

# Лекция №2 Алгоритмы преобразования цифровых сигналов

## ВОПРОСЫ

1. Виды модуляции, используемые для передачи цифровых сигналов.
2. Ортогональные преобразования.
3. Аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи

ЦЕЛЬЮ лекции является изучение особенностей преобразования цифровых сигналов для передачи по каналам связи с минимальными частотно-временными затратами.

Задачи лекции: изложение принципов модуляции и существующих ортогональных преобразований, используемых для передачи цифровых сигналов.

## Литература:

- 1 Бабаринов С.Л., Белов, С.П. Общая теория связи: Учебно-методический комплекс. Ч.2: <http://pegas.bsu.edu.ru/course/view.php?id=5996>  
Белгород, 2013 год.
- 2 Скляр, Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение СПб, Киев, 2003 год.

## **Вопрос1 Виды модуляции, используемые для передачи цифровых сигналов.**

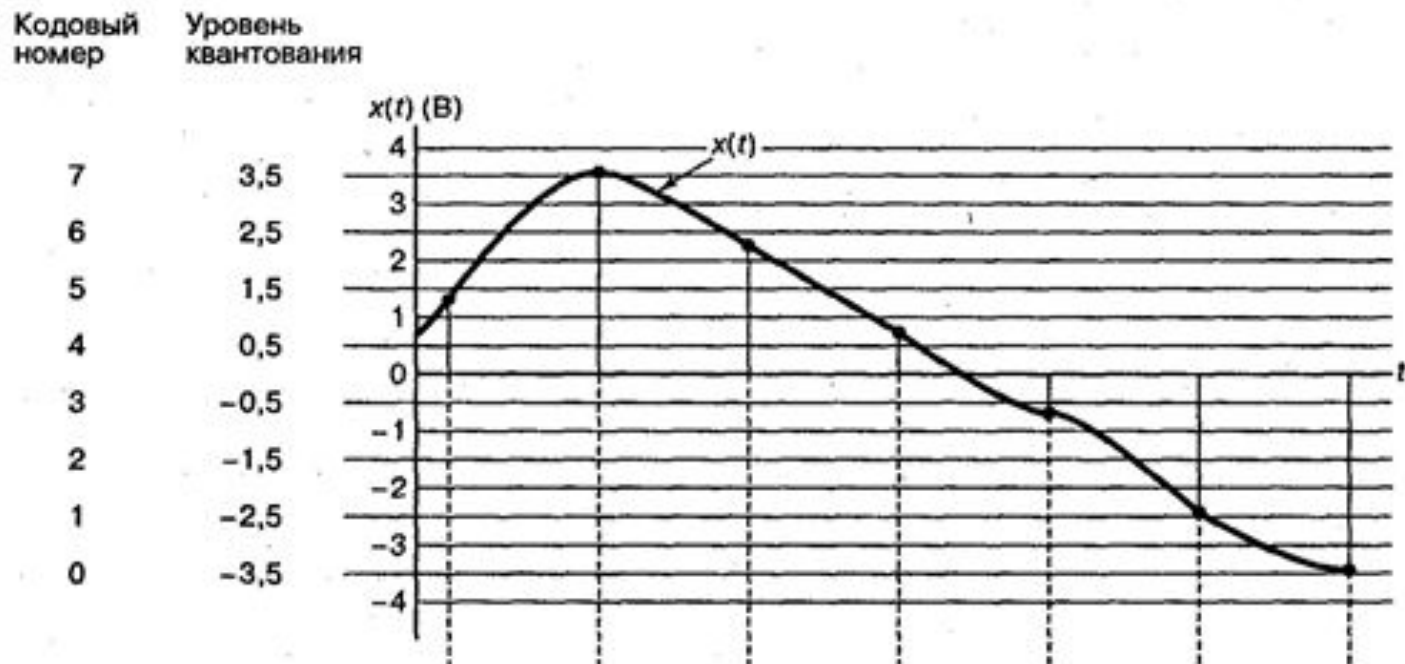
**В предыдущей лекции говорилось, что для качественной передачи аналоговых сигналов при равномерном и неравномерном квантовании нужно иметь соответственно 4096 или 256 уровней квантования, т.е. необходимо использовать 12- или 8- разрядный код. Различают линейное и нелинейное кодирование.**

