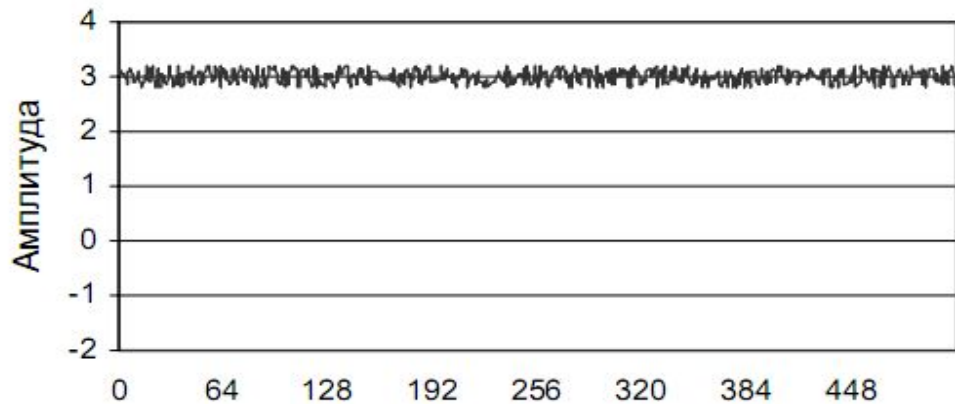
Непрерывные и дискретные сигналы.

# Средняя величина и стандартное отклонение



а. Среднее = 0.5,  $\sigma = 1$

Номер выборки



б. Среднее = 3.0,  $\sigma = 0.2$

Номер выборки

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} X_i$$

Вычисление среднего значения. Сигнал содержится в величинах от  $x_0$  до  $x_{N-1}$ . Индекс  $i$  проходит через все эти величины,  $\mu$  есть средняя величина.

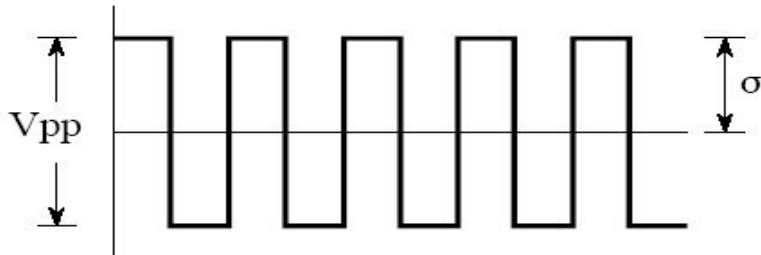
$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} (X_i - \mu)^2$$

ФОРМУЛА 2-2

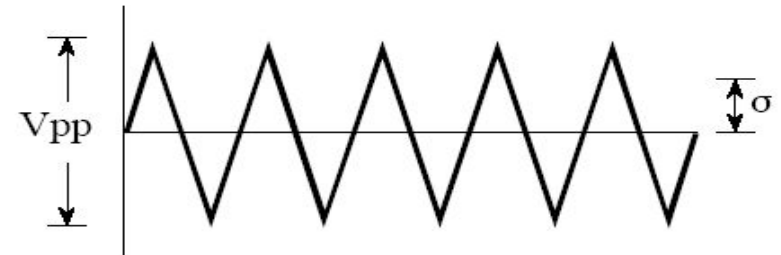
Вычисление стандартного отклонения сигнала. Сигнал хранится в  $x_i$ ;  $\mu$  есть среднее значение, найденное по формуле 2-1;  $N$  – число отсчетов;  $\sigma$  – стандартное отклонение.

# несколько типичных форм сигнала.

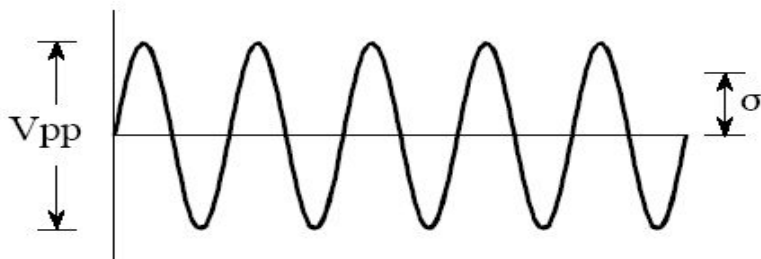
a. Square Wave,  $V_{pp} = 2\sigma$



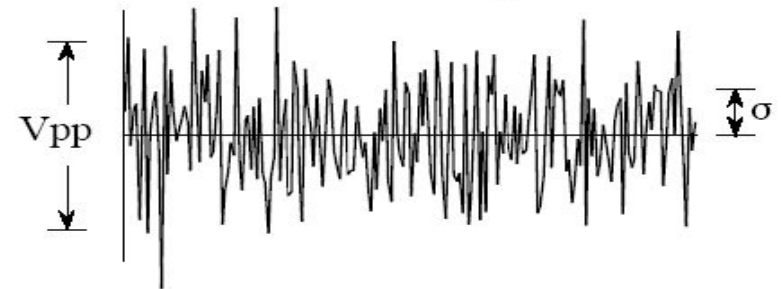
b. Triangle wave,  $V_{pp} = \sqrt{12} \sigma$



c. Sine wave,  $V_{pp} = 2\sqrt{2} \sigma$



d. Random noise,  $V_{pp} \approx 6-8 \sigma$



Амплитуда, измеряется от пика до пика.

