
ТРАНСФОРМАТОРЫ



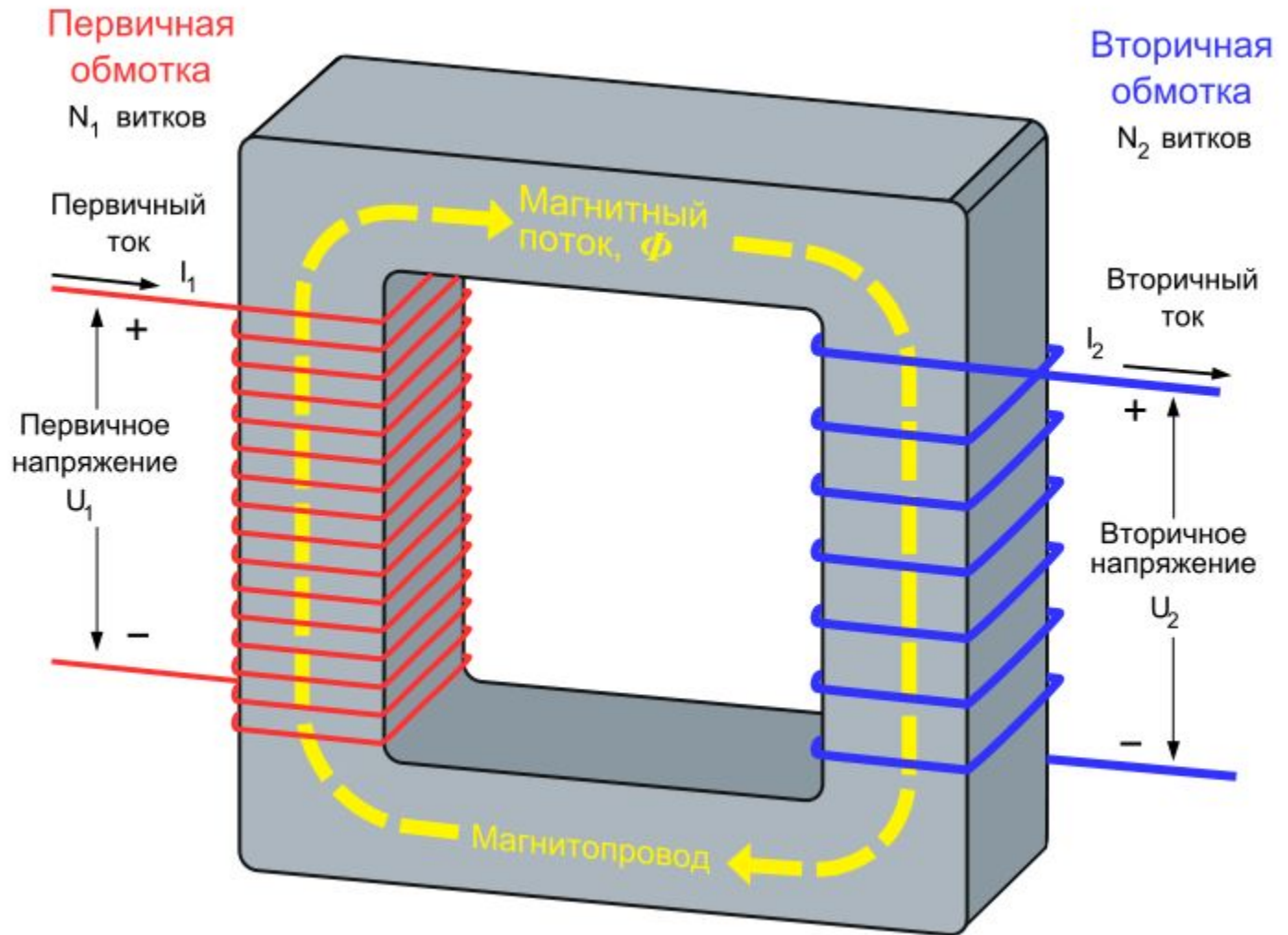
Принцип действия

$$e_1 = - \frac{d\psi_1}{dt}$$

$$e_2 = - \frac{d\psi_2}{dt}$$

$$\psi_1 = w_1 \Phi$$

$$\psi_2 = w_2 \Phi$$





электростанция



**повышающий
трансформатор**



**линия
электропередач**

потребители

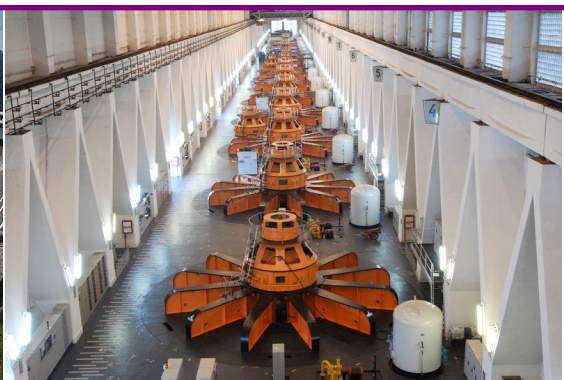


**линия
электропередач**



**понижающий
трансформатор**

УРОВНИ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ, ПЕРЕДАЧЕ И РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ



**ПРОИЗВОДСТВО
ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ
НА ЭЛЕКТРОСТАНЦИИ
6...30 кВ**



**ТРАНСПОРТИРОВКА
ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ
ПО ЛИНИЯМ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧ
110, 220, 330, 400, 500, 750, 1150 кВ**



**ПОТРЕБЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ
ПРЕДПРИЯТИЯМИ
ПРОМЫШЛЕННОСТИ
(0,38 ... 6 (10) кВ)
И ТРАНСПОРТА
(~25 кВ, =3 кВ)**

Классификация ПО НАЗНАЧЕНИЮ

силовые трансформаторы

мощность от 5 кВА до 1600 МВА



Силовой трансформатор 630 МВА 330 кВ
Самый мощный трансформатор в России



Трехфазный силовой
трансформатор 400 кВА

Для преобразования электроэнергии в сетях энергосистем, распределительных сетях и в электроустановках, предназначенных для приема и использования электроэнергии.

Классификация трансформаторов ПО НАЗНАЧЕНИЮ (продолжение)