**Линейным кодированием называется кодирование равномерно квантованного сигнала, а нелинейным - неравномерно квантованного сигнала.**

**Код, формируемый в кодере, называется параллельным, если импульсные сигналы (1 и 0), входящие в состав  $m$ -разрядной кодовой группы, появляются на разных выходах кодера одновременно, причем каждому выходу кодера соответствует сигнал определенного разряда. Код называется последовательным, если все сигналы, входящие в состав  $m$ -разрядной кодовой группы, появляются на одном выходе кодера поочередно со сдвигом по времени (обычно начиная со старшего по весу разряда). Параллельный код может преобразовываться в последовательный, и наоборот.**

**Процесс преобразования сигналов АИМ путем кодирования каждой квантованной выборки цифровым кодом (Рис. 1) называется импульсно-кодовой модуляцией (ИКМ) или согласно английской аббревиатуре (PSM) .**

# Вопрос1 Виды модуляции, используемые для передачи цифровых сигналов



Значения, полученные при естественной дискретизации	1,3	3,6	2,3	0,7	-0,7	-2,4	-3,4
Значения, полученные при квантовании	1,5	3,5	2,5	0,5	-0,5	-2,5	-3,5
Кодовый номер	5	7	6	4	3	1	0
Последовательность РСМ	101	111	110	100	011	001	000

**Рисунок 1 Процесс преобразования сигналов, импульсно-кодовая модуляция**

Если между соседними отсчетами передаваемого сигнала имеется значительная корреляция (высокая степень совпадения), которая слабо убывает по мере увеличения интервала между отсчетами, то возникает возможность применять методы разностного квантования сигнала.

## Вопрос1 Виды модуляции, используемые для передачи цифровых сигналов

Идея состоит в использовании метода кодирования с предсказанием или дифференциальной импульсно-кодовой модуляции (ДИКМ). В этом случае по каналу связи передается разность между действительным значением текущего отсчета сигнала и значением этого же отсчета, предсказанным по предыдущим отсчетам. Структурная схема системы передачи с ДИКМ имеет вид представленный на рисунке 2.

