

Преобразование графиков функций, содержащих модуль

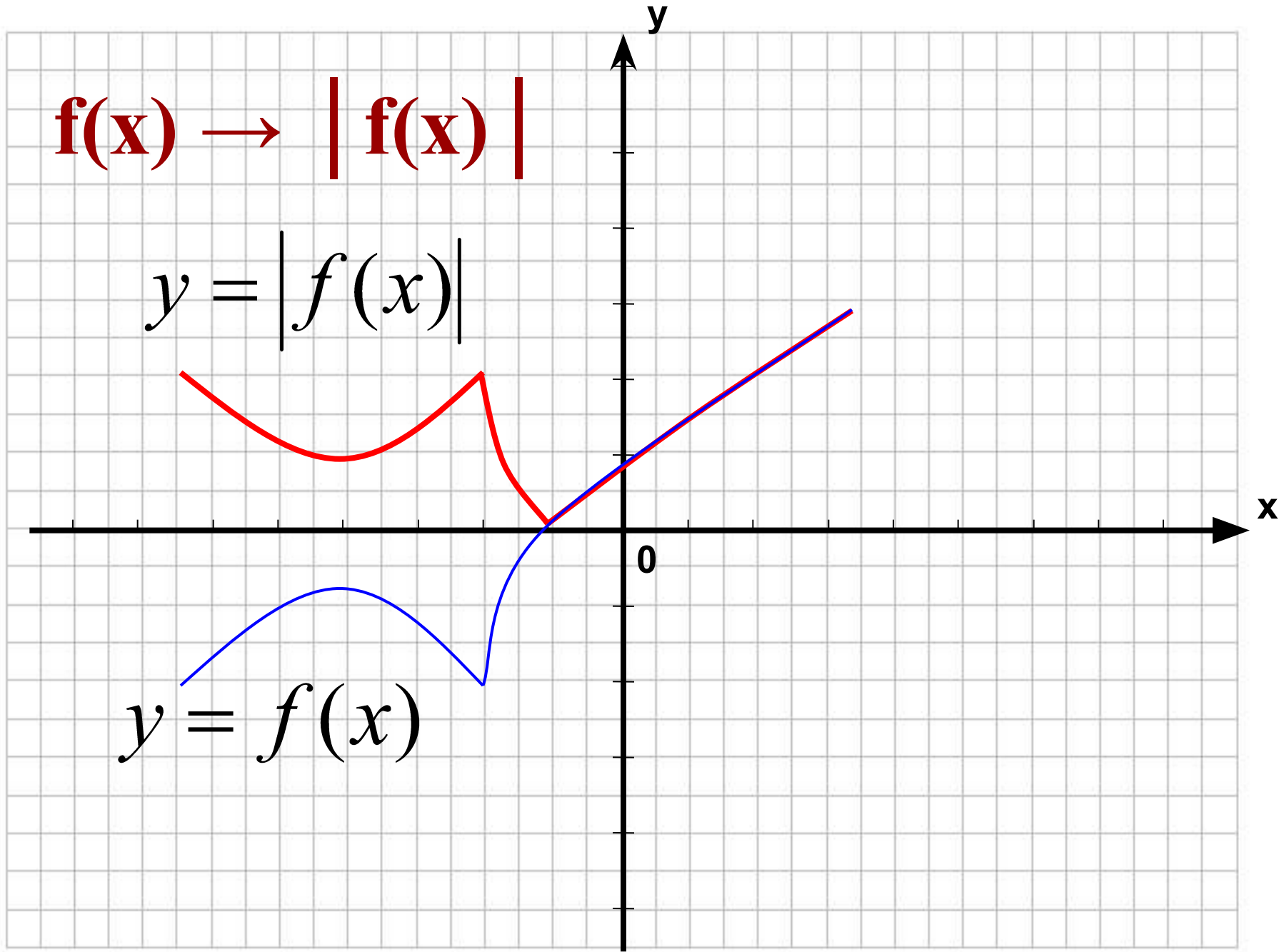
Построение графика функции $y = |f(x)|$

Чтобы построить график функции $y = |f(x)|$, надо сначала построить график функции $y = f(x)$, а затем участки этого графика, лежащие выше оси абсцисс, оставить без изменения, а участки, лежащие ниже оси абсцисс, зеркально отразить относительно этой оси.

