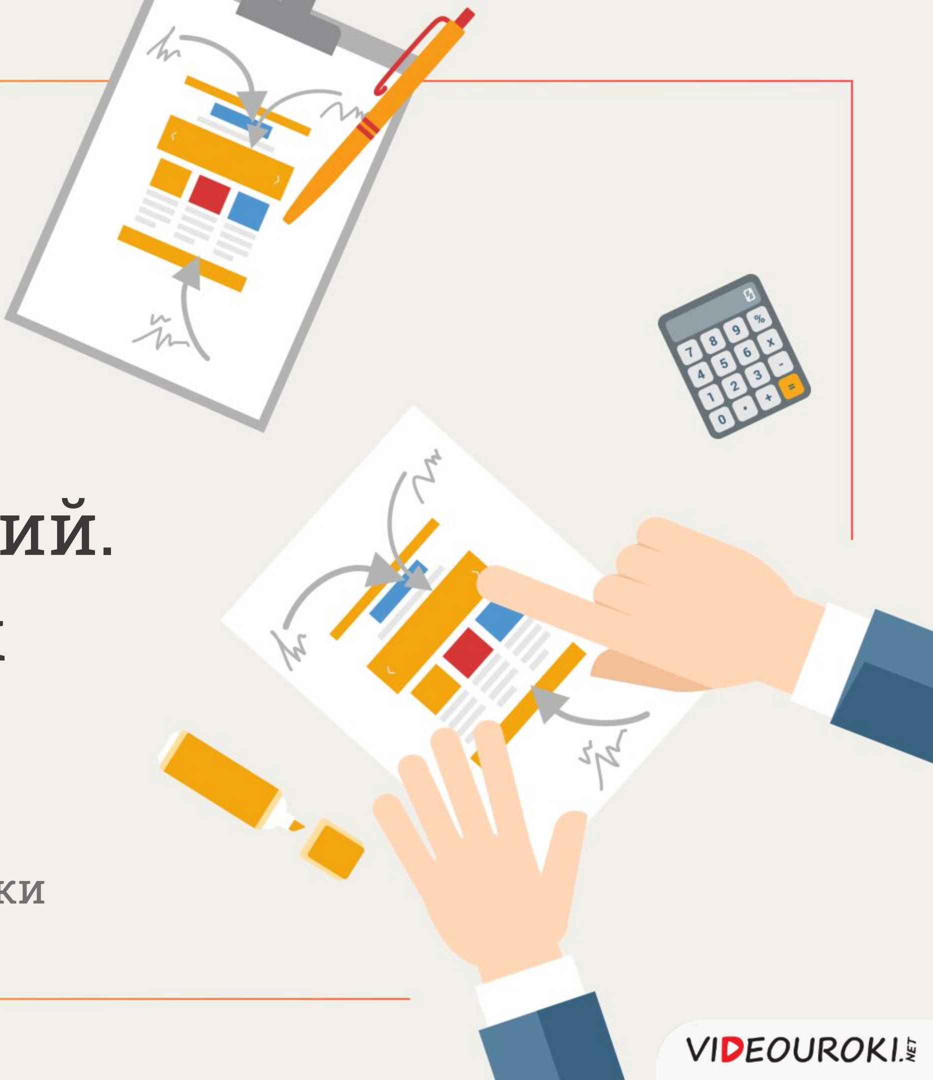
Построение таблиц истинности для логических выражений.

Свойства логических операций



Математические основы информатики

Элементы алгебры логики. Логические операции

1

Правила построения таблиц истинности для выражений.

2

Свойства логических операций.

Алгебра логики

Логические операции

Инверсия

Дизъюнкция

Конъюнкция

Основные логические операции

Название логической операции	Обозначение
Инверсия	«¯»
Конъюнкция	«&»
Дизъюнкция	«V»

Логические операции

A	B	A & B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логические операции

A	B	A V B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Логические операции

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

$A = 0$ инверсия

$A = 1$ инверсия

Логические выражения

Логические выражения могут состоять из более чем двух логических операций.

A V B & C

Таблица истинности

A	B	C	B & C	A V B & C
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Порядок действий в логическом выражении:

1. Инверсия.
2. Конъюнкция.
3. Дизъюнкция.

План построения таблицы истинности

1. Посчитать *n* – число переменных в выражении.

(A V B) & C

n = 3

План построения таблицы истинности

1. Посчитать *n* – число переменных в выражении.
2. Подсчитать общее число логических операций в выражении.