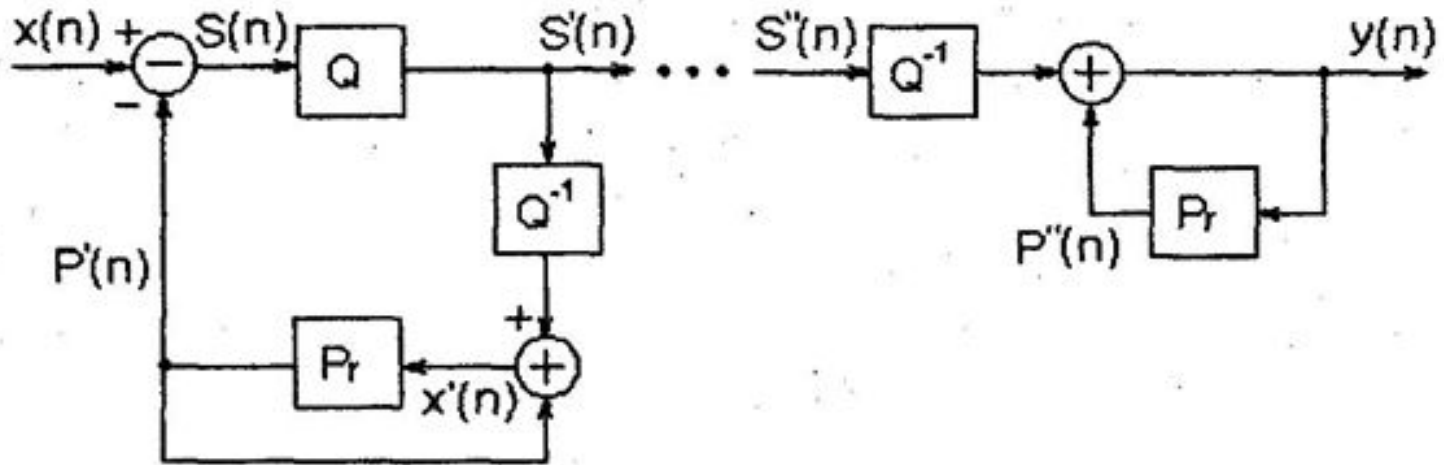


Рисунок 2 Структурная схема системы передачи информации с ДИКМ. Система содержит кодирующую часть (кодер) и декодирующую часть (декодер), между которыми может быть канал связи или устройство записи информации на какой-либо носитель. На вход кодера поступает последовательность отсчетов входного сигнала  $x(n)$ . В предсказателе  $P_r$  (predictor) формируются предсказанные значения сигнала  $P'(n)$ .

## Вопрос1 Виды модуляции, используемые для передачи цифровых сигналов

В вычитающем устройстве определяется разность действительного  $x(n)$  и предсказанного  $P'(n)$  значений сигнала, равная  $S(n) = x(n) - P'(n)$ , называемая ошибкой предсказания. Затем сигнал  $S(n)$  поступает в квантователь  $Q$ . Уменьшение скорости передачи двоичных символов достигается за счет уменьшения в квантователе количества двоичных разрядов величины  $S(n)$ , в результате чего получается передаваемый по каналу связи сигнал  $S'(n)$ .

На вход декодера поступает сигнал  $S''(n)$ , прошедший канал связи. В деквантователе  $Q^{-1}$  восстанавливается исходное число двоичных разрядов. В сумматоре происходит формирование выходного сигнала  $y(n)$  в соответствии с соотношением  $y(n) = P''(n) + S''(n)$ , где  $P''(n)$  - предсказанное по предыдущим значениям выходного сигнала его текущее значение.

Рассмотрим формирование в кодере предсказанных значений сигнала  $P'(n)$ . Важно отметить, что предсказатели в кодере и декодере работают по идентичным алгоритмам. Квантованный сигнал ошибки предсказания  $S'(n)$  поступает во входящий в состав кодера деквантователь  $Q^{-1}$ , в котором восстанавливается исходное число двоичных разрядов. Выходной сигнал деквантователя в сумматоре складывается с предсказанным значением  $P'(n)$ , в результате чего формируется сигнал  $x'(n)$ , получающийся в результате выполнения таких же операций, что и выходной сигнал декодера  $y(n)$ .

В общем случае предсказанные значения  $P'(n)$  вычисляются по формуле

## Вопрос1 Виды модуляции, используемые для передачи цифровых сигналов

$$P'(n) = \sum_{k=1}^K a_k \cdot x^l(n - k)$$

где  $a_k$  - коэффициенты, характеризующие метод предсказания. Такой метод называется линейным предсказанием (Linear Prediction), так как предсказываемые значения сигнала формируются в виде линейных комбинаций нескольких предыдущих значений.

Коэффициенты линейного предсказания находятся при помощи решения системы линейных уравнений (число которых равно порядку предсказания), а в качестве известных членов уравнения фигурируют значения корреляции между отсчетами.

Развитием метода ДИКМ является адаптивная импульсно-кодовая модуляция АДИКМ (Adaptive Differential Pulse Code Modulation - ADPCM). В соответствии с этим методом параметры квантователя  $Q$  и предсказателей  $P_g$  изменяются в зависимости от параметров передаваемого сигнала. Например, если средняя за определенный интервал времени скорость изменения входного сигнала  $x(n)$  увеличилась, шаг квантования также увеличивается, чтобы не возникало перегрузок в квантователе. Наоборот, если средняя скорость изменения входного сигнала уменьшилась, шаг квантования также уменьшается, чтобы уменьшить влияние шума квантования на передаваемую информацию.

## Вопрос 2 Ортогональные преобразования.

Одними из наиболее распространенных средств обработки как одномерных, так и многомерных сигналов, в том числе и изображений, являются ортогональные преобразования. Особенно велика роль ортогональных преобразований в решении задачи уменьшения скорости передачи двоичных символов, и, следовательно, уменьшении требуемой полосы частот каналов связи. Сущность ортогональных преобразований заключается в представлении исходного сигнала в виде суммы ортогональных базисных функций.