$$f(x) \rightarrow |f(x)|$$

$$y = |f(x)|$$

$$y = f(x)$$



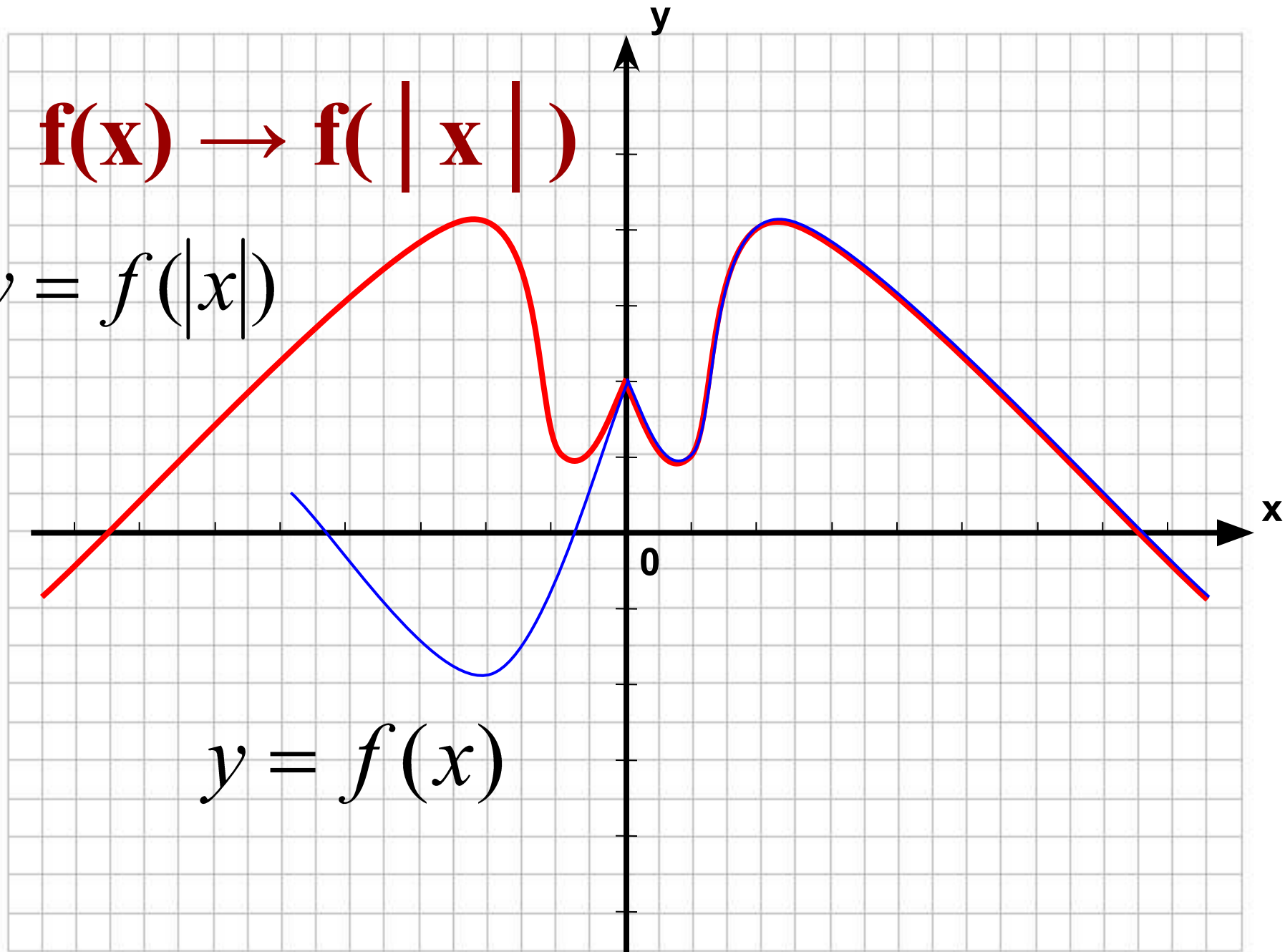
Построение графика функции $y = f(|x|)$

Так как $f(|-x|) = f(|x|)$, то функция $y = f(|x|)$ чётная и для построения её графика следует удалить точки графика функции $f(x)$, находящиеся слева от оси Oy , а все точки, лежащие на оси Oy и справа от неё, отобразить симметрично относительно оси Oy .

