

Квантовая механика

Лекция 0

Часть 1

Александр Квашнин

Литература

- Н. Ашкрофт, Н. Мермин, Физика твердого тела в 2х томах / пер. с англ А.С. Михайлова: под ред. М.И. Каганова.–М.: Мир, 1979
- В.И. Зиненко, Б.П. Сорокин, П.П. Турчин, Основы физики твердого тела.–Красноярск.: Наука, 2001
- Г.А. Розман, Лекции по квантовой механике.–Псков.: ПГПИ, 2003

План лекции

- Введение
- Модели строения атома и квантовая теория Бора
- Волновые и корпускулярные свойства света и частиц
- Гипотеза де Бройля
 - Подтверждение гипотезы де Бройля
- Гипотеза Макса Борна
- Соотношение неопределенностей Гейзенберга

План лекции

- **Введение**

- Модели строения атома и квантовая теория Бора
- Волновые и корпускулярные свойства света и частиц
- Гипотеза де Бройля
 - Подтверждение гипотезы де Бройля
- Гипотеза Макса Борна
- Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Введение

Рождение квантовой механики как науки произошло в 1900 году
благодаря немецкому физику-теоретику Макс Планку

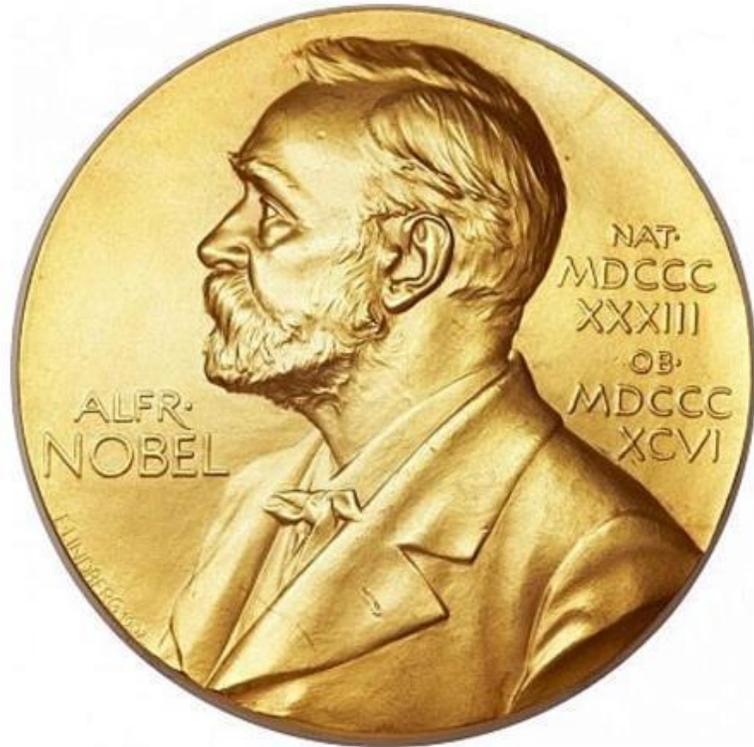


Макс Карл
Эрнст Людвиг
Планк
(1858-1947)
Max Planck

Введение

Рождение квантовой механики как науки произошло в 1900 году

физико-теоретику Макс Планку



1918 год

В знак признания его заслуг в деле развития физики благодаря открытию квантов энергии



Макс Карл Эрнст Людвиг Планк
(1858-1947)
Max Planck

Ультрафиолетовая катастрофа

До 1900 года – парадокс классической физики

Ультрафиолетовая катастрофа

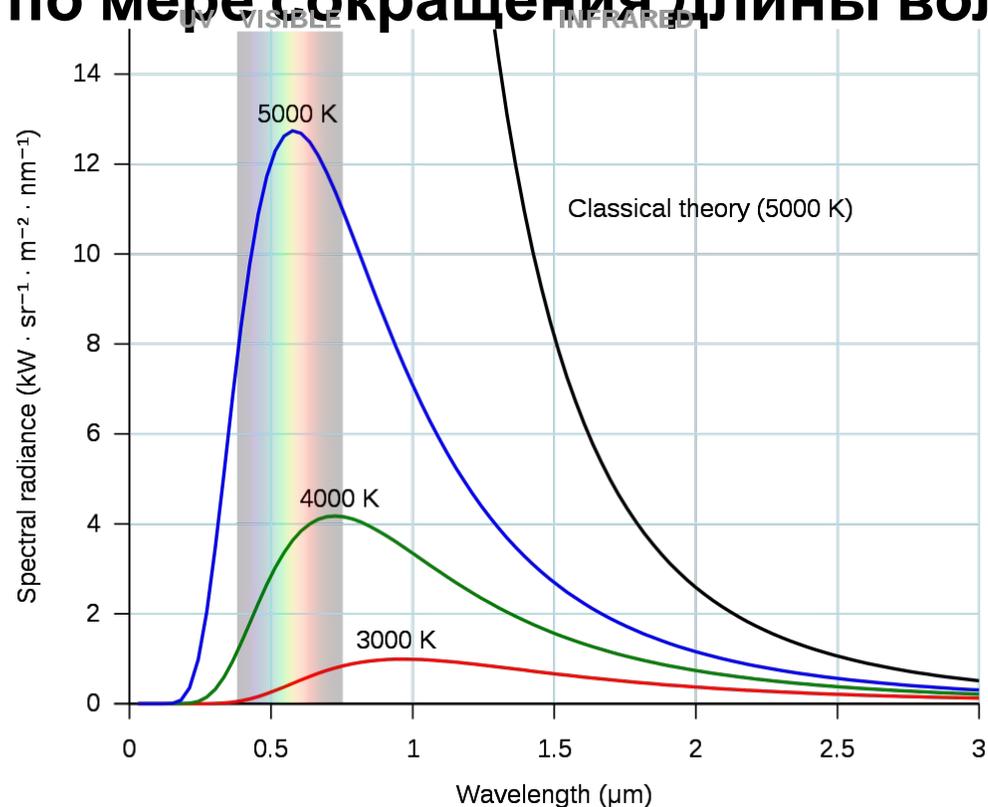
До 1900 года – парадокс классической физики

полная мощность теплового излучения любого нагретого тела, **согласно закону Рэлея – Джинса**, должна быть бесконечной. Название парадокс получил из-за того, что спектральная плотность энергии излучения должна была неограниченно расти по мере сокращения длины волны

Ультрафиолетовая катастрофа

До 1900 года – парадокс классической физики

полная мощность теплового излучения любого нагретого тела, **согласно закону Рэлея – Джинса**, должна быть бесконечной. Название парадокс получил из-за того, что спектральная плотность энергии излучения должна была неограниченно расти по мере сокращения длины волны



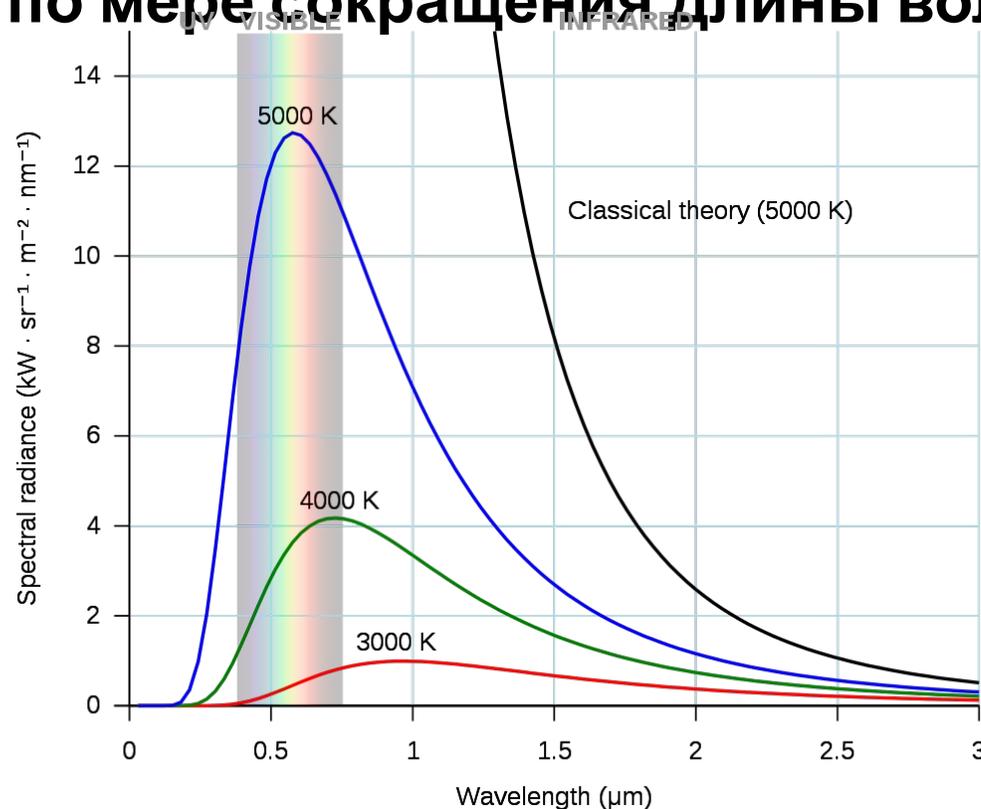
Ультрафиолетовая катастрофа

До 1900 года – парадокс классической физики

полная мощность теплового излучения любого нагретого тела, **согласно закону Рэлея – Джинса**, должна быть бесконечной. Название парадокс получил из-за того, что спектральная плотность энергии излучения должна была неограниченно расти по мере сокращения длины волны

$$u(\omega, T) = k_B T \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3}$$

$$\omega \rightarrow 0, u \rightarrow \infty$$



Ультрафиолетовая катастрофа

Планк сделал революционное предположение

Ультрафиолетовая катастрофа

Планк сделал революционное предположение

Атомы нагретого тела излучают энергию не непрерывно, как считалось в классической физике, а **порциями, дискретно**