Напомним, что функции  $x(t)$  и  $y(t)$  называются ортогональными на отрезке  $(t_1, t_2)$ , если их скалярное произведение равно нулю.

$$\int_{t_1}^{t_2} x(t) \cdot y(t) dt = 0$$

Это определение может быть распространено на дискретные сигналы, представляемые последовательностями чисел. Дискретные сигналы  $x(n)$  и  $y(n)$ , имеющие по  $N$  отсчетов, называются ортогональными, если выполняется условие

$$\sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot y(n) = 0$$

Одним из наиболее известных примеров применения ортогонального преобразования является разложение периодического сигнала  $x(t)$  в ряд Фурье

$$x(t) = (1/2)a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cdot \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t)$$

## Вопрос 2 Ортогональные преобразования

Действительные коэффициенты ряда Фурье  $a_k$ ,  $b_k$  определяются соотношениями

$$a_0 = (2/T) * \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt$$
$$a_k = (2/T) * \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cdot \cos k\omega_0 t dt$$
$$b_k = (2/T) * \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cdot \sin k\omega_0 t dt$$

где  $\omega_0 = 2\pi/T$ ,  $T$  - период повторения сигнала  $x(t)$ .

Основное условие ортогональности можно сформулировать следующим образом: каждая функция  $\psi_j(t)$  набора базисных функций должна быть независимой от остальных функций набора. Каждая функция  $\psi_j(t)$  не должна интерферировать с другими функциями в процессе детектирования. С геометрической точки зрения все функции  $\psi_j(t)$  взаимно перпендикулярны. Пример подобного пространства с  $N = 3$  показан на рисунке 3, где взаимно перпендикулярные оси обозначены  $\psi_1(t)$ ,  $\psi_2(t)$ ,  $\psi_3(t)$ . Одной из причин нашего внимания к ортогональному сигнальному пространству является то, что в нем проще всего определяется Евклидова мера расстояния, используемая в процессе детектирования. Стоит отметить, что даже если переданные сигналы формируют подобные пространства, они могут преобразовываться в линейную комбинацию ортогональных сигналов.



## Вопрос 2 Ортогональные преобразования

Можно показать, что произвольный конечный набор сигналов  $\{S_i(t)\}_{i=1,2,\dots,M}$ , где каждый элемент множества физически реализуем и имеет длительность  $T$ , можно выразить как линейную комбинацию ортогональных сигналов

$$S_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij} \cdot \psi_j(t), \text{ где } i=1,2,\dots,M, N \leq M, a_{ij} = \int_0^T S_i(t) \cdot \psi_j(t) dt$$

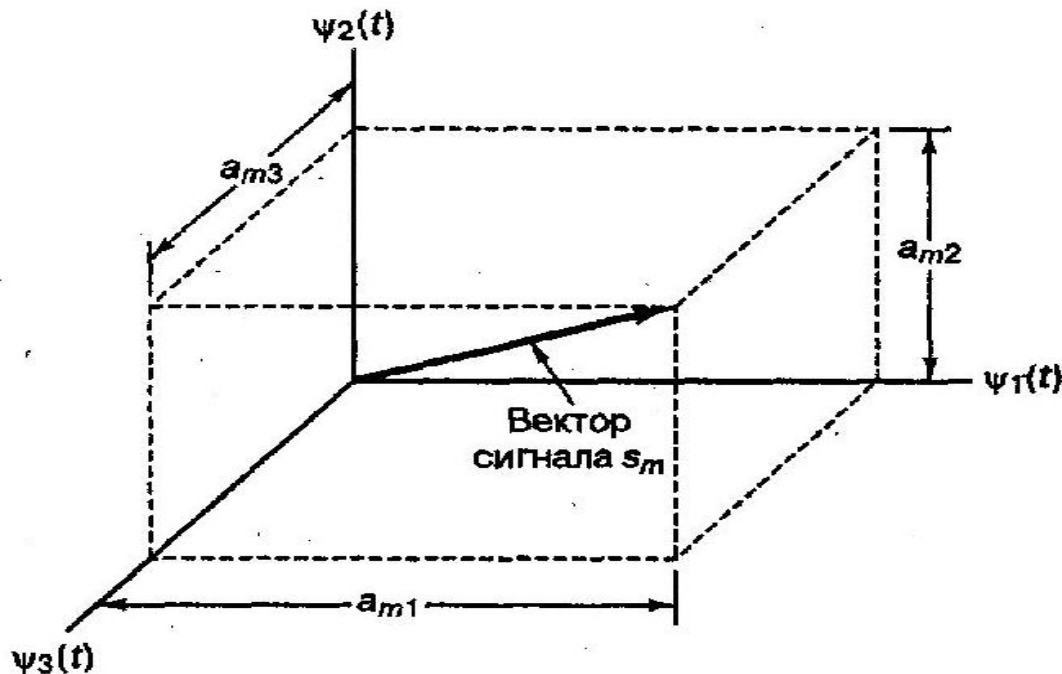
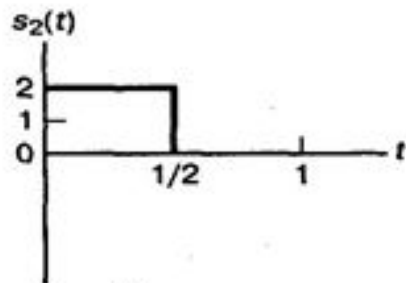
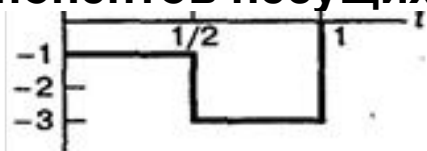


