

# Квантовая механика

## Лекция 0

### Часть 1

Александр Квашнин

# Литература

- Н. Ашкрофт, Н. Мермин, Физика твердого тела в 2х томах / пер. с англ А.С. Михайлова: под ред. М.И. Каганова.–М.: Мир, 1979
- В.И. Зиненко, Б.П. Сорокин, П.П. Турчин, Основы физики твердого тела.–Красноярск.: Наука, 2001
- Г.А. Розман, Лекции по квантовой механике.–Псков.: ПГПИ, 2003

# План лекции

- Введение
- Модели строения атома и квантовая теория Бора
- Волновые и корпускулярные свойства света и частиц
- Гипотеза де Бройля
  - Подтверждение гипотезы де Бройля
- Гипотеза Макса Борна
- Соотношение неопределенностей Гейзенберга

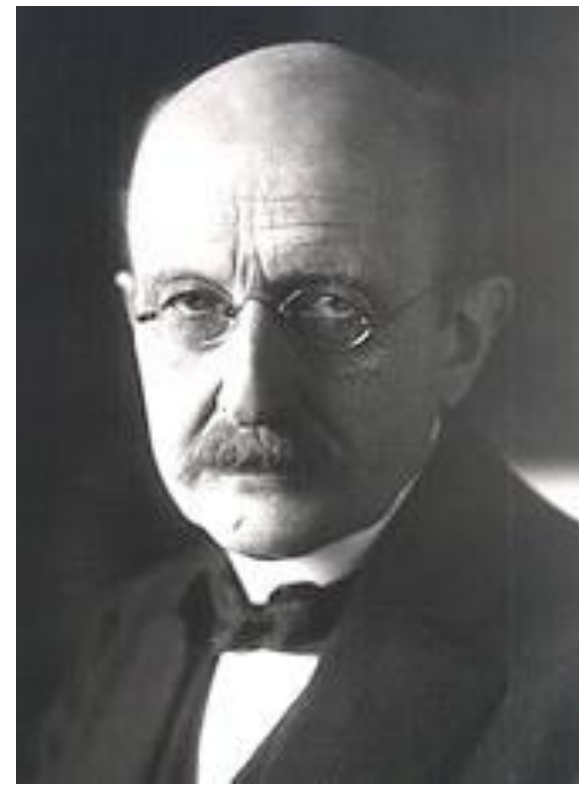
# План лекции

- **Введение**

- Модели строения атома и квантовая теория Бора
- Волновые и корпускулярные свойства света и частиц
- Гипотеза де Бройля
  - Подтверждение гипотезы де Бройля
- Гипотеза Макса Борна
- Соотношение неопределенностей Гейзенберга

# Введение

Рождение квантовой механики как науки произошло в 1900 году  
благодаря немецкому физику-теоретику Макс Планку



Макс Карл  
Эрнст Людвиг  
Планк  
(1858-1947)  
*Max Planck*

# Введение

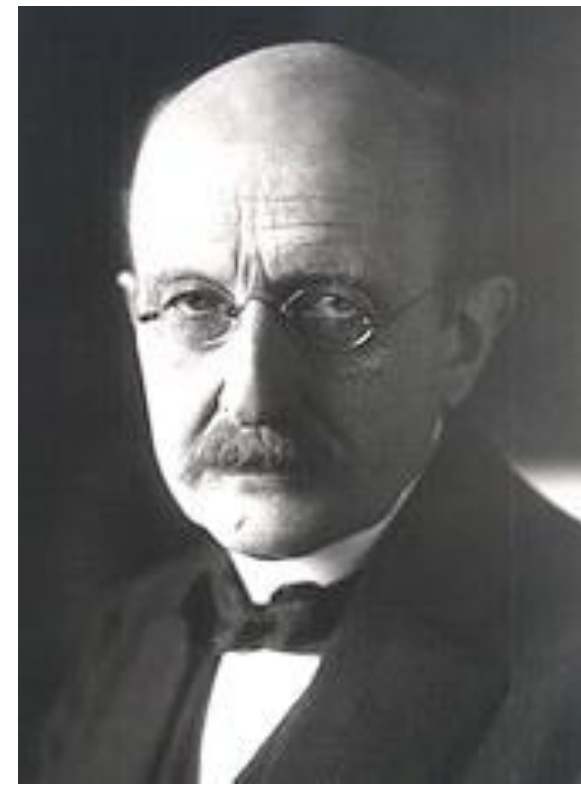
Рождение квантовой механики как науки произошло в 1900 году

— к теоретику Макс Планку



1918 год

В знак признания его заслуг в деле развития физики благодаря открытию квантов энергии



Макс Карл Эрнст Людвиг Планк  
(1858-1947)  
*Max Planck*

# Ультрафиолетовая катастрофа

До 1900 года – парадокс классической физики

# Ультрафиолетовая катастрофа

До 1900 года – парадокс классической физики

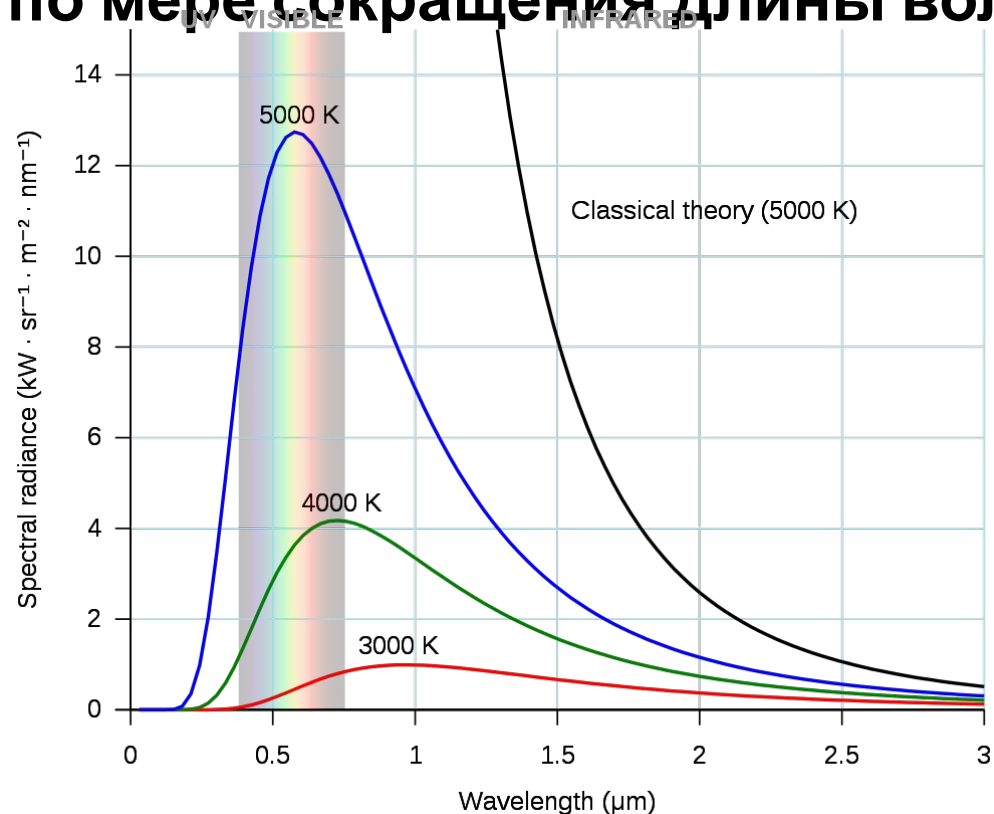
полная мощность теплового излучения любого нагретого тела, **согласно закону Рэля – Джинса**, должна быть бесконечной. Название парадокс получил из-за того, что спектральная плотность энергии излучения должна была неограниченно расти по мере сокращения длины волны



# Ультрафиолетовая катастрофа

До 1900 года – парадокс классической физики

полная мощность теплового излучения любого нагретого тела, **согласно закону Рэлея – Джинса**, должна быть бесконечной. Название парадокс получил из-за того, что спектральная плотность энергии излучения должна была неограниченно расти по мере сокращения длины волны