Для квадратных волн это соотношение амплитуды и СКО равно 2;

для треугольных -  $\sqrt{12} = 3,46$ ;

для синусных -  $2\sqrt{2} = 2,83$ .

Случайный шум не имеет точной величины от пика до пика. Соотношение приблизительно, составляет 6...8 величин стандартного отклонения.

# значения и стандартного

## ОТКЛОНЕНИЯ

```
100 'ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ И СТАНДАРТНОГО ОТКЛОНЕНИЯ
110 '
120 DIM X[511]           'сигнал содержится в X[0] ... X[511]
130 N% = 512             'N% - число точек в сигнале
140 '
150 GOSUB XXXX           'некоторая подпрограмма загрузки сигнала в X[]
160 '
170 MEAN = 0             'найти среднее значения из уравнения 2-1
180 FOR I% = 0 TO N%-1
190     MEAN = MEAN + X[I%]
200 NEXT I%
210 MEAN = MEAN/N%
220 '
230 VARIANCE = 0        'найти стандартное отклонение из уравнения 2-2
240 FOR I% = 0 TO N%-1
250     VARIANCE = VARIANCE + ( X[I%] - MEAN )^2
260 NEXT I%
270 VARIANCE = VARIANCE/(N%-1)
280 SD = SQR(VARIANCE)
290 '
300 PRINT MEAN SD       'вывести результаты
310 '
320 END
```



# Расчет стандартного отклонения для динамической статистики

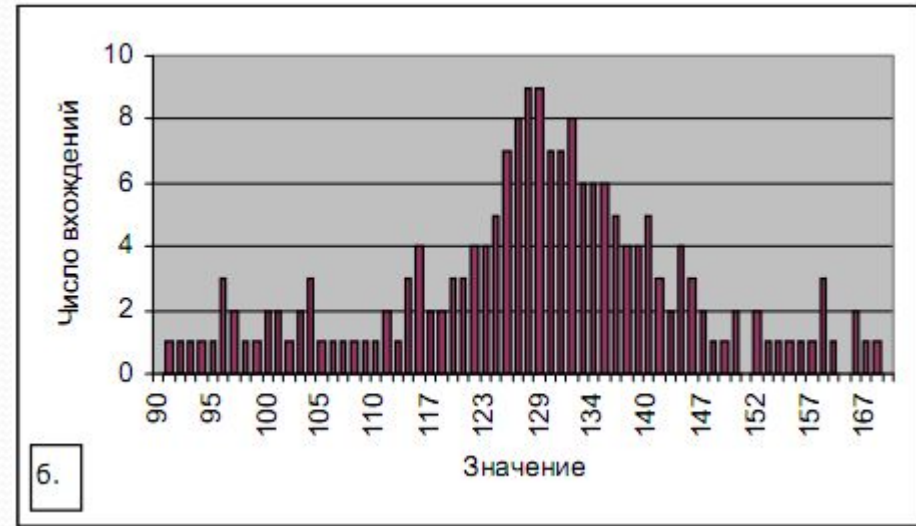
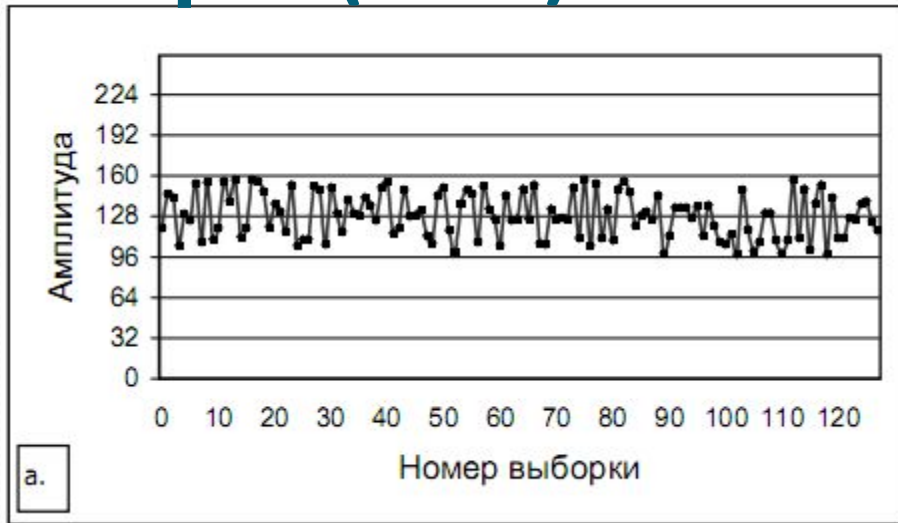
$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \left[ \sum_{i=0}^{N-1} x_i^2 - \frac{1}{N} \left( \sum_{i=0}^{N-1} x_i \right)^2 \right] \quad \sigma^2 = \frac{1}{N-1} \left[ \text{сумма\_квадратов} - \frac{\text{сумма}^2}{N} \right]$$

```
100 'ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ И СТАНДАРТНОГО ОТКЛОНЕНИЯ
110 '
120 DIM X[511]           'сигнал содержится в X[0] ... X[511]
130 N% = 512             'N% - число точек в сигнале
140 '
150 GOSUB XXXX           'некоторая подпрограмма загрузки сигнала в X[]
160 '
170 MEAN = 0             'найти среднее значения из уравнения 2-1
180 FOR I% = 0 TO N%-1
190     MEAN = MEAN + X[I%]
200 NEXT I%
210 MEAN = MEAN/N%
220 '
230 VARIANCE = 0        'найти стандартное отклонение из уравнения 2-2
240 FOR I% = 0 TO N%-1
250     VARIANCE = VARIANCE + ( X[I%] - MEAN )^2
260 NEXT I%
270 VARIANCE = VARIANCE/(N%-1)
280 SD = SQR(VARIANCE)
290 '
300 PRINT MEAN SD       'вывести результаты
310 '
320 END
```