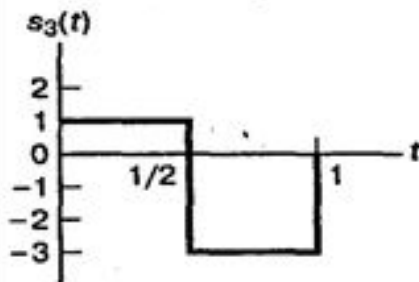
Рисунок 3 Векторное представление сигнала  $S_m(t)$

## Вопрос 2 Ортогональные преобразования

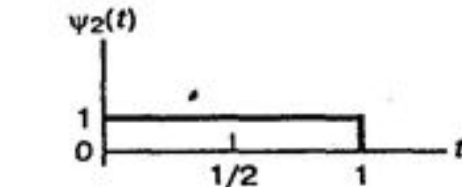
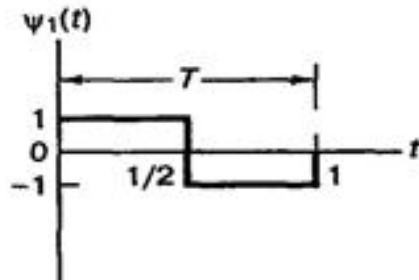
Следовательно, в подобном ортогональном пространстве в качестве критерия принятия решения для детектирования любого набора сигналов при шуме вполне оправдано использование расстояния (Евклидова расстояния). Вообще, важнейшее применение этого ортогонального преобразования связано с действительной передачей и приемом сигналов. Передача не ортогонального набора сигналов в общем случае осуществляется посредством подходящего взвешивания ортогональных компонентов несущих.



$$\int_0^T s_i(t)s_j(t) dt \neq 0 \text{ для } i \neq j$$

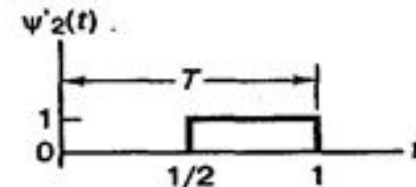
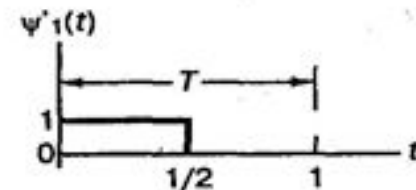


а)



$$\int_0^T \psi_j(t)\psi_k(t) dt = \begin{cases} T & \text{для } j = k \\ 0 & \text{для других } j, k \end{cases}$$

б)



$$\int_0^T \psi'_j(t)\psi'_k(t) dt = \begin{cases} T & \text{для } j = k \\ 0 & \text{для других } j, k \end{cases}$$

в)

## ВОПРОС 2 Ортогональные преобразования

В векторном пространстве это аналогично представлению данного вектора в различных системах координат. Примерами множества ортогональных функций могут служить тригонометрические (как было сказано выше) и комплексные экспоненциальные функции, полиномы Лежандра и Якоби, Бесселевы функции (ортогональны с соответствующей весовой функцией). В классе дискретных ортогональных функций широкое применение получили функции Уолша, Радемахера, а также функции Хаара, принимающие, в отличие от названных функций, три значения (0,+1,-1).