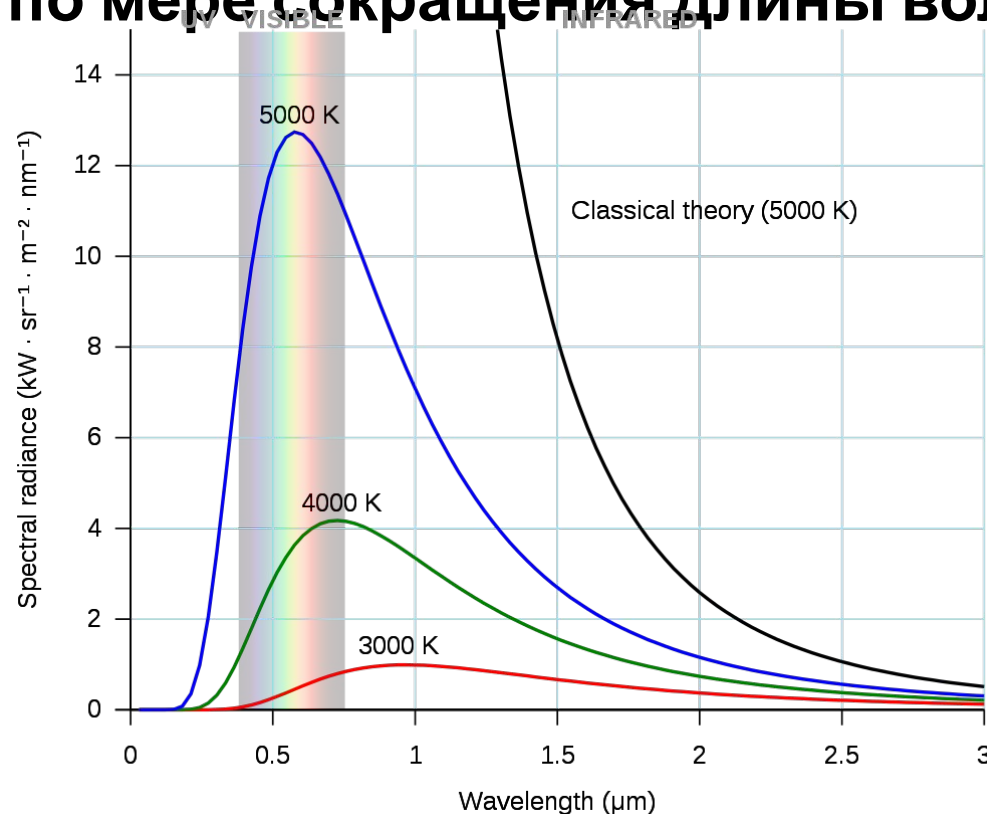
# Ультрафиолетовая катастрофа

До 1900 года – парадокс классической физики

полная мощность теплового излучения любого нагретого тела, **согласно закону Рэлея – Джинса**, должна быть бесконечной. Название парадокс получил из-за того, что спектральная плотность энергии излучения должна была неограниченно расти по мере сокращения длины волны

$$u(\omega, T) = k_B T \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3}$$

$$\omega \rightarrow 0, u \rightarrow \infty$$



# Ультрафиолетовая катастрофа

Планк сделал революционное предположение

# Ультрафиолетовая катастрофа

Планк сделал революционное предположение

Атомы нагретого тела излучают энергию не непрерывно, как считалось в классической физике, а **порциями, дискретно**

# Ультрафиолетовая катастрофа

Планк сделал революционное предположение

Атомы нагретого тела излучают энергию не непрерывно, как считалось в классической физике, а **порциями, дискретно**

$$E = h\nu$$

$h$  – постоянная величина,  
которая затем получила имя  
постоянной Планка

# Ультрафиолетовая катастрофа

Планк сделал революционное предположение

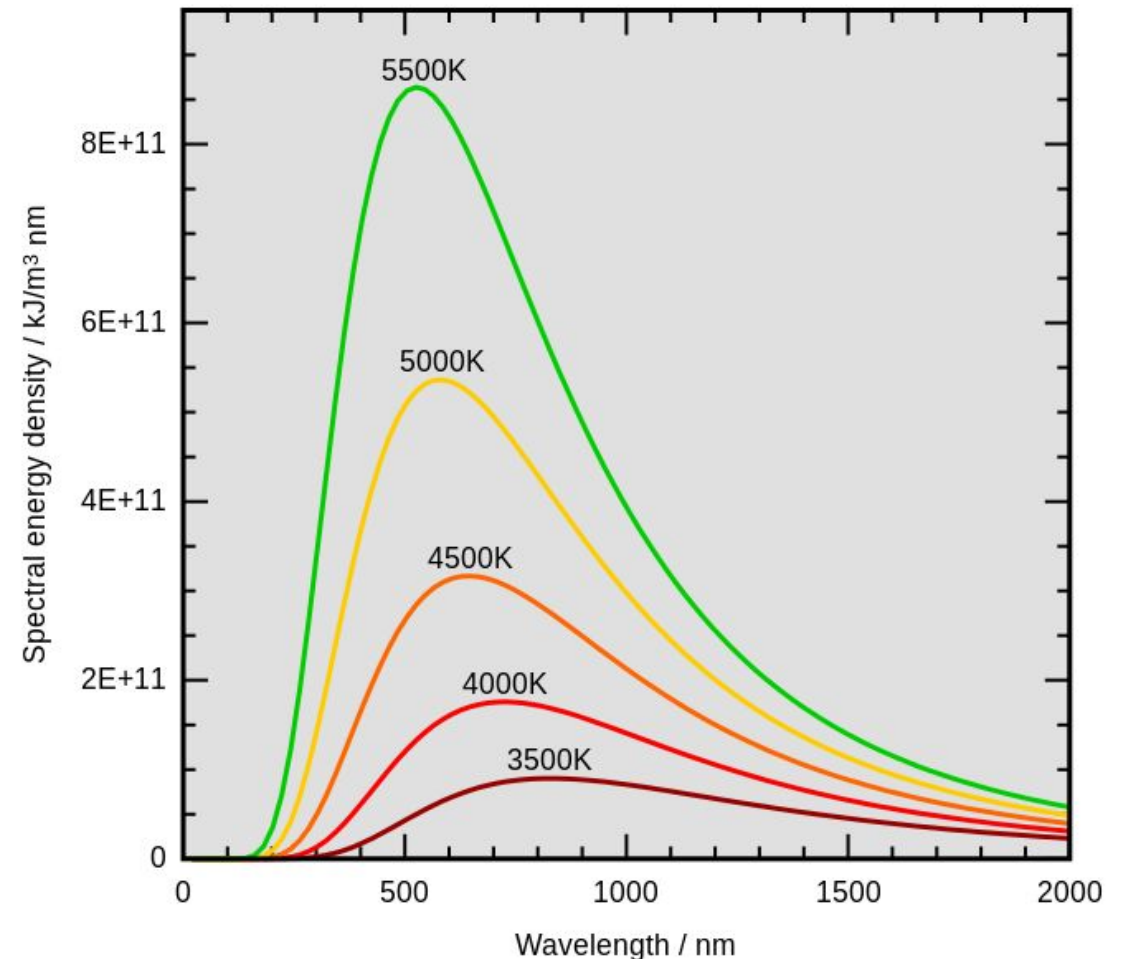
Атомы нагретого тела излучают энергию не непрерывно, как считалось в классической физике, а **порциями, дискре**

$$E = h\nu$$

$h$  – постоянная величина, которая затем получила имя постоянной Планка

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

**плотность энергии**



# План лекции

- Введение
- **Модели строения атома и квантовая теория Бора**
- Волновые и корпускулярные свойства света и частиц
- Гипотеза де Бройля
  - Подтверждение гипотезы де Бройля
- Гипотеза Макса Борна
- Соотношение неопределенностей Гейзенберга