(A V B) & C

Количество логических операций: 2

План построения таблицы истинности

1. Посчитать *n* – число переменных в выражении.
2. Подсчитать общее число логических операций в выражении.
3. Установить последовательность логических операций с учётом скобок и приоритетов.

(A V B) & C

1. Операции в скобках.
2. Инверсия.
3. Конъюнкция.
4. Дизъюнкция.

План построения таблицы истинности

1. Посчитать *n* – число переменных в выражении.
2. Подсчитать общее число логических операций в выражении.
3. Установить последовательность логических операций с учётом скобок и приоритетов.
4. Определить число столбцов в таблице: число переменных + число операций.

(A V B) & C

Количество столбцов: 5.

План построения таблицы истинности

1. Посчитать *n* – число переменных в выражении.
2. Подсчитать общее число логических операций в выражении.
3. Установить последовательность логических операций с учётом скобок и приоритетов.
4. Определить число столбцов в таблице: число переменных + число операций.
5. Заполнить шапку таблицы, включив в неё переменные и операции в соответствии с последовательностью.

A	B	C	A V B	(A V B) & C

План построения таблицы истинности

1. Посчитать *n* – число переменных в выражении.
2. Подсчитать общее число логических операций в выражении.
3. Установить последовательность логических операций с учётом скобок и приоритетов.
4. Определить число столбцов в таблице: число переменных + число операций.
5. Заполнить шапку таблицы, включив в неё переменные и операции в соответствии с последовательностью.
6. Определить число строк в таблице (не считая шапку таблицы): $m = 2^n$.

A B C A V B (A V B) & C

n = 3
m

План построения таблицы истинности

1. Посчитать *n* – число переменных в выражении.
2. Подсчитать общее число логических операций в выражении.
3. Установить последовательность логических операций с учётом скобок и приоритетов.
4. Определить число столбцов в таблице: число переменных + число операций.
5. Заполнить шапку таблицы, включив в неё переменные и операции в соответствии с последовательностью.
6. Определить число строк в таблице (не считая шапку таблицы): $m = 2^n$.

A	B	C	A V B	(A V B) & C

План построения таблицы истинности

1. Посчитать *n* – число переменных в выражении.
2. Подсчитать общее число логических операций в выражении.
3. Установить последовательность логических операций с учётом скобок и приоритетов.
4. Определить число столбцов в таблице: число переменных + число операций.
5. Заполнить шапку таблицы, включив в неё переменные и операции в соответствии с последовательностью.
6. Определить число строк в таблице (не считая шапку таблицы): $m = 2^n$.
7. Выписать наборы входных переменных с учётом того, что они представляют собой ряд целых n-разрядных двоичных чисел $от\ 0\ до\ 2^n - 1$.

A	B	C	A V B	(A V B) & C

План построения таблицы истинности

1. Посчитать *n* – число переменных в выражении.
2. Подсчитать общее число логических операций в выражении.
3. Установить последовательность логических операций с учётом скобок и приоритетов.
4. Определить число столбцов в таблице: число переменных + число операций.
5. Заполнить шапку таблицы, включив в неё переменные и операции в соответствии с последовательностью.
6. Определить число строк в таблице (не считая шапку таблицы): $m = 2^n$.
7. Выписать наборы входных переменных с учётом того, что они представляют собой ряд целых n-разрядных двоичных чисел от 0 до $2^n - 1$.

A	B	C	A V B	(A V B) & C
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

План построения таблицы истинности

1. Посчитать *n* – число переменных в выражении.
2. Подсчитать общее число логических операций в выражении.
3. Установить последовательность логических операций с учётом скобок и приоритетов.
4. Определить число столбцов в таблице: число переменных + число операций.
5. Заполнить шапку таблицы, включив в неё переменные и операции в соответствии с последовательностью.
6. Определить число строк в таблице (не считая шапку таблицы): $m = 2^n$.
7. Выписать наборы входных переменных с учётом того, что они представляют собой ряд целых n-разрядных двоичных чисел $от\ 0\ до\ 2^n - 1$.

A	B	C	A V B	(A V B) & C
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

8. Провести заполнение таблицы по столбцам.

