

Неравенства

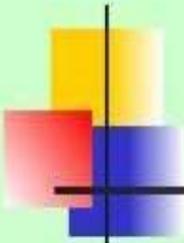
8 класс



Вспомним

- **Равенство:** $5 - 2 = 9 - 6$
- **Неравенство:** $5 - 2 < 8 - 1$
- **Уравнение:** $x - 10 = 27$

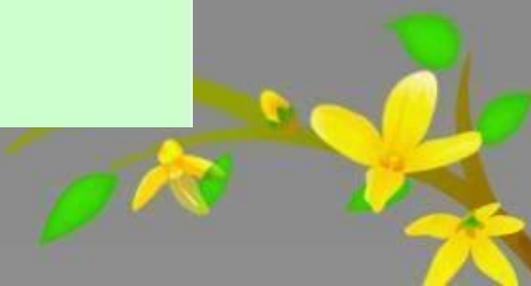
Вспомним



Неравенство -

отношение между числами a и b
(математическими выражениями),
соединенное знаками

$<$; $>$; \leq ; \geq ; \neq .



Вспомним

Неравенства могут быть:

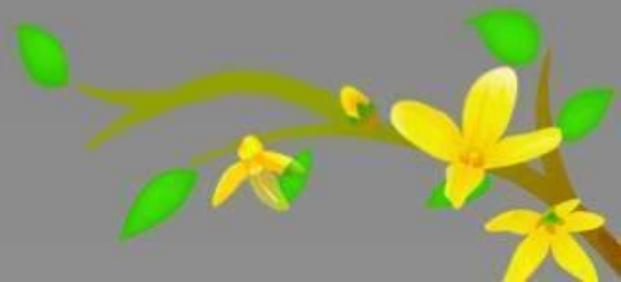
- ❖ **строгими** (неравенство составлено с помощью знаков $>$ или $<$)
- ❖ **нестрогими** (неравенство составлено с помощью знаков \geq или \leq)
- ❖ **двойными** (вместо двух неравенств $x < a$ и $a < y$ употребляется запись $x < a$

В школьном курсе основной школы изучается

решение

- ❖ Линейных неравенств
- ❖ Квадратных неравенств
- ❖ Дробно-рациональных неравенств

И систем неравенств, составленных из данных неравенств



Вспомним

Условные обозначения



Неравенства

Строгие

Нестрогие

знак
неравенства

$>$ или $<$

\geq или \leq

точка
на числовой оси



скобки
в записи ответа

(\dots)

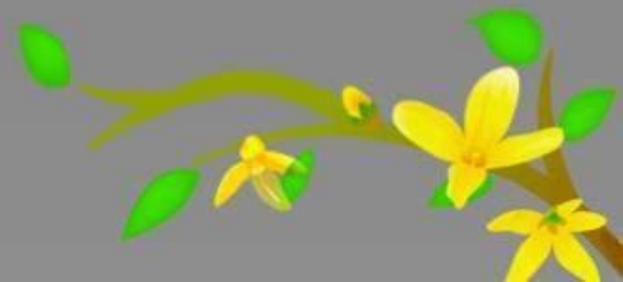
$[\dots]$

Вспомним

Решением любого
неравенства является

ЧИСЛОВОЙ

ПРОМЕЖУТОК

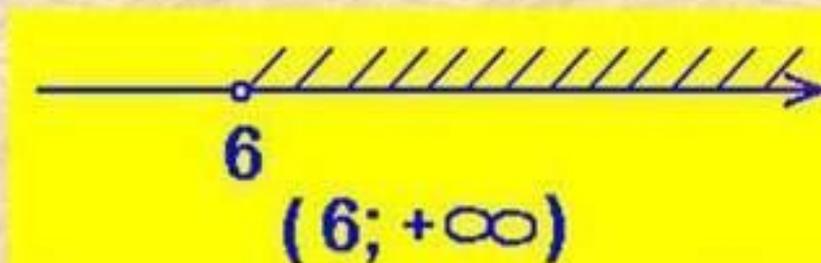
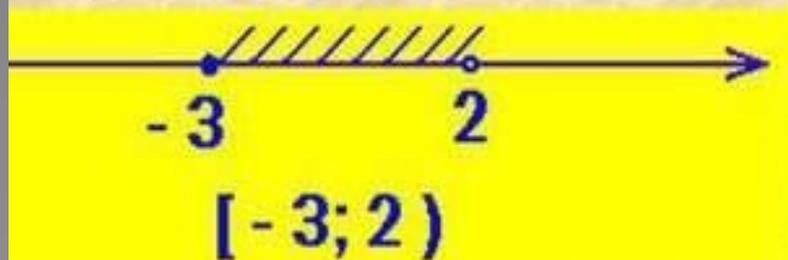


Вспомним

Множество всех чисел, удовлетворяющих данному условию называют числовым промежутком.