специальные



**Преобразова-
тельные**



Тяговые



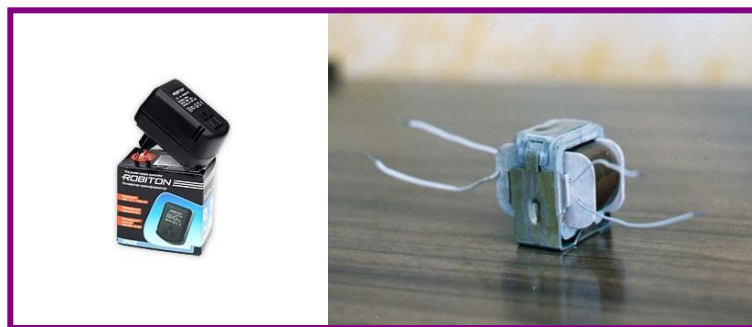
Печные



Сварочные



Измерительные



Трансформаторы радиоэлектронной аппаратуры

Классификация трансформаторов

ПО ЧИСЛУ ФАЗ

однофазные



трехфазные



однообмоточные

автотрансформаторы



двухобмоточные



Классификация трансформаторов по числу обмоток

многообмоточные



<http://profmaster.com.ua/>

Автотрансформатор 750 кВ

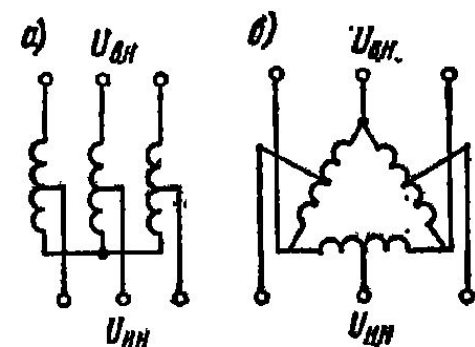


Рис. 18-7. Схемы трехфазных автотрансформаторов

Классификация трансформаторов ПО СПОСОБУ ОХЛАЖДЕНИЯ

масляные

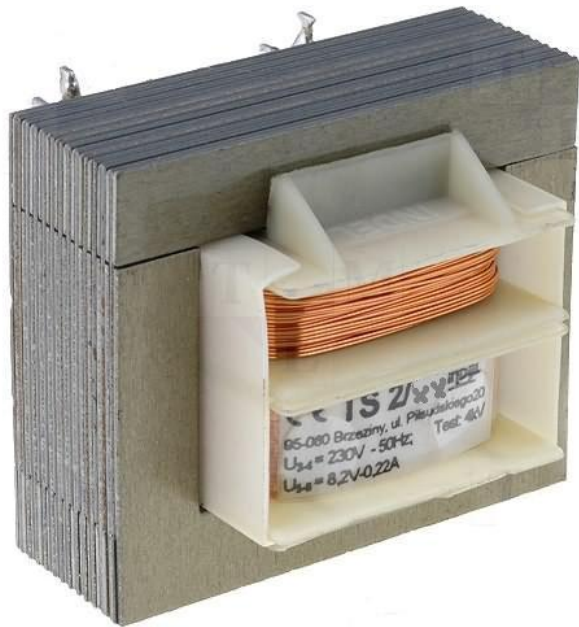
сухие

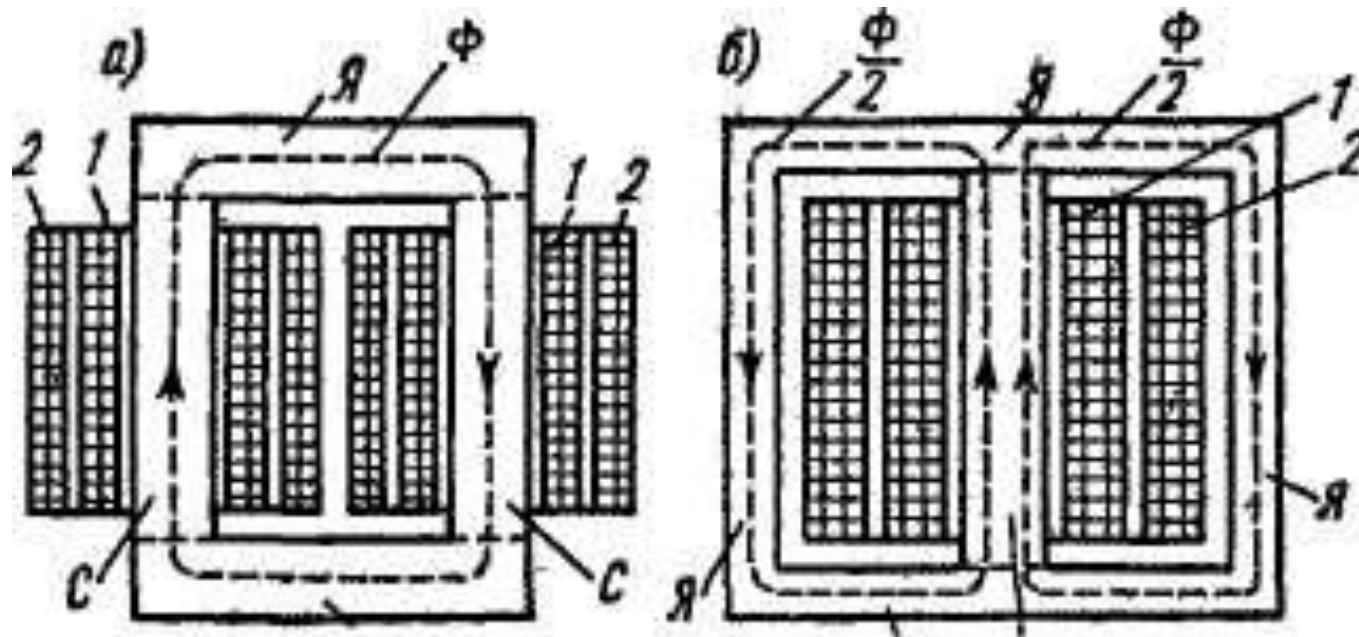


Трансформатор с масляным
охлаждением и принудительной
циркуляцией воздуха

Классификация трансформаторов ПО ТИПУ СЕРДЕЧНИКА

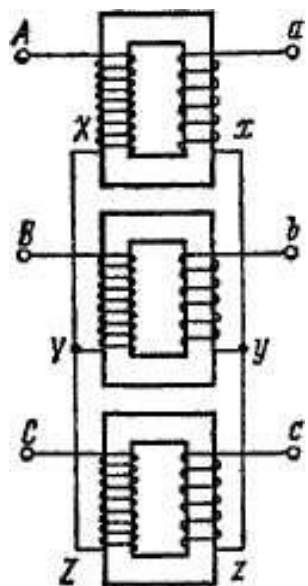
броневые



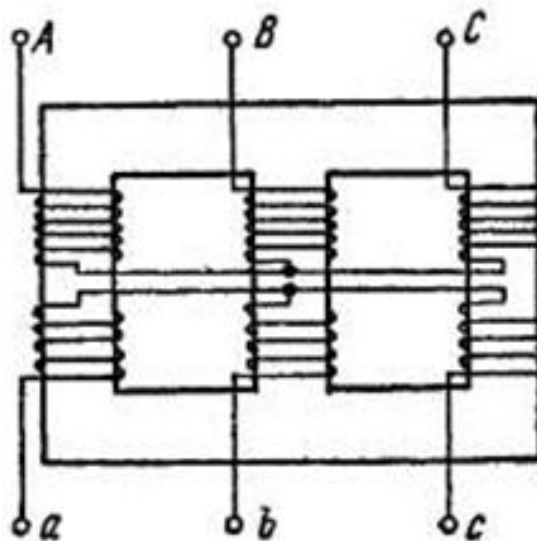


Устройство однофазного стержневого (а) и броневое (б) трансформаторов

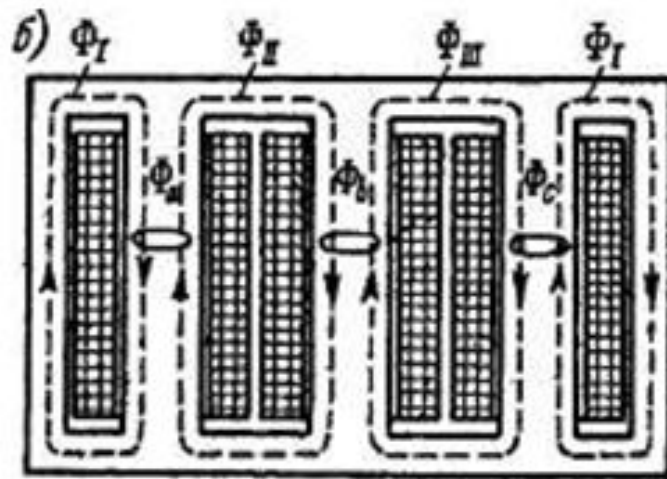
Трехфазная трансформаторная группа



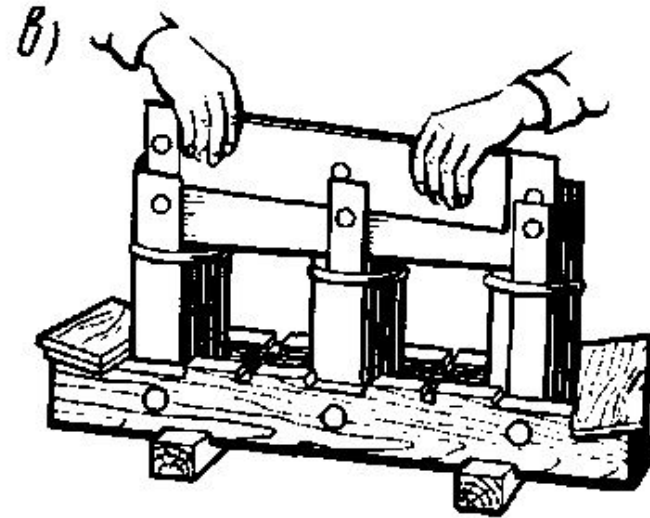
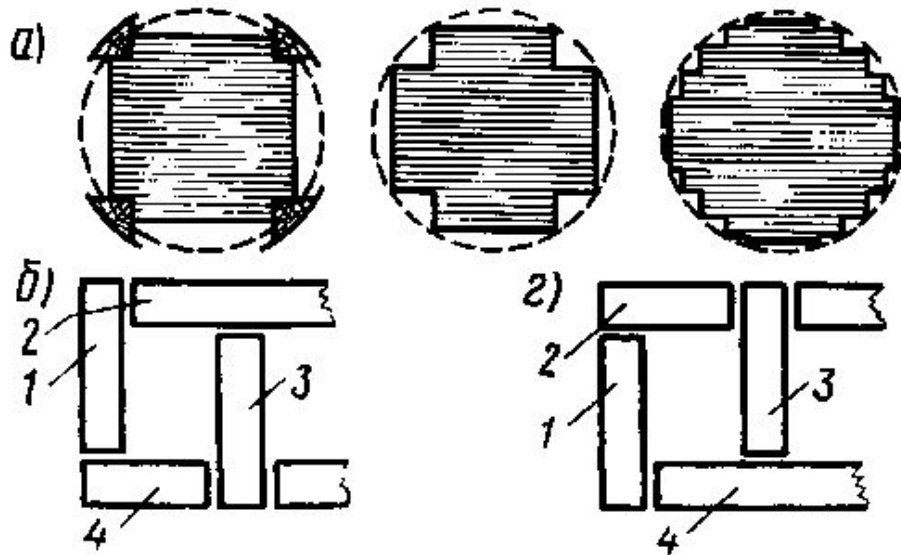
трехфазный трехстержневой трансформатор



бронестержневой трансформатор



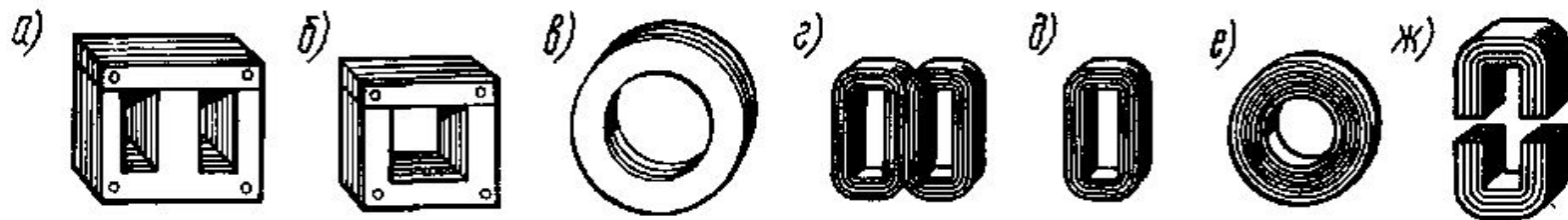
Сердечники трансформаторов



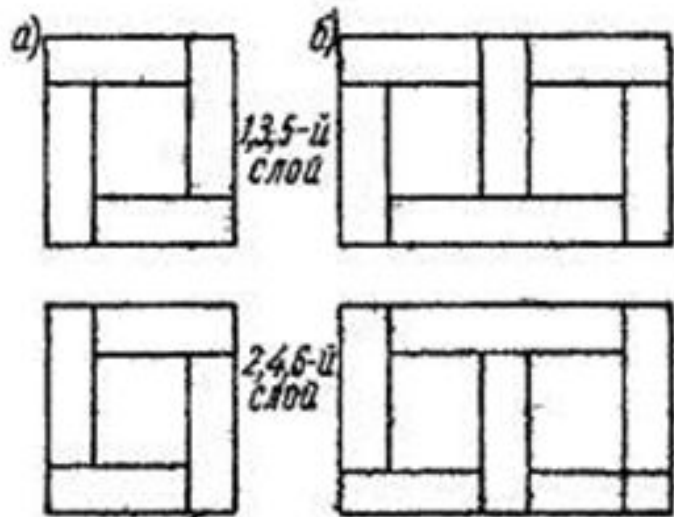
Поперечное сечение магнитопровода

Сборка сердечника

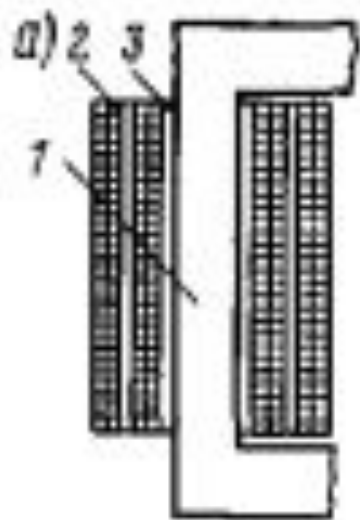
1-3 листы сердечника, 2-4 листы ярма



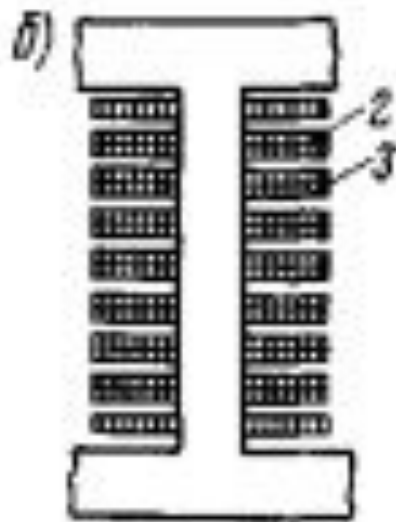
Сердечники маломощных трансформаторов



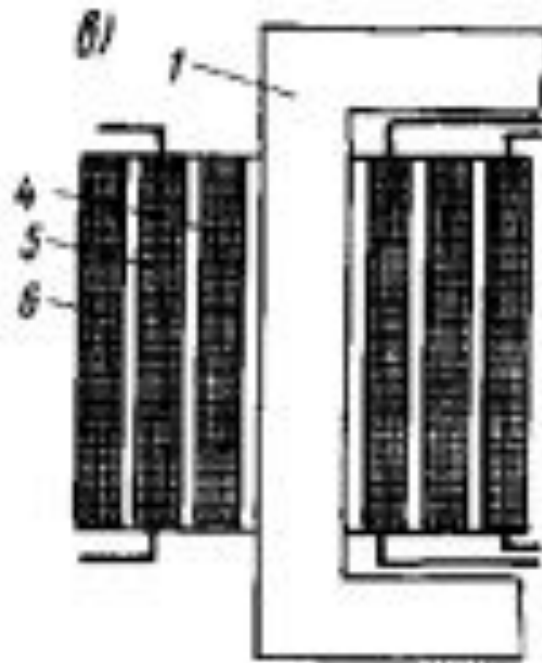
Типы обмоток трансформаторов



концентрические



дисковые



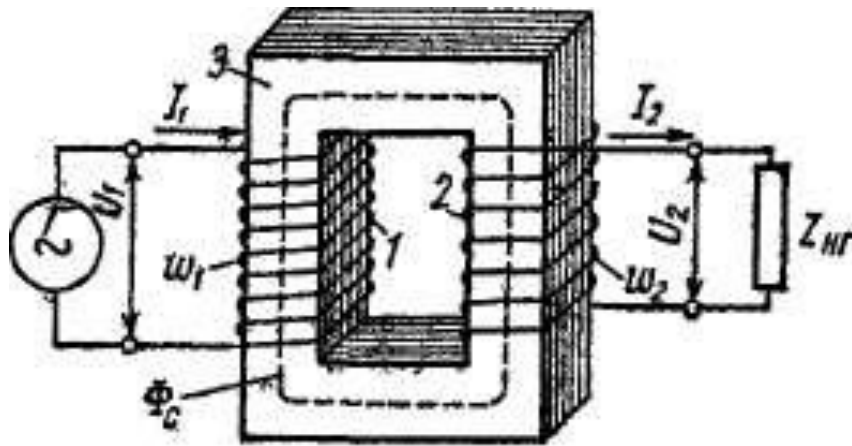
Концентрические
трехслойные

Идеальный трансформатор

отсутствуют потери энергии

$$r_1 = r_2 = 0 \quad p_c = 0$$

$$\mu_c = \infty$$



$$c = \frac{M}{\sqrt{L_{11}L_{22}}}$$

$c=1$ – коэффициент электромагнитной связи обмоток трансформатора

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= - \frac{d\Psi_1}{dt} = - \omega_1 \frac{d}{dt} (\Phi_c \sin \omega t) = - \omega \omega_1 \Phi_c \cos \omega t; \\ e_2 &= - \frac{d\Psi_2}{dt} = - \omega_2 \frac{d}{dt} (\Phi_c \sin \omega t) = - \omega \omega_2 \Phi_c \cos \omega t, \end{aligned} \right\}$$

Φ_c — амплитуда магнитного потока трансформатора.

Электрические соотношения в идеальном трансформаторе

$$E_1 = \frac{\omega \omega_1 \Phi_c}{\sqrt{2}} = \pi \sqrt{2} f \omega_1 \Phi_c = 4,44 f \omega_1 \Phi_c;$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$E_2 = \frac{\omega \omega_2 \Phi_c}{\sqrt{2}} = \pi \sqrt{2} f \omega_2 \Phi_c = 4,44 f \omega_2 \Phi_c.$$

$$U_1 = E_1; \quad U_2 = E_2.$$

$$U_1 I_1 = U_2 I_2,$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = k, \quad U_2 = \frac{U_1}{k}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = k; \quad I_2 = k I_1.$$

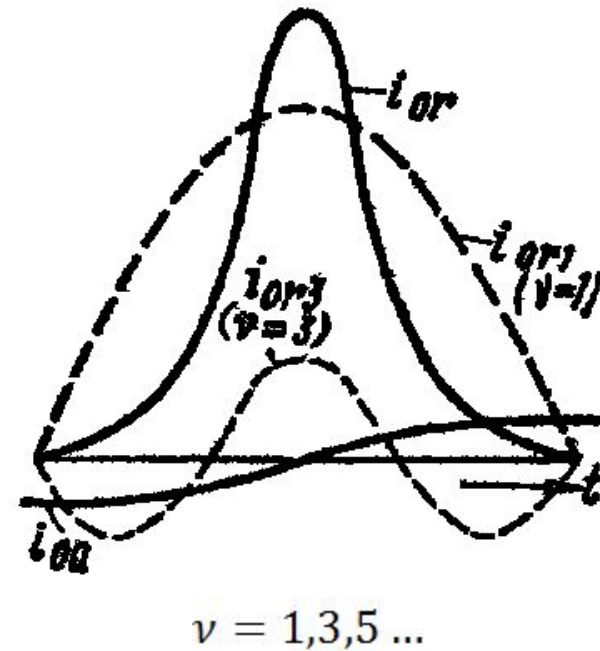
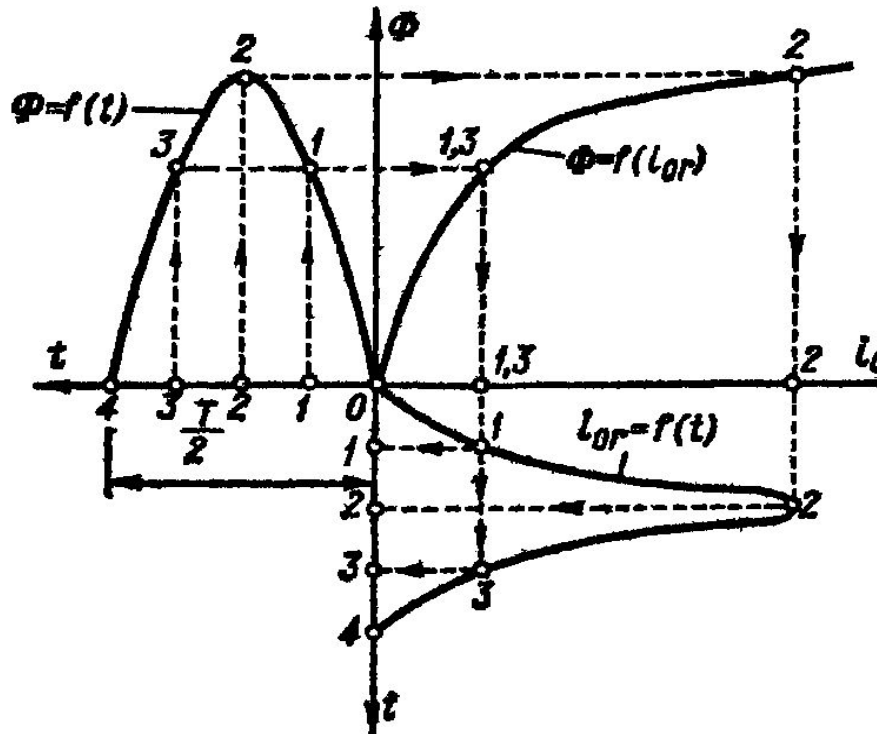
$$k = \omega_1 / \omega_2$$