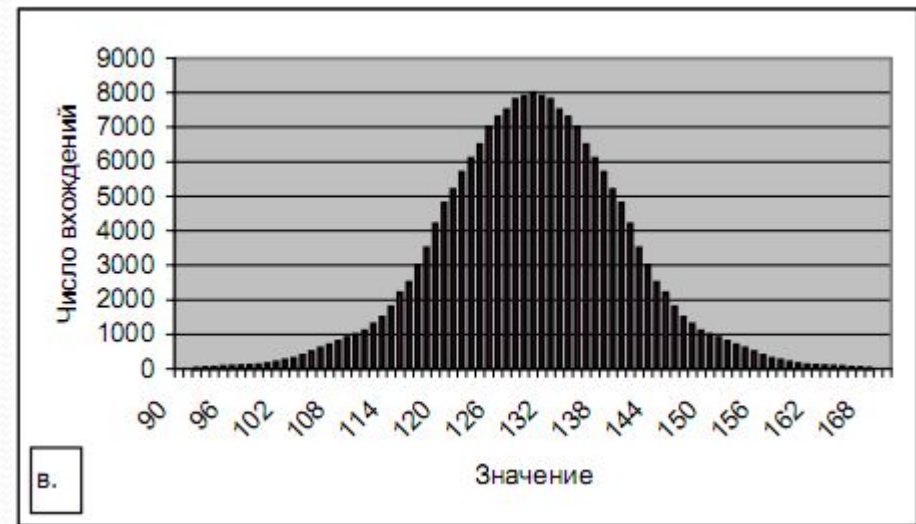
# порождающего его физического процесса

$$\text{Типичная ошибка} = \frac{\sigma}{N^{1/2}}$$

# функция плотности вероятности (PDF) и функция вероятностной меры (PMF)



$$N = \sum_{i=0}^{M-1} H_i$$
$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{M-1} i H_i$$
$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} (i - \mu)^2 H_i$$



# значения и стандартного отклонения

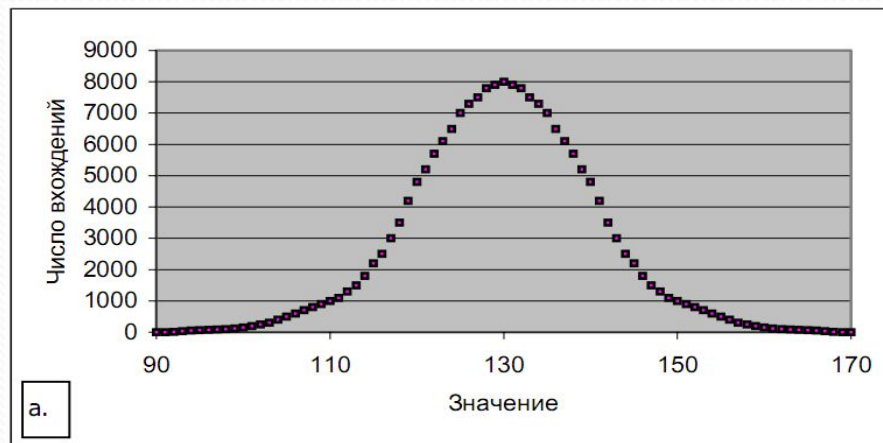
```
100 'ВЫЧИСЛЕНИЕ ГИСТОГРАММЫ, СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ И СТАНДАРТНОГО ОТКЛОНЕНИЯ
110 '
120 DIM X%(25000)          'X%(0) - X%(25000) содержит сигнал
130 DIM H%(255)           'H%(0) - H%(255) содержит гистограмму
140 N% = 25001            'число точек в сигнале
150 '
160 FOR I% = 0 TO 255     'обнуление гистограммы
170   H%(I%) = 0
180 NEXT I%
190 '
200 GOSUB XXXX            'некоторая подпрограмма загрузки сигнала в X%( )
210 '
220 FOR I% = 0 TO 25000   'расчет гистограммы для 25001 точек
230   H%( X%(I%) ) = H%( X%(I%) ) + 1
240 NEXT I%
250 '