План построения таблицы истинности

1. Посчитать *n* – число переменных в выражении.
2. Подсчитать общее число логических операций в выражении.
3. Установить последовательность логических операций с учётом скобок и приоритетов.
4. Определить число столбцов в таблице: число переменных + число операций.
5. Заполнить шапку таблицы, включив в неё переменные и операции в соответствии с последовательностью.
6. Определить число строк в таблице (не считая шапку таблицы): $m = 2^n$.
7. Выписать наборы входных переменных с учётом того, что они представляют собой ряд целых n-разрядных двоичных чисел от 0 *до* $2^n - 1$.

A	B	C	A V B	(A V B) & C
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

8. Провести заполнение таблицы по столбцам.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

1. Посчитать *n* – число переменных в выражении.

n = 2.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

2. Подсчитать общее число логических операций в выражении.

n = 2.

Количество логических операций: 3.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения $\underbrace{\underbrace{\underbrace{(A \mathbin{\&} B)}_{1} \mathbin{\&} A}_{2} \vee B}_{3}$.

3. Установить последовательность логических операций с учётом скобок и приоритетов.

n = 2.

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций:

1. Логическая операция в скобках: конъюнкция.
2. Конъюнкция.
3. Дизъюнкция.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

4. Определить число столбцов в таблице: число переменных + число операций.

n = 2.

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

5. Заполнить шапку таблицы, включив в неё переменные и операции в соответствии с последовательностью.

n = 2.

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

5. Заполнить шапку таблицы, включив в неё переменные и операции в соответствии с последовательностью.

A	B

n = 2.

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

5. Заполнить шапку таблицы, включив в неё переменные и операции в соответствии с последовательностью.

n = 2.

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

6. Определить число строк в таблице (не считая шапку таблицы): $m = 2^n$.

$n = 2$.

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4$.

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

6. Определить число строк в таблице (не считая шапку таблицы): $m = 2^n$.

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B

$n = 2$.

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4$.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

7. Выписать наборы входных переменных с учётом того, что они представляют собой ряд целых n-разрядных двоичных чисел *от 0 до* $2^n - 1$.

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B

n = 2.

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3.$ 0, 1

$0_{10} = 00_2$
$1_{10} = 01_2$
$2_{10} = 10_2$
$3_{10} = 11_2$

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

7. Выписать наборы входных переменных с учётом того, что они представляют собой ряд целых n-разрядных двоичных чисел *от 0 до* $2^n - 1$.

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B
0	0			
0	1			
1	0			
1	1			

$n = 2.$

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n – 1 = 2^2 – 1 = 4 – 1 = 3.$ *0, 1, 2, 3.*

$0_{10} = 00_2$
$1_{10} = 01_2$
$2_{10} = 10_2$
$3_{10} = 11_2$

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

8. Провести заполнение таблицы по столбцам.

n = 2.

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3.$ 0, 1, 2, 3.

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B
0	0			
0	1			
1	0			
1	1			

Новое высказывание будет истинно тогда и только тогда, когда исходные высказывания истинны.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

8. Провести заполнение таблицы по столбцам.

n = 2.

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3.$ 0, 1, 2, 3.

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B
0	0			
0	1			
1	0			
1	1	1		

Новое высказывание будет истинно тогда и только тогда, когда исходные высказывания истинны.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

8. Провести заполнение таблицы по столбцам.

n = 2.

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3.$ 0, 1, 2, 3.

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B
0	0	0		
0	1	0		
1	0	0		
1	1	1		

Новое высказывание будет истинно тогда и только тогда, когда исходные высказывания истинны.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

8. Провести заполнение таблицы по столбцам.

$n = 2.$

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3.$ $0, 1, 2, 3.$

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B
0	0	0		
0	1	0		
1	0	0		
1	1	1		

Новое высказывание будет истинно тогда и только тогда, когда исходные высказывания истинны.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

8. Провести заполнение таблицы по столбцам.

$n = 2.$

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3.$ $0, 1, 2, 3.$

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B
0	0	0		
0	1	0		
1	0	0		
1	1	1		

Новое высказывание будет истинно тогда и только тогда, когда исходные высказывания истинны.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

8. Провести заполнение таблицы по столбцам.

n = 2.

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3.$ 0, 1, 2, 3.

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B
0	0	0		
0	1	0		
1	0	0		
1	1	1		

Новое высказывание будет истинно тогда и только тогда, когда исходные высказывания истинны.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

8. Провести заполнение таблицы по столбцам.

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B
0	0	0		
0	1	0		
1	0	0		
1	1	1	1	

$n = 2.$

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n – 1 = 2^2 – 1 = 4 – 1 = 3.$ $0, 1, 2, 3.$

Новое высказывание будет истинно тогда и только тогда, когда исходные высказывания истинны.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

8. Провести заполнение таблицы по столбцам.

n = 2.