Коэффициент трансформации

Работа однофазного трансформатора в режиме холостого хода

$$u = ri + (-e) = ri + w \frac{d\Phi}{dt}, \quad u = -e = w \frac{d\Phi}{dt} \quad u = U_m \sin \omega t$$

$$\Phi = \Phi_m \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad p_c = 0 \quad i_0 = i_{or} \quad i_0 = i_{0a} + i_{or}$$



К определению реактивной составляющей тока намагничивания

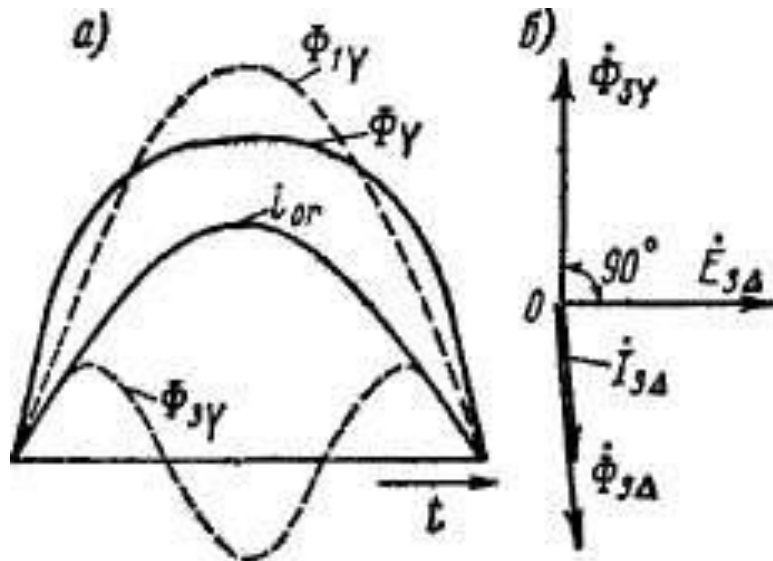
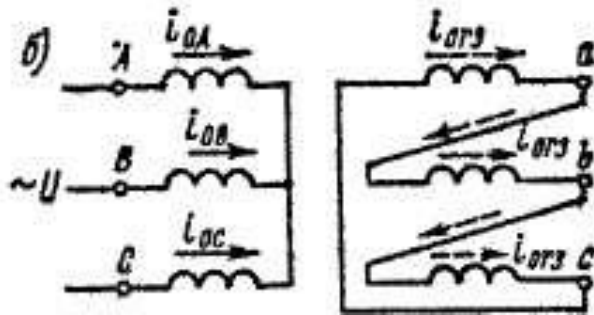
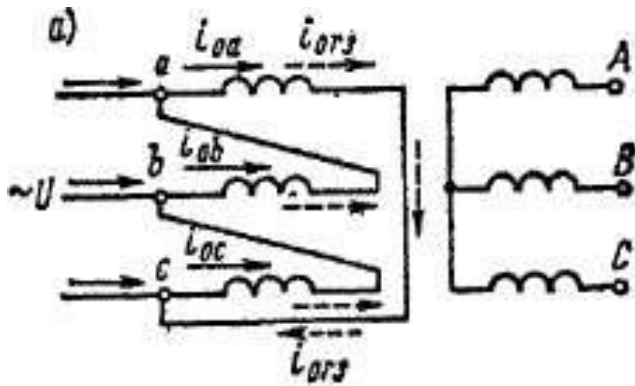
Гармонический состав кривой тока намагничивания

Трехфазный трансформатор с соединением обмоток Y/Д

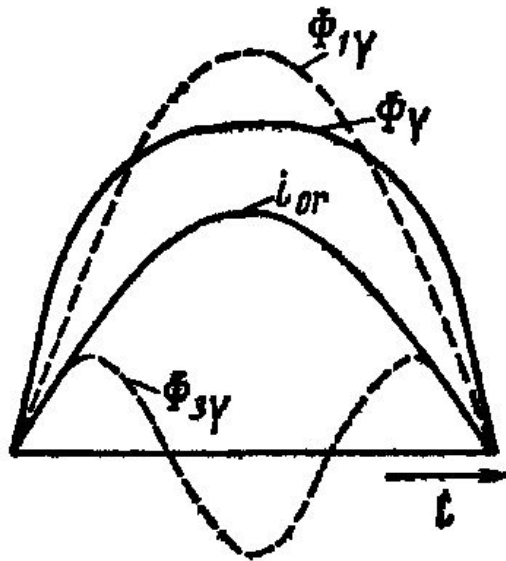
Сдвиг по фазе для $\gamma=1$ будет 120°

$$\nu = 3 \quad 3 \times 120^\circ = 360^\circ$$

для $\gamma=3$ и кратной 3 сдвиг будет 360° , или 0°



Работа трехфазного трансформатора в режиме холостого хода



Гармонический состав кривой магнитного потока

Соединение Д/У	Соединение У/У
Магнитный поток третьей гармоники КОМПЕНСИРОВАН	Магнитный поток третьей гармоники НЕ КОМПЕНСИРОВАН
Форма кривой ЭДС и напряжений, результирующего потока СИНУСОИДАЛЬНАЯ	Кривые ЭДС, напряжений, потоков НЕСИНУСОИДАЛЬНЫ содержат третью гармонику

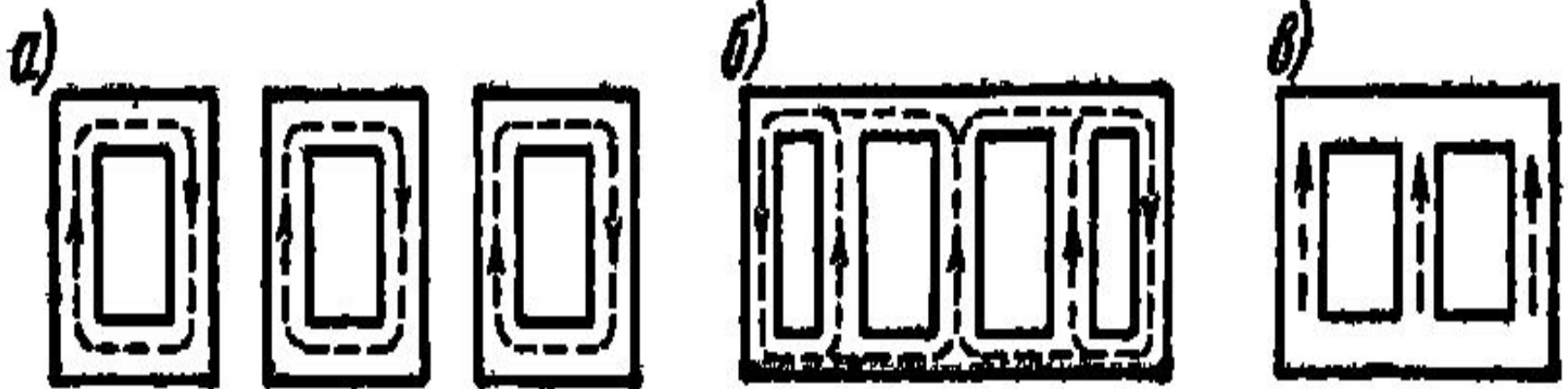
Влияние третьей гармоники потока

Если $\Phi_{3m} = 10\% \Phi_{1m}$ то $E_{3m} = 30\% E_{1m}$

$$E_3 = 4.44w\Phi_3f_3 = 4.44w0.1\Phi_13f_1$$

ПО ЭТОЙ ПРИЧИНЕ МОЩНЫЕ ВЫСОКОВОЛЬТНЫЕ ТРАНСФОРМАТОРЫ СО СХЕМОЙ У/У
ПРИМЕНЯЮТСЯ КРАЙНЕ РЕДКО

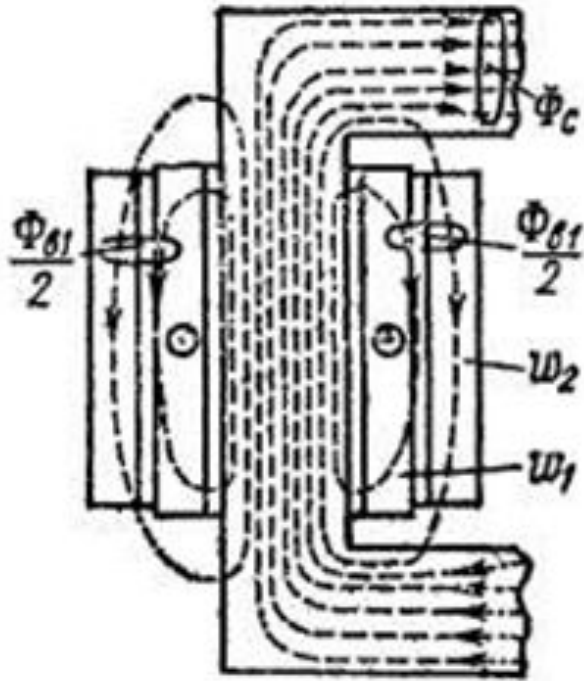
Распределение магнитных потоков фаз третьей гармоники при различных конструкциях сердечника



Потоки рассеяния

$$i_1 \neq 0, i_2 = 0$$

$$c = \frac{M}{\sqrt{L_{11}L_{22}}}$$



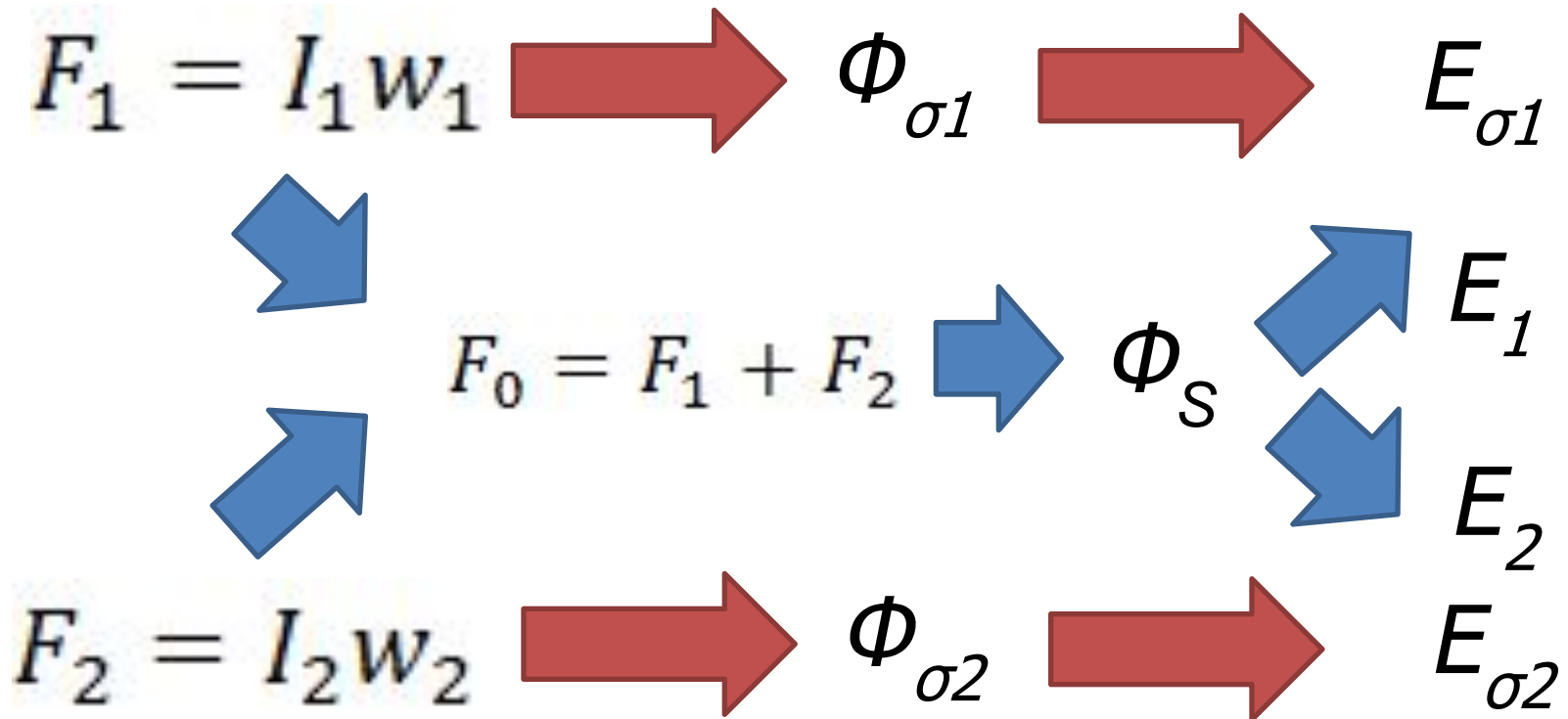
$\Phi_{\sigma 1}, \Phi_{\sigma 2}$ – потоки рассеяния

$$c < 1$$

Явление неполной электромагнитной связи называется электромагнитным рассеянием.