```

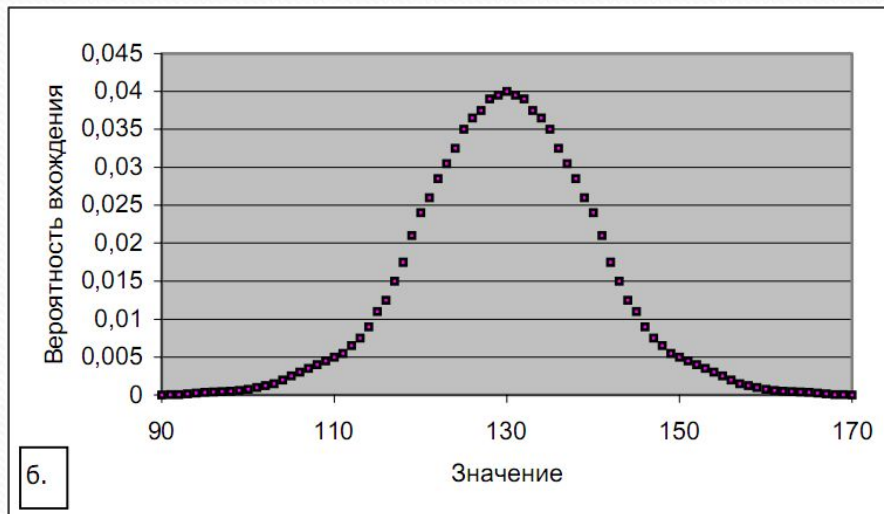
# значения и стандартного отклонения

```
250 '  
260 MEAN = 0           'расчет среднего значения по уравнению 2-6  
270 FOR I% = 0 TO 255  
280   MEAN = MEAN + I% * H[I%]  
290 NEXT I%  
300 MEAN = MEAN / N%  
310 '  
320 VARIANCE = 0      'расчет стандартного отклонения по уравнению 2-7  
330 FOR I% = 0 TO 255  
340   VARIANCE = VARIANCE + H[I%] * (I%-MEAN)^2  
350 NEXT I%  
360 VARIANCE = VARIANCE / (N%-1)  
370 SD = SQR(VARIANCE)  
380 '  
390 PRINT MEAN SD     'вывод результатов  
400 '  
410 END
```

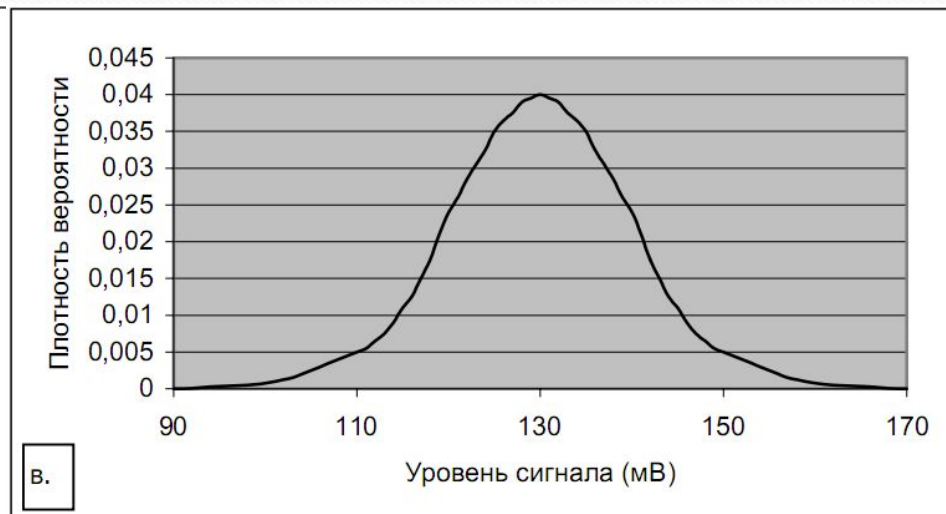
# функция плотности вероятности (PDF) и функция вероятностной меры (PMF)



гистограмма (а)



функция вероятностной меры, PMF (б)