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n – 1 = 2^2 – 1 = 4 – 1 = 3.$ *0, 1, 2, 3.*

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B
0	0	0	0	
0	1	0	0	
1	0	0	0	
1	1	1	1	

Новое высказывание будет истинно тогда и только тогда, когда исходные высказывания истинны.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

8. Провести заполнение таблицы по столбцам.

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B
0	0	0	0	
0	1	0	0	
1	0	0	0	
1	1	1	1	

n = 2.

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3.$ *0, 1, 2, 3.*

Новое высказывание будет ложно тогда и только тогда, когда ложны исходные высказывания.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

8. Провести заполнение таблицы по столбцам.

n = 2.

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3.$ 0, 1, 2, 3.

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B
0	0	0	0	0
0	1	0	0	
1	0	0	0	0
1	1	1	1	

Новое высказывание будет ложно тогда и только тогда, когда ложны исходные высказывания.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

8. Провести заполнение таблицы по столбцам.

$n = 2.$

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n – 1 = 2^2 – 1 = 4 – 1 = 3.$ $0, 1, 2, 3.$

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B
0	0	0	0	0
0	1	0	0	1
1	0	0	0	0
1	1	1	1	1

Новое высказывание будет ложно тогда и только тогда, когда ложны исходные высказывания.

Построения таблицы истинности

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

8. Провести заполнение таблицы по столбцам.

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B
0	0	0	0	0
0	1	0	0	1
1	0	0	0	0
1	1	1	1	1

n = 2.

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3.$ 0, 1, 2, 3.

Логическое выражение *(A & B) & A V B* равносильно логической переменной *B*.

Основные свойства логических операций

Законы алгебры логики

1. Переместительный (коммутативный) закон.

При перестановке местами переменных в конъюнкции и дизъюнкции значение выражения не изменяется.

Конъюнкция – логическое умножение.

A & B = B & A

A • B = B • A

Дизъюнкция – логическое сложение.

A V B = B V A

A + B = B + A

Основные свойства логических операций

Законы алгебры логики

2. Сочетательный (ассоциативный) закон.

При одинаковых знаках операций скобки можно ставить произвольно или вообще опускать.

Конъюнкция – логическое умножение.

(A & B) & C = A & (B & C)

(A • B) • C = A • (B • C)

(A • B) • C = A • B • C

Дизъюнкция – логическое сложение.

(A V B) V C = A V (B V C)

(A + B) + C = A + (B + C)

(A + B) + C = A + B + C

Основные свойства логических операций

Законы алгебры логики

3. Распределительный (дистрибутивный) закон.

Конъюнкция – логическое умножение.

A & (B V C) = (A & B) V (A & C)

A • (B + C) = (A • B) + (A • C)

Дизъюнкция – логическое сложение.

A V (B & C) = (A V B) & (A V C)

A + (B • C) = (A + B) • (A + C)

Основные свойства логических операций

Законы алгебры логики

4. Закон двойного отрицания.

Двойное отрицание исключает отрицание.

$$A = A$$

$$-(-A) = A$$

Основные свойства логических операций

Законы алгебры логики

5. Закон исключённого третьего.

Из двух противоречивых высказываний об одном и том же предмете одно всегда истинно, а второе – ложно, третьего не дано.

Конъюнкция – логическое умножение.

$A \& A = 0$

A = 0;A 1

A = 0 =

Дизъюнкция – логическое сложение.

$A \vee A = 1$

A = 0;A 1

A = 0

Основные свойства логических операций

Законы алгебры логики

6. Закон повторения.

При конъюнкции или дизъюнкции одного и того же высказывания получится это же высказывание.

Конъюнкция – логическое умножение.

$A \,\&\, A = A$

$A \cdot A = A$

A = 0;0

Дизъюнкция – логическое сложение.

$A \vee A = A$

$A + A = A$

A = 0;0

+

Основные свойства логических операций

Законы алгебры логики

6. Закон повторения.

При конъюнкции или дизъюнкции одного и того же высказывания получится это же высказывание.

Конъюнкция – логическое умножение.

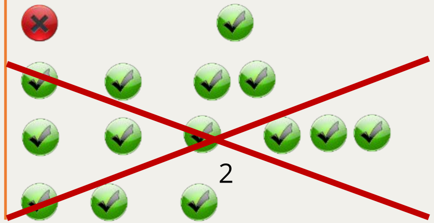
A & A = A

A • A = A

A = 0;0

Дизъюнкция – логическое сложение.