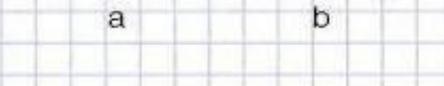
$$-3 \leq x < 2$$

$$x > 6$$



Вспомним

Числовые промежутки



- интервал $a < x < b$ $(a; b)$
- отрезок $a \leq x \leq b$ $[a; b]$
- полуинтервал $a \leq x < b$ $[a; b)$
- полуинтервал $a < x \leq b$ $(a; b]$
- открытый луч $x > a$ $(a; \infty)$
- замкнутый луч $x \geq a$ $[a; \infty)$
- открытый луч $x < b$ $(-\infty; b)$
- замкнутый луч $x \leq b$ $(-\infty; b]$

Закрепим

Установить соответствие между
неравенством и числовым промежутком

$$X \geq 12$$

1. $(-\infty; -0,3)$

$$-4 < X \leq 0$$

2. $(3; 18)$

$$X < -0,3$$

3. $[12; +\infty)$

$$2,5 \leq X < 10$$

4. $(-4; 0]$

$$3 < X < 18$$

5. $[4; 12]$

$$4 \leq X \leq 12$$

6. $[2,5; 10)$

Алгоритм решения

- Раскрыть скобки и привести подобные слагаемые.
- Сгруппировать слагаемые с переменной в левой части неравенства, а без переменной – в правой части, при переносе меняя знаки.
- Привести подобные слагаемые.
- Разделить обе части неравенства на коэффициент при переменной, если он не равен нулю.
- При делении **на отрицательное число** не забудь поменять **знак неравенства** на противоположный.
- Изобразить множество решений неравенства на координатной прямой.
- Записать ответ в виде числового промежутка.

Пример 1. Решим неравенство

$$3(2x - 1) > 2(x + 2) + x + 5.$$

□ Раскроем скобки

$$6x - 3 > \underline{2x + 4} + \underline{x + 5}$$

приведём подобные слагаемые:

$$6x - 3 > 3x + 9$$

□ Сгруппируем в левой части слагаемые с переменной, а в правой - без переменной:

$$6x - 3x > 9 + 3$$

□ Приведём подобные слагаемые:

$$3x > 12$$

□ Разделим обе части неравенства на положительное число 3, сохраняя при этом знак неравенства:

$$x > 4$$



Ответ: $(4; +\infty)$

Решаем неравенства.

1.

$$6x + 2 \leq 3x - 7$$

$$6x - 3x \leq -7 - 2$$

$$3x \leq -9$$

$$x \leq -3$$



Ответ: $(-\infty; -3]$



«Решение линейных неравенств».

Вариант 1.

1. а) $-3x+7 > x +23$
б) $2x+5 < 5x-4$
2. а) $6x(x-1)-2x(3x-2) = 10$
б) $3(x-2) - 7 < 5(x+3)-36$
3. а) $4x+6 < 7x-9$
б) $3(x-3)-10 > 5x-7$
4. а) $2x-17 \leq -27$
б) $9x-13 > 7x-3$
5. а) $12-x < 14$
б) $4x+7 > 5(x+2)$
6. а) $3x^2-3x(x+6) \geq 90$
б) $1 > 3(2-x)+(1-3x)-12$
7. а) $5(x+2) > 4x+9$
б) $6x+11 < 3x+2$

Вариант 2.