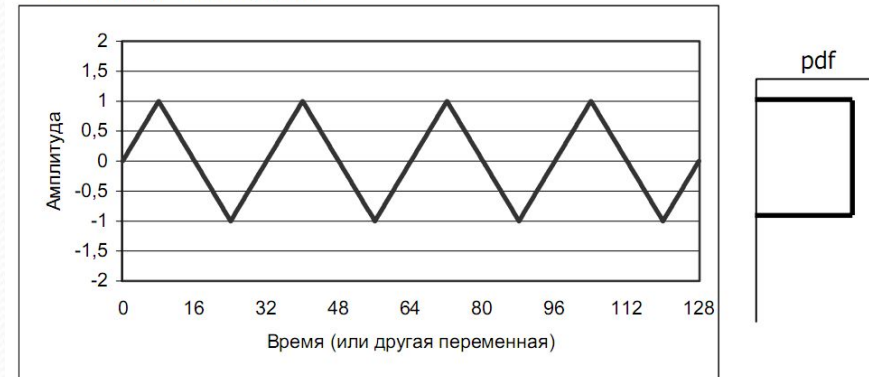
функция плотности вероятности,

# функция плотности вероятности (PDF) и функция вероятностной меры (PMF)

а. меандр



б. сигнал треугольной формы



в. случайный сигнал

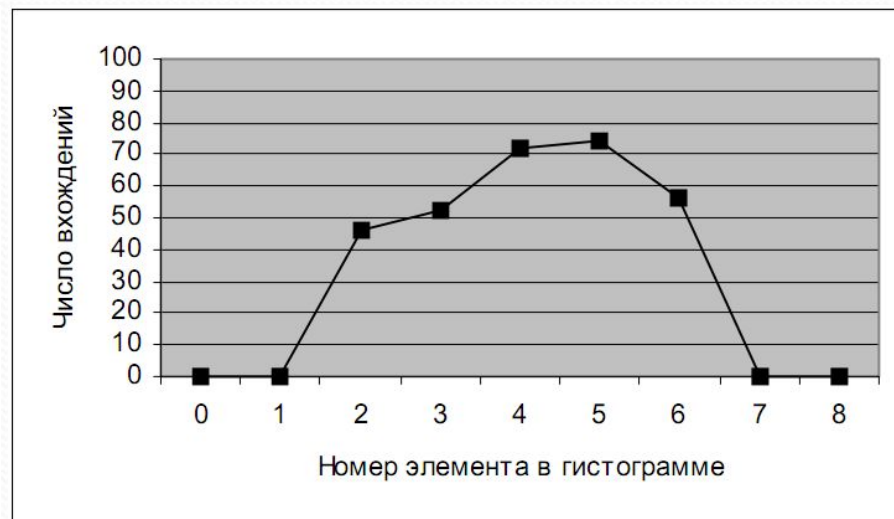
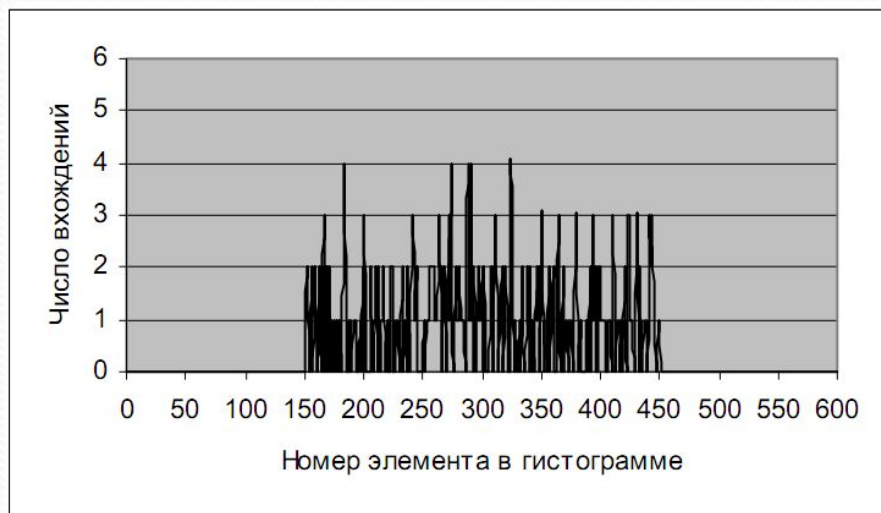


# Элементная дискретизация

## Гистограммы



Сигнал для примера элементарно дискретизированных гистограмм. Для представления используются дробные числа. Число выборок - 300. Значения распределены между 1 и 3.



Пример элементарно дискретизированных гистограмм с различным числом элементов. На первой их число составляет 601, на второй - 9.



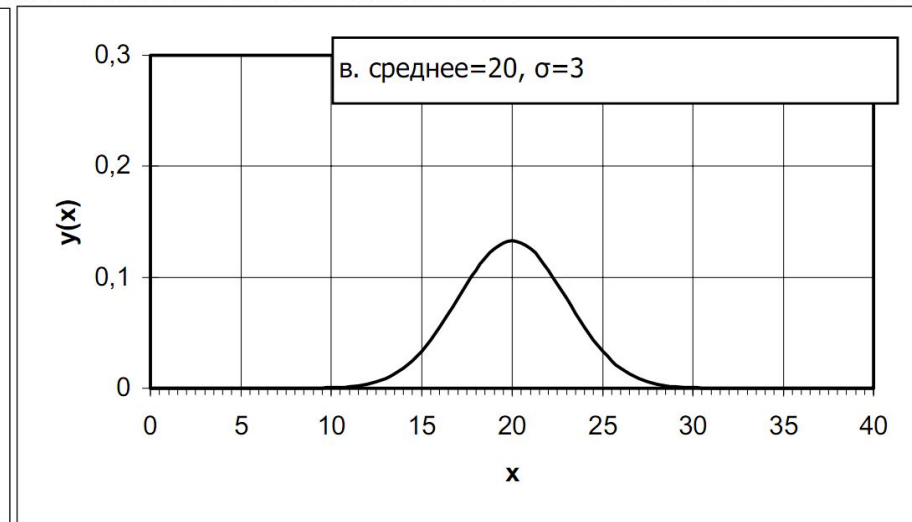
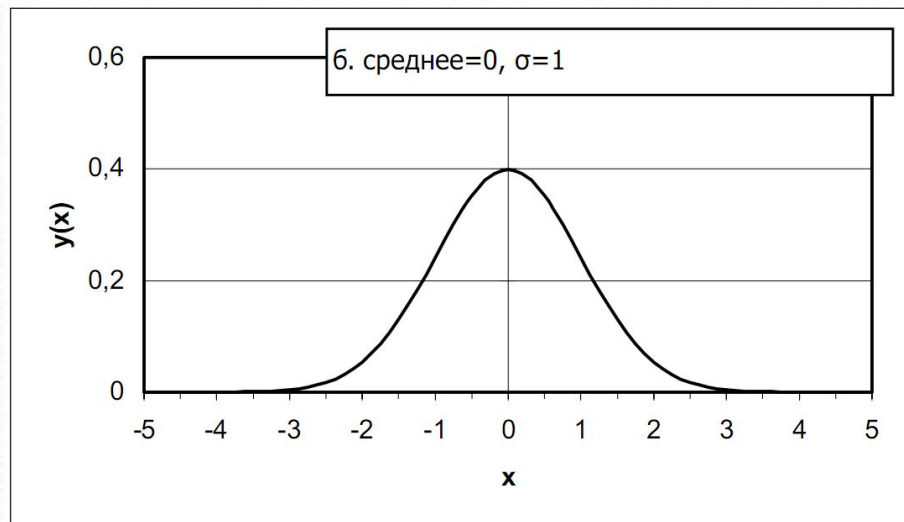
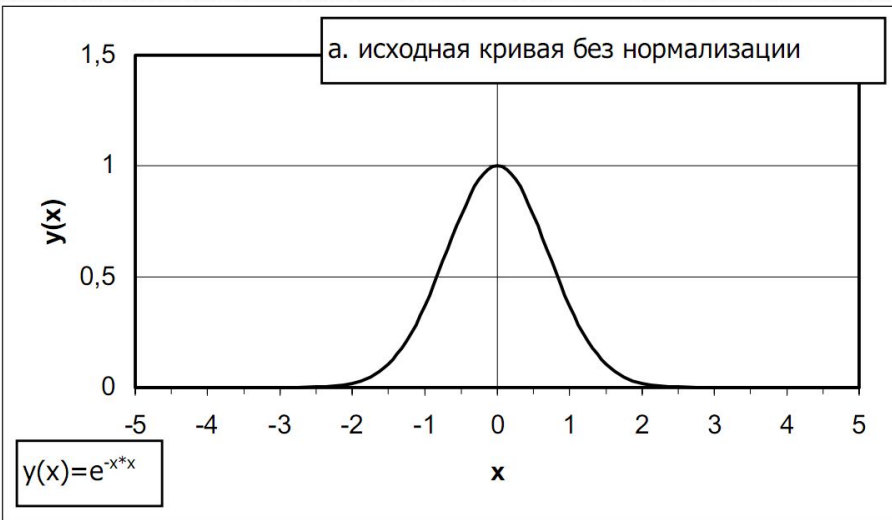
# распределение

