Неравенства

8 класс

Вспомним

- Равенство: $5 - 2 = 9 - 6$
- Неравенство: $5 — 2 < 8 — 1$
- Уравнение: $x — 10 = 27$

Вспомним

Неравенство -

отношение между числами a и b (математическими выражениями), соединенное знаками

$<; >; \leq; \geq; \neq$.

Вспомним

Неравенства могут быть:

- **строгими** (неравенство составлено с помощью знаков **>** или **<**)
- **нестрогими** (неравенство составлено с помощью знаков **≥** или **≤**)
- **двойными** (вместо двух неравенств

x< a и **a< y** употребляется запись **x < a**

В школьном курсе основной школы изучается решение

- Линейных неравенств
- Квадратных неравенств
- Дробно-рациональных неравенств

И **систем неравенств**, составленных из данных неравенств

Вспомним

Условные обозначения

	Неравенства	
	Строгие	Нестрогие
знак неравенства	> или <	≥ или ≤
точка на числовой оси		
скобки в записи ответа	(…)	[…]

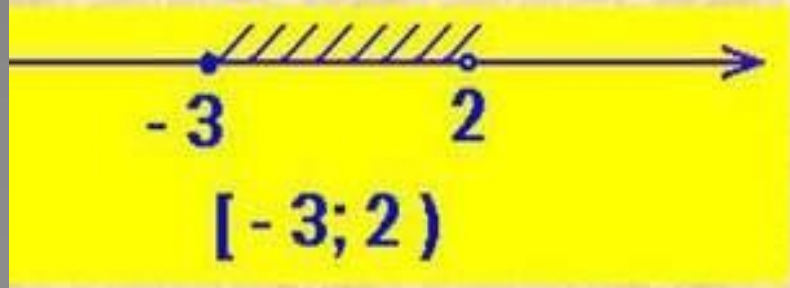
Вспомним

Решением любого неравенства является **числовой промежуток**

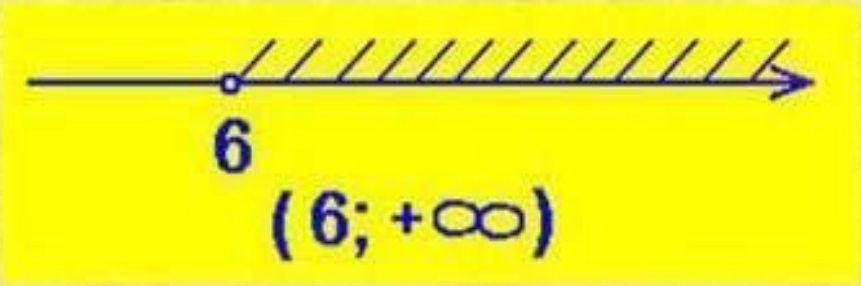
Вспомним

Множество всех чисел, удовлетворяющих данному условию называют числовым промежутком.