Ультрафиолетовая катастрофа

Планк сделал революционное предположение

Атомы нагретого тела излучают энергию не непрерывно, как считалось в классической физике, а **порциями, дискретно**

$$E = h\nu$$

h – постоянная величина, которая затем получила имя постоянной Планка

Ультрафиолетовая катастрофа

Планк сделал революционное предположение

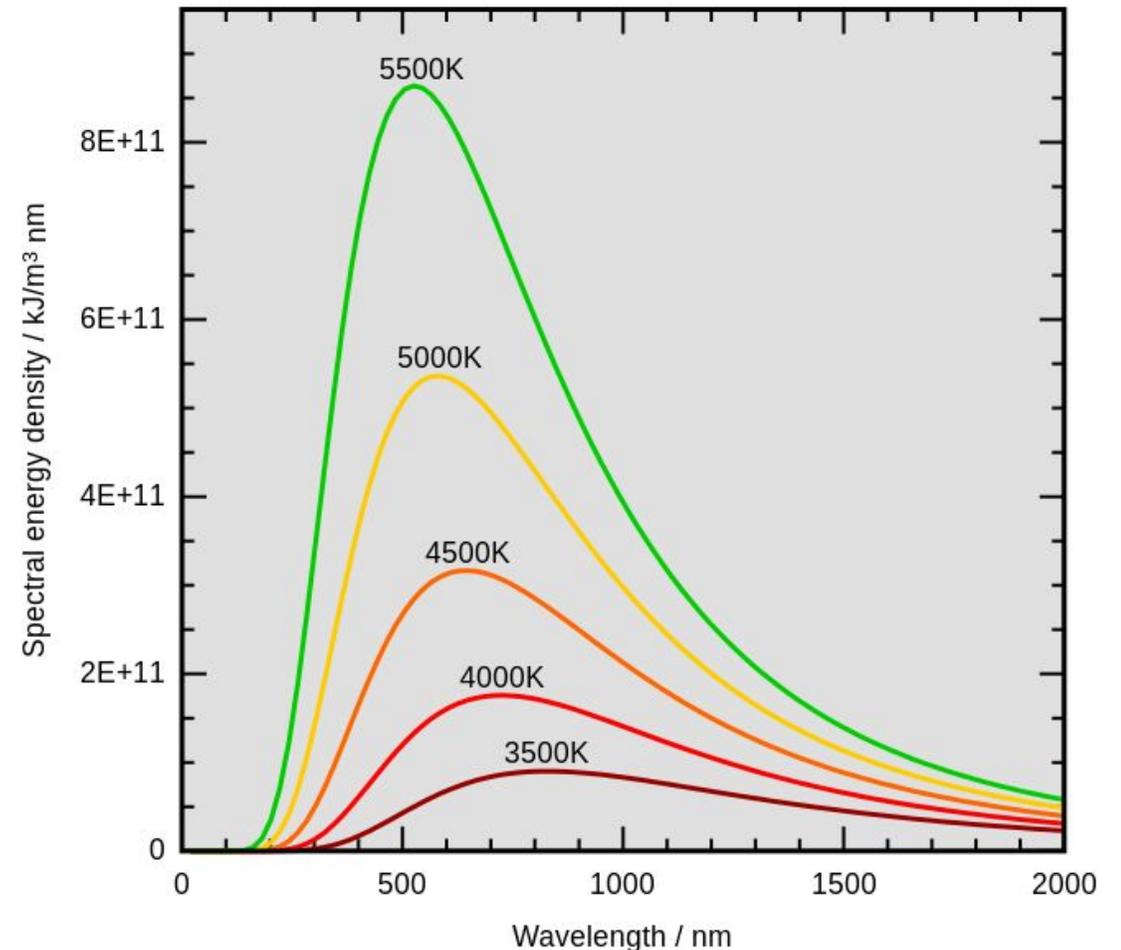
Атомы нагретого тела излучают энергию не непрерывно, как считалось в классической физике, а **порциями, дискре**

$$E = h\nu$$

h – постоянная величина, которая затем получила имя постоянной Планка

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

плотность энергии



План лекции

- Введение
- **Модели строения атома и квантовая теория Бора**
- Волновые и корпускулярные свойства света и частиц
- Гипотеза де Бройля
 - Подтверждение гипотезы де Бройля
- Гипотеза Макса Борна
- Соотношение неопределенностей Гейзенберга

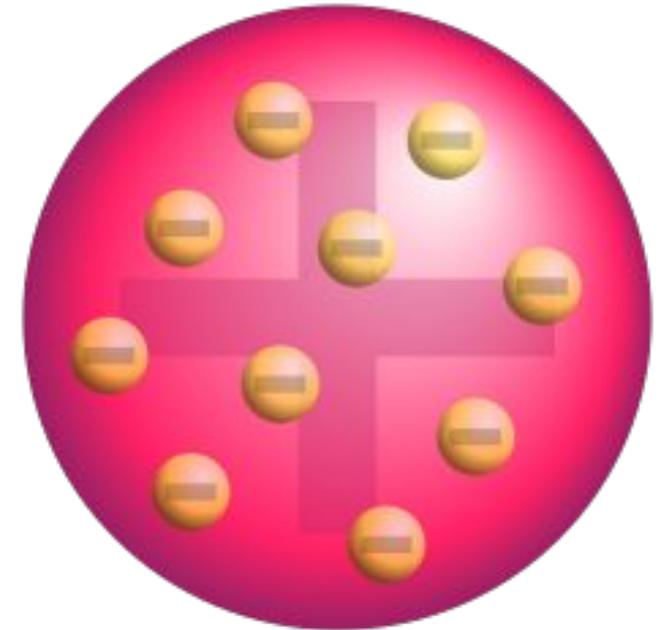
Модели строения атома и квантовая теория Бора

После открытия первой элементарной частицы-электрона в 1897 году были предложены модели строения атомов

Модели строения атома и квантовая теория Бора

После открытия первой элементарной частицы-электрона в 1897 году были предложены модели строения атомов

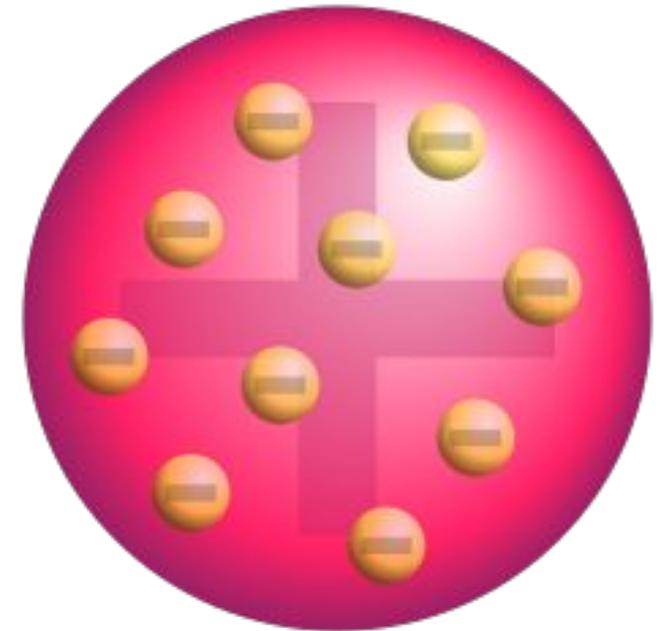
Модель Дж. Томсона (пудинг с изюмом): атом – положительно заряженное облако, внутри которого вкраплены электроны.
Суммарный заряд электронов равен заряду облака



Модели строения атома и квантовая теория Бора

После открытия первой элементарной частицы-электрона в 1897 году были предложены модели строения атомов

Модель Дж. Томсона (пудинг с изюмом): атом – положительно заряженное облако, внутри которого вкраплены электроны. Суммарный заряд электронов равен заряду облака



Недостатки. Статическая система зарядов не может находиться в устойчивом равновесии (см. теорема Ирншоу), а атомы существуют миллиарды лет.