Общая форма нормального распределения :

$$y(x) = e^{-x^2}$$

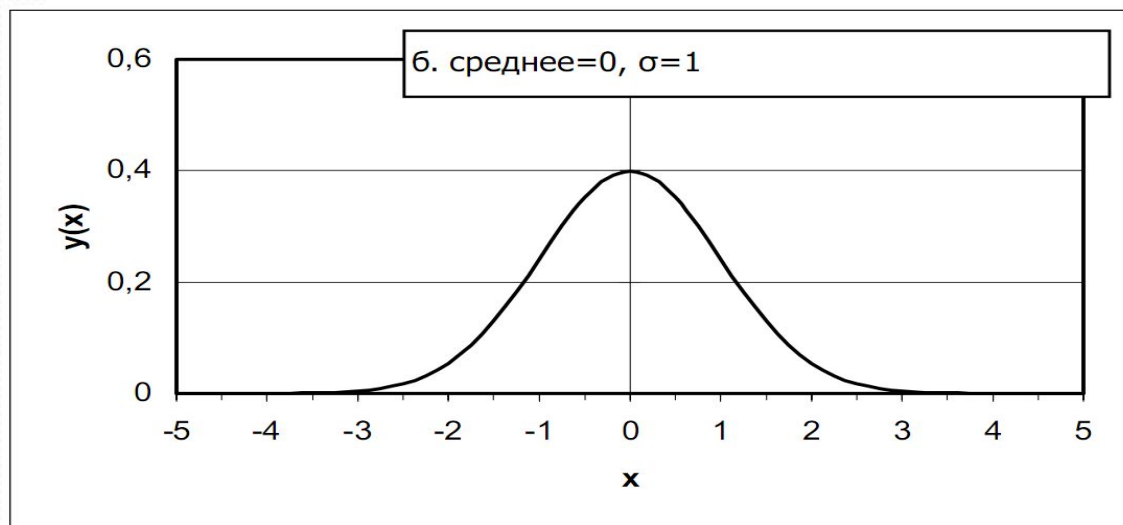
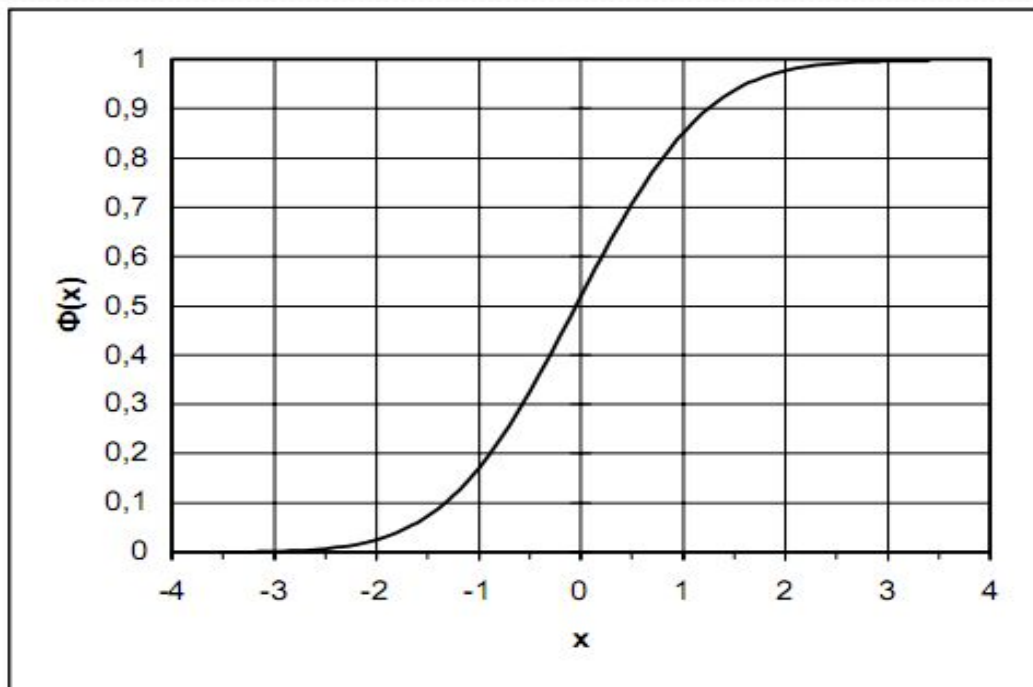
$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-u)^2 / 2\sigma^2}$$

$P(x)$ -функция распределения вероятности,  
 $u$  - среднее значение,  
 $\sigma$  - стандартное отклонение.