$$\sigma = 1 - c^2 = 1 - \frac{M^2}{L_{11}L_{22}}$$

Схема работы трансформатора под нагрузкой



Уравнения напряжения трансформатора

$$u_1 + e_1 + e_{\sigma 1} = i_1 r_1$$

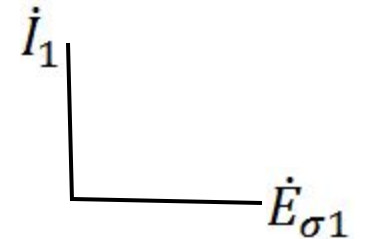
$$F_0 = F_1 + F_2$$

$$e_2 + e_{\sigma 2} = i_2 r_2 + u_2$$

$$F_0 = I_0 w_1$$

$$e_1 = -w_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad e_2 = -w_2 \frac{d\Phi}{dt} \quad e_{\sigma 1} = -L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt} \quad e_{\sigma 2} = -L_{\sigma 2} \frac{di_2}{dt}$$

$$e_{\sigma 1} = -L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt} = -L_{\sigma 1} \frac{d(I_{1m} \sin \omega t)}{dt} = -I_{1m} \omega L_{\sigma 1} \cos \omega t$$



$$X_{\sigma 1} = \omega L_{\sigma 1} \quad X_{\sigma 2} = \omega L_{\sigma 2} \quad X_{\sigma 1}, X_{\sigma 2} - \text{индуктивные сопротивления рассеяния}$$

$$e = E_m e^{j(\omega t + \varphi_e)} = E_m e^{j\varphi_e} e^{j\omega t} = \dot{E}_m e^{j\omega t}$$

$$E_m = E \sqrt{2}$$

Уравнения напряжений и намагничивающих сил трансформатора:

$$\dot{I}_0 w_1 = \dot{I}_1 w_1 + \dot{I}_2 w_2$$

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 (r_1 + j \cdot X_{\sigma 1})$$

$$\dot{E}_2 = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 (r_2 + j \cdot X_{\sigma 2})$$

$$\dot{E}_1 = -Z_M \dot{I}_0 \quad Z_M = r_M + jx_M$$

Приведение вторичной обмотки к первичной

Приведение ЭДС и напряжений вторичной обмотки к первичной

$$\frac{E'_2}{E_2} = \frac{4.44w_1f\Phi_c}{4.44w_2f\Phi_c} = \frac{w_1}{w_2} = k \quad \frac{E'_2}{E_2} = \frac{U'_2}{U_2} = k$$

Приведение токов вторичной обмотки к первичной

$$E_2 I_2 = E'_2 I'_2 \quad I'_2 = \frac{E_2}{E'_2} I_2 = \frac{1}{k} I_2$$

Приведение сопротивлений вторичной обмотки

$$I_2^2 r_2 = I_2'^2 r_2' \quad \frac{r'_2}{r_2} = \left(\frac{I_2}{I'_2}\right)^2 = k^2$$

$$\frac{x'_{\sigma 2}}{x_{\sigma 2}} = \left(\frac{I_2}{I'_2}\right)^2 = k^2 = \frac{z'_2}{z_2} \quad Z'_2 = r'_2 + jx'_{\sigma 2}$$

$$Z'_{\text{нг}} = k^2 Z_{\text{нг}}$$

Приведение сопротивлений нагрузки

Приведенный трансформатор

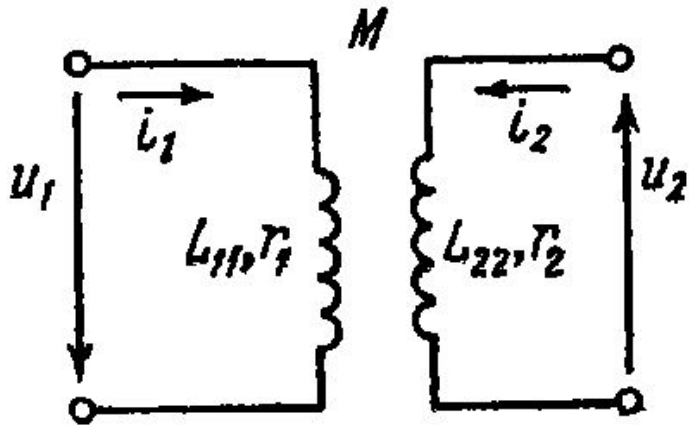


Схема однофазного двухобмоточного трансформатора

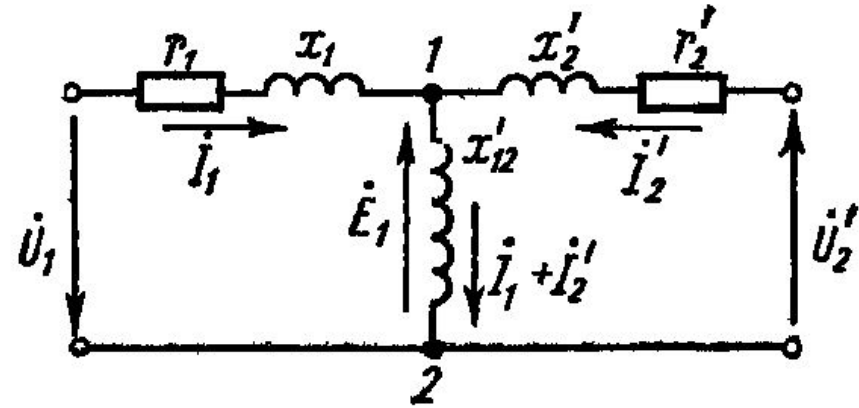


Схема замещения без учета магнитных потерь

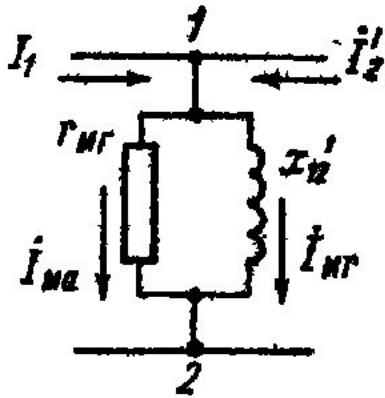
$$\dot{I}_1 + \dot{I}'_2 = \dot{I}_0$$

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1(r_1 + j \cdot X_{\sigma 1})$$

$$\dot{U}'_2 = \dot{E}'_2 - \dot{I}'_2(r_2' + jx'_{\sigma 2})$$

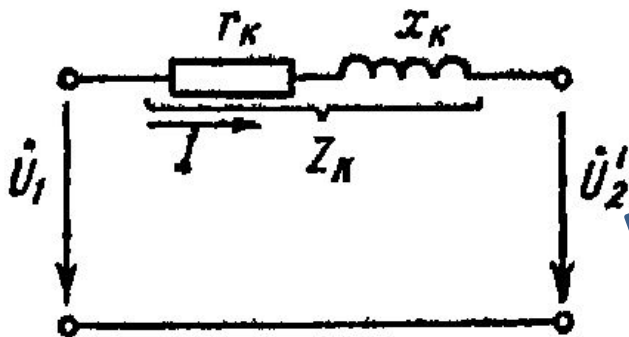
$$\dot{E}_1 = \dot{E}'_2 = -\dot{I}_0 Z_M$$

Учет потерь в стали в схеме замещения



К учету магнитных потерь в схеме замещения

$$r_{MГ} = \frac{mU_1^2}{P_{MГ}}$$



Упрощенная схема замещения

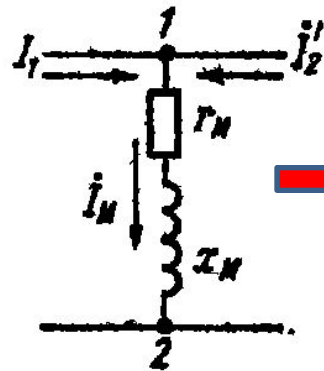


Схема замещения без учета магнитных потерь

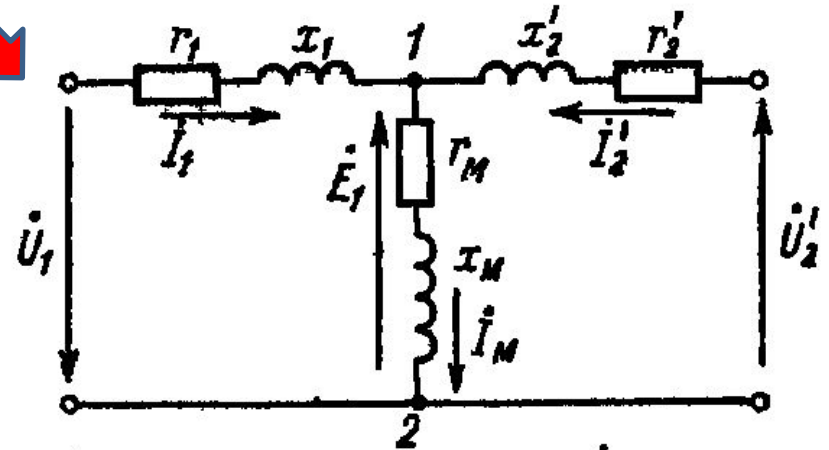
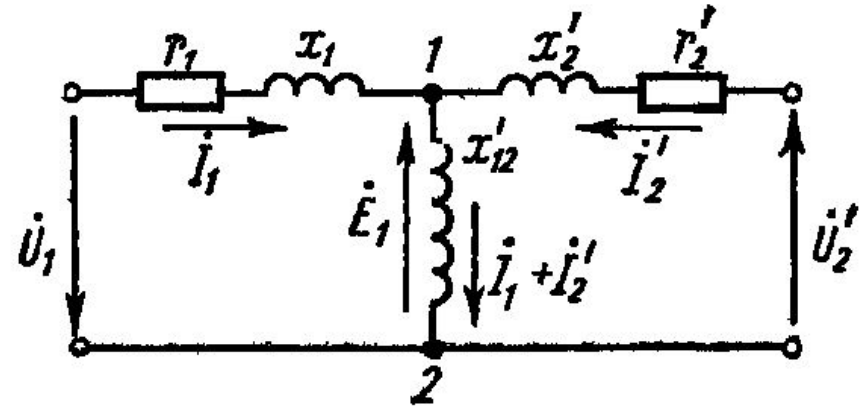
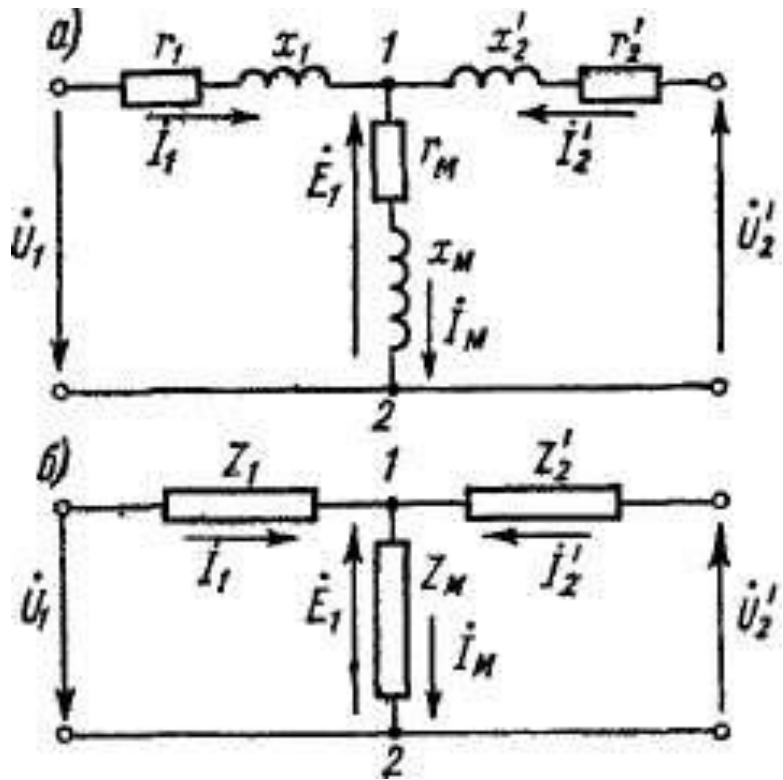


Схема замещения с учетом магнитных потерь



$$Z_1 = r_1 + jx_1; \quad Z'_2 = r'_2 + jx'_2;$$

$$Z_M = r_M + jx_M;$$

$$Z_1, Z'_2 \ll Z_M$$

$$z_{M*} = 25 \div 200; \quad z_{1*} \approx z'_{2*} = 0,025 \div 0,10$$

при холостом
ходе

$$Z_0 \cong Z_M \quad r_0 \cong r_M \quad x_0 \cong x_M$$

при коротком замыкании

$$Z_K = Z_1 + \frac{Z_M Z'_2}{Z_M + Z'_2}$$

$$Z_K = Z_1 + Z'_2$$

Опыт холостого хода трансформатора

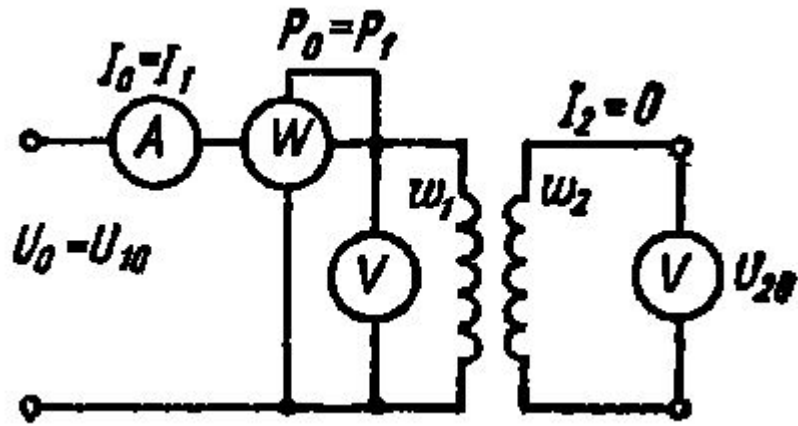


Схема испытаний для однофазного трансформатора

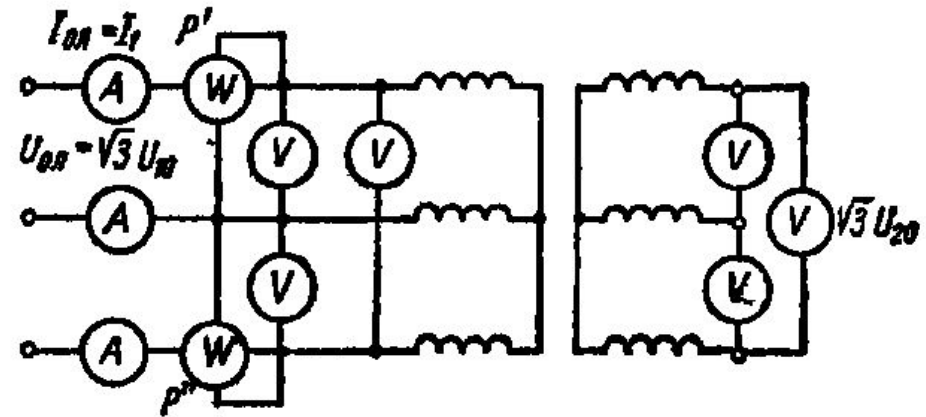


Схема испытаний для трехфазного трансформатора

$$z_0 = \frac{U_0}{I_0}; \quad r_0 = \frac{P_0}{I_0^2};$$

$$x_0 = \sqrt{z_0^2 - r_0^2}, \quad P_0 = p_c$$

$$r_0 \approx r_M \quad x_0 \approx x_M \quad z_0 \approx Z_M$$

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 Z_1 \quad U_2' = E_2' \quad I_0 = I_1$$

