

§3. Обратная матрица. Ранг матрицы

п.1. Обратная матрица

Квадратная матрица называется *(не) вырожденной*, если ее определитель *(не)* равен нулю.

Матрица A^{-1} называется *обратной* к матрице A , если выполняются равенства:

Нахождение обратной матрицы

- определитель матрицы A
- алгебраическое дополнение

Доказательство.

Найдем произведение

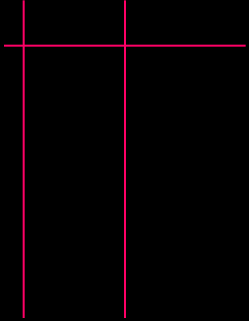
Применяем теоремы Лапласа и аннулирования

Значит,
или

Аналогично,

По определению

Пример.



матрица A невырождена,
существует



Свойства обратной матрицы

1)

2)

3)

п.2. Ранг матрицы

Рассмотрим матрицу

Пусть

Выделим в матрице k строк и k столбцов.

Из элементов, стоящих на пересечении, составим определитель порядка k .

Составленные таким образом определители называются минорами матрицы.

Пример.

1	2	-1	0	5
	2	1		1
1	4	-2	-3	5
2	2	3	0	0

Составим минор 3-го порядка.

Рангом матрицы называется наибольший порядок отличного от нуля минора этой матрицы.

Обозначается

Замечание 2.

Пример.

Свойства ранга матрицы

- 1) Ранг матрицы не меняется при транспонировании.
- 2) Ранг матрицы не меняется при умножении строки (столбца) на число, не равное нулю.
- 3) Ранг матрицы не меняется при вычеркивании нулевой строки (столбца).
- 4) Ранг матрицы не меняется при сложении элементов какой-либо строки (столбца) с соответствующими элементами другой строки (столбца), умноженными на некоторое число.

Пример. Найти ранг матрицы

Решение.

Значит,