1. а) $7x-9 > 4x +6$
б) $x+23 < 7-3x$
2. а) $5x^2-5x(x+4) = 100$
б) $5(x-3) - 7 > 3(x+2)-16$
3. а) $6x-11 > 3x+10$
б) $5x-7 < 3(x-3)-10$
4. а) $3x+8 < -7$
б) $12x-3 > 4(2x+5) + 5$
5. а) $1 > 1,5(4-2x)+0,5(2-6x)$
б) $5(x+2) < 4x+7$
6. а) $4(x+2) < 3x$
б) $5(x+3) < 9x+7$
7. а) $14-x < 12$
б) $5x+4 < 2x-5$

МАЛЕНЬКИЙ ТЕСТ

1. Решите неравенство: $3(3x - 1) > 10x - 14$

- 1) $(-\infty; 11)$ 2) $(11; +\infty)$ 3) $(-\infty; -11)$ 4) $(-11; +\infty)$

2. Решите неравенство: $6 - 3x > 19 - (x - 7)$

- 1) $x > -3$ 2) $x > -10$ 3) $x < -10$ 4) $x < -3$

3. Решите неравенство: $x + 4 \geq 4x - 5$ и укажите, на каком рисунке изображено множество его решений



4. Какое из следующих чисел не является решением неравенства $6x - 15 > 8x - 11$?

- 1) $-1,8$ 2) $-2,6$ 3) $-3,7$ 4) $-8,9$

Квадратные

Квадратным неравенством называют неравенство вида $ax^2 + bx + c > 0$, где $a \neq 0$ (вместо знака $>$ может быть любой другой знак неравенства).



Алгоритм решения квадратных неравенств:

1. Приведите неравенство к виду $ax^2+bx+c > 0$ (≥ 0), $ax^2+bx+c < 0$ (≤ 0).
2. Рассмотрите функцию $y=ax^2+bx+c$.
3. Определите направления ветвей.
4. Найдите точки пересечения параболы с осью абсцисс (для них $y=0$; x_1 и x_2 найдите, решая уравнение $ax^2+bx+c=0$).
5. Схематически постройте график функции $y=ax^2+bx+c$.
6. Выделите часть параболы для которой $y > 0$ (≥ 0) или $y < 0$ (≤ 0).
7. На оси абсцисс выделите те значения x , для которых $y > 0$ (≥ 0) или $y < 0$ (≤ 0).
8. Запишите ответ.

Решите неравенство

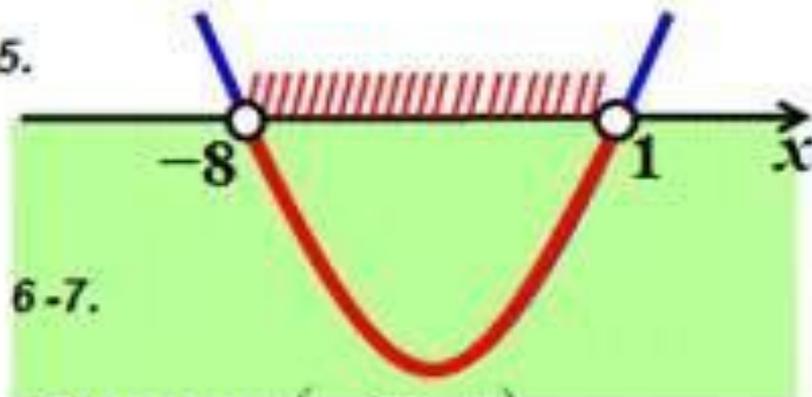
$$x^2+7x-8 < 0.$$

2. Рассмотрим функцию $y=x^2+7x-8$.
3. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх.
4. $x^2+7x-8=0$.

По теореме Виета

$$\begin{cases} x_1+x_2=-7 \\ x_1 \cdot x_2=-8 \end{cases} \begin{cases} x_1=-8 \\ x_2=1 \end{cases}$$

5.



6-7.

8. Ответ: $(-8; 1)$

Решаем квадратные неравенства

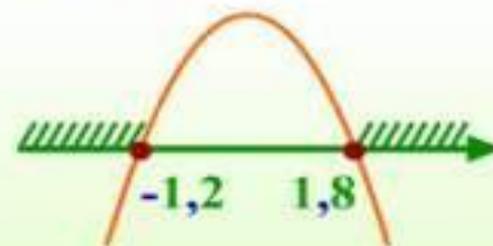
1-й способ

Решим неравенство $-3x^2 + 2x + 6 < 0$.