# Модели строения атома и квантовая теория Бора

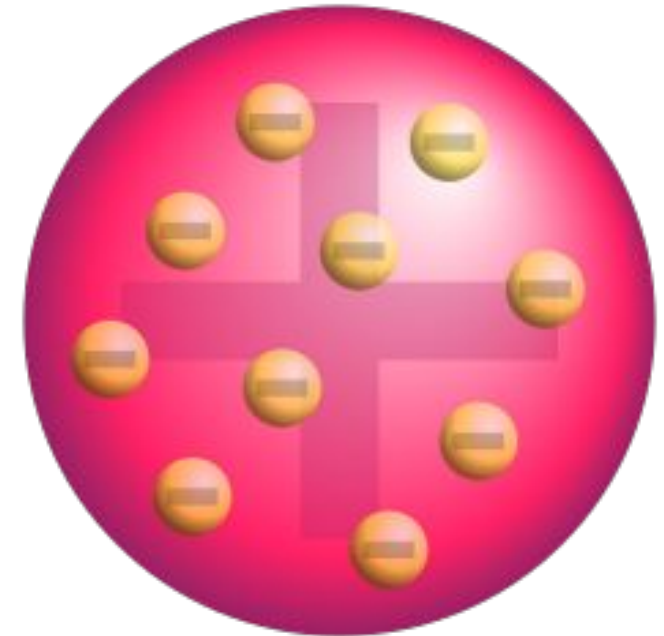
После открытия первой элементарной частицы-электрона в 1897 году были предложены модели строения атомов



# Модели строения атома и квантовая теория Бора

После открытия первой элементарной частицы-электрона в 1897 году были предложены модели строения атомов

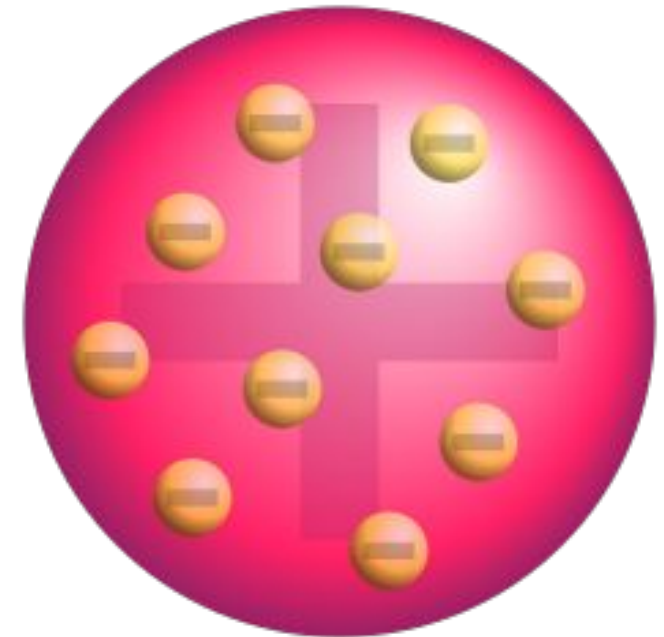
**Модель Дж. Томсона** (пудинг с изюмом): атом – положительно заряженное облако, внутри которого вкраплены электроны.  
Суммарный заряд электронов равен заряду облака



# Модели строения атома и квантовая теория Бора

После открытия первой элементарной частицы-электрона в 1897 году были предложены модели строения атомов

**Модель Дж. Томсона** (пудинг с изюмом): атом – положительно заряженное облако, внутри которого вкраплены электроны. Суммарный заряд электронов равен заряду облака



**Недостатки.** Статическая система зарядов не может находиться в устойчивом равновесии (см. теорема Ирншоу), а атомы существуют миллиарды лет.

# Модели строения атома и квантовая теория Бора

## Модель

## Резерфорда

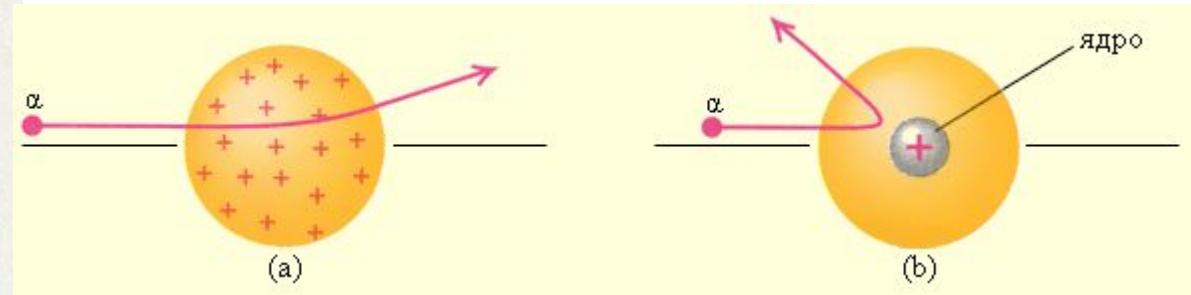
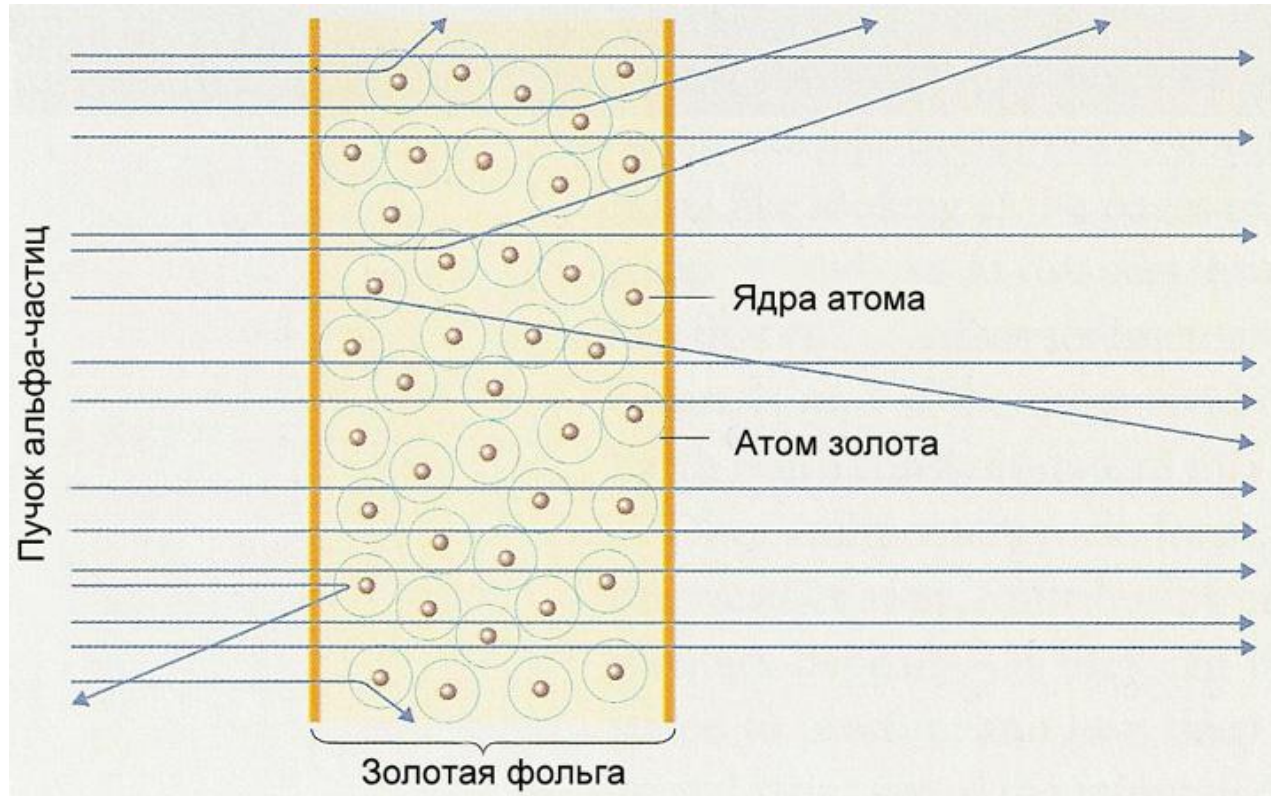
Э. Резерфорд в 1911 году провел эксперимент вместе со своими сотрудниками Э. Марсденом и Х.Гейгером по рассеянию альфа-частиц на золотой фольге, которые показали несостоятельность модель Томсона