Модели строения атома и квантовая теория Бора

Модель

Резерфорда

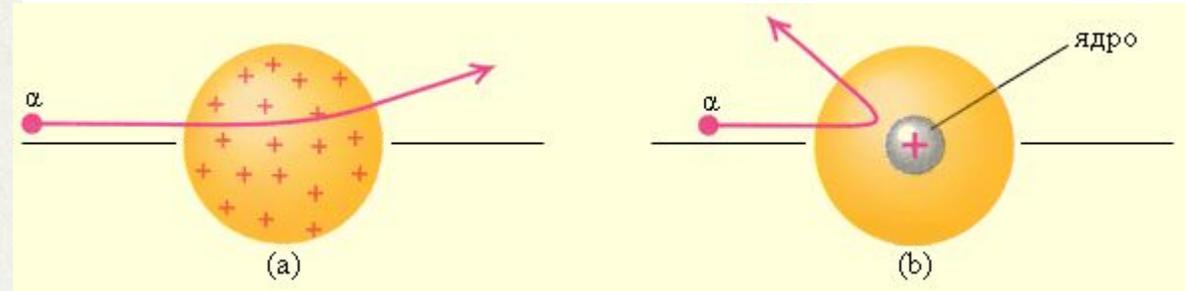
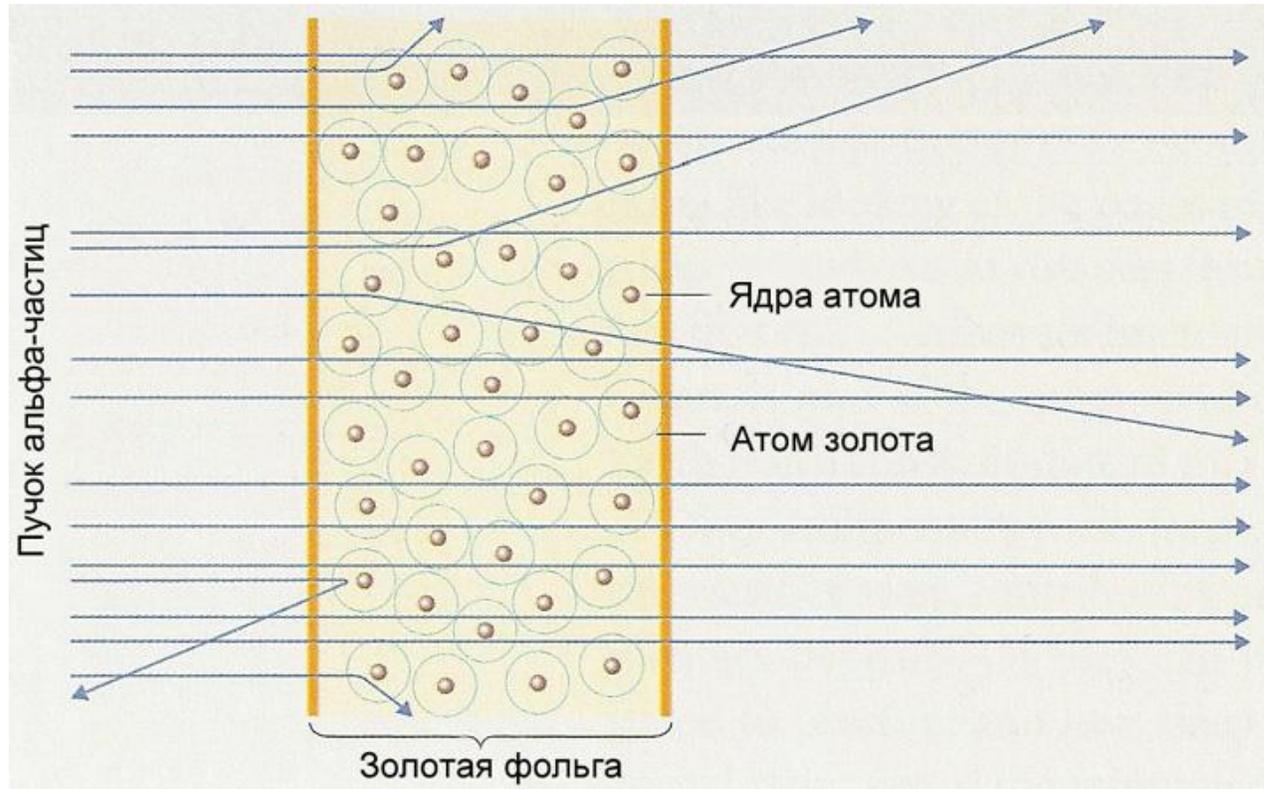
Э. Резерфорд в 1911 году провел эксперимент вместе со своими сотрудниками Э. Марсденом и Х.Гейгером по рассеянию альфа-частиц на золотой фольге, которые показали несостоятельность модель Томсона

Модели строения атома и квантовая теория Бора

Модель

Резерфорда

Э. Резерфорд в 1911 году провел эксперимент вместе со своими сотрудниками Э. Марсденом и Х.Гейгером по рассеянию альфа-частиц на золотой фольге, которые показали несостоятельность модель Томсона

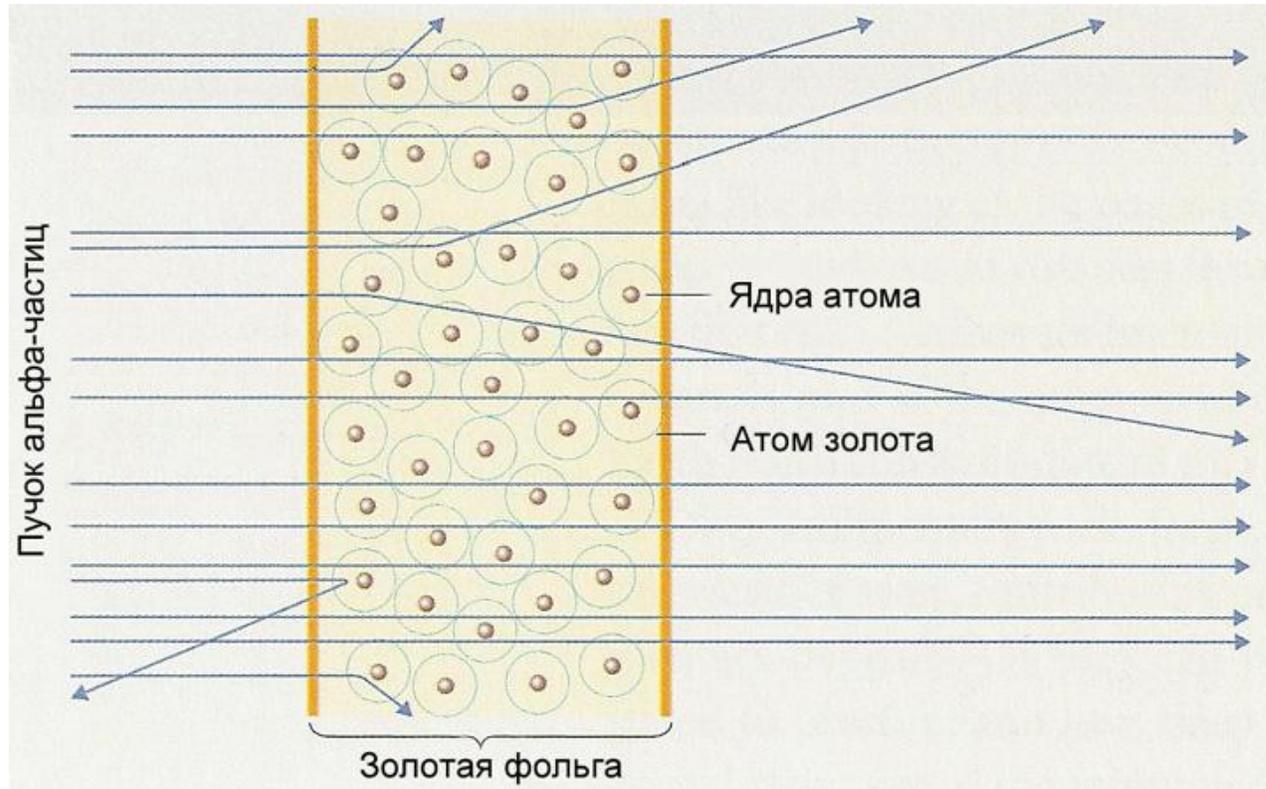


Модели строения атома и квантовая теория Бора

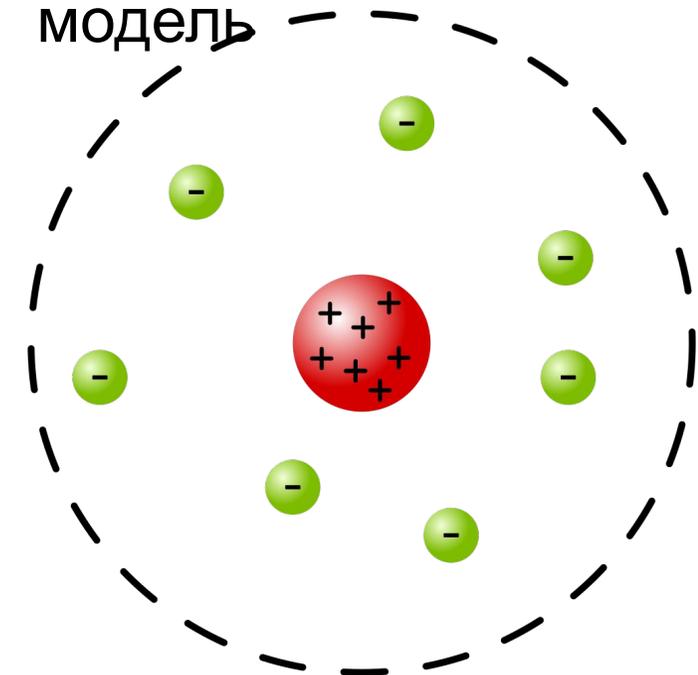
Модель

Резерфорда

Э. Резерфорд в 1911 году провел эксперимент вместе со своими сотрудниками Э. Марсденом и Х.Гейгером по рассеянию альфа-частиц на золотой фольге, которые показали несостоятельность модель Томсона