A V A = A



A + A = A

A = 0;0 + 0 = 0.

A = 1;1 + 1 = 1.

Основные свойства логических операций

Законы алгебры логики

7. Законы операций с 0 и 1.

Конъюнкция – логическое умножение.

$A \& 0 = 0$; $A \cdot 0 = 0$.

$A \& 1 = A$; $A \cdot 1 = A$.

Дизъюнкция – логическое сложение.

$A \lor 0 = A$; $A + 0 = A$.

$A \lor 1 = 1$; $A + 1 = 1$.

Основные свойства логических операций

Законы алгебры логики

8. Законы общей инверсии.

Для того, чтобы найти инверсию конъюнкции, нужно найти дизъюнкцию инверсий каждого логического выражения.
Для того, чтобы найти инверсию дизъюнкции, нужно найти конъюнкцию инверсий каждого логического выражения.

Конъюнкция – логическое умножение.

$$\overline{A \& B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

Дизъюнкция – логическое сложение.

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \& \overline{B}$$

Доказательство закона общей инверсии

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \,\&\, B} = \overline{A} \vee \overline{B}$.

$$\boxed{\overline{A \,\&\, B}} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

n = 2.

Количество логических операций: 5.

Доказательство закона общей инверсии

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \,\&\, B} = \overline{A} \vee \overline{B}$.

$$\underbrace{\overset{2}{\overline{A \,\&\, B}}}_{1} = \boxed{\overline{A} \vee \overline{B}}$$

n = 2.

Количество логических операций: 5.

Доказательство закона общей инверсии

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \ \& \ B} = \overline{A} \vee \overline{B}$.

$$\underbrace{\overset{2}{\overline{A \ \& \ B}}}_{1} = \underbrace{\overset{3}{\overline{A}} \ \vee \ \overset{4}{\overline{B}}}_{5}$$

n = 2.

Количество логических операций: 5.

Доказательство закона общей инверсии

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \,\&\, B} = \overline{A} \vee \overline{B}$.

A	B	A & B	$\overline{A \,\&\, B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$

$$\underbrace{\overset{2}{\overline{A \,\&\, B}}}_{1} = \underbrace{\overset{3}{\overline{A}} \vee \overset{4}{\overline{B}}}_{5}$$

n = 2.

Количество логических операций: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

Доказательство закона общей инверсии

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \,\&\, B} = \overline{A} \vee \overline{B}$.

A	B	A & B	$\overline{A \,\&\, B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$

n = 2.

Количество логических операций: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3.$ $0, 1, .$

$0_{10} = 00_2$
$1_{10} = 01_2$
$2_{10} = 10_2$
$3_{10} = 11_2$

Доказательство закона общей инверсии

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \& B} = \overline{A} \vee \overline{B}$.

A	B	$A \& B$	$\overline{A \& B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$
0	0					
0	1					
1	0					
1	1					

n = 2.

Количество логических операций: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3.$ 0, 1, 2, 3.

$0_{10} = 00_2$
$1_{10} = 01_2$
$2_{10} = 10_2$
$3_{10} = 11_2$

Доказательство закона общей инверсии

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \,\&\, B} = \overline{A} \vee \overline{B}$.

A	B	A & B	$\overline{A \,\&\, B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$
0	0					
0	1					
1	0					
1	1					

$$\underbrace{\overline{A \,\&\, B}}_{1} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

Новое высказывание будет истинно тогда и только тогда, когда
исходные высказывания истинны.

Доказательство закона общей инверсии

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \,\&\, B} = \overline{A} \vee \overline{B}$.

A	B	A & B	$\overline{A \,\&\, B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$
0	0					
0	1					
1	0					
1	1	1				

$$\overline{\underbrace{A \,\&\, B}_{1}} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

Новое высказывание будет истинно тогда и только тогда, когда исходные высказывания истинны.

Доказательство закона общей инверсии

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \& B} = \overline{A} \vee \overline{B}$.

A	B	A & B	$\overline{A \& B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$
0	0	0				
0	1	0				
1	0	0				
1	1	1				

$$\underbrace{\overline{A \& B}}_{1} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

Новое высказывание будет истинно тогда и только тогда, когда
исходные высказывания истинны.

Доказательство закона общей инверсии

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \,\&\, B} = \overline{A} \vee \overline{B}$.