$$f(x) \rightarrow f(|x|)$$

$$y = f(|x|)$$

$$y = f(x)$$

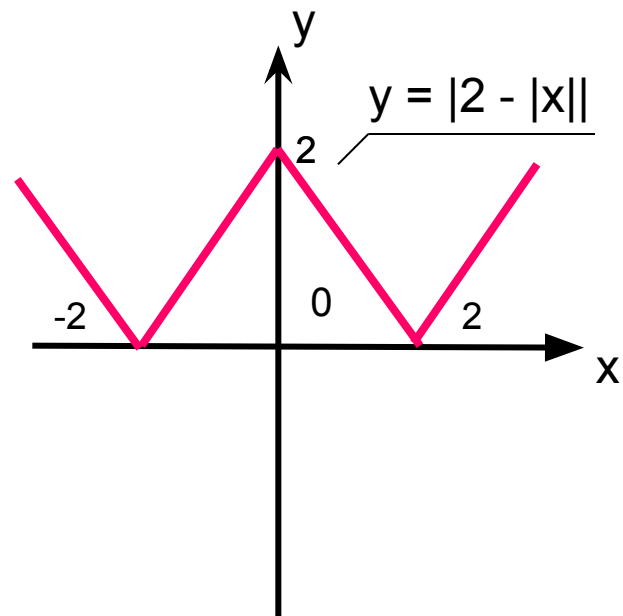
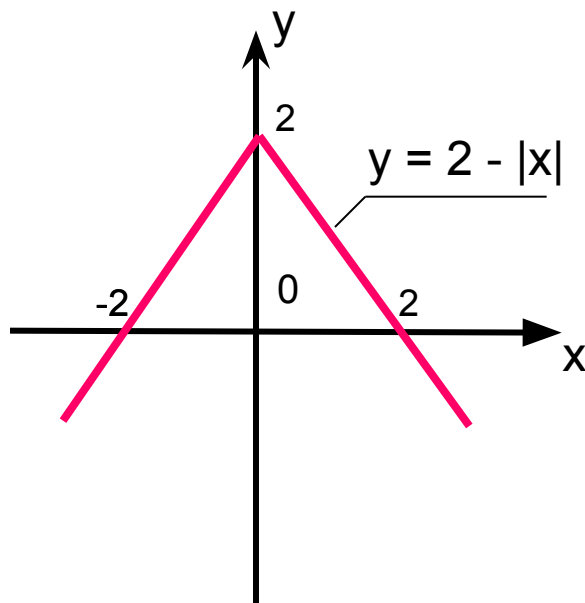
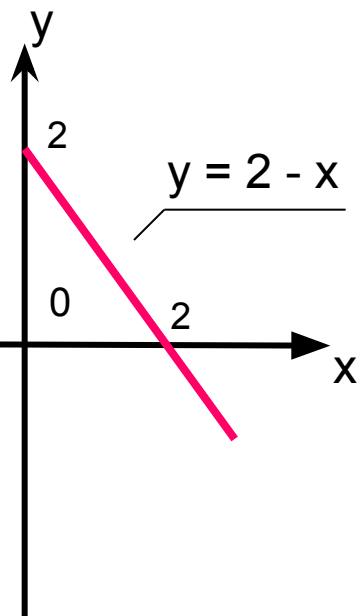