$$-3 \le x < 2$$

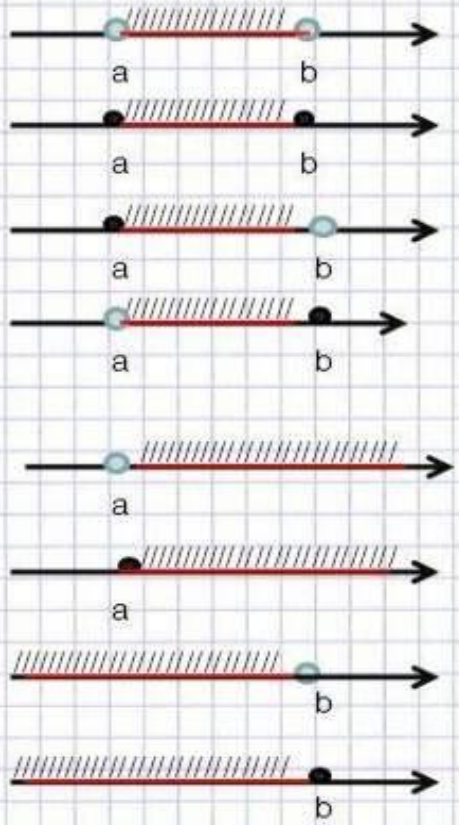


$$x > 6$$



Вспомним

Числовые промежутки



• интервал	$a<x<b$	$(a;b)$
• отрезок	$a\le x\le b$	$[a;b]$
• полуинтервал	$a\le x<b$	$[a;b)$
• полуинтервал	$a<x\le b$	$(a;b]$
• открытый луч	$x>a$	$(a;\infty)$
• замкнутый луч	$x\ge a$	$[a;\infty)$
• открытый луч	$x<b$	$(-\infty;b)$
• замкнутый луч	$x\le b$	$(-\infty;b]$

Закрепим

Установить соответствие между неравенством и числовым промежутком

$X \geq 12$	1. $(-\infty; -0,3)$
$-4 < X \leq 0$	2. $(3; 18)$
$X < -0,3$	3. $[12; +\infty)$
$2,5 \leq X < 10$	4. $(-4; 0]$
$3 < X < 18$	5. $[4; 12]$
$4 \leq X \leq 12$	6. $[2,5; 10)$

Алгоритм решения

- Раскрыть скобки и привести подобные слагаемые.
- Сгруппировать слагаемые с переменной в левой части неравенства, а без переменной – в правой части, при переносе меняя знаки.
- Привести подобные слагаемые.
- Разделить обе части неравенства на коэффициент при переменной, если он не равен нулю.
- При делении на отрицательное число не забудь поменять знак неравенства на противоположный.
- Изобразить множество решений неравенства на координатной прямой.
- Записать ответ в виде числового промежутка.

Пример 1. Решим неравенство

$$3(2x - 1) > 2(x + 2) + x + 5.$$

- *Раскроем скобки*

  $6x - 3 > 2x + 4 + x + 5$

  приведём подобные слагаемые:

  $6x - 3 > 3x + 9$

- *Сгруппируем в левой части слагаемые с переменной, а в правой - без переменной:*

  $6x - 3x > 9 + 3$

- *Приведём подобные слагаемые:*

  $3x > 12$

- *Разделим обе части неравенства на положительное число 3, сохраняя при этом знак неравенства:*

  $x > 4$

Ответ: $(4; +\infty)$

Решаем неравенства.

1.

$$6x + 2 \le 3x - 7$$

$$6x - 3x \le -7 - 2$$

$$3x \le -9$$

$$x \le -3$$

Ответ: $(-\infty; -3]$

«Решение линейных неравенств».

Вариант1.

1. а) $-3x+7 > x+23$

   б) $2x+5 < 5x-4$

2. а) $6x(x-1)-2x(3x-2)$ 10

   б) $3(x-2)-7 < 5(x+3)-36$

3. а) $4x+6 < 7x-9$

   б) $3(x-3)-10 > 5x-7$

4. а) $2x-17 \leq -27$

   б) $9x-13 > 7x-3$

5. а) $12-x < 14$

   б) $4x+7 > 5(x+2)$

6. а) $3x^2-3x(x+6) \geq 90$

   б) $1 > 3(2-x)+(1-3x)-12$

7 а) $5(x+2) > 4x+9$

   б) $6x+11 < 3x+2$

Вариант 2.