Примеры кривых нормального распределения.

# распределения



$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$
-3.4	0.003	0.0	0.5000
-3.3	0.005	0.1	0.5398
-3.2	0.007	0.2	0.5793
-3.1	0.0010	0.3	0.6179
-3.0	0.0013	0.4	0.6554
-2.9	0.0019	0.5	0.6915
-2.8	0.0026	0.6	0.7257
-2.7	0.0035	0.7	0.7580
-2.6	0.0047	0.8	0.7881
-2.5	0.0062	0.9	0.8159
-2.4	0.0082	1.0	0.8413
-2.3	0.0107	1.1	0.8643
-2.2	0.0139	1.2	0.8849
-2.1	0.0179	1.3	0.9032
-2.0	0.0228	1.4	0.9192
-1.9	0.0287	1.5	0.9332
-1.8	0.0359	1.6	0.9452
-1.7	0.0446	1.7	0.9554
-1.6	0.0548	1.8	0.9641
-1.5	0.0668	1.9	0.9713
-1.4	0.0808	2.0	0.9772
-1.3	0.0968	2.1	0.9821
-1.2	0.1151	2.2	0.9861
-1.1	0.1357	2.3	0.9893
-1.0	0.1587	2.4	0.9918
-0.9	0.1841	2.5	0.9938
-0.8	0.2119	2.6	0.9953
-0.7	0.2420	2.7	0.9965
-0.6	0.2743	2.8	0.9974
-0.5	0.3085	2.9	0.9981
-0.4	0.3446	3.0	0.9987
-0.3	0.3821	3.1	0.9990
-0.2	0.4207	3.2	0.9993
-0.1	0.4602	3.3	0.9995
0.0	0.5000	3.4	0.9997

# Цифровая генерация помех

$$R = (aS + b) \bmod c$$

Типичный алгоритм генерации равномерно распределенных случайных чисел между 0 и 1.  $S$  – исходное число;  $R$  – новое случайное число;  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – соответствующим образом выбранные коэффициенты. Величина  $aS+b$  делится на  $c$ , и остаток запоминается как  $R$ .

## Способ генерации случайных сигналов с нормальным распределением

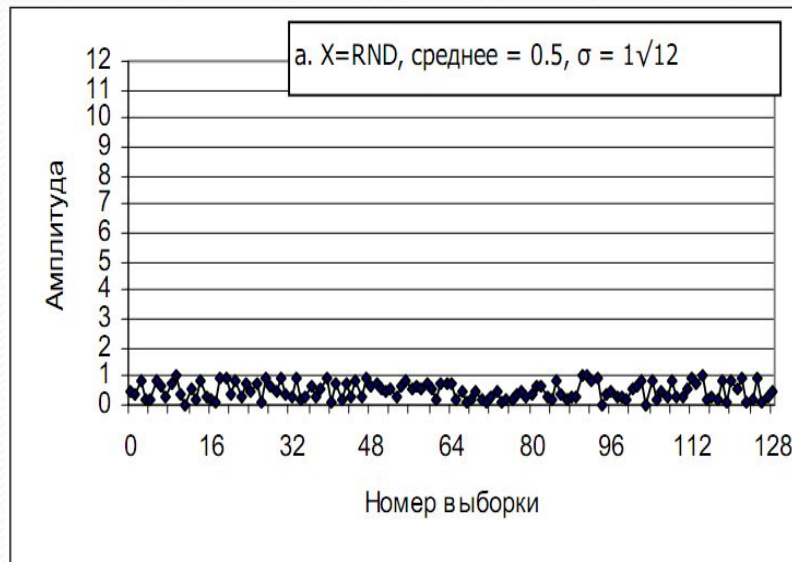
$$X = (-2 \log R_1)^{1/2} \cos(2\pi R_2)$$

Генератор случайных чисел с нормальным распределением, средним значением 0 и стандартным отклонением 1.