# Модели строения атома и квантовая теория Бора

## Модель

## Резерфорда

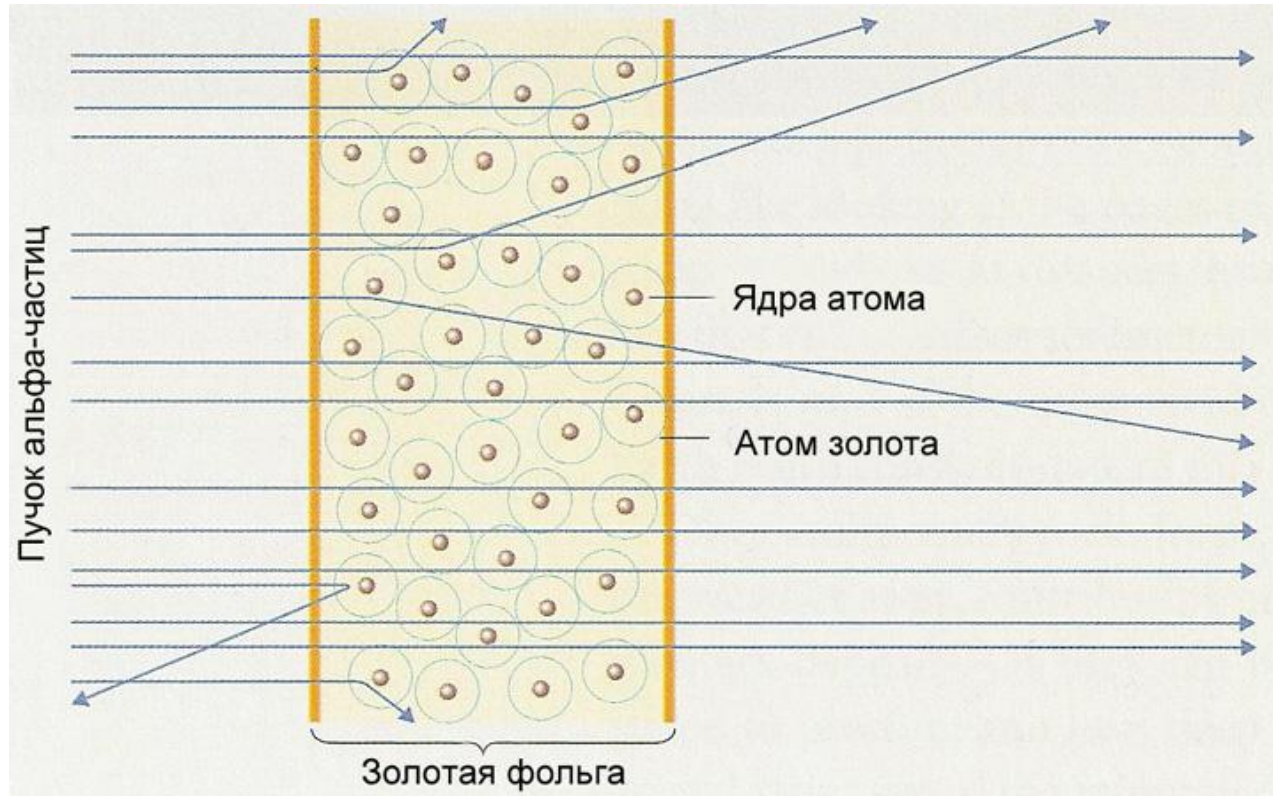
Э. Резерфорд в 1911 году провел эксперимент вместе со своими сотрудниками Э. Марсденом и Х.Гейгером по рассеянию альфа-частиц на золотой фольге, которые показали несостоятельность модель Томсона



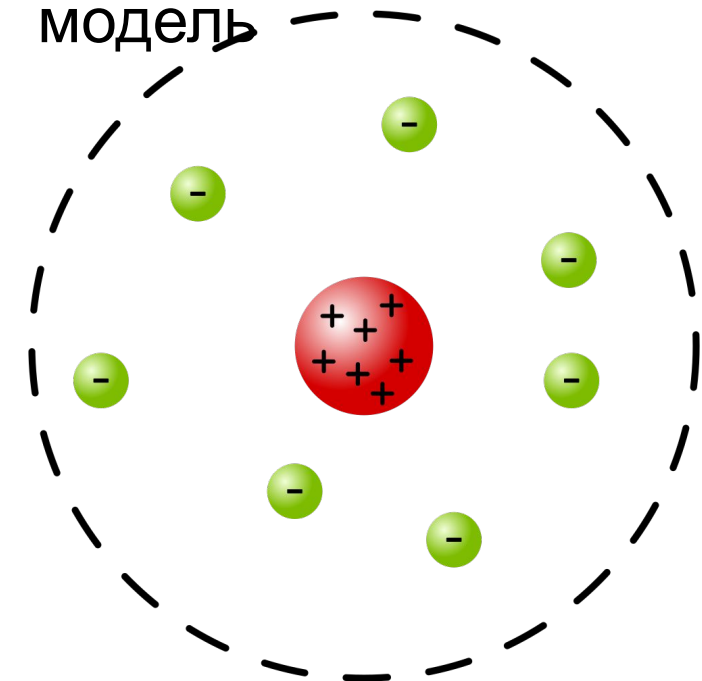
# Модели строения атома и квантовая теория Бора

## Модель Резерфорда

Э. Резерфорд в 1911 году провел эксперимент вместе со своими сотрудниками Э. Марсденом и Х.Гейгером по рассеянию альфа-частиц на золотой фольге, которые показали несостоятельность модель Томсона



## Планетарная модель





# Модели строения атома и квантовая теория Бора

В 1913 году Нильс Бор ввел в классическую физику парадоксальные утверждения-постулаты:

1. В атоме существуют стационарные электронные орбиты, находясь на которых электрон **не излучает** энергию
2. Только **при переходе** с одной орбиты на другую электрон поглощает или излучает энергию

В 1913 году Густав Герц и Джеймс Франк экспериментально установили существование в атомах дискретных энергетических состояний, что подтвердило теорию Бора. За это открытие они были удостоены Нобелевской премии в 1925 году.



Нильс Хё́нрик  
Дави́д Бор  
(1885-1962)

# План лекции

- Введение
- Модели строения атома и квантовая теория Бора
- **Волновые и корпускулярные свойства света и частиц**
- Гипотеза де Бройля
  - Подтверждение гипотезы де Бройля
- Гипотеза Макса Борна
- Соотношение неопределенностей Гейзенберга

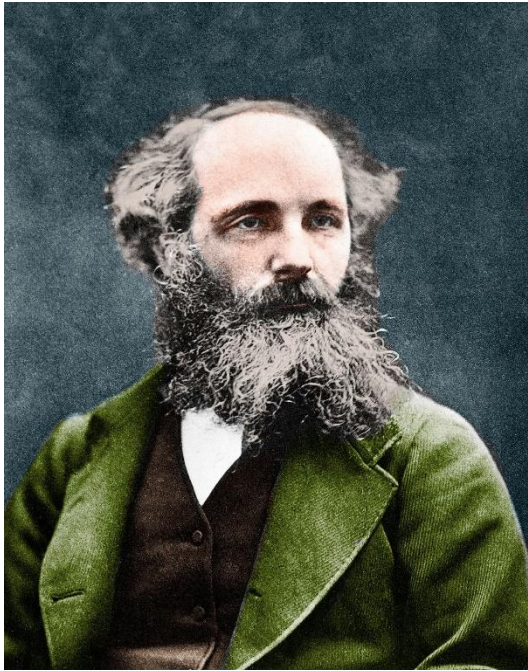
# Волновые и корпускулярные свойства света

У света были обнаружены такие явления, как интерференция, дифракция, поляризация, которые могли быть объяснены только исходя из теории, что свет – это волновой процесс и имеет волновую природу



# Волновые и корпускулярные свойства света

У света были обнаружены такие явления, как интерференция, дифракция, поляризация, которые могли быть объяснены только исходя из теории, что свет – это волновой процесс и имеет волновую природу

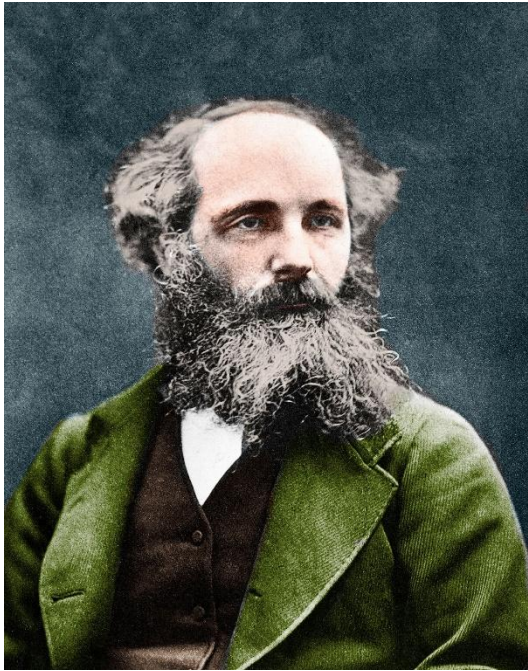


Дж. Максвелл в своей электродинамике показал, что **свет является электромагнитными волнами**