Планетарная модель



Модели строения атома и квантовая теория Бора

В 1913 году Нильс Бор ввел в классическую физику парадоксальные утверждения-постулаты:

1. В атоме существуют стационарные электронные орбиты, находясь на которых электрон **не излучает** энергию
2. Только **при переходе** с одной орбиты на другую электрон поглощает или излучает энергию

В 1913 году Густав Герц и Джеймс Франк экспериментально установили существование в атомах дискретных энергетических состояний, что подтвердило теорию Бора. За это открытие они были удостоены Нобелевской премии в 1925 году.



Нильс Хё́нрик
Дави́д Бор
(1885-1962)

План лекции

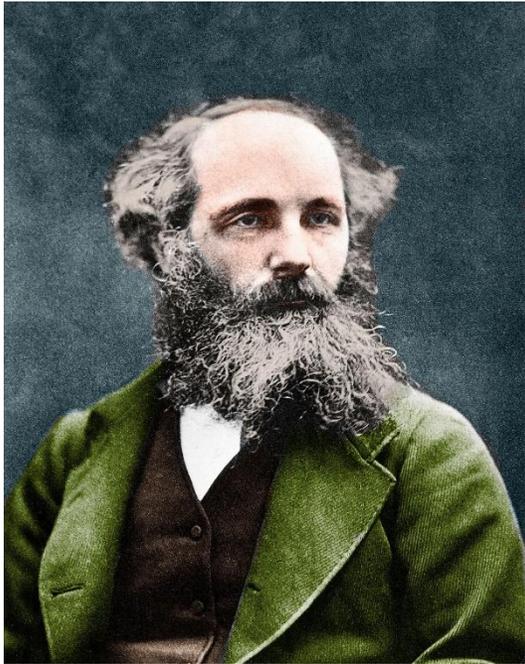
- Введение
- Модели строения атома и квантовая теория Бора
- **Волновые и корпускулярные свойства света и частиц**
- Гипотеза де Бройля
 - Подтверждение гипотезы де Бройля
- Гипотеза Макса Борна
- Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Волновые и корпускулярные свойства света

У света были обнаружены такие явления, как интерференция, дифракция, поляризация, которые могли быть объяснены только исходя из теории, что свет – это волновой процесс и имеет волновую природу

Волновые и корпускулярные свойства света

У света были обнаружены такие явления, как интерференция, дифракция, поляризация, которые могли быть объяснены только исходя из теории, что свет – это волновой процесс и имеет волновую природу

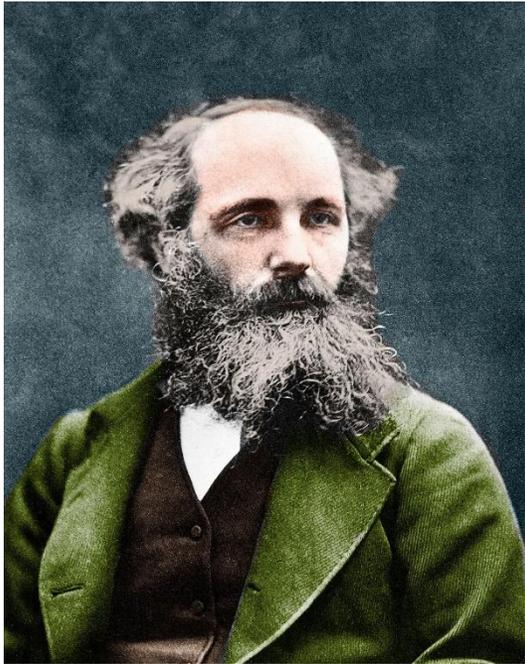


Дж. Максвелл в своей электродинамике показал, что **свет является электромагнитными волнами**

Джеймс Клерк Максвелл
(1831-1879)

Волновые и корпускулярные свойства света

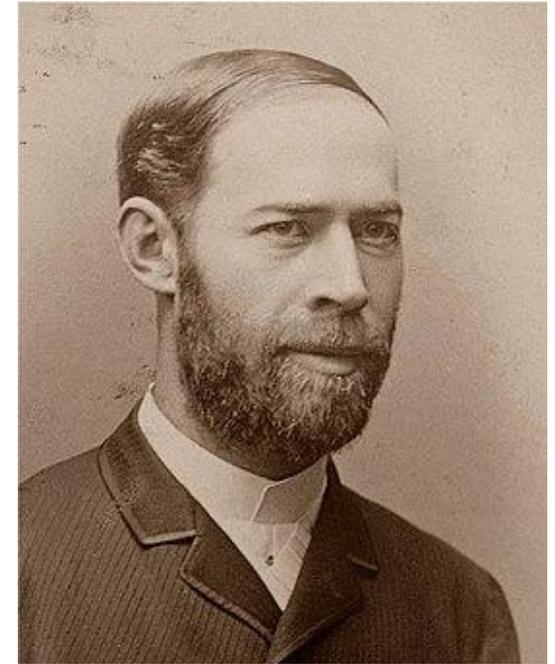
У света были обнаружены такие явления, как интерференция, дифракция, поляризация, которые могли быть объяснены только исходя из теории, что свет – это волновой процесс и имеет волновую природу



Джеймс Клерк Максвелл
(1831-1879)

Дж. Максвелл в своей электродинамике показал, что **свет является электромагнитными волнами**

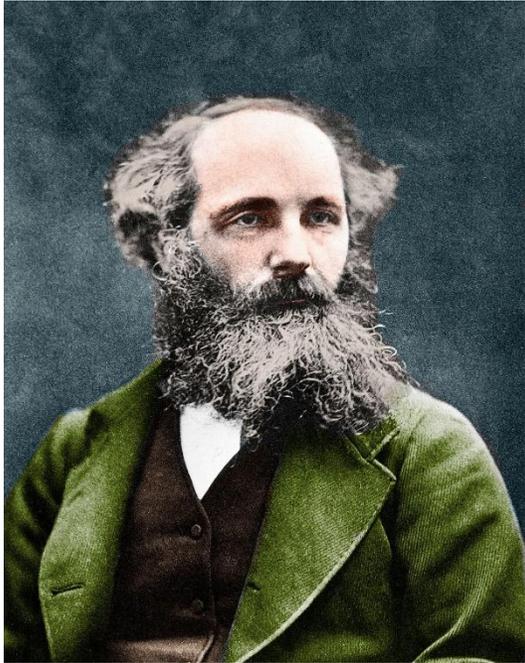
В 1887 г. Г. Герц **экспериментально обнаружил** электромагнитные волны, что подтвердило волновую природу света



Генрих Рудольф Герц
(1857-1894)

Волновые и корпускулярные свойства света

У света были обнаружены такие явления, как интерференция, дифракция, поляризация, которые могли быть объяснены только исходя из теории, что свет – это волновой процесс и имеет волновую природу



Джеймс Клерк Максвелл
(1831-1879)

Дж. Максвелл в своей электродинамике показал, что **свет является электромагнитными волнами**

В 1887 г. Г. Герц **экспериментально обнаружил** электромагнитные волны, что подтвердило волновую природу света

НО!