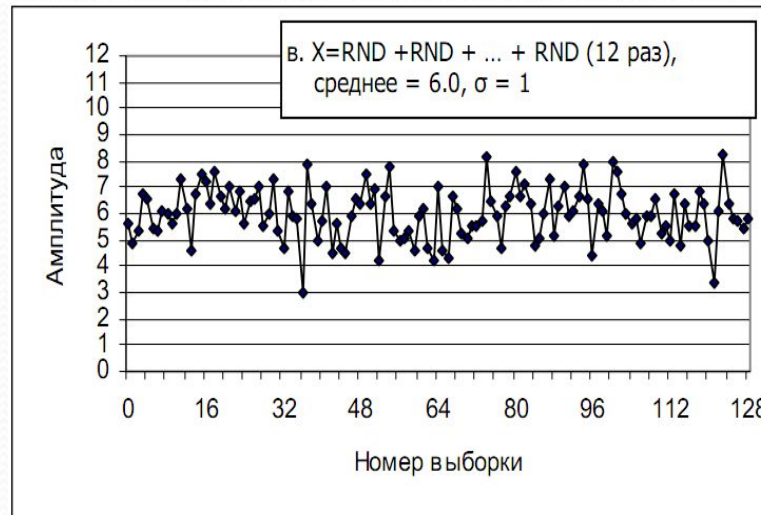
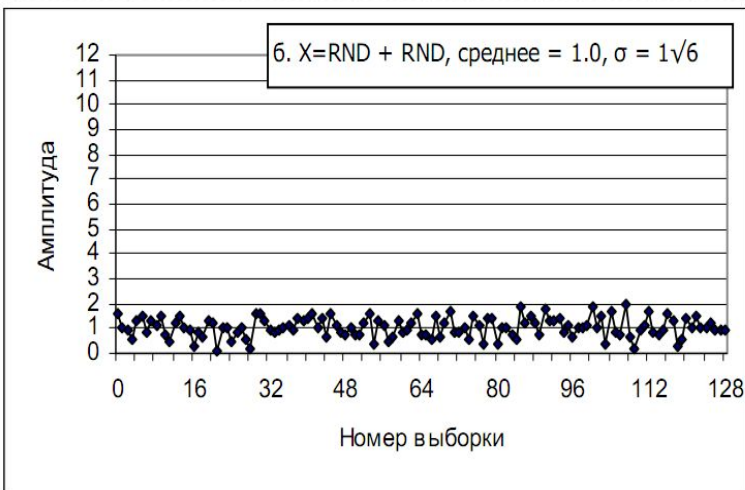
$R_1$  и  $R_2$  – случайные числа с равномерным распределением между 0 и 1.  
Log по основанию  $e$ ,  $\cos$  в радианах.

# Цифровая генерация помех

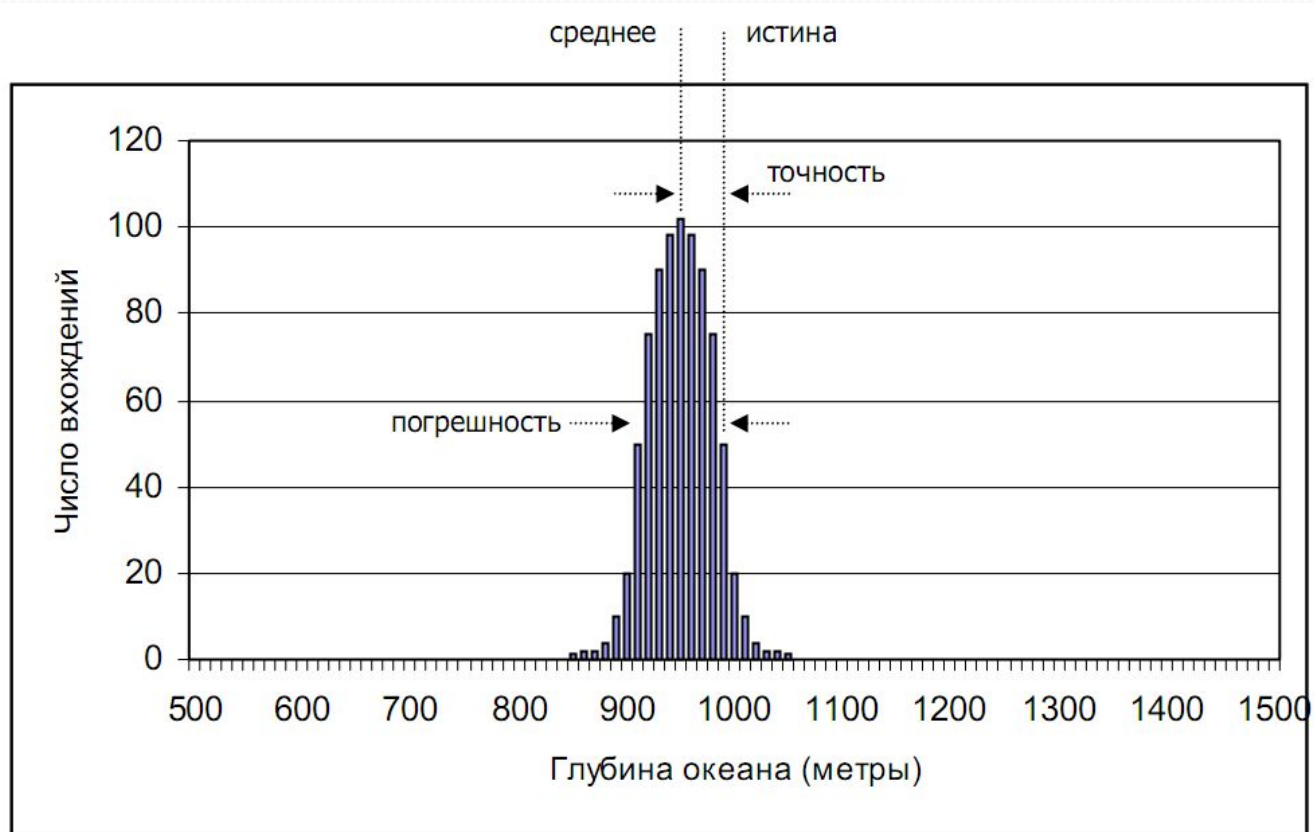
Второй способ генерации случайных сигналов с нормальным распределением



- (1) сложить двенадцать случайных чисел,
- (2) вычесть шесть, чтобы получить среднее равное нулю,
- (3) умножить на желаемое стандартное отклонение
- (4) добавить желаемое среднее значение.



# Точность и погрешность



**Определение точности и погрешности**