1. а) $7x-9 > 4x+6$

   б) $x+23 < 7-3x$

2. а) $5x^2-5x(x+4)$ 100

   б) $5(x-3)-7 > 3(x+2)-16$

3. а) $6x-11 > 3x+10$

   б) $5x-7 < 3(x-3)-10$

4. а) $3x+8 < -7$

   б) $12x-3 > 4(2x+5)+5$

5. а) $1 > 1,5(4-2x)+0,5(2-6x)$

   б) $5(x+2) < 4x+7$

6. а) $4(x+2) < 3x$

   б) $5(x+3) < 9x+7$

7. а) $14-x < 12$

   б) $5x+4 < 2x-5$

МАЛЕНЬКИЙ ТЕСТ

1. Решите неравенство: $3(3x - 1) > 10x - 14$

1) $(-\infty;\ 11)$ 2) $(11;\ +\infty)$ 3) $(-\infty;\ -11)$ 4) $(-11;\ +\infty)$

2. Решите неравенство: $6 - 3x > 19 - (x - 7)$

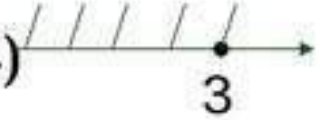
1) $x > -3$ 2) $x > -10$ 3) $x < -10$ 4) $x < -3$

3. Решите неравенство: $x + 4 \geq 4x - 5$ и укажите, на каком рисунке изображено множество его решений

1)

2)

3)

4) 

4. Какое из следующих чисел не является решением неравенства $6x - 15 > 8x - 11$?

1) $-1,8$ 2) $-2,6$ 3) $-3,7$ 4) $-8,9$

Квадратные

Квадратным неравенством называют неравенство вида $ax^2 + bx + c > 0$, где $a \neq 0$ (вместо знака $>$ может быть любой другой знак неравенства).

Алгоритм решения квадратных неравенств:

1. Приведите неравенство к виду $ax^2+bx+c>0$ (≥ 0), $ax^2+bx+c>0$ (≤ 0).

2. Рассмотрите функцию $y=ax^2+bx+c$.

3. Определите направления ветвей.

4. Найдите точки пересечения параболы с осью абсцисс (для них $y=0$; x_1 и x_2 найдите, решая уравнение $ax^2+bx+c=0$).

5. Схематически постройте график функции $y=ax^2+bx+c$.

6. Выделите часть параболы для которой $y>0$ (≥ 0) или $y<0$ (≤ 0).

7. На оси абсцисс выделите те значения x, для которых $y>0$ (≥ 0) или $y<0$ (≤ 0).

8. Запишите ответ.

Решите неравенство

$$x^2+7x-8<0.$$

2. Рассмотрим функцию $y=x^2+7x-8$.

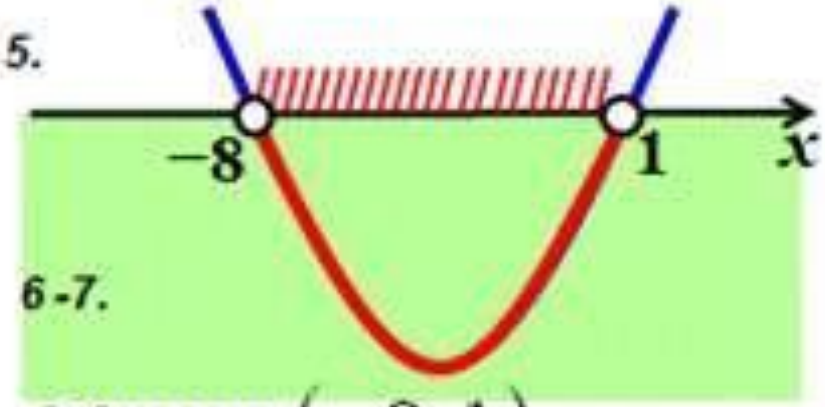
3. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх.

4. $x^2+7x-8=0$.

По теореме Виета

$$\begin{cases} x_1+x_2=-7 \\ x_1 \cdot x_2=-8 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1=-8 \\ x_2=1 \end{cases}$$

5.



6 -7.

8. Ответ: $(-8;1)$

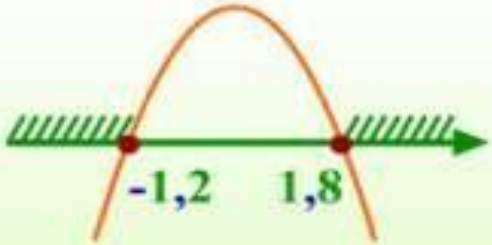
Решаем квадратные неравенства

1-й способ

Решим неравенство $-3x^2 + 2x + 6 < 0$.