Генрих Рудольф Герц
(1857-1894)

Фотоэффект

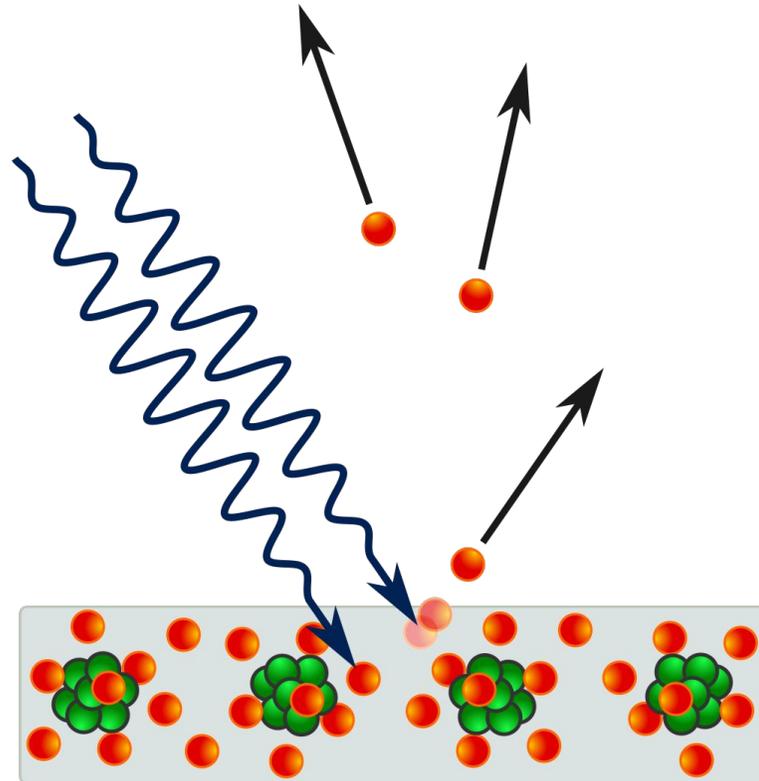
В 1887 г. Г. Герц экспериментально наблюдал и другое явление, которое было названо **фотоэффектом**



Генрих Рудольф Герц
(1857-1894)

Фотоэффект

В 1887 г. Г. Герц экспериментально наблюдал и другое явление, которое было названо **фотоэффект** — явление взаимодействия света с веществом, при котором энергия фотонов передаётся электронам вещества



Генрих Рудольф Герц
(1857-1894)

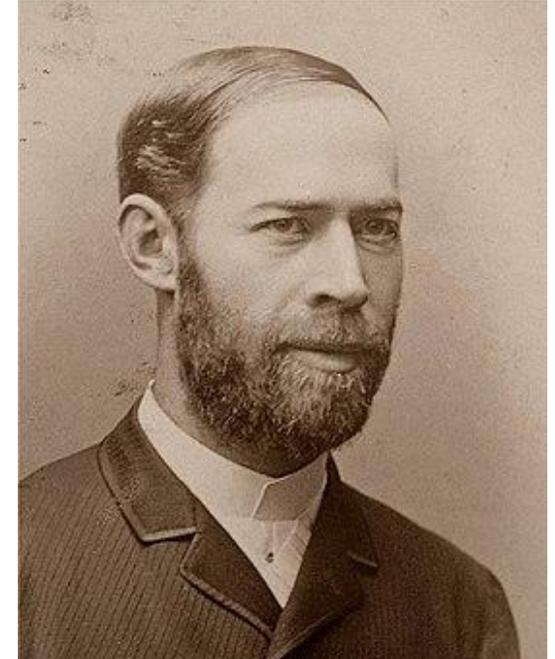
Фотоэффект

В 1887 г. Г. Герц экспериментально наблюдал и другое явление, которое было названо **фотоэффект** явление взаимодействия света с веществом, при котором энергия фотонов передаётся электронам вещества



Александр Григорьевич
Столетов
(1839-1896)

С 1888 по 1890 года занимался исследованием фотоэффекта. В результате установил два закона:



Генрих Рудольф Герц
(1857-1894)

Фотоэффект

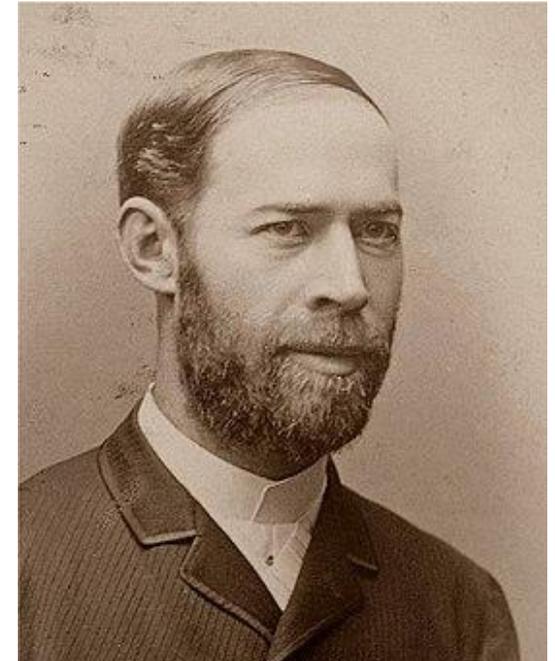
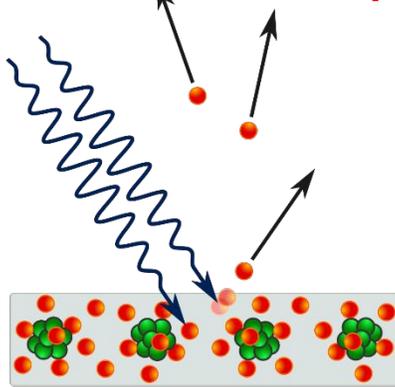
В 1887 г. Г. Герц экспериментально наблюдал и другое явление, которое было названо **фотоэффект** явление взаимодействия света с веществом, при котором энергия фотонов передаётся электронам вещества



Александр Григорьевич
Столетов
(1839-1896)

С 1888 по 1890 года занимался исследованием фотоэффекта. В результате установил два закона:

1. **Величина фототока зависит от интенсивности падающего светового потока**
2. **Энергия вылетающих зарядов не зависит от интенсивности падающего светового потока**



Генрих Рудольф Герц
(1857-1894)

Фотоэффект

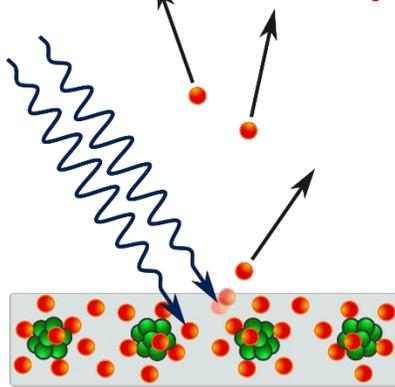
В 1887 г. Г. Герц экспериментально наблюдал и другое явление, которое было названо **фотоэффект** — явление взаимодействия света с веществом, при котором энергия фотонов передаётся электронам вещества



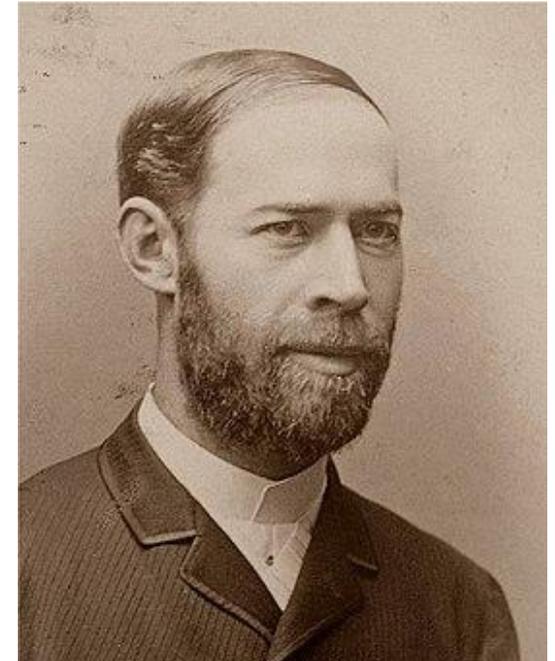
Александр Григорьевич
Столетов
(1839-1896)

С 1888 по 1890 года занимался исследованием фотоэффекта. В результате установил два закона:

1. **Величина фототока зависит от интенсивности падающего светового потока**
2. **Энергия вылетающих зарядов не зависит от интенсивности падающего светового потока**



НО!



Генрих Рудольф Герц
(1857-1894)

Волновые и корпускулярные свойства

света

Почему энергия вылетающих фотонов не зависит от интенсивности?

Второй закон Столетова не мог быть объяснен с точки зрения волновой теории света.

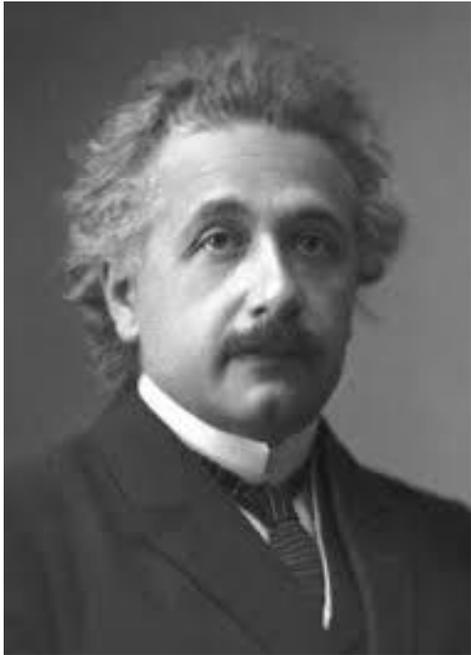
Волновые и корпускулярные свойства

света

Почему энергия вылетающих фотонов не зависит от интенсивности?