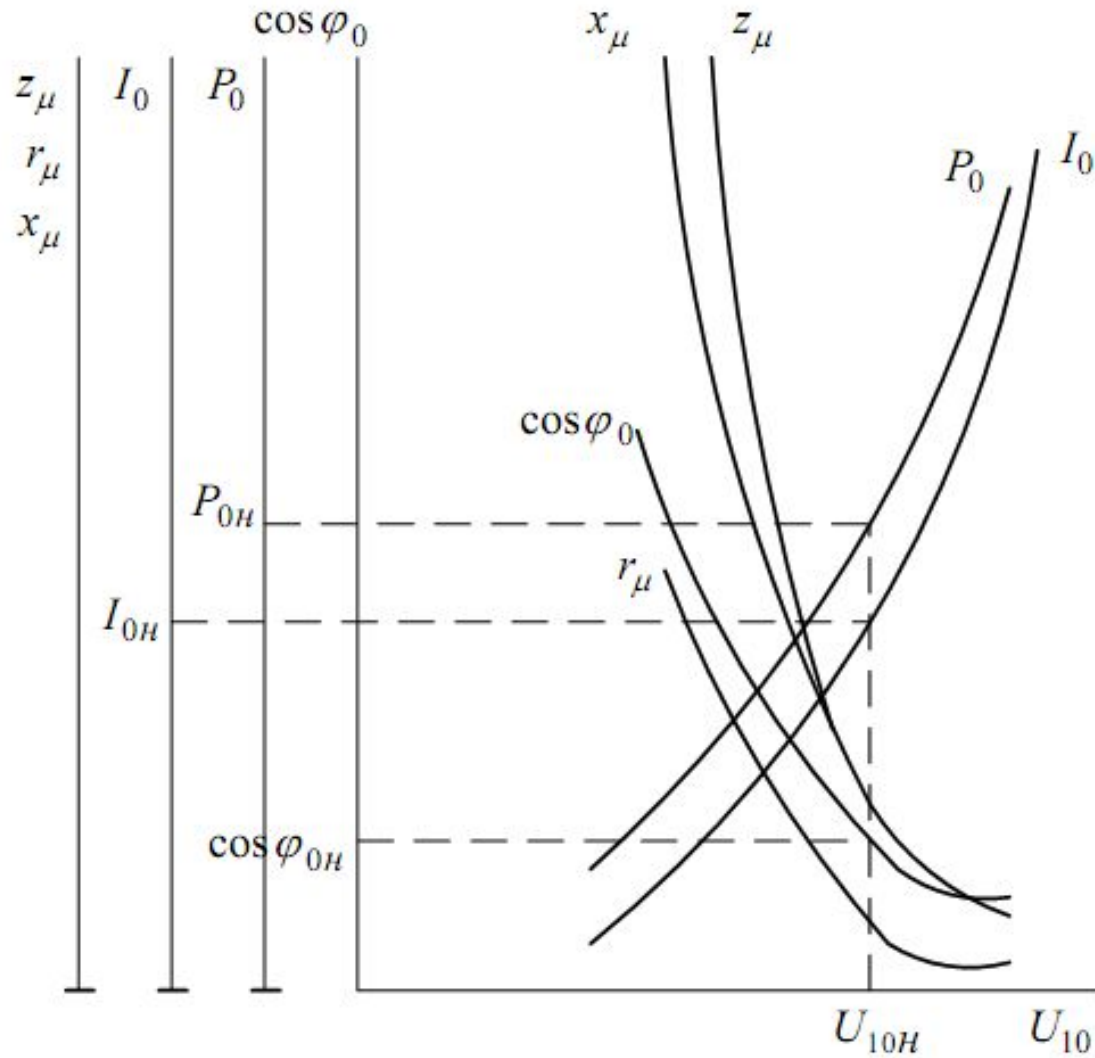
$$k = \frac{w_1}{w_2} \approx \frac{U_{10}}{U_{20}} \quad \cos \varphi_0 = \frac{P_0}{U_0 I_0}$$

$$z_\mu = \frac{U_{10}}{\sqrt{3} I_0} \quad r_\mu = \frac{P_0}{3 I_0^2},$$

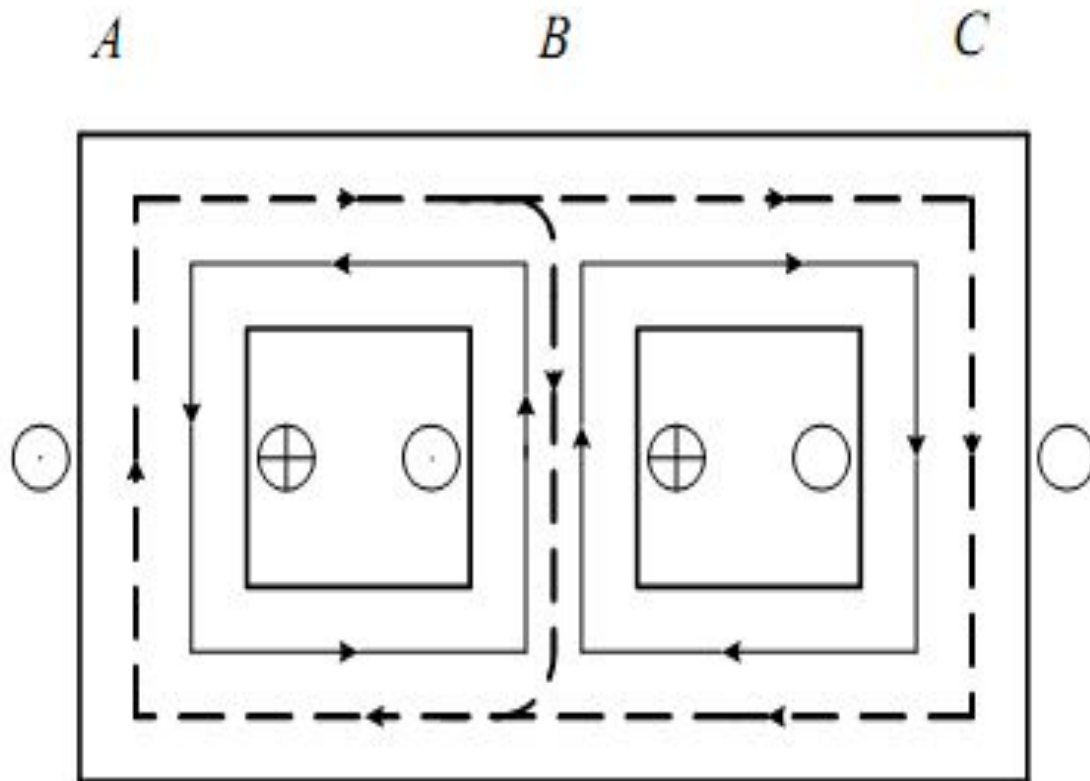
$$x_\mu = \sqrt{z_\mu^2 - r_\mu^2}$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} U_0 I_0}$$

Внешний вид характеристик холостого хода

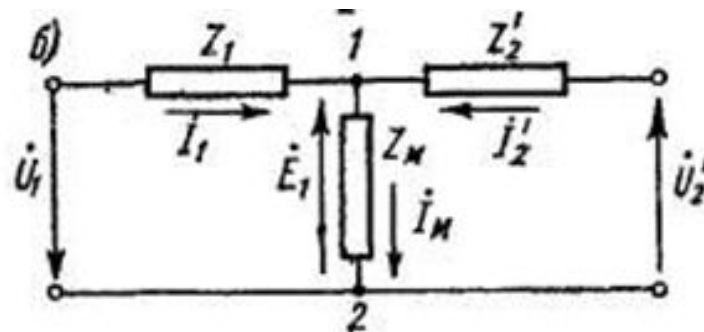
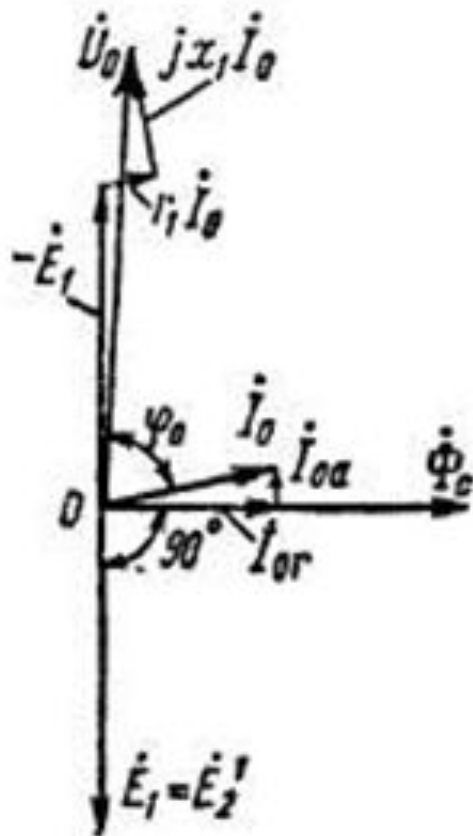


В трехстержневом трансформаторе в режиме холостого хода действующее значение токов крайних фаз больше чем ток средней фазы



Пути замыкания магнитных потоков фазы *B* (—) и фазы *A* (— —) по сердечнику трехстержневого трансформатора