1) Найдём корни квадратного трёхчлена $-3x^2 + 2x + 6$:
$x_1 = 1{,}8$; $x_2 = -1{,}2$.

2) Парабола, служащая графиком функции $y = -3x^2 + 2x + 6$, пересекает ось x в точках 1,8 и -1,2, а ветви параболы направлены вниз, т. к. старший коэффициент – отрицательное число -3.



3) Используя рисунок, делаем вывод: $y < 0$ на тех промежутках оси x, где график расположен ниже оси x, т. е. на открытых лучах $(-\infty, -1{,}2)$ и $(1{,}8, +\infty)$.

Ответ: $x < -1{,}2$; $x > 1{,}8$.

Решаем квадратные неравенства

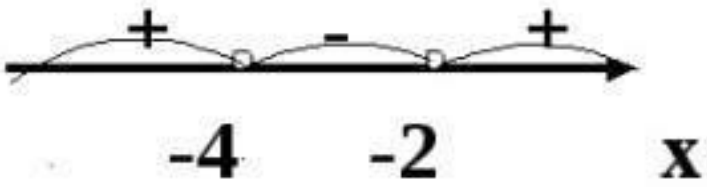
2 способ (метод интервалов): $x^2+6x+8<0$

Рассмотрим функцию $y = x^2+6x+8$

Нули функции $x^2+6x+8=0$

$x_1=-4; \quad x_2=-2$

$(x+4)(x+2)<0$



Ответ: $-4<x<-2$

Решим неравенства

1). $x^2 - 6x - 7 > 0$

2). $-x^2 + 4x - 3 \leq 0$

3). $5x^2 \geq 4 - 8x$

4). $x^2 - 36 > 0$

5). $x^2 - 25 < 0$

6). $x^2 + 7 < 0$

Решите

1). $x^2 + 4x + 3 \geq 0$

2). $-5x^2 + 4x + 1 > 0$

3). $6x^2 > 5 - 1x$

4). $3x^2 + x - 2 \leq 0$

5). $-3x^2 \leq 2 - 5x$

Ответы:

1). $(-\infty;-3]U[-1;+\infty)$

2). $(-0,2; 1)$

3). $(-\infty; -1)U(5/6; +\infty)$

4). $[-1; 2/3]$

5). $(-\infty; 2/3]U[1;+\infty)$

Решение двойных неравенств

Решить неравенство: $0 < 4x + 2 \le 6$

Решение: составим систему:

$$\begin{cases} 4x + 2 > 0 \\ 4x + 2 \le 6 \end{cases}$$

Решим каждое неравенство системы отдельно:

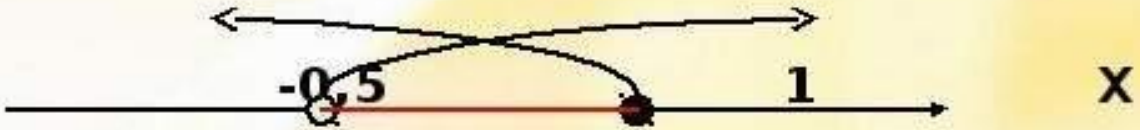
1) $4x + 2 > 0$

$x > -0,5$

2) $4x + 2 \le 6$

$x \le 1$

Полученные результаты изобразим на числовой прямой:



Ответ: $-0,5 < x \le 1$

или $(-0,5; 1]$

Решим неравенства

1). $0 < -2x < 8$

2). $-2 \leq x + 1 \leq -1$

3). $0,1 \leq 0,1x - 0,8 \leq 0,5$

4). $-2 < 6x + 7 < 1$

5). $0 < 2 - x \leq 2x + 1$

6).