Джеймс Клерк Максвелл  
(1831-1879)

# Волновые и корпускулярные свойства света

У света были обнаружены такие явления, как интерференция, дифракция, поляризация, которые могли быть объяснены только исходя из теории, что свет – это волновой процесс и имеет волновую природу



Джеймс Клерк Максвелл  
(1831-1879)

Дж. Максвелл в своей электродинамике показал, что **свет является электромагнитными волнами**

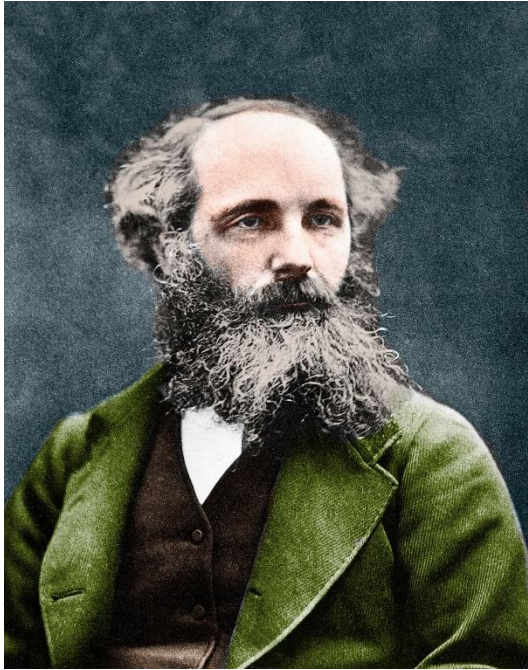
В 1887 г. Г. Герц **экспериментально обнаружил** электромагнитные волны, что подтвердило волновую природу света



Генрих Рудольф Герц  
(1857-1894)

# Волновые и корпускулярные свойства света

У света были обнаружены такие явления, как интерференция, дифракция, поляризация, которые могли быть объяснены только исходя из теории, что свет – это волновой процесс и имеет волновую природу



Джеймс Клерк Максвелл  
(1831-1879)

Дж. Максвелл в своей электродинамике показал, что **свет является электромагнитными волнами**

В 1887 г. Г. Герц **экспериментально обнаружил** электромагнитные волны, что подтвердило волновую природу света

**НО!**



Генрих Рудольф Герц  
(1857-1894)



# Фотоэффект

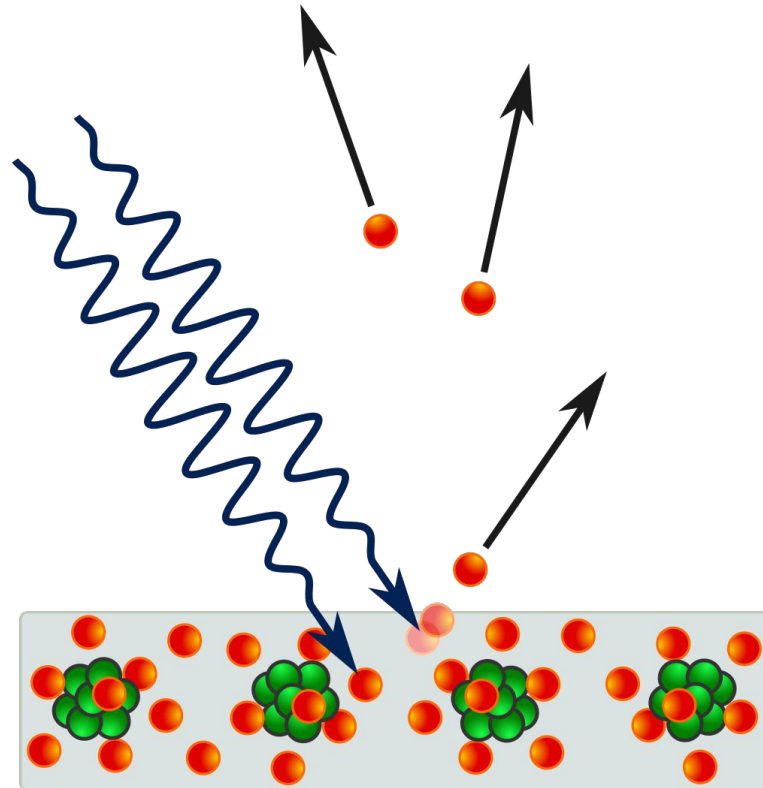
В 1887 г. Г. Герц экспериментально наблюдал и другое явление, которое было названо **фотоэффектом**



Генрих Рудольф Герц  
(1857-1894)

# Фотоэффект

В 1887 г. Г. Герц экспериментально наблюдал и другое явление, которое было названо **фотоэффект** — явление взаимодействия света с веществом, при котором энергия фотонов передаётся электронам вещества



Генрих Рудольф Герц  
(1857-1894)

# Фотоэффект

В 1887 г. Г. Герц экспериментально наблюдал и другое явление, которое было названо **фотоэффект** явление взаимодействия света с веществом, при котором энергия фотонов передаётся электронам вещества



Александр Григорьевич  
Столетов  
(1839-1896)

С 1888 по 1890 года занимался исследованием фотоэффекта. В результате установил два закона:



Генрих Рудольф Герц  
(1857-1894)

# Фотоэффект

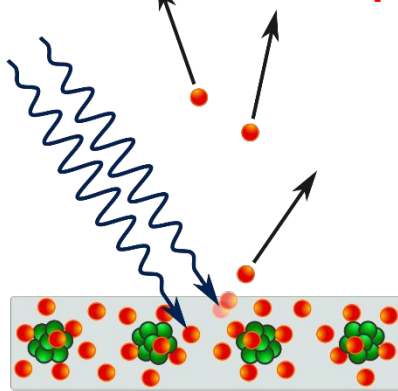
В 1887 г. Г. Герц экспериментально наблюдал и другое явление, которое было названо **фотоэффект** явление взаимодействия света с веществом, при котором энергия фотонов передаётся электронам вещества



Александр Григорьевич  
Столетов  
(1839-1896)

С 1888 по 1890 года занимался исследованием фотоэффекта. В результате установил два закона:

1. **Величина фототока зависит от интенсивности падающего светового потока**
2. **Энергия вылетающих зарядов не зависит от интенсивности падающего светового потока**



Генрих Рудольф Герц  
(1857-1894)



# Фотоэффект

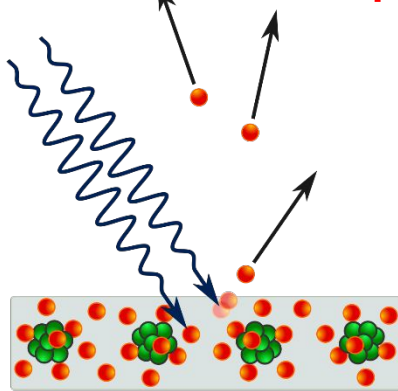
В 1887 г. Г. Герц экспериментально наблюдал и другое явление, которое было названо **фотоэффект** явление взаимодействия света с веществом, при котором энергия фотонов передаётся электронам вещества



Александр Григорьевич  
Столетов  
(1839-1896)

С 1888 по 1890 года занимался исследованием фотоэффекта. В результате установил два закона:

1. **Величина фототока зависит от интенсивности падающего светового потока**
2. **Энергия вылетающих зарядов не зависит от интенсивности падающего светового потока**



**НО!**



Генрих Рудольф Герц  
(1857-1894)



# Волновые и корпускулярные свойства

## света

Почему энергия вылетающих фотонов не зависит от интенсивности?

Второй закон Столетова не мог быть объяснен с точки зрения волновой теории света.

