§3. Обратная матрица. Ранг матрицы

п.1. Обратная матрица

Квадратная матрица называется *(не) вырожденной*, если ее определитель (не) равен нулю.

Матрица называется *обратной* к матрице , если выполняются равенства:

Нахождение обратной матрицы

— определитель матрицы A
— алгебраическое дополнение

Доказательство.

Найдем произведение

Применяем теоремы Лапласа и аннулирования

Значит,

или

Аналогично,

По определению

Пример.

матрица А невырождена,

существует

Свойства обратной матрицы

1)

2)

3)

п.2. Ранг матрицы

Рассмотрим матрицу

Пусть

Выделим в матрице k строк и k столбцов.

Из элементов, стоящих на пересечении, составим определитель порядка k.

Составленные таким образом определители называются минорами матрицы.

Пример.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 5 \\ \text{[redacted]} & 2 & 1 & \text{[redacted]} & 1 \\ 1 & 4 & -2 & -3 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Составим минор 3-го порядка.

Рангом матрицы называется наибольший порядок отличного от нуля минора этой матрицы.

Обозначается

Замечание 2.

Пример.

Свойства ранга матрицы

1) Ранг матрицы не меняется при транспонировании.

2) Ранг матрицы не меняется при умножении строки (столбца) на число, не равное нулю.

3) Ранг матрицы не меняется при вычеркивании нулевой строки (столбца).

4) Ранг матрицы не меняется при сложении элементов какой-либо строки (столбца) с соответствующими элементами другой строки (столбца), умноженными на некоторое число.

Пример. Найти ранг матрицы

Решение.

Значит,