1) Найдём корни квадратного трёхчлена $-3x^2 + 2x + 6$:

$$x_1 = 1,8; \quad x_2 = -1,2.$$

2) Парабола, служащая графиком функции $y = -3x^2 + 2x + 6$, пересекает ось x в точках $1,8$ и $-1,2$, а ветви параболы направлены вниз, т. к.



старший коэффициент – отрицательное число -3 .

3) Используя рисунок, делаем вывод: $y < 0$ на тех промежутках оси x , где график расположен ниже оси x , т. е. на открытых лучах $(-\infty, -1,2)$ и $(1,8, +\infty)$.

Ответ: $x < -1,2$; $x > 1,8$.

Решаем квадратные неравенства

2 способ (метод интервалов): $x^2+6x+8<0$

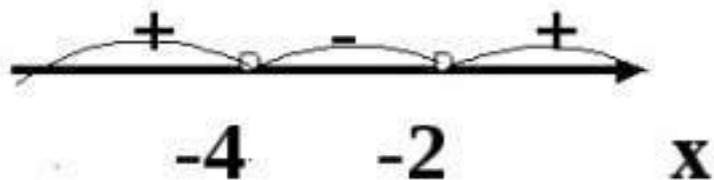
Рассмотрим функцию $y = x^2+6x+8$

Нули функции

$$x^2+6x+8=0$$

$$x_1=-4; \quad x_2=-2$$

$$(x+4)(x+2)<0$$



Ответ: $-4 < x < -2$



Решим неравенства

1). $x^2 - 6x - 7 > 0$

2). $-x^2 + 4x - 3 \leq 0$

3). $5x^2 \geq 4 - 8x$

4). $x^2 - 36 > 0$

5). $x^2 - 25 < 0$

6). $x^2 + 7 < 0$



Решите

1). $x^2 + 4x + 3 \geq 0$

2). $-5x^2 + 4x + 1 > 0$

3). $6x^2 > 5 - 1x$

4). $3x^2 + x - 2 \leq 0$

5). $-3x^2 \leq 2 - 5x$

Ответы:

1). $(-\infty; -3] \cup [-1; +\infty)$

2). $(-0,2; 1)$

3). $(-\infty; -1) \cup (5/6; +\infty)$

4). $[-1; 2/3]$

5). $(-\infty; 2/3] \cup [1; +\infty)$

Решение двойных неравенств

Решить неравенство: $0 < 4x + 2 \leq 6$

Решение: составим систему:

$$4x + 2 > 0$$

$$4x + 2 \leq 6$$

Решим каждое неравенство системы отдельно:

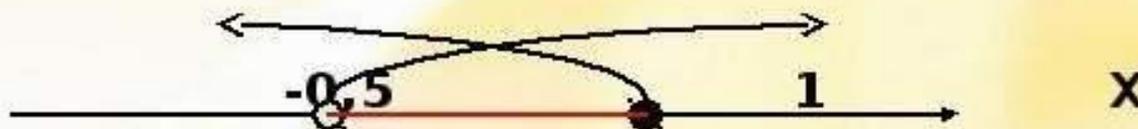
$$1) 4x + 2 > 0$$

$$x > -0,5$$

$$2) 4x + 2 \leq 6$$

$$x \leq 1$$

Полученные результаты изобразим на числовой прямой:



Ответ: $-0,5 < x \leq 1$

или

$(-0,5; 1]$



Решим неравенства

1). $0 < -2x < 8$

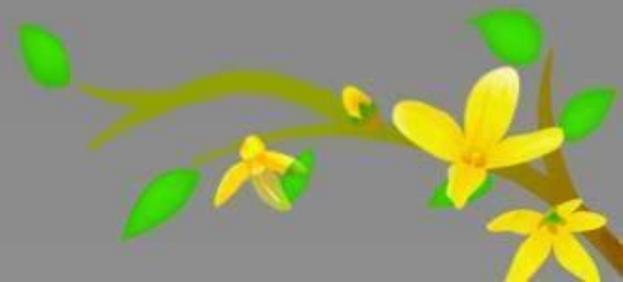
2). $-2 \leq x + 1 \leq -1$

3). $0,1 \leq 0,1x - 0,8 \leq 0,5$

4). $-2 < 6x + 7 < 1$

5). $0 < 2 - x \leq 2x + 1$

6).