Второй закон Столетова не мог быть объяснен с точки зрения волновой теории

~~света~~ Только в 1905 году Альберт Эйнштейн, исходя из **корпускулярных представлений** о свете, смог объяснить все особенности этого явления



Альберт Эйнштейн
(1879-1955)

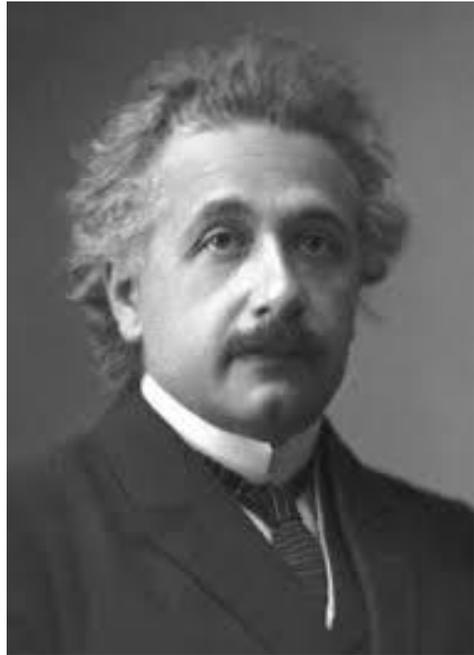
Волновые и корпускулярные свойства

света

Почему энергия вылетающих фотонов не зависит от интенсивности?

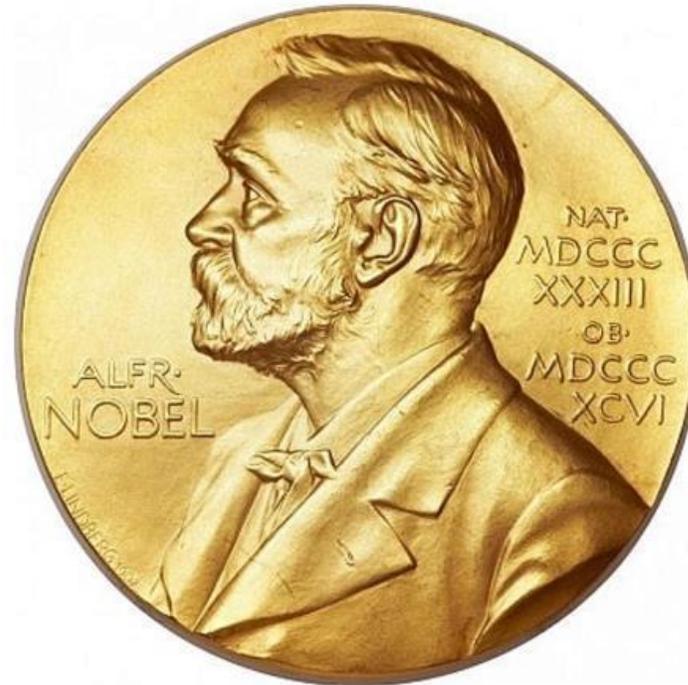
Второй закон Столетова не мог быть объяснен с точки зрения волновой теории

света Только в 1905 году Альберт Эйнштейн, исходя из **корпускулярных представлений** о свете, смог объяснить все особенности этого явления



Альберт Эйнштейн
(1879-1955)

за теорию фотоэффекта А. Эйнштейн был удостоен Нобелевской премии по физике за 1921 год



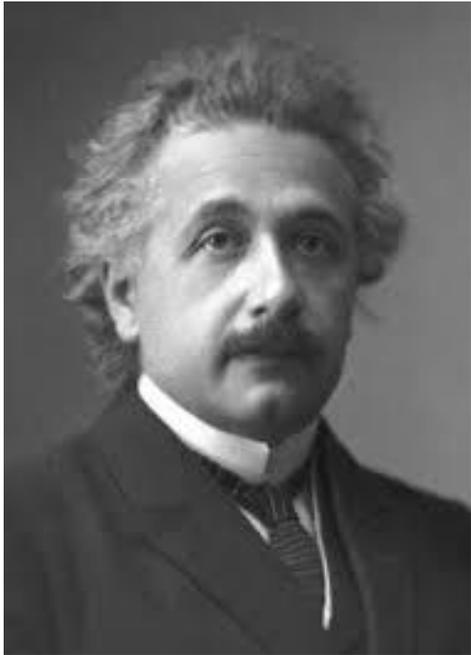
Волновые и корпускулярные свойства

света

Почему энергия вылетающих фотонов не зависит от интенсивности?

Второй закон Столетова не мог быть объяснен с точки зрения волновой теории

~~света~~ Только в 1905 году Альберт Эйнштейн, исходя из **корпускулярных представлений** о свете, смог объяснить все особенности этого явления



Альберт Эйнштейн
(1879-1955)

Предполагая, что электромагнитная волна распространяется в виде корпускул – **квантов**, Эйнштейн написал следующее выражение

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2},$$

которое выражает закон сохранения и превращения энергии при фотоэффекте

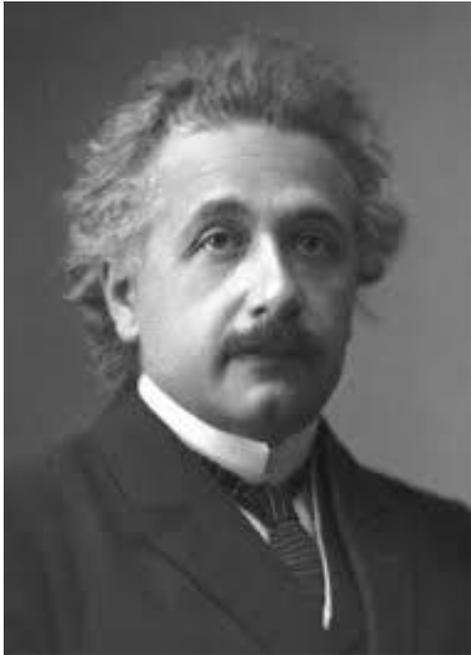
Волновые и корпускулярные свойства

света

Почему энергия вылетающих фотонов не зависит от интенсивности?

Второй закон Столетова не мог быть объяснен с точки зрения волновой теории

~~света~~ Только в 1905 году Альберт Эйнштейн, исходя из **корпускулярных представлений** о свете, смог объяснить все особенности этого явления



Альберт Эйнштейн
(1879-1955)

Предполагая, что электромагнитная волна распространяется в виде корпускул – **квантов**, Эйнштейн написал следующее выражение

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2},$$

которое выражает закон сохранения и превращения энергии при фотоэффекте

Слева стоит величина энергии кванта света (по гипотезе Планка)

Справа – первое слагаемое определяет работу по вырыванию заряда из металлической пластинки, второе слагаемое –

кинетическая энергия свободных электронов

Волновые и корпускулярные свойства света

Существуют явления (интерференция, дифракция, поляризация), в которых свет проявляет волновые свойства

В других (фотоэффект, эффект Комптона) свет проявляет корпускулярные свойства

Волновые и корпускулярные свойства света

Существуют явления (интерференция, дифракция, поляризация), в которых свет проявляет волновые свойства

В других (фотоэффект, эффект Комптона) свет проявляет корпускулярные свойства

ВАЖНО!