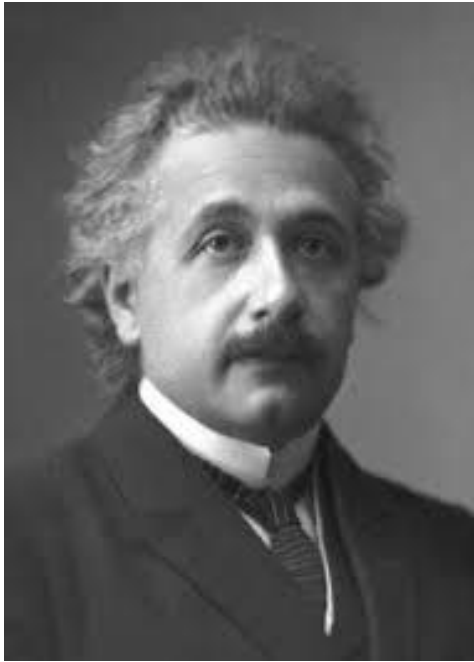
# Волновые и корпускулярные свойства

## света

Почему энергия вылетающих фотонов не зависит от интенсивности?

Второй закон Столетова не мог быть объяснен с точки зрения волновой теории

~~света~~ Только в 1905 году Альберт Эйнштейн, исходя из **корпускулярных представлений** о свете, смог объяснить все особенности этого явления



Альберт Эйнштейн  
(1879-1955)

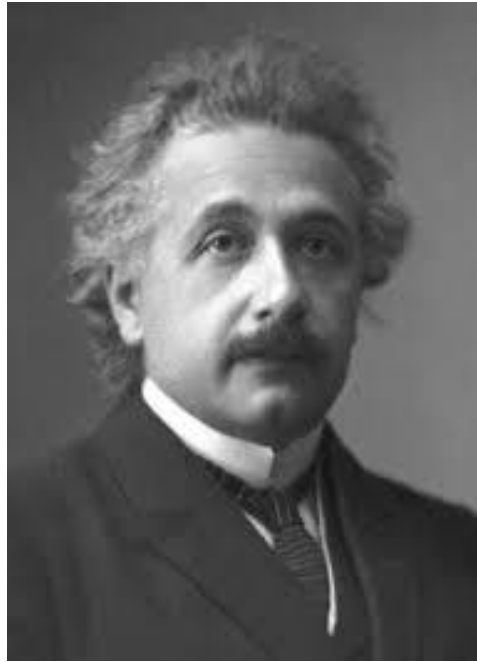
# Волновые и корпускулярные свойства

## света

Почему энергия вылетающих фотонов не зависит от интенсивности?

Второй закон Столетова не мог быть объяснен с точки зрения волновой теории

**света** Только в 1905 году Альберт Эйнштейн, исходя из **корпускулярных представлений** о свете, смог объяснить все особенности этого явления



Альберт Эйнштейн  
(1879-1955)

за теорию фотоэффекта А. Эйнштейн был удостоен Нобелевской премии по физике за 1921 год



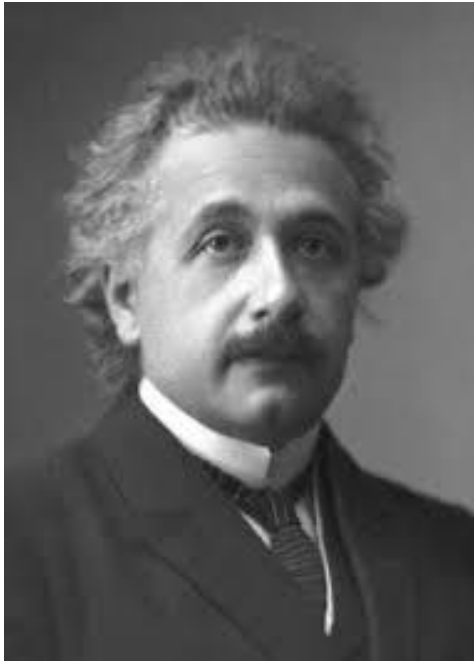
# Волновые и корпускулярные свойства

## света

Почему энергия вылетающих фотонов не зависит от интенсивности?

Второй закон Столетова не мог быть объяснен с точки зрения волновой теории

~~света~~ Только в 1905 году Альберт Эйнштейн, исходя из **корпускулярных представлений** о свете, смог объяснить все особенности этого явления



Альберт Эйнштейн  
(1879-1955)

Предполагая, что электромагнитная волна распространяется в виде корпускул – **квантов**, Эйнштейн написал следующее выражение

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2},$$

которое выражает закон сохранения и превращения энергии при фотоэффекте

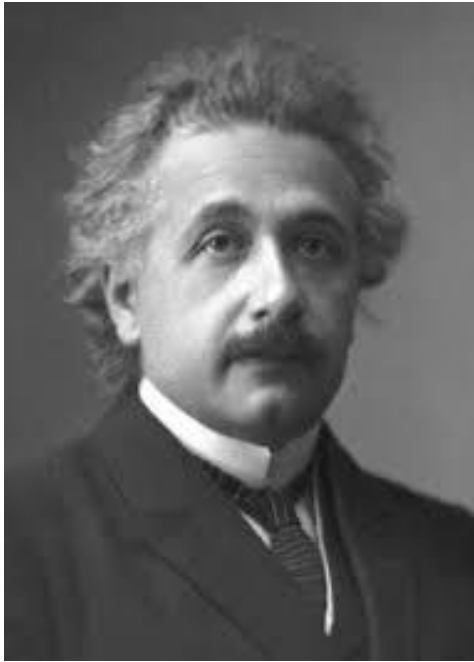
# Волновые и корпускулярные свойства

## Света

Почему энергия вылетающих фотонов не зависит от интенсивности?

Второй закон Столетова не мог быть объяснен с точки зрения волновой теории

Только в 1905 году Альберт Эйнштейн, исходя из **корпускулярных представлений** о свете, смог объяснить все особенности этого явления



Альберт Эйнштейн  
(1879-1955)

Предполагая, что электромагнитная волна распространяется в виде корпускул – **квантов**, Эйнштейн написал следующее выражение

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2},$$

которое выражает закон сохранения и превращения энергии при фотоэффекте

Слева стоит величина энергии кванта света (по гипотезе Планка)

Справа – первое слагаемое определяет работу по вырыванию заряда из металлической пластинки, второе слагаемое –

кинетическая энергия свободных электронов

# Волновые и корпускулярные свойства света

Существуют явления (интерференция, дифракция, поляризация), в которых свет проявляет волновые свойства

В других (фотоэффект, эффект Комптона) свет проявляет корпускулярные свойства

# Волновые и корпускулярные свойства света

Существуют явления (интерференция, дифракция, поляризация), в которых свет проявляет волновые свойства

В других (фотоэффект, эффект Комптона) свет проявляет корпускулярные свойства

**ВАЖНО!**

**Не существует** эксперимента, в котором волновые и корпускулярные свойства проявлялись бы у света **одновременно**

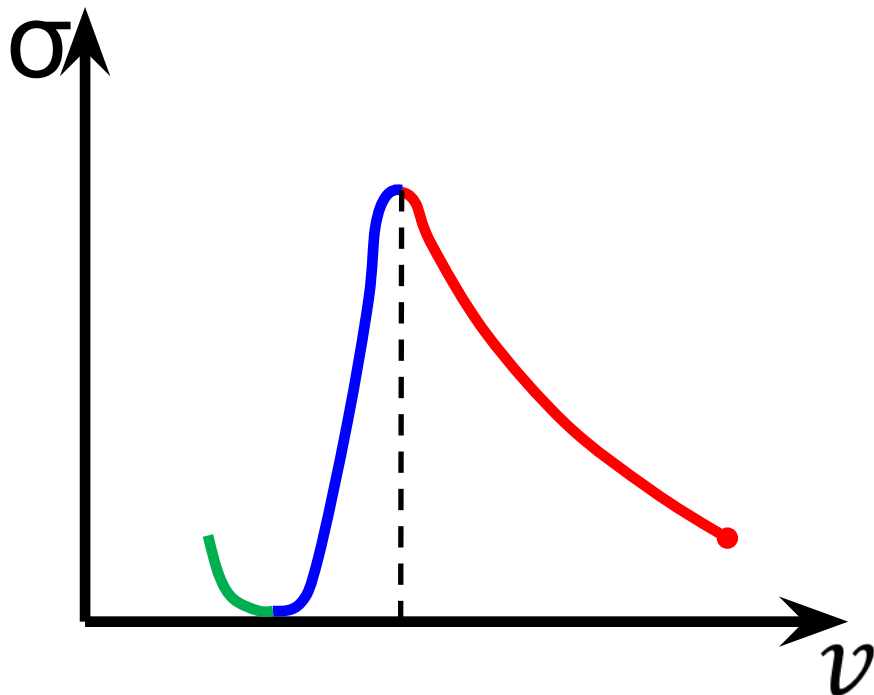
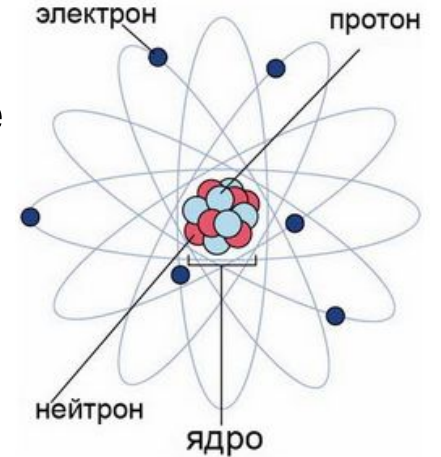
# Волновые и корпускулярные свойства