Решите

САМОСТОЯТЕЛЬНО

1). $-6 \leq -3x \leq 3$

2). $-1 < 3-x < 1$

3). $4 \leq 2x - 1 \leq 2$

4). $0 < 5 - x \leq 4$

5). $-6 \leq 5x - 1 < 5$

Ответы:

1). $[-1; 2]$

2). $(2; 4)$

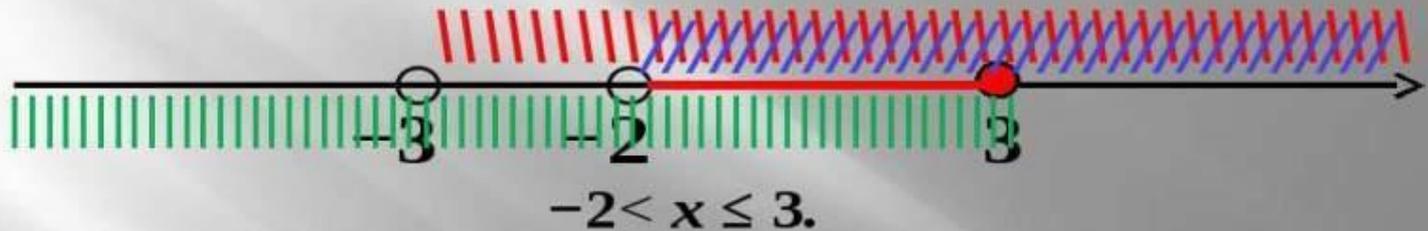
3). нет реш.

4). $[1; 5)$

5). $[-1; 1,2)$

Системы

$$\begin{cases} x > -2, \\ x > -3, \\ x \leq 3. \end{cases}$$



3) **Получили решение исходной системы:** полуинтервал $(-2; 3]$

Ответ: $(-2; 3]$.

Решим систему

$$1). \begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ 15 - 3x > 0 \end{cases}$$

$$2). \begin{cases} x - 1 \leq 3x - 6 \\ 5x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$3). \begin{cases} 3 - x < x + 2 \\ 3x - 1 > 1 - 2x \end{cases}$$

Самостоятельно

$$1). \begin{cases} 10y - 1 \geq 2 \\ 4 - y \geq 2y + 1 \end{cases}$$

$$2). \begin{cases} 3x - 2 \geq x + 1 \\ 4 - 2x \leq x - 2 \end{cases}$$

Используемые ресурсы

- Шаблон презентации взят с сайта «Учебные презентации»
- Числовые промежутки/ http://images.myshared.ru/6/722468/slide_3.jpg
- Условные обозначения/ <http://900igr.net/up/datas/163809/008.jpg>
- Установите соответствие между неравенством и числовым промежутком/ http://uch.znate.ru/tw_files2/urls_8/18/d-17209/17209_html_124aa416.gif
- Решение линейных неравенств/ <https://fs01.infourok.ru/images/doc/62/76551/img6.jpg>
- Маленький тест/ <https://ds03.infourok.ru/uploads/ex/0285/00014e8c-71629cc7/640/img15.jpg>
- Алгоритм решения квадратных неравенств/ https://ds04.infourok.ru/uploads/ex/056e/0004d3e5-1f3a3bd4/hello_html_m7bb3e54a.gif
- Алгоритм решения линейных неравенств/ <http://900igr.net/up/datas/82799/016.jpg>
- Пример 1. Решим неравенство/ <http://5klass.net/datas/algebra/Neravenstva-s-odnoj-peremЕННОj/0017-017-Raskroem-skobki.jpg>
- Решаем неравенства/ <https://ds03.infourok.ru/uploads/ex/0623/00005442-8c42e450/img11.jpg>

Используемые ресурсы

- Квадратные неравенства/
<https://allsoft.ru/upload/screenshots/f67/f673768ae97cb1712bc585aa685d0211.png>
- Метод интервалов/
<https://ds02.infourok.ru/uploads/ex/10e0/00009997-82c2e2fd/img11.jpg>
- Решение двойных неравенств/
http://mypresentation.ru/documents_2/94056b53d72abe5af5dff98e41555c50/img9.jpg
- Дети/ <http://violstudio.by/wp-content/uploads/2017/07/det-sp2.png>
- Система трёх неравенств/ <http://bigslide.ru/images/1/678/960/img8.jpg>
-