Норма вектора, в  $R^n$  мерном вещественном пространстве

$$\|x\| = \sqrt{(x, x)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

Евклидова метрика для дискретных сигналов

$$d_2(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}$$

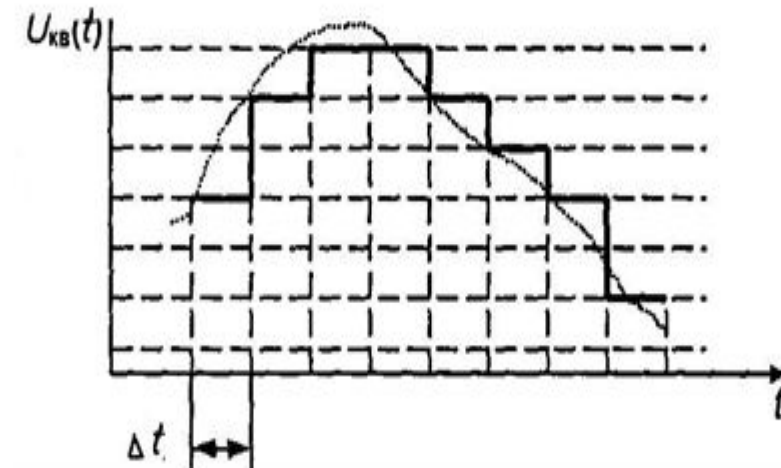
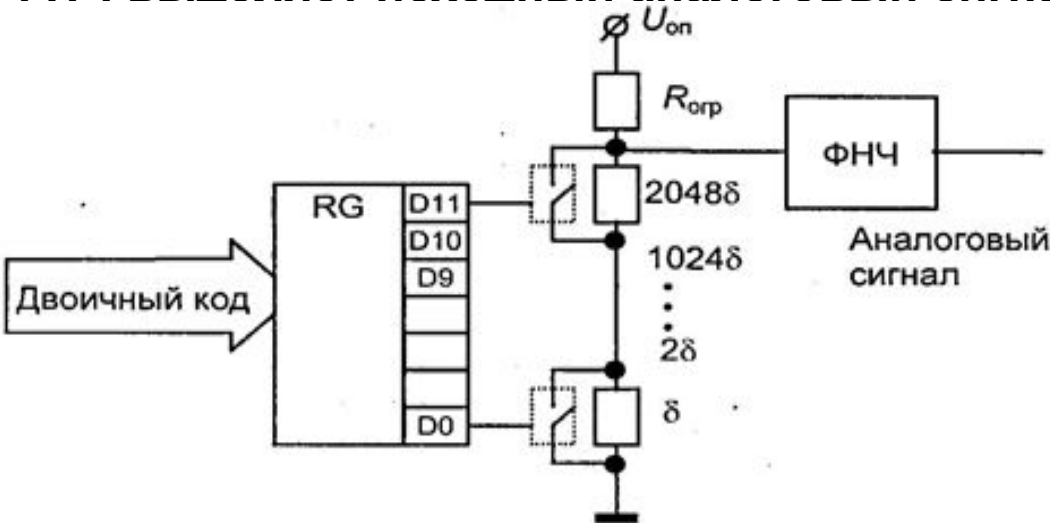
Евклидова метрика для непрерывных величин

$$d_3(x, y) = \sqrt{\int_0^T [x(t) - y(t)]^2 dt}$$

### ВОПРОС 3 Аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи

Устройства, в целом выполняющие преобразования аналоговых сигналов в цифровые и обратно, получили название аналого-цифровые цифро-аналоговые преобразователи (АЦП и ЦАП).