Не существует эксперимента, в котором волновые и корпускулярные свойства проявлялись бы у света **одновременно**

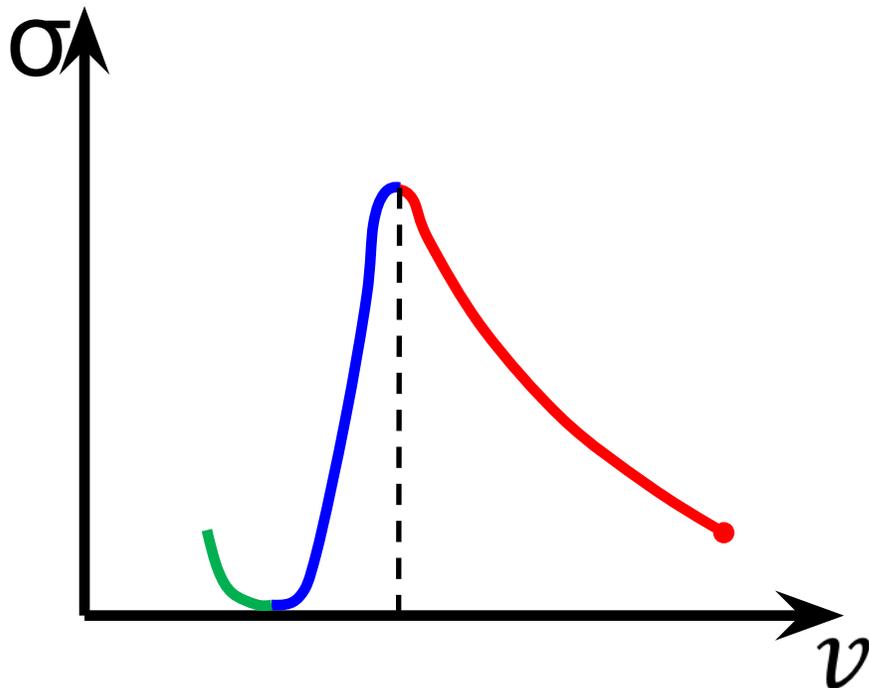
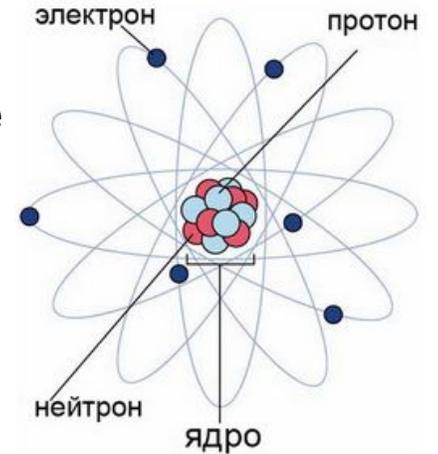
Волновые и корпускулярные свойства

света

К началу XX века были известны **три** элементарные частицы (**электрон**, **протон**, **фотон**), которые в вышеописанных опытах проявляют корпускулярные свойства

НО!

В 1921 году, Карл Рамзауэр и Джон Таунсенд поставили опыт по рассеянию электронов на атомах инертных газов.



При больших скоростях электронов их время взаимодействия с атомами инертных газов мало, эффективное сечение рассеяния σ будет малым

При уменьшении скорости электронов сечение рассеяния увеличивается, что соответствует классическим законам соударения

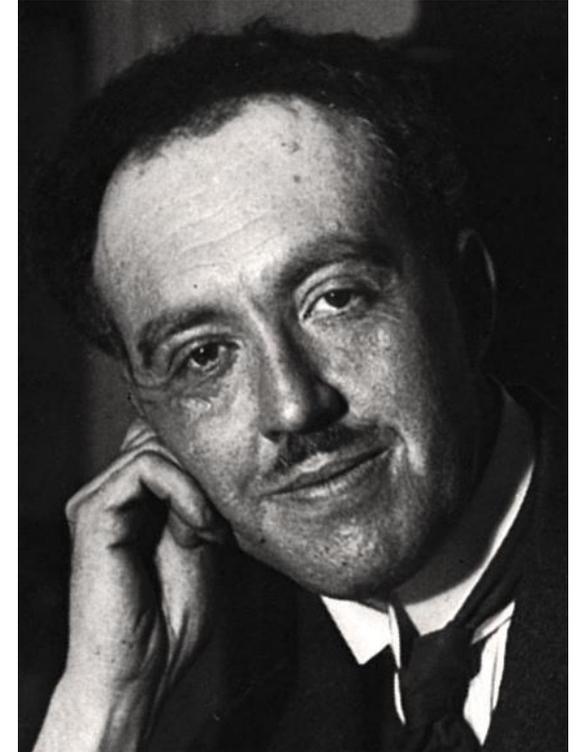
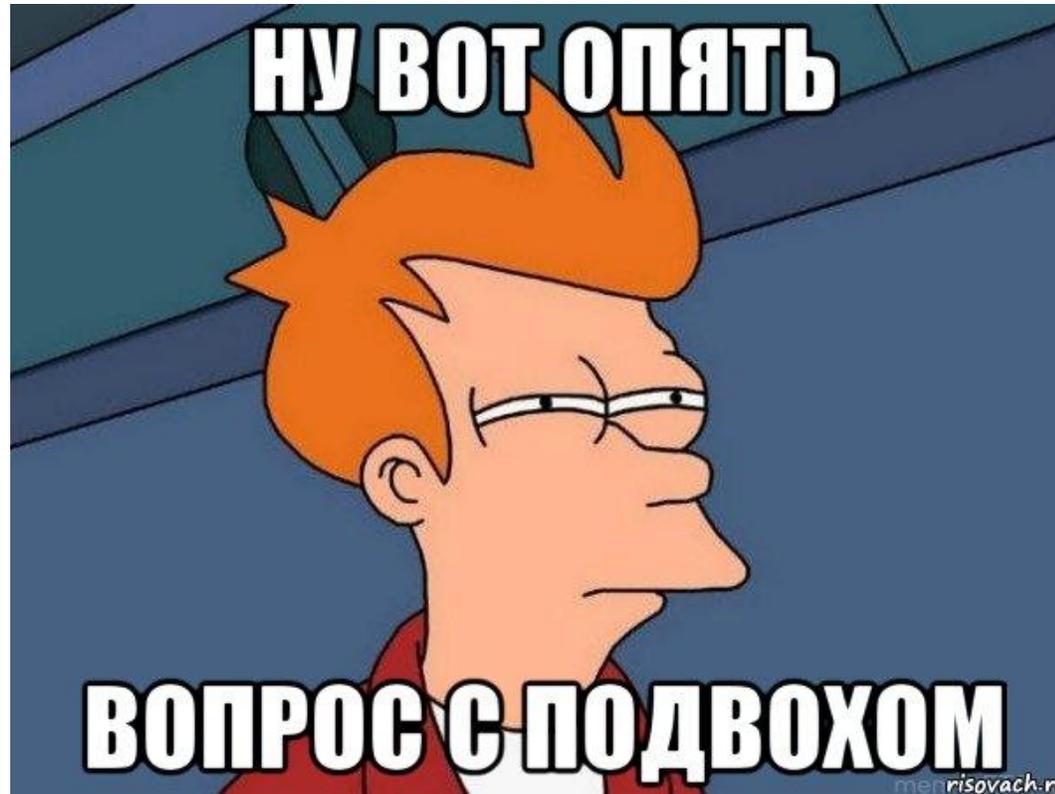
При определенной скорости электронов происходило резкое падение сечения рассеяния

Которое затем начинало возрастать

Волновые и корпускулярные свойства света

Для объяснения этого эффекта обратимся к Луи де Бройлю

«Безумная идея»: а не обладают ли **частицы вещества** (электроны и протоны) не только корпускулярными, но и **волновыми свойствами**?



Луи де Бройль
(1892-1987)

Волновые и корпускулярные свойства света

Для объяснения этого эффекта обратимся к Луи де Бройлю

«Безумная идея»: а не обладают ли **частицы вещества** (электроны и протоны) не только корпускулярными, но и **волновыми свойствами**?

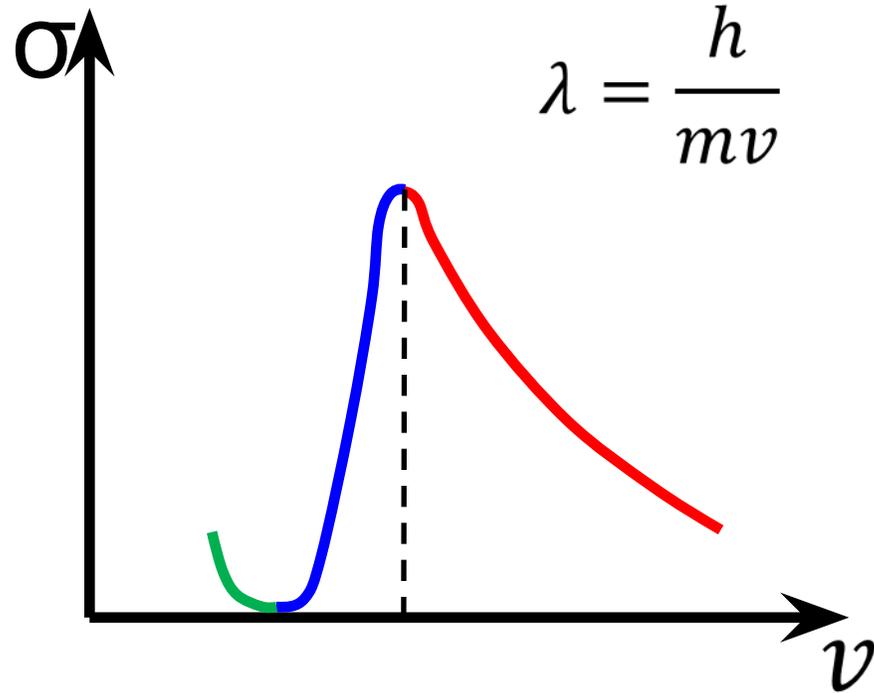
1. Волновые свойства света характеризуются длиной волны λ
2. Нужно ввести длину волны для частиц, чтобы описывать их волновые свойства:
$$\lambda = \frac{h}{mv},$$