## света

К началу XX века были известны **три** элементарные частицы (**электрон**, **протон**, **фотон**), которые в вышеописанных опытах проявляют корпускулярные свойства

# НО!

В 1921 году, Карл Рамзауэр и Джон Таунсенд поставили опыт по рассеянию электронов на атомах инертных газов.



При больших скоростях электронов их время взаимодействия с атомами инертных газов мало, эффективное сечение рассеяния  $\sigma$  будет малым

При уменьшении скорости электронов сечение рассеяния увеличивается, что соответствует классическим законам соударения

При определенной скорости электронов происходило резкое падение сечения рассеяния

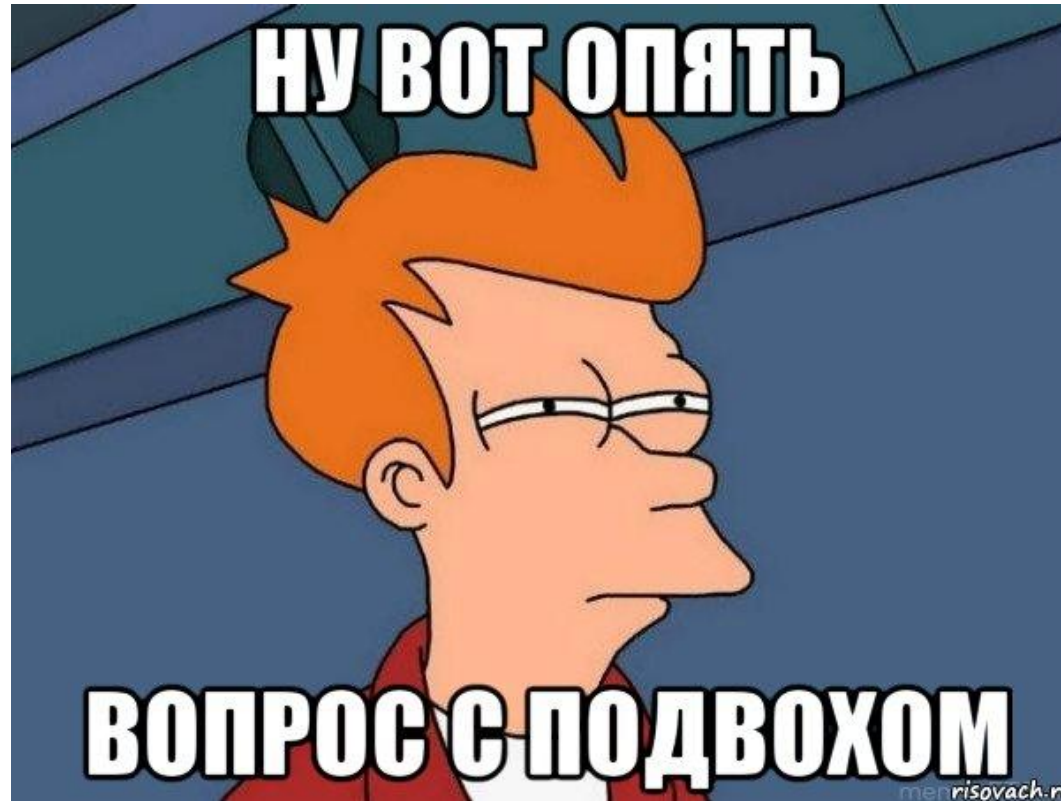
Которое затем начинало возрастать



# Волновые и корпускулярные свойства света

Для объяснения этого эффекта обратимся к Луи де Бройлю

«Безумная идея»: а не обладают ли **частицы вещества** (электроны и протоны) не только корпускулярными, но и **волновыми свойствами**?



Луи де Бройль  
(1892-1987)

# Волновые и корпускулярные свойства света

Для объяснения этого эффекта обратимся к Луи де Бройлю

«Безумная идея»: а не обладают ли **частицы вещества** (электроны и протоны) не только корпускулярными, но и **волновыми свойствами**?

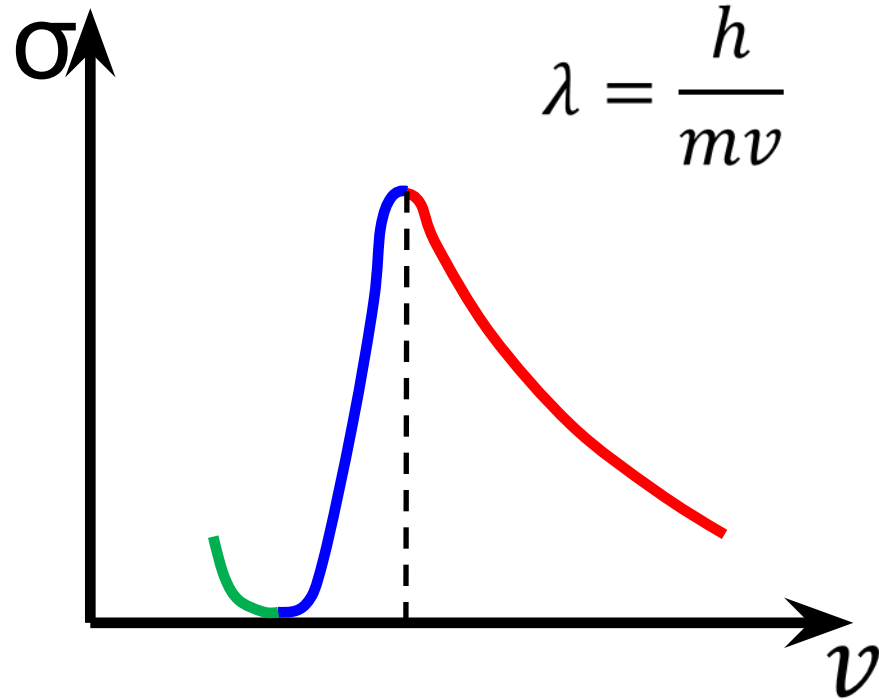
1. Волновые свойства света характеризуются длиной волны  $\lambda$
2. Нужно ввести длину волны для частиц, чтобы описывать их волновые свойства: 
$$\lambda = \frac{h}{mv},$$

где  $h$  – постоянная Планка,  $m$  – масса частицы,  $\lambda$  – характеристика волновых свойств частицы,  $v$  – скорость движения частицы



Луи де Бройль  
(1892-1987)

# Волновые и корпускулярные свойства света



Электрон, который обладает волновыми свойствами, встречая препятствие, должен **испытывать явление дифракции**

Но, размеры препятствия должны быть сравнимы с длиной волны электрона

Из формулы видно, что это условие может выполняться при определенной скорости движения электронов. При этом волна будет огибать препятствие, что приведет к резкому уменьшению эффективного сечения рассеяния

Чтобы объяснить рассматриваемый опыт, нужно было выйти за пределы классических представлений и признать, что электроны обладают не только корпускулярными, но и волновыми свойствами

**Электрон обладает волновыми свойствами  $\neq$  электрон – это волна**

# План лекции

- Введение
- Модели строения атома и квантовая теория Бора
- Волновые и корпускулярные свойства света и частиц
- **Гипотеза де Бройля**
  - Подтверждение гипотезы де Бройля
- Гипотеза Макса Борна
- Соотношение неопределенностей Гейзенберга

# Гипотеза де Бройля

Де Бройль использовал формулы Эйнштейна для фотоэффекта, чтобы постулировать о волновых свойствах частиц

$$E = \hbar\nu = \hbar\omega \quad \lambda = \frac{h}{mv} \quad \vec{p} = \frac{h\nu}{c} = h\vec{k}$$

Формулы  
де Бройля

где  $\omega = 2\pi\nu$  – циклическая частота,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число,  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ .

Для описания волновых свойств частиц де Бройль использует формулу волновой функции плоской волны:

$$\Psi = Ae^{-i(\omega t - kx)}$$

Так как волновая функция является **комплексной величиной**, то физического смысла она **не имеет**

# Гипотеза де Бройля

$$E = \hbar\nu = \hbar\omega \quad \lambda = \frac{h}{mv} \quad \vec{p} = \frac{h\nu}{c} = \hbar\vec{k}$$

Формулы  
де Бройля

Эти формулы связывают между собой **корпускулярные** и **волновые** характеристики свойств элементарных частиц

**Диалектическое единство корпускулярно-волновых свойств**

**элементарных частиц**  
Запишем выражение для волны де Бройля в виде:

$$\Psi = Ae^{-\frac{i(Et - px)}{\hbar}}$$

$(Et - px)$  - фаза волны де Бройля



# Гипотеза де Бройля

Определим с какой скоростью перемещаются точки элементарной частицы, имеющие одну и ту же фазу

$$\omega t - kx = const$$

Тогда производная по времени

$$\omega - k(dx/dt) = 0$$

Тогда обозначим

$$dx/dt = V_{ph} \text{ - фазовая скорость волны де Бройля}$$

Ил  
и

$$\omega/k = V_{ph}$$

Покажем, что фазовая скорость может быть больше скорости света в вакууме, следовательно, это чисто математическое понятие, не имеющее физического смысла

# Гипотеза де Бройля

Применим формулы СТО и получим

$$V_{ph} = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p} \cdot \frac{\hbar}{\hbar} = \frac{\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}{mv} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v} > c$$

Таким образом, с фазовой скоростью волны де Бройля не связан материальный процесс, потому что материальный процесс не может проходить со скоростью больше, чем скорость света в вакууме, согласно СТО

Получим закон дисперсии волн де Бройля, т.е. зависимость фазовой скорости от длины волны или волнового числа

$$V_{ph} = \frac{E}{p} = \frac{\sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}}{\hbar k} = \sqrt{c^2 + \frac{m^2c^4}{\hbar^2 k^2}}$$

**Закон дисперсии фазовой скорости**

Отсюда видно, что  $V_{ph}$  – сложная функция волнового числа.

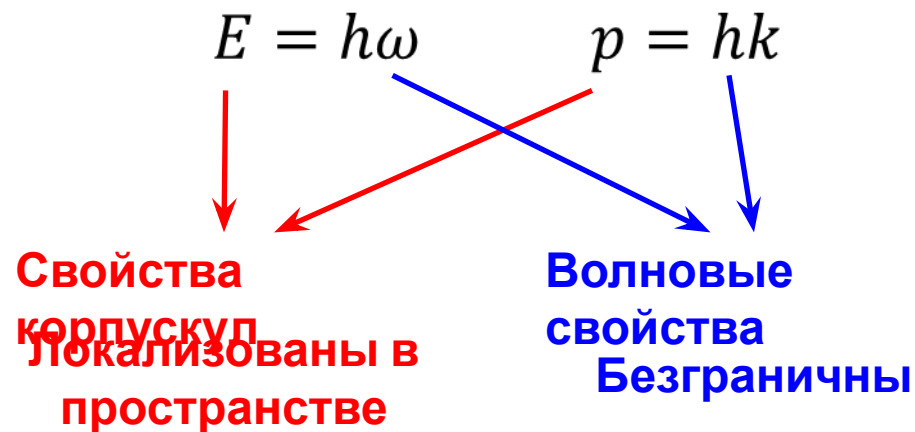
Для разных  $k$  значение  $V_{ph}$  будет разным

# Гипотеза де Бройля

**ИТОГ №1.** Волновая функция де Бройля не имеет непосредственного физического смысла

**ИТОГ №2.** Формула для волновой функции де Бройля имеет вид плоской волны, которая безгранична по своему определению, а элементарная частица локализована в пространстве

**ИТОГ №3.** Уравнения де Бройля содержат физические характеристики, которые с классической точки зрения не могут быть совместимы



Дуальность подхода к свойствам элементарных частиц – это принципиальное положение квантовой механики

# Гипотеза де Бройля

Употреблять и сопоставлять микрочастице плоскую волну де Бройля **нельзя**

Волна де Бройля – плоская бегущая волна, не имеющая локализации и границ

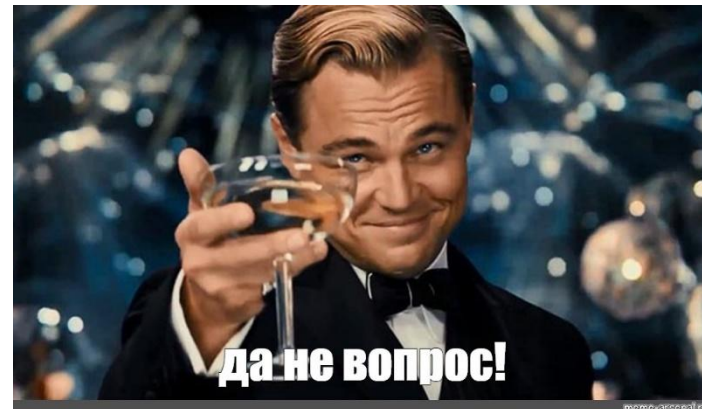
Частица – локализованный физический объект

**НО**

из теории волновых процессов известно, что, образуя суперпозицию плоских волн всевозможных частот, можно создать локализованное волновое образование.

**Волновой пакет**

Можно ли описать частицу как волновой пакет?



# Волновой пакет

Построим волновой пакет в виде суперпозиции волновых функций де Бройля

Пусть частоты меняются в интервале от  $\omega + \Delta\omega$  до  $\omega - \Delta\omega$ , или в интервале от  $k_0 + \alpha$  до  $k_0 - \alpha$ , где  $\alpha \ll k_0$ , а  $\Delta\omega \ll \omega$

$$\Psi = \int_{k_0 - \alpha}^{k_0 + \alpha} A(k) e^{-i(\omega t - kx)} \leftarrow$$

**ЗНАЧЕНИЕ.** Берется сумма бесконечно близких по волновому числу волн де Бройля

Проведем преобразования показателя степени подынтегральной функции

$$\omega t - kx = (\omega - \omega_0)t - (k - k_0)x + \omega_0 t - k_0 x = [(\omega - \omega_0)t - (k - k_0)x] + \omega_0 t - k_0 x$$

Подставим это в показатель степени

$$\Psi = \int_{k_0 - \alpha}^{k_0 + \alpha} A(k) e^{-i[(\omega - \omega_0)t - (k - k_0)x]} \cdot e^{-i(\omega_0 t - k_0 x)} dk = B(k) e^{-i(\omega t - k_0 x)},$$

где величина  $B(k)$  называется амплитудой волнового пакета, т.е. группы волн

# Волновой пакет

Определим скорость перемещения амплитуды волнового пакета во времени и пространстве

Для этого запишем  $(\omega - \omega_0)t - (k - k_0)x = const$

условие которое определяет положение волнового пакета. У всех точек фаза волнового пакета одна и та же.

$$\frac{dx}{dt} = V_{group} = \frac{(\omega - \omega_0)}{(k - k_0)}$$

Бесконечно малые

Заменим конечные разности на бесконечно малые величины

$$V_{group} = \frac{d\omega}{dk}$$

Преобразуем

$$V_{group} = \frac{d\omega}{dk} \cdot \frac{\hbar}{\hbar} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dE}{dp}$$

Воспользуемся второй формулой Эйнштейна

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$$

Получаем  $V_{group} = v$   
М

Групповая скорость волнового пакета совпадает со скоростью частицы!