Рассмотрим принцип работы ЦАП (рисунок 5). Цифровой сигнал в двоичном коде (последовательном или параллельном) подается на буферный регистр RG. К выходам регистра RG подключены управляющие входы электронных ключей. К каждому из ключей подключены резисторы с сопротивлениями, соответствующими числу шагов квантования каждого из разрядов кодового слова цифрового сигнала. В зависимости от кодовой комбинации, т.е. включения и выключения соответствующих ключей, на входе ФНЧ будет присутствовать соответствующее напряжение. Смена кодовых комбинаций приведет к образованию на входе ФНЧ ступенчатого сигнала (рисунок 6). ФНЧ выделяет исходный аналоговый сигнал.



### ВОПРОС 3 Аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи

Возможно построение АЦП на основе ЦАП. Схема такого АЦП показана на рисунке 7. Аналоговый сигнал поступает на вход устройства выборки и хранения (УВХ), где подвергается дискретизации, т.е. преобразуется в сигнал АИМ. Этот сигнал поступает на один из входов схемы сравнения (СС), которая представляет собой компаратор, сравнивающий значения аналоговых сигналов на своих входах. Если значение сигнала на первом входе СС больше, чем на втором, то на выходе СС будет присутствовать сигнал логической 1, в противном случае - логического 0. Ко второму входу СС подключен аналоговый выход ЦАП. Цифровые входы ЦАП подключены к порту вывода управляющего устройства (УУ), например микропроцессора. К порту ввода УУ подключен цифровой выход СС. Процесс квантования по уровню протекает следующим образом. Отсчет сигнала с выхода УВХ постоянно присутствует на нижнем по схеме входе СС. Устройство управления выполняет алгоритм приближения к данному значению, например, методом «золотого сечения». Сначала определяется значение старшего разряда кодового слова и далее до самого младшего. После определения самого младшего разряда схема готова к обработке следующего отсчета. Скорость работы схемы, то есть частота дискретизации, зависит от скорости работы УУ и скорости преобразования ЦАП.

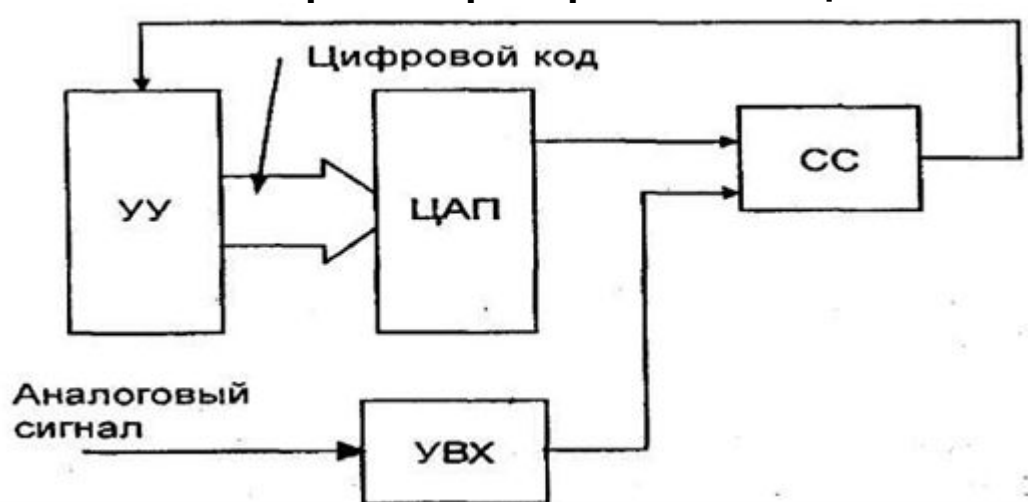


Рисунок 7

## **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

- 1. Изложите особенности передачи сигналов с использованием ИКМ**
- 2. Объясните принципы функционирования схем, использующих линейное предсказание.**
- 3. Изложите особенности формирования сигналов с ДИКМ**
- 4. Ортогональные преобразования.**
- 5. Принципы построения аналого-цифровых преобразователей.**
- 6. Принципы построения цифро-аналоговых преобразователей.**