где h – постоянная Планка, m – масса частицы, λ – характеристика волновых свойств частицы, v – скорость движения частицы



Луи де Бройль
(1892-1987)

Волновые и корпускулярные свойства света



Электрон, который обладает волновыми свойствами, встречая препятствие, должен **испытывать явление дифракции**

Но, размеры препятствия должны быть сравнимы с длиной волны электрона

Из формулы видно, что это условие может выполняться при определенной скорости движения электронов. При этом волна будет огибать препятствие, что приведет к резкому уменьшению эффективного сечения рассеяния

Чтобы объяснить рассматриваемый опыт, нужно было выйти за пределы классических представлений и признать, что электроны обладают не только корпускулярными, но и волновыми свойствами

Электрон обладает волновыми свойствами \neq электрон – это волна

План лекции

- Введение
- Модели строения атома и квантовая теория Бора
- Волновые и корпускулярные свойства света и частиц
- **Гипотеза де Бройля**
 - Подтверждение гипотезы де Бройля
- Гипотеза Макса Борна
- Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Гипотеза де Бройля

Де Бройль использовал формулы Эйнштейна для фотоэффекта, чтобы постулировать о волновых свойствах частиц

$$E = \hbar\nu = \hbar\omega \quad \lambda = \frac{h}{mv} \quad \vec{p} = \frac{h\nu}{c} = h\vec{k}$$

Формулы
де Бройля

где $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.

Для описания волновых свойств частиц де Бройль использует формулу волновой функции плоской волны:

$$\Psi = Ae^{-i(\omega t - kx)}$$

Так как волновая функция является **комплексной величиной**, то физического смысла она **не имеет**

Гипотеза де Бройля

$$E = \hbar\nu = \hbar\omega \quad \lambda = \frac{h}{mv} \quad \vec{p} = \frac{h\nu}{c} = \hbar\vec{k}$$

Формулы
де Бройля

Эти формулы связывают между собой **корпускулярные** и **волновые** характеристики свойств элементарных частиц

Диалектическое единство корпускулярно-волновых свойств

элементарных частиц
Запишем выражение для волны де Бройля в виде:

$$\Psi = Ae^{-\frac{i(Et - px)}{\hbar}}$$

$(Et - px)$ - фаза волны де Бройля

Гипотеза де Бройля

Определим с какой скоростью перемещаются точки элементарной частицы, имеющие одну и ту же фазу

$$\omega t - kx = const$$

Тогда производная по времени

$$\omega - k(dx/dt) = 0$$

Тогда обозначим

$$dx/dt = V_{ph} \text{ - фазовая скорость волны де Бройля}$$

Ил
и

$$\omega/k = V_{ph}$$

Покажем, что фазовая скорость может быть больше скорости света в вакууме, следовательно, это чисто математическое понятие, не имеющее физического смысла

Гипотеза де Бройля

Применим формулы СТО и получим

$$V_{ph} = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p} \cdot \frac{\hbar}{\hbar} = \frac{\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}{mv} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v} > c$$

Таким образом, с фазовой скоростью волны де Бройля не связан материальный процесс, потому что материальный процесс не может проходить со скоростью больше, чем скорость света в вакууме, согласно СТО

Получим закон дисперсии волн де Бройля, т.е. зависимость фазовой скорости от длины волны или волнового числа

$$V_{ph} = \frac{E}{p} = \frac{\sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}}{\hbar k} = \sqrt{c^2 + \frac{m^2c^4}{\hbar^2 k^2}}$$

Закон дисперсии фазовой скорости

Отсюда видно, что V_{ph} – сложная функция волнового числа.

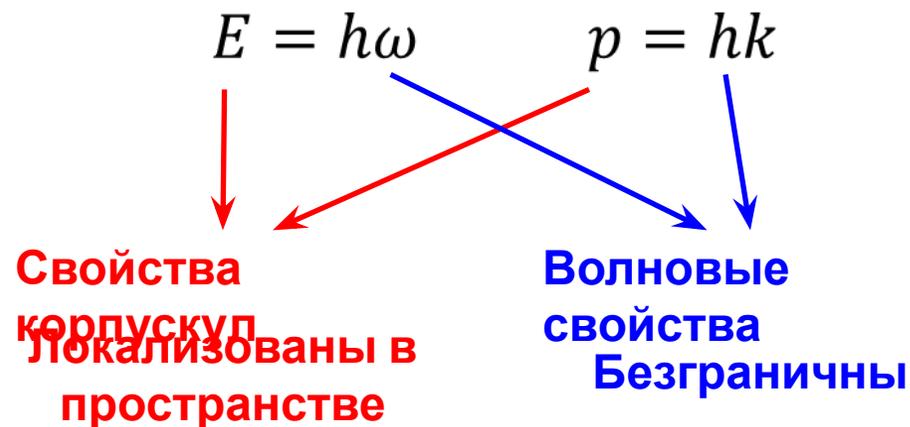
Для разных k значение V_{ph} будет разным

Гипотеза де Бройля

ИТОГ №1. Волновая функция де Бройля не имеет непосредственного физического смысла

ИТОГ №2. Формула для волновой функции де Бройля имеет вид плоской волны, которая безгранична по своему определению, а элементарная частица локализована в пространстве

ИТОГ №3. Уравнения де Бройля содержат физические характеристики, которые с классической точки зрения не могут быть совместимы



Дуальность подхода к свойствам элементарных частиц – это принципиальное положение квантовой механики

Гипотеза де Бройля

Употреблять и сопоставлять микрочастице плоскую волну де Бройля **нельзя**

Волна де Бройля – плоская бегущая волна, не имеющая локализации и границ

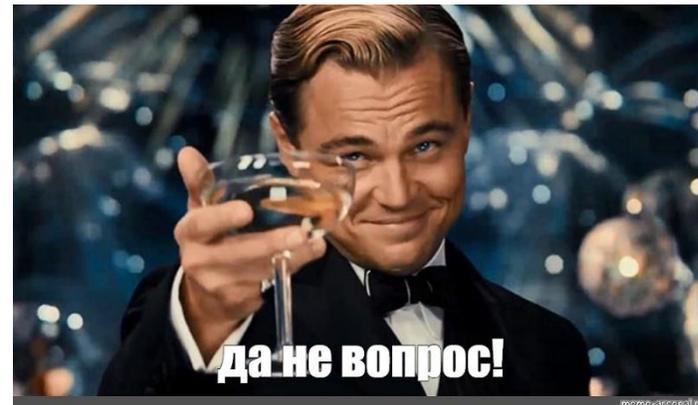
Частица – локализованный физический объект

НО

из теории волновых процессов известно, что, образуя суперпозицию плоских волн всевозможных частот, можно создать локализованное волновое образование.

Волновой пакет

Можно ли описать частицу как волновой пакет?



Волновой пакет

Построим волновой пакет в виде суперпозиции волновых функций де Бройля

Пусть частоты меняются в интервале от $\omega + \Delta\omega$ до $\omega - \Delta\omega$, или в интервале от $k_0 + \alpha$ до $k_0 - \alpha$, где $\alpha \ll k_0$, а $\Delta\omega \ll \omega$

$$\Psi = \int_{k_0 - \alpha}^{k_0 + \alpha} A(k) e^{-i(\omega t - kx)} \leftarrow$$

ЗНАЧЕНИЕ. Берется сумма бесконечно близких по волновому числу волн де Бройля

Проведем преобразования показателя степени подынтегральной функции

$$\omega t - kx = (\omega - \omega_0)t - (k - k_0)x + \omega_0 t - k_0 x = [(\omega - \omega_0)t - (k - k_0)x] + \omega_0 t - k_0 x$$

Подставим это в показатель степени

$$\Psi = \int_{k_0 - \alpha}^{k_0 + \alpha} A(k) e^{-i[(\omega - \omega_0)t - (k - k_0)x]} \cdot e^{-i(\omega_0 t - k_0 x)} dk = B(k) e^{-i(\omega t - k_0 x)},$$

где величина $B(k)$ называется амплитудой волнового пакета, т.е. группы волн

Волновой пакет

Определим скорость перемещения амплитуды волнового пакета во времени и пространстве

Для этого запишем $(\omega - \omega_0)t - (k - k_0)x = const$

условие которое определяет положение волнового пакета. У всех точек фаза волнового пакета одна и та же.

$$\frac{dx}{dt} = V_{group} = \frac{(\omega - \omega_0)}{(k - k_0)}$$

Бесконечно малые

Заменим конечные разности на бесконечно малые величины

$$V_{group} = \frac{d\omega}{dk}$$

Преобразуем

$$V_{group} = \frac{d\omega}{dk} \cdot \frac{\hbar}{\hbar} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dE}{dp}$$

Воспользуемся второй формулой Эйнштейна

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$$

Групповая скорость волнового пакета совпадает со скоростью частицы!

Получаем $V_{group} = v$