Векторная диаграмма при холостом ходе



$$U_0 = Z_1 I_0 + Z_m I_0 = Z_1 I_0 + (-E_1)$$

$$Z_1 = r_1 + jx_1$$

Опыт короткого замыкания трансформатора

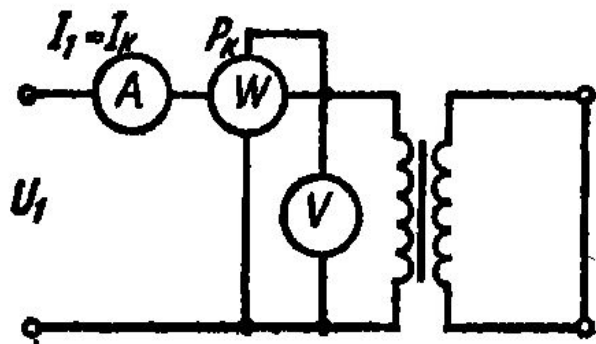


Схема испытаний для однофазного трансформатора

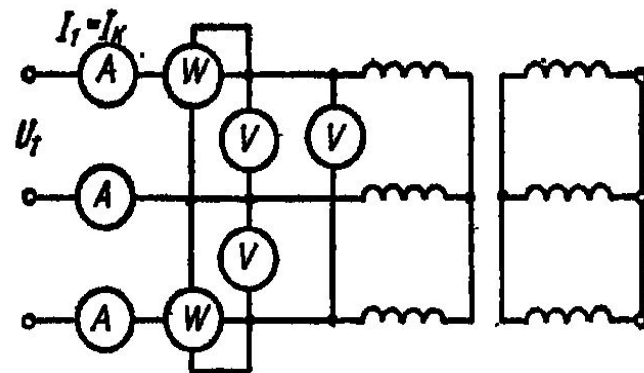


Схема испытаний для трехфазного трансформатора

$$Z_K = \frac{U_K}{I_K}; \quad r_K = \frac{P_K}{I_K^2};$$

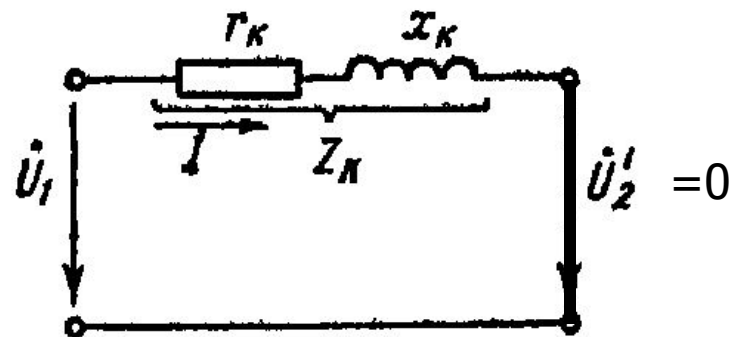
$$x_K = \sqrt{z_K^2 - r_K^2}.$$

$$Z_K = Z_1 + Z_2' \quad P_{1K} = p_{эл1} + p_{эл2}$$

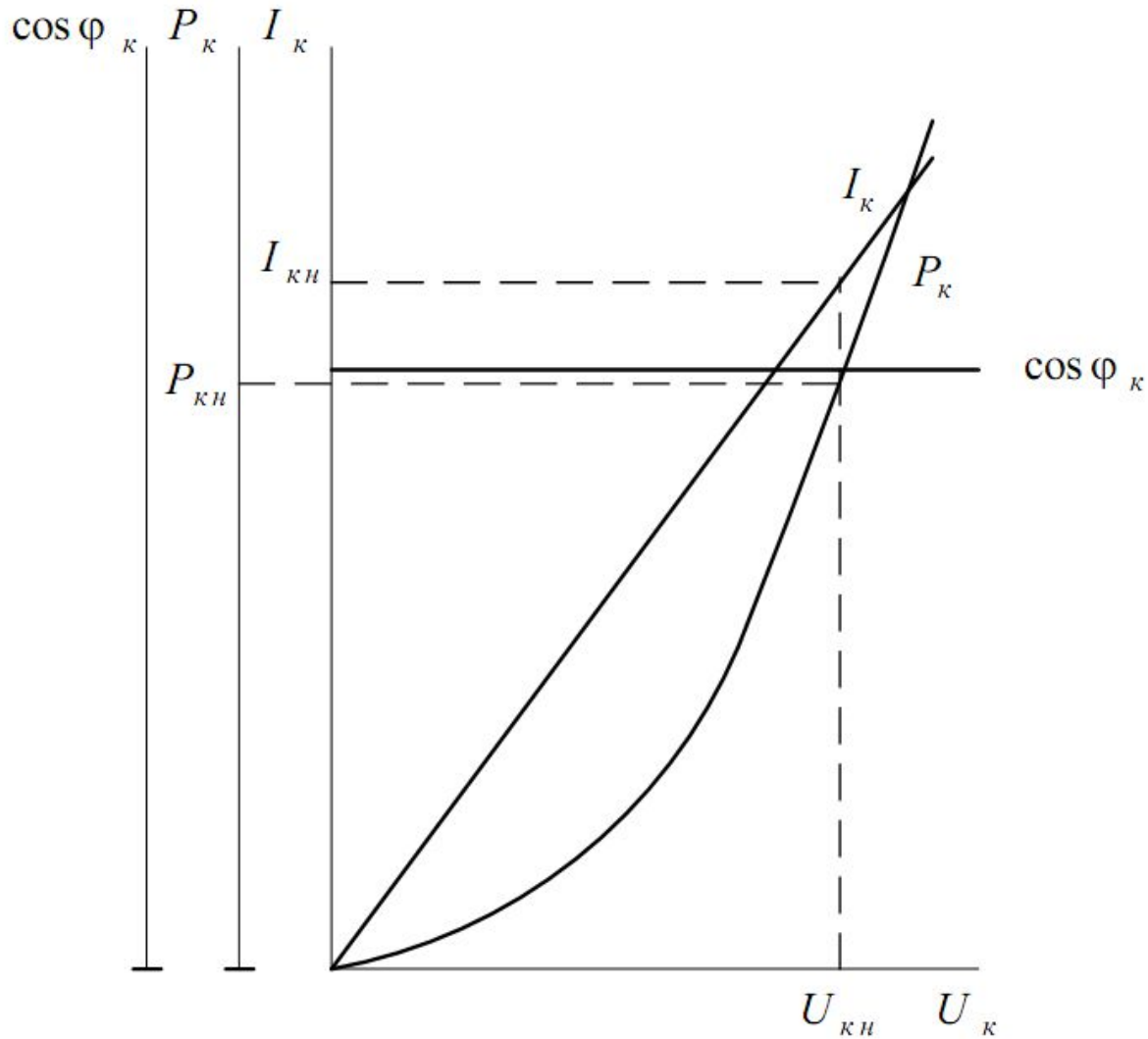
$$r_K = r_1 + r_2'; \quad x_K = x_{\sigma 1} + x_{\sigma 2}'$$

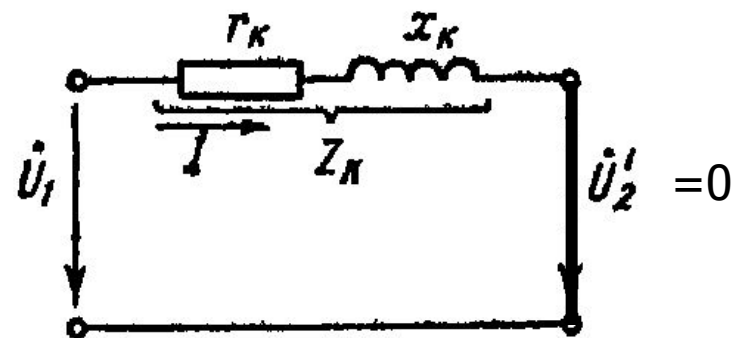
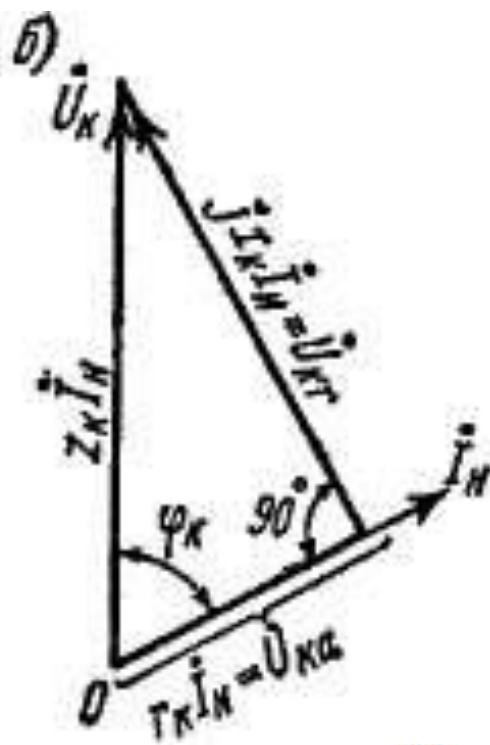
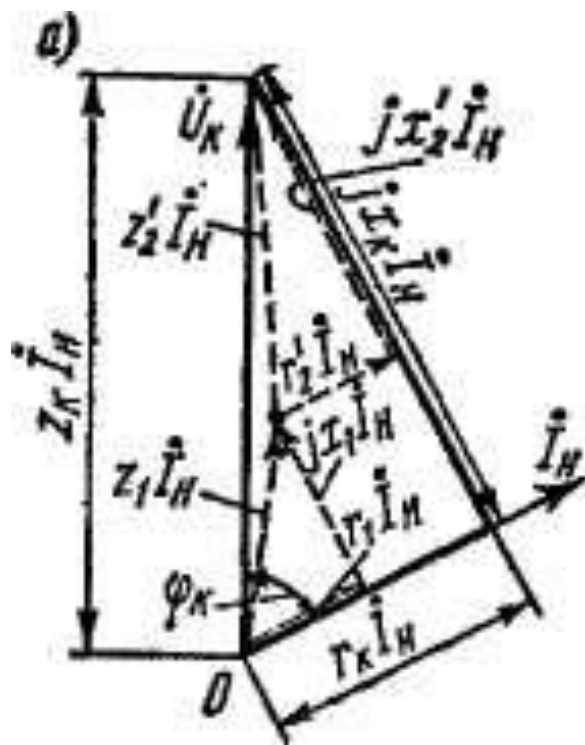
$$Z_K = \frac{U_{K.Л}}{\sqrt{3} I_{K.Л}}; \quad r_K = \frac{P_K}{3 I_{K.Л}^2};$$

$$x_K = \sqrt{z_K^2 - r_K^2},$$



Внешний вид характеристик короткого замыкания





Напряжение короткого замыкания $u_k = \frac{U_k}{U_H}$ U_k – напряжение при $I_k = I_H$

$$u_k = \frac{U_k}{U_H} = \frac{Z_k I_H}{U_H} = \frac{Z_k}{Z_H} = z_k^*$$

$$\dot{U}_k = \dot{I}_{1H} Z_k = \dot{I}_{1H} (r_k + jx_k) = \dot{U}_{ka} + \dot{U}_{kr}$$

$$u_{ka} = r_k^* \quad u_{kr} = x_k^*$$

$$u_k = (5,5 - 15,0)\%$$

$$I_k = U_H / Z_k \quad I_{k*} = \frac{1}{z_{k*}} = \frac{100}{u_{k\%}}$$

Если, например, $u_{k\%} = 10\%$, то $I_k = 10I_H$.

Работа трансформатора под нагрузкой

$$\dot{I}_1 + \dot{I}'_2 = \dot{I}_0$$

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1(r_1 + j \cdot X_{\sigma 1})$$

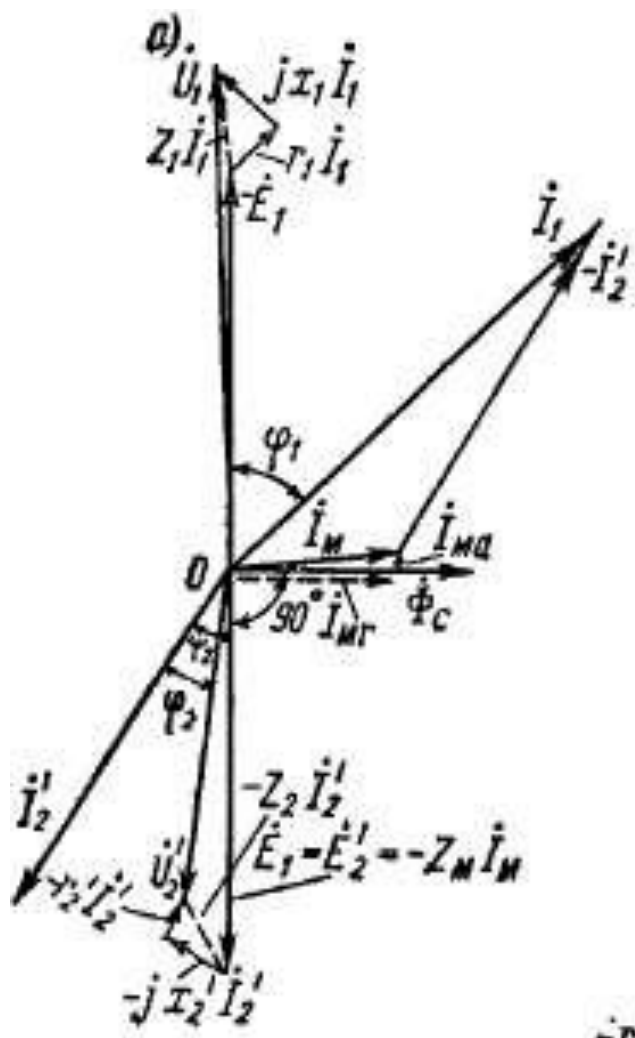
$$\dot{U}'_2 = \dot{E}'_2 - \dot{I}'_2(r'_2 + jx'_{\sigma 2})$$

$$E_1 = 4.44wf\Phi \quad E_1 \approx U_1 \quad \Phi \approx \frac{U_1}{4,44fw_1}$$

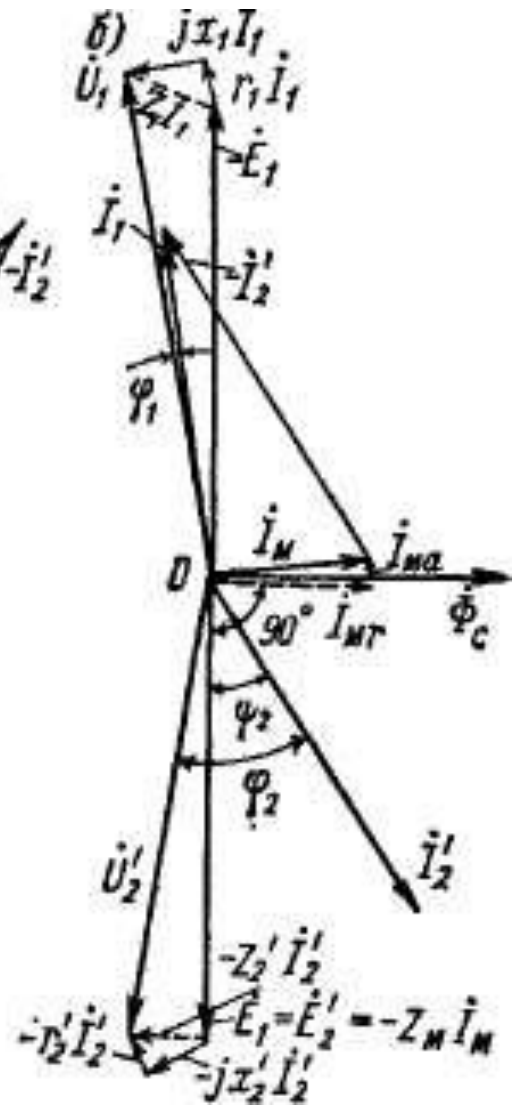
$$U_1 = const \quad \Phi = const \quad \dot{I}_0 = const$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 + (-\dot{I}'_2)$$