A	B	A & B	$\overline{A \,\&\, B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$
0	0	0				
0	1	0				
1	0	0				
1	1	1				

2

$$\overline{A \,\&\, B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

$A = 1$ инверсия

$B = 0$ инверсия

Доказательство закона общей инверсии

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \& B} = \overline{A} \vee \overline{B}$.

A	B	A & B	$\overline{A \& B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$
0	0	0	1			
0	1	0	1			
1	0	0	1			
1	1	1	0			

$$\boxed{\overline{A \& B}} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

Доказательство закона общей инверсии

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \,\&\, B} = \overline{A} \vee \overline{B}$.

A	B	A & B	$\overline{A \,\&\, B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$
0	0	0	1			
0	1	0	1			
1	0	0	1			
1	1	1	0			

$$\overline{A \,\&\, B} = \overline{A} \overset{3}{\vee} \overline{B}$$

$A = 1$ инверсия

$B = 0$ инверсия

Доказательство закона общей инверсии

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \& B} = \overline{A} \vee \overline{B}$.

A	B	$A \& B$	$\overline{A \& B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$
0	0	0	1	1		
0	1	0	1	1		
1	0	0	1	0		
1	1	1	0	0		

4

$$\overline{A \& B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

$A = 1$ инверсия

$B = 0$ инверсия

Доказательство закона общей инверсии

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \& B} = \overline{A} \vee \overline{B}$.

A	B	$A \& B$	$\overline{A \& B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$
0	0	0	1	1	1	
0	1	0	1	1	0	
1	0	0	1	0	1	
1	1	1	0	0	0	

$$\overline{A \& B} = \underbrace{\overline{A} \vee \overline{B}}_{5}$$

Новое высказывание будет ложно тогда и только тогда, когда ложны исходные высказывания.

Доказательство закона общей инверсии

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \& B} = \overline{A} \vee \overline{B}$.

A	B	A & B	$\overline{A \& B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$
0	0	0	1	1	1	
0	1	0	1	1	0	
1	0	0	1	0	1	
1	1	1	0	0	0	0

$$\overline{A \& B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

Новое высказывание будет ложно тогда и только тогда, когда ложны исходные высказывания.

Доказательство закона общей инверсии

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \mathbin{\&} B} = \overline{A} \vee \overline{B}$.

A	B	$A \mathbin{\&} B$	$\overline{A \mathbin{\&} B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

$$\overline{A \mathbin{\&} B} = \boxed{\overline{A} \vee \overline{B}}$$

Пример

Найти значение логического выражения *$(D > 1) \vee \overline{(D < 2)}$*. D = 1.

Решение:

D = 1.

$(D > 1) \vee \overline{(D < 2)}$

$(1 > 1)$ – ложно.

$(1 > 1) = 0$.

$(1 < 2)$ – истинно.

$(1 < 2) = 1$.

6. Закон повторения: при конъюнкции или дизъюнкции одного и того же высказывания, получится это же высказывание.
Дизъюнкция: A V A = A.

Ответ: $(D > 1) \vee \overline{(D < 2)} = 0$, при D = 1.

Построение таблиц истинности для логических выражений. Свойства логических операций

Построить таблицу истинности для логического выражения (A & B) & A V B.

8. Провести заполнение таблицы по столбцам.

$n = 2.$

Количество логических операций: 3.

Порядок выполнения операций: скобки, конъюнкция, дизъюнкция.

Количество столбцов в таблице: 5.

$m = 2^n = 2^2 = 4.$

$2^n - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3.$ $0, 1, 2, 3.$

A	B	A & B	(A & B) & A	(A & B) & A V B
0	0	0	0	0
0	1	0	0	1
1	0	0	0	0
1	1	1	1	1

Логическое выражение *(A & B) & A V B* равносильно логической переменной *B*.

Построение таблиц истинности для логических выражений. Свойства логических операций

1. Переместительный (коммутативный) закон: A & B = B & A; A V B = B V A.
2.

Доказать закон общей инверсии для логического умножения $\overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$.

A	B	A & B	$\overline{A \& B}$	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{A} \vee \bar{B}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

3.)
4.
5.
6. Закон повторения: A & A = A; A V A = A.
7. Законы операций с 0 и 1: A & 0 = 0, A & 1 = A; A V 0 = A, A V 1 = 1.
8. Законы общей инверсии: $\overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$; $\overline{A \vee B} = \bar{A} \& \bar{B}$.