Решите самостоятельно

1). $-6 \leq -3x \leq 3$

2). $-1 < 3-x < 1$

3). $4 \leq 2x - 1 \leq 2$

4). $0 < 5 - x \leq 4$

5). $-6 \leq 5x - 1 < 5$

Ответы:

1). [-1; 2]

2). (2; 4)

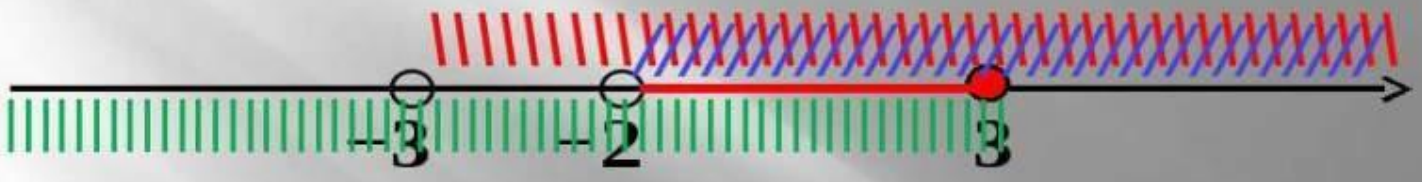
3). нет реш.

4). [1; 5)

5). [-1; 1,2)

Системы

$$\begin{cases} x > -2, \\ x > -3, \\ x \le 3. \end{cases}$$



$-2 < x \le 3.$

3) **Получили решение исходной системы:** полуинтервал **(−2; 3]**

Ответ: **(-2;3].**

Решим систему

1). $\begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ 15 - 3x > 0 \end{cases}$

2). $\begin{cases} x - 1 \leq 3x - 6 \\ 5x + 1 \geq 0 \end{cases}$

3). $\begin{cases} 3 - x < x + 2 \\ 3x - 1 > 1 - 2x \end{cases}$

Самостоятельно

1). $\begin{cases} 10y - 1 \geq 2 \\ 4 - y \geq 2y + 1 \end{cases}$

2). $\begin{cases} 3x - 2 \geq x + 1 \\ 4 - 2x \leq x - 2 \end{cases}$

Используемые ресурсы

- Шаблон презентации взят с сайта **«Учебные презентации»**
- Числовые промежутки/ http://images.myshared.ru/6/722468/slide_3.jpg
- Условные обозначения/ http://900igr.net/up/datas/163809/008.jpg
- Установите соответствие между неравенством и числовым промежутком/ http://uch.znate.ru/tw_files2/urls_8/18/d-17209/17209_html_124aa416.gif
- Решение линейных неравенств/ https://fs01.infourok.ru/images/doc/62/76551/img6.jpg
- Маленький тест/ https://ds03.infourok.ru/uploads/ex/0285/00014e8c-71629cc7/640/img15.jpg
- Алгоритм решения квадратных неравенств/ https://ds04.infourok.ru/uploads/ex/056e/0004d3e5-1f3a3bd4/hello_html_m7bb3e54a.gif
- Алгоритм решения линейных неравенств/ http://900igr.net/up/datas/82799/016.jpg
- Пример 1. Решим неравенство/ http://5klass.net/datas/algebra/Neravenstva-s-odnoj-peremennoj/0017-017-Raskroem-skobki.jpg
- Решаем неравенства/ https://ds03.infourok.ru/uploads/ex/0623/00005442-8c42e450/img11.jpg

Используемые ресурсы

- Квадратные неравенства/ https://allsoft.ru/upload/screenshots/f67/f673768ae97cb1712bc585aa685d0211.png
- Метод интервалов/ https://ds02.infourok.ru/uploads/ex/10e0/00009997-82c2e2fd/img11.jpg
- Решение двойных неравенств/ http://mypresentation.ru/documents_2/94056b53d72abe5af5dff98e41555c50/img9.jpg
- Дети/ http://violstudio.by/wp-content/uploads/2017/07/det-sp2.png
- Система трёх неравенств/ http://bigslide.ru/images/1/678/960/img8.jpg
-