Векторная диаграмма трансформатора



активно-индуктивная



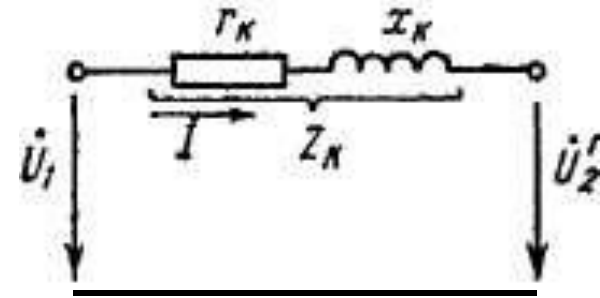
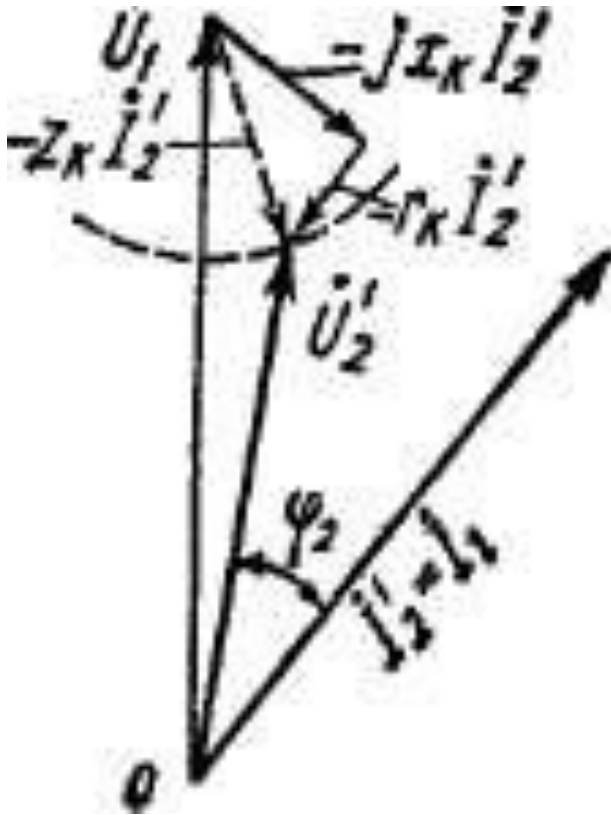
активно-емкостная нагрузка

$$\dot{I}_1 + \dot{I}'_2 = \dot{I}_0$$

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1(r_1 + j \cdot X_{\sigma 1})$$

$$\dot{U}'_2 = \dot{E}'_2 - \dot{I}'_2(r'_2 + jx'_{\sigma 2})$$

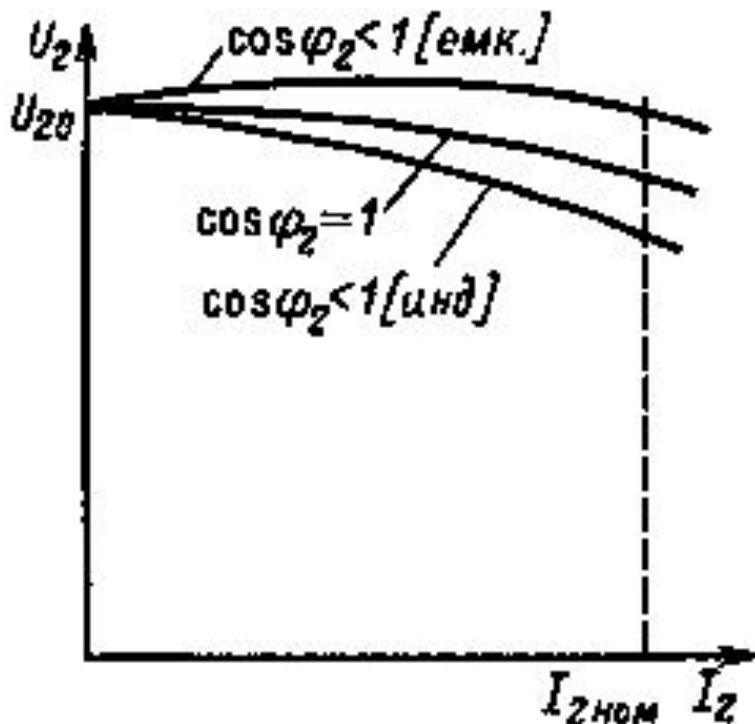
Упрощенная векторная диаграмма



$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2' + \dot{I}_1 (r_K + jx_K)$$

Внешние характеристики трансформатора

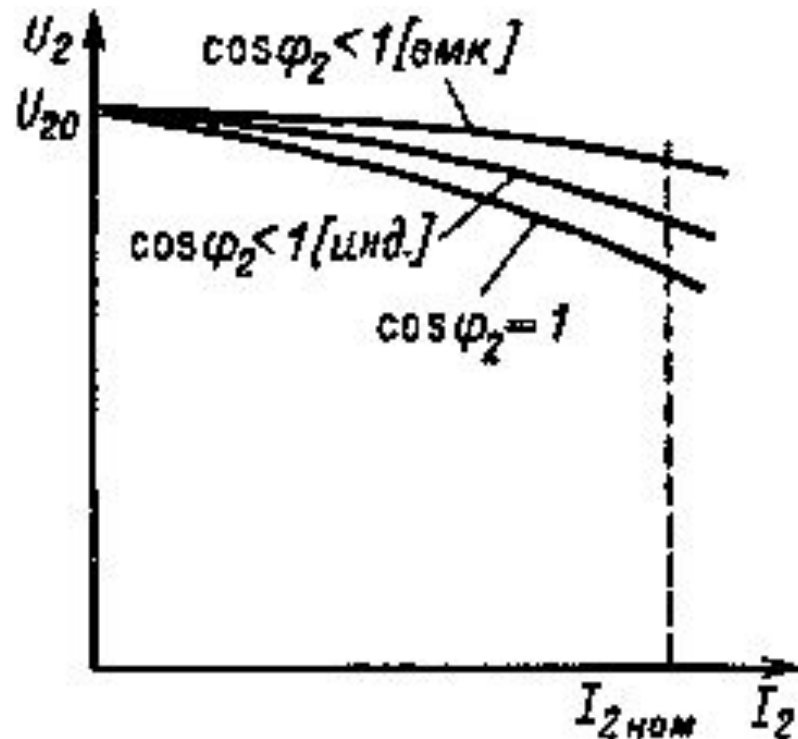
$$U_2 = F(I_2), \quad \text{при} \quad U_{1H} = \text{const}, \quad f_1 = \text{const}, \quad \cos \varphi_2 = \text{const}.$$



Большой и средней мощности

$$\Delta U_{2H} = \frac{U_{20} - U_{2H}}{100\%}$$

$$\Delta U_* = \frac{U_{20*} - U_{2*}}{U_{20*}} = \frac{U'_{20*} - U'_{2*}}{U'_{20*}} = \frac{U_{1H*} - U'_{2*}}{U_{1H*}} = 1 - U'_{2*}$$

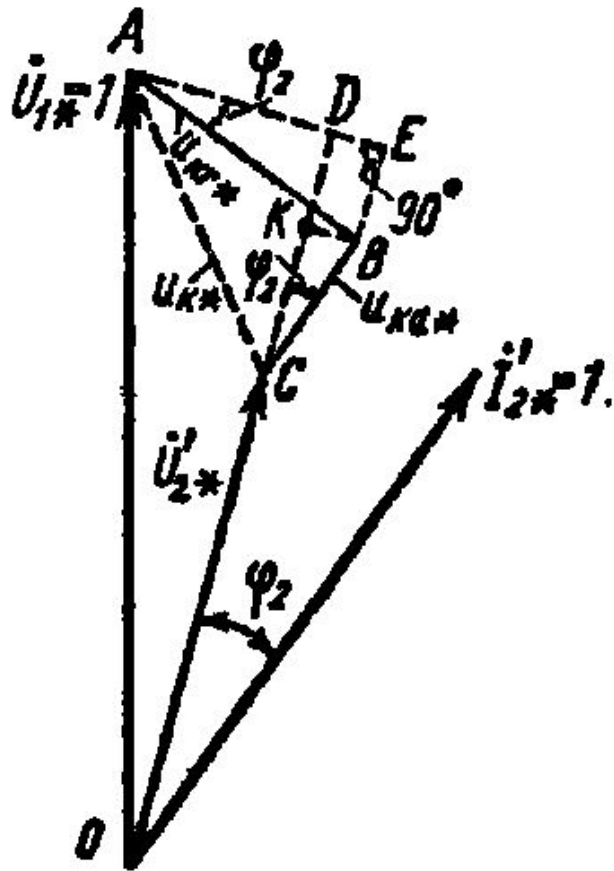


Малой мощности

Для силовых трансформаторов

$$\Delta U_H = 2...5\%;$$

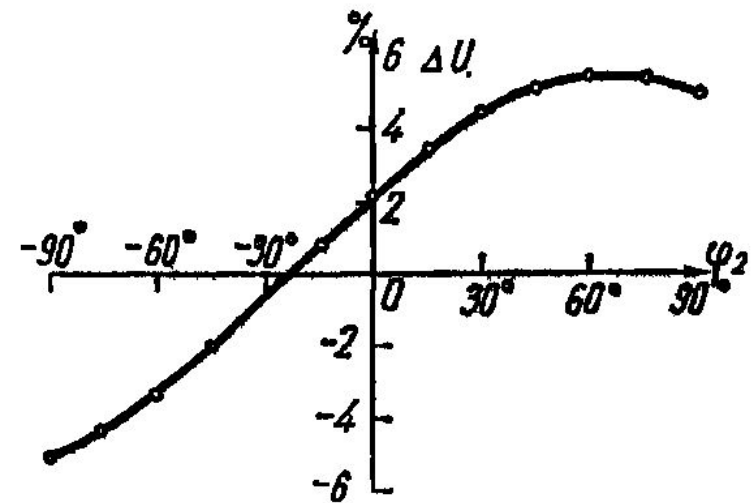
Изменение напряжения трансформатора



$$z_{k*} I'_{2H*} = z_{k*} = u_{k*};$$

$$r_{k*} I'_{2H*} = r_{k*} = u_{ka*};$$

$$x_{k*} I'_{2H*} = x_{k*} = u_{kr*};$$



$$u_{ka*} = \frac{u_{ka\%}}{100} \quad u_{kr*} = \frac{u_{kr\%}}{100}$$

$$\Delta U_{\%} = u_{ka\%} \cos \varphi_2 + u_{kr\%} \sin \varphi_2 + \frac{(u_{kr\%} \cos \varphi_2 - u_{ka\%} \sin \varphi_2)^2}{200}. \quad k_{\text{нр}} = \frac{I_2}{I_{2H}}$$

Способы регулирования напряжения на выходе трансформатора

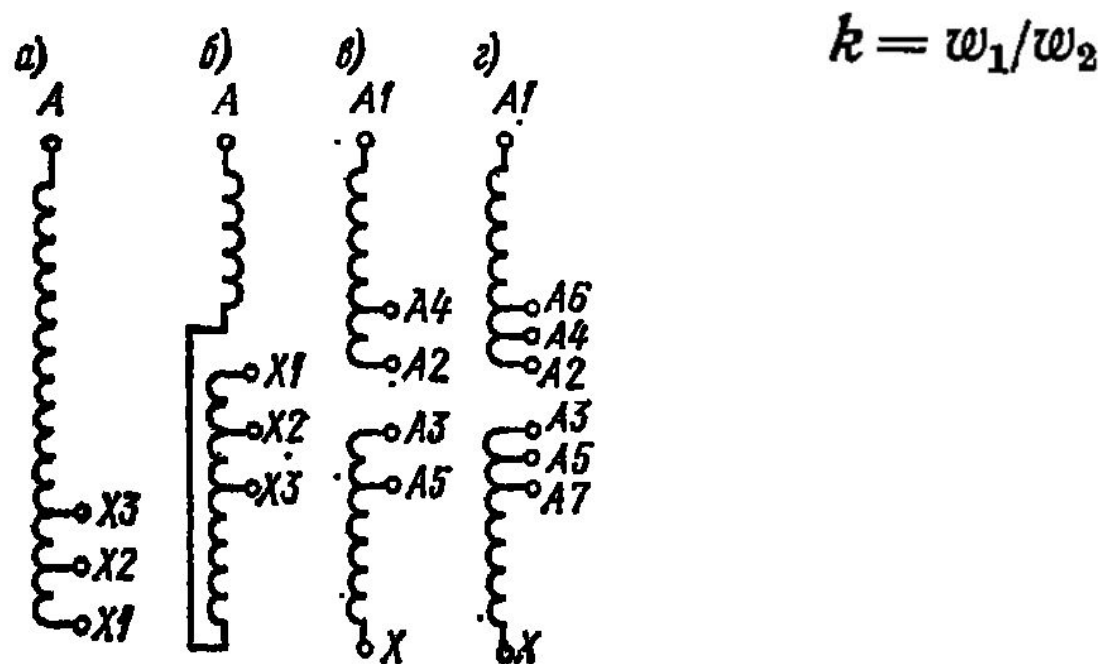
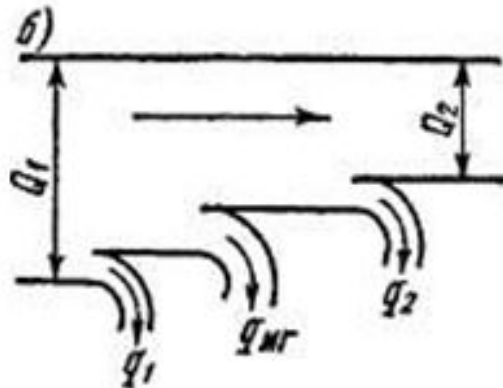
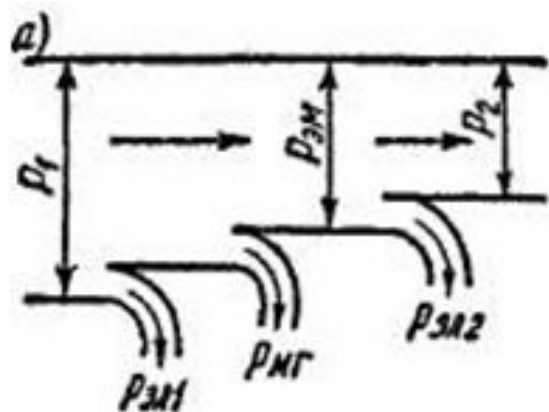


Рис. 15-6. Схемы обмоток с ответвлениями для регулирования напряжения

Потери и КПД трансформатора

Энергетическая диаграмма трансформатора



$$P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos \varphi_1$$

$$Q_1 = m_1 U_1 I_1 \sin \varphi_1$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + p_c + p_{об}} = \left(1 - \frac{p_c + p_{об}}{P_2 + p_c + p_{об}} \right)$$

$$p_{эл} = p_{эл1} + p_{эл2} = p_{об}$$

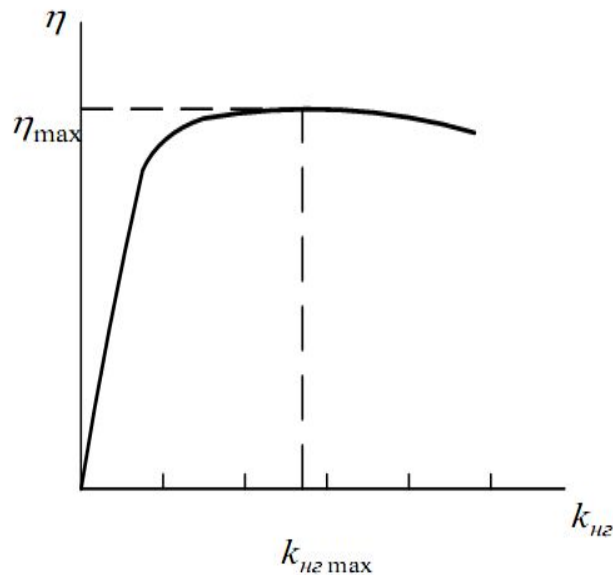
$$p_{эл} = I_1^2 r_1 + I_2'^2 r_2' = I_1^2 r_K = p_K$$

$$k_{нГ} = \frac{I}{I_H} \quad p_{эл} = k_{нГ}^2 I_{1H}^2 r_K = k_{нГ}^2 p_{KH}$$

$$p_{МГ} = p_c = p_0$$

$$P_2 = U_{2H} I_{2H} k_{нГ} \cos \varphi_2 = S_H k_{нГ} \cos \varphi_2$$

$$\eta = \left(1 - \frac{p_{сн} + p_{кн} k_{н\Gamma}^2}{k_{н\Gamma} S_H \cos \varphi_2 + p_{сн} + p_{кн} k_{н\Gamma}^2} \right)$$



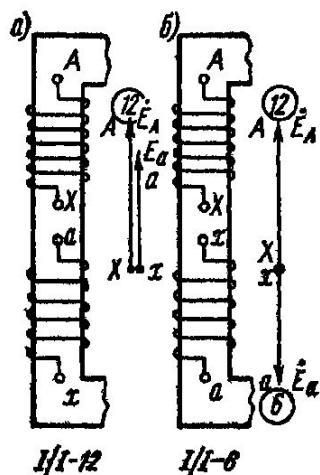
$$\frac{d\eta}{dk_{н\Gamma}} = 0$$

$$k_{н\Gamma}^2 p_{кн} - p_{сн} = 0$$

$$k_{н\Gamma \max} = \sqrt{\frac{P_{сн}}{P_{кн}}}$$

Зависимость КПД от коэффициента нагрузки

Схемы и группы соединений обмоток трансформаторов



Группы соединений однофазного трансформатора

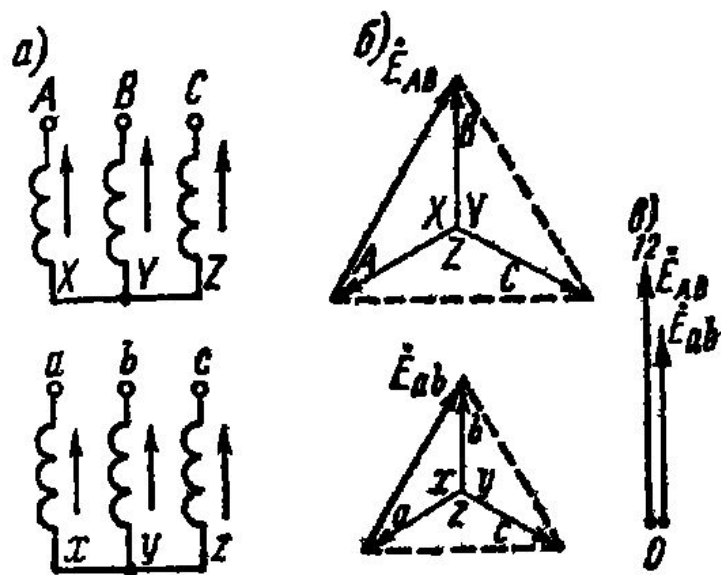


Рис 12-24 Трехфазный трансформатор со схемой и группой соединений $Y/Y-0$

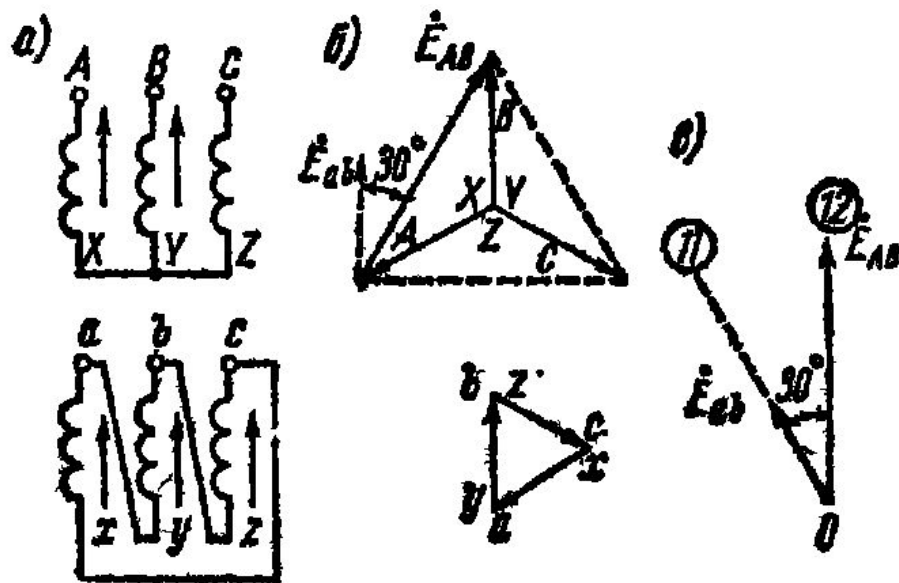


Рис 12-25 Трехфазный трансформатор со схемой и группой соединений $Y/\Delta-11$

Параллельная работа трансформаторов

$$S_{max} = S_{HI} + S_{HII} + \dots + S_{Hn}$$

Для достижения наилучших условий параллельной работы трансформаторов необходимо, чтобы общая нагрузка распределялась между параллельно работающими трансформаторами пропорционально их номинальным мощностям

Ток нагрузки равен арифметической сумме вторичных токов трансформаторов

При отсутствии нагрузки вторичные токи трансформаторов также равны нулю

1. одинаковые группы соединения обмоток
2. равные коэффициенты трансформации
3. равные напряжения короткого замыкания

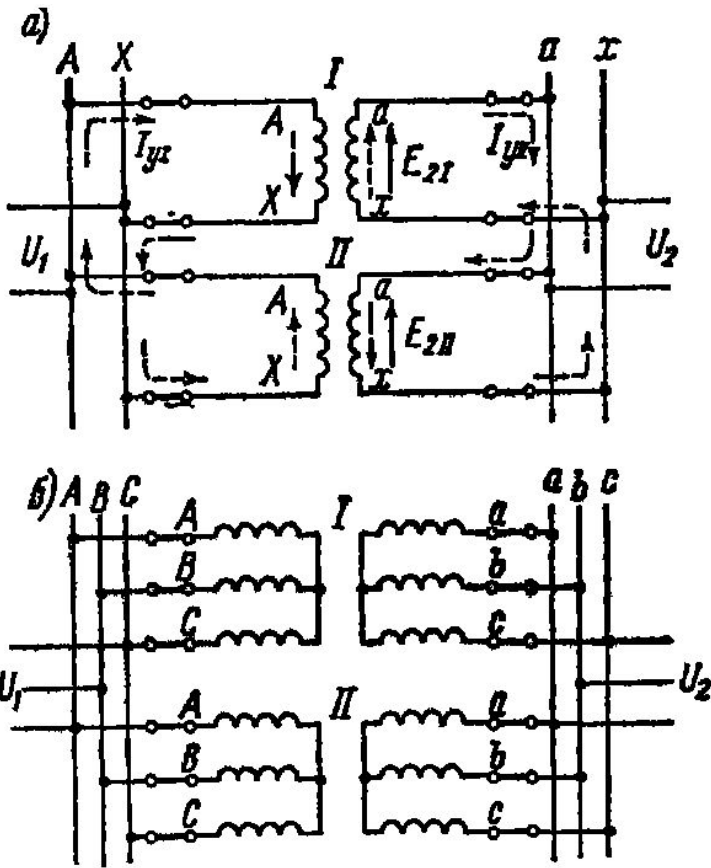
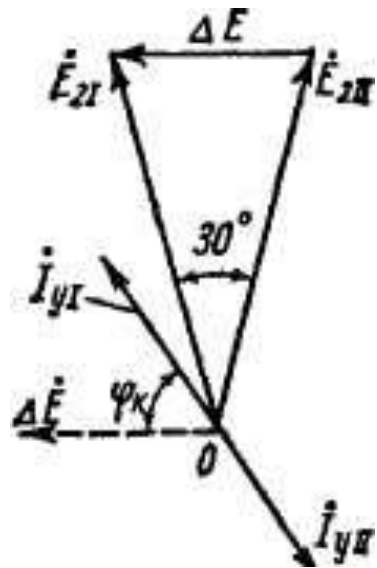


Рис. 15-11. Схемы параллельной работы однофазных (а) и трехфазных (б) двухобмоточных трансформаторов

Условие одинаковости групп соединений обмоток



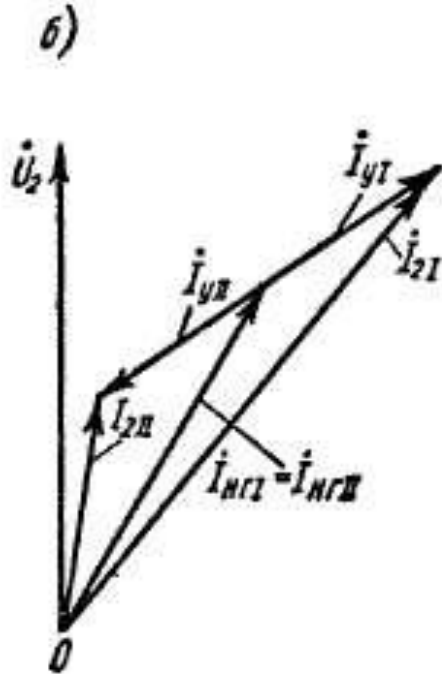
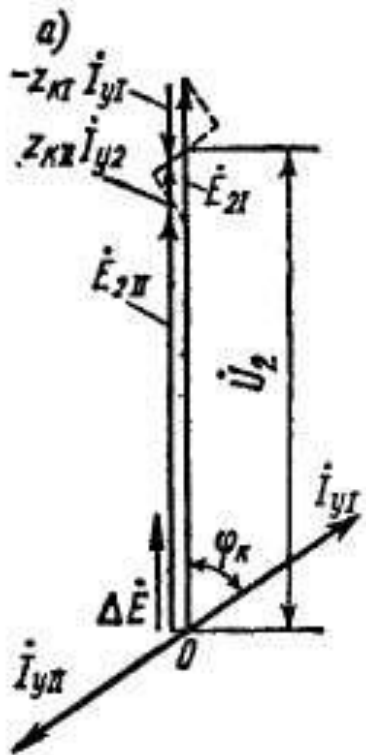
$$Y/Y_0 - 0 \quad Y/\Delta - 11$$

$$\Delta E = 2E_2 \sin 15^\circ = 0,518E_2.$$

$$I_{y*} = \frac{\Delta \dot{E}}{Z_{K1} + Z_{K2}}, \quad (15-20)$$

$$I_{y*} = \frac{0,518}{2 \cdot 0,05} = 5,18,$$

Условие равенства коэффициентов трансформации



$$k_I < k_{II}$$

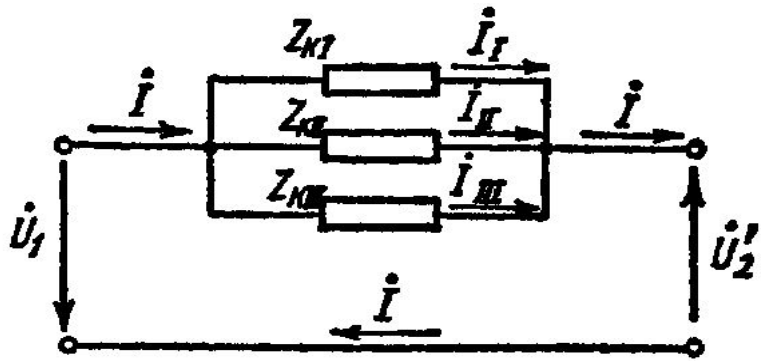
$$E_{2I} > E_{2II}$$

$$\Delta E = \dot{E}_{2I} - \dot{E}_{2II}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{E}_{2I} - \dot{I}_{yI} Z_{KI} = \dot{E}_{2II} - \dot{I}_{yII} Z_{KII}$$

$$I_{y*} = \frac{\Delta E_*}{z_{KI*} + z_{KII*}} = \frac{0,01}{2 \cdot 0,055} = 0,091 \text{ или } 9,1\%$$

Параллельная работа при разных сопротивлениях КЗ



$$\Delta U = i_I Z_{KI} = i_{II} Z_{KII} = \dots$$

$$\frac{i_{II}}{i_I} = \frac{Z_{KI}}{Z_{KII}} = \frac{z_{KI} e^{j\varphi_{KI}}}{z_{KII} e^{j\varphi_{KII}}}$$

$$u_K = \frac{I_H Z_K}{U_H} \quad \frac{i_{II}}{i_I} = \frac{u_{KI} U_H I_{HII}}{u_{KII} U_H I_{HI}} e^{j(\varphi_{KI} - \varphi_{KII})} = \frac{u_{KI} S_{HII}}{u_{KII} S_{HI}}$$

$$\frac{S_{II}}{S_I} = \frac{u_{KI} S_{HII}}{u_{KII} S_{HI}} \quad \frac{S_I}{S_{HI}} = S_I^* \quad \frac{S_{II}}{S_{HII}} = S_{II}^* \quad \frac{S_{II}^*}{S_I^*} = \frac{u_{KI}}{u_{KII}}$$

$$S_I^* : S_{II}^* : \dots : S_n^* = \frac{1}{u_{KI}} : \frac{1}{u_{KII}} : \dots : \frac{1}{u_{Kn}}$$