Построение графика функции $y = |f(|x|)|$

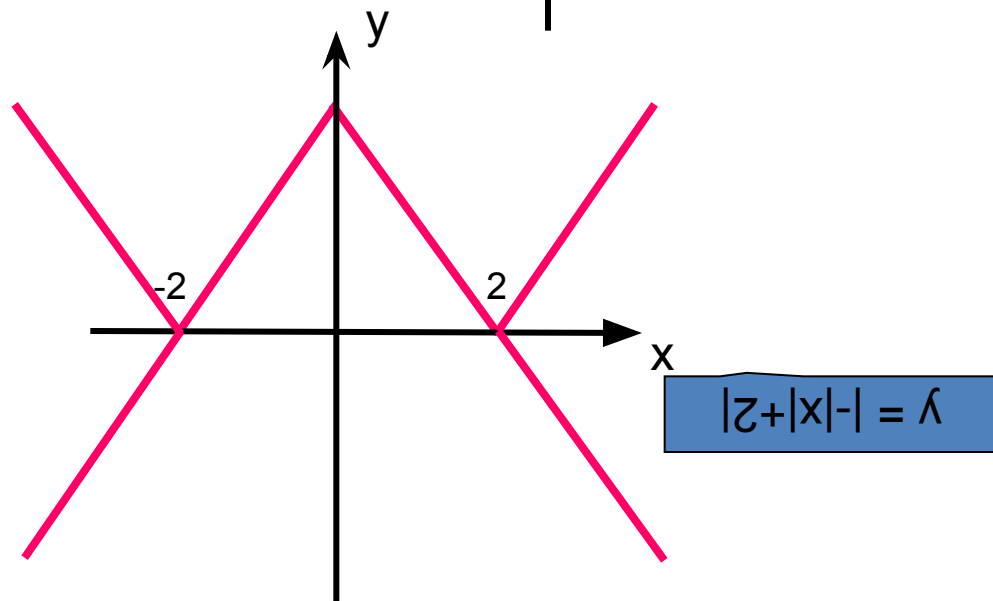
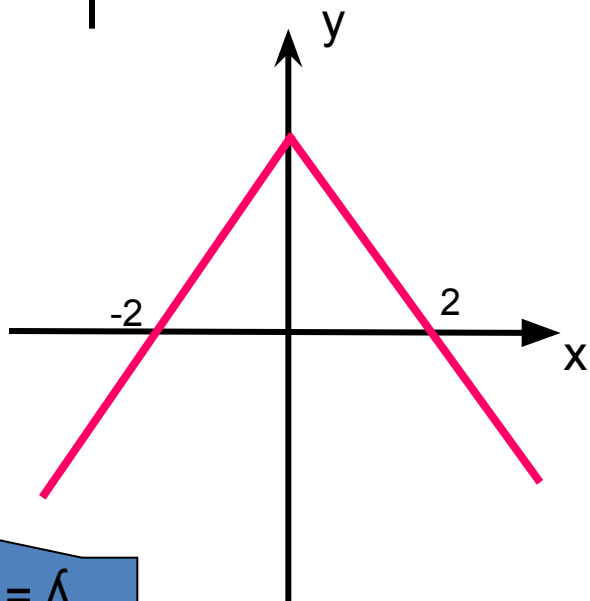
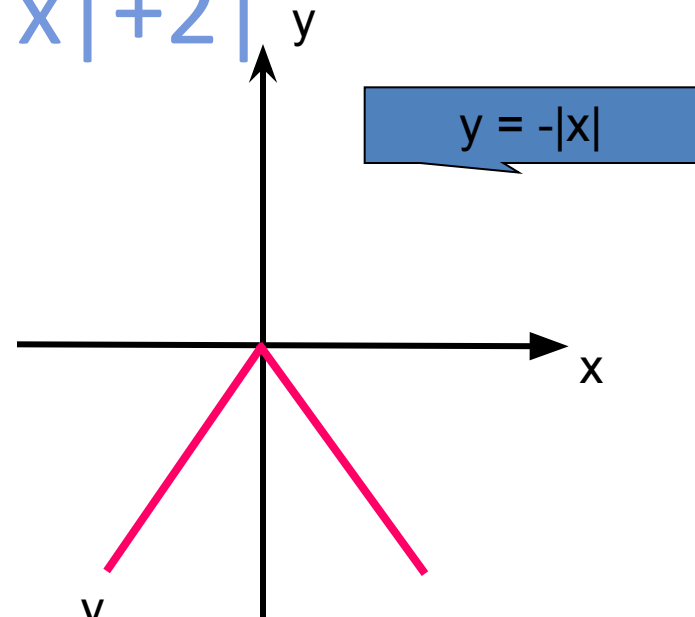
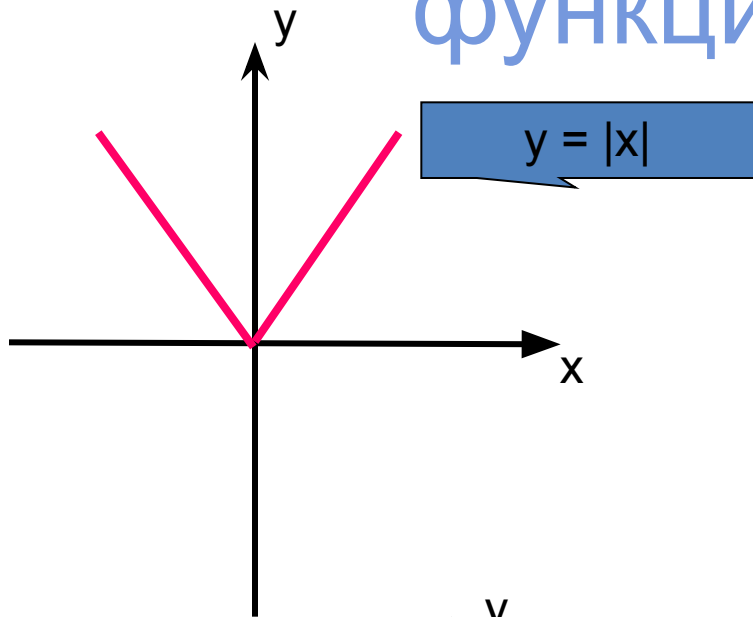
Последовательность действий в этом случае представим следующим образом:

- 1. построить график функции $y = f(x)$ для $x \geq 0$;**
- 2. отобразить построенную часть графика симметрично относительно оси ординат;**
- 3. участки полученного графика, лежащие ниже оси абсцисс, зеркально отразить относительно этой оси.**

Пример 1. Построение графика функции $y = |2 - |x||$

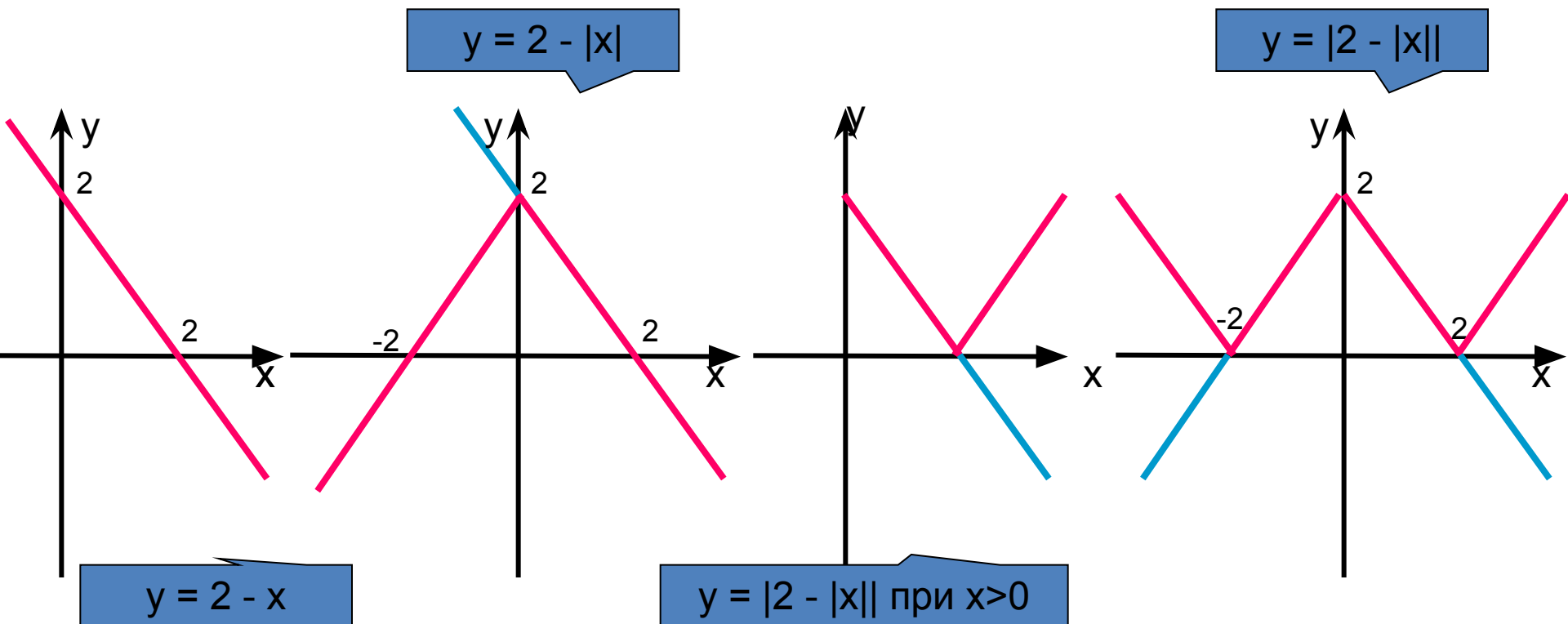


Пример 2. Построение графика функции $y = |-|x|+2|$



Пример 3. Построение графика функции $y = |2 - |x||$

Основан на свойстве чётности функции, что позволяет построить её график при $x \geq 0$, а затем зеркально отразить его относительно оси Oy .



Функция $y = ||x-1|-2|$

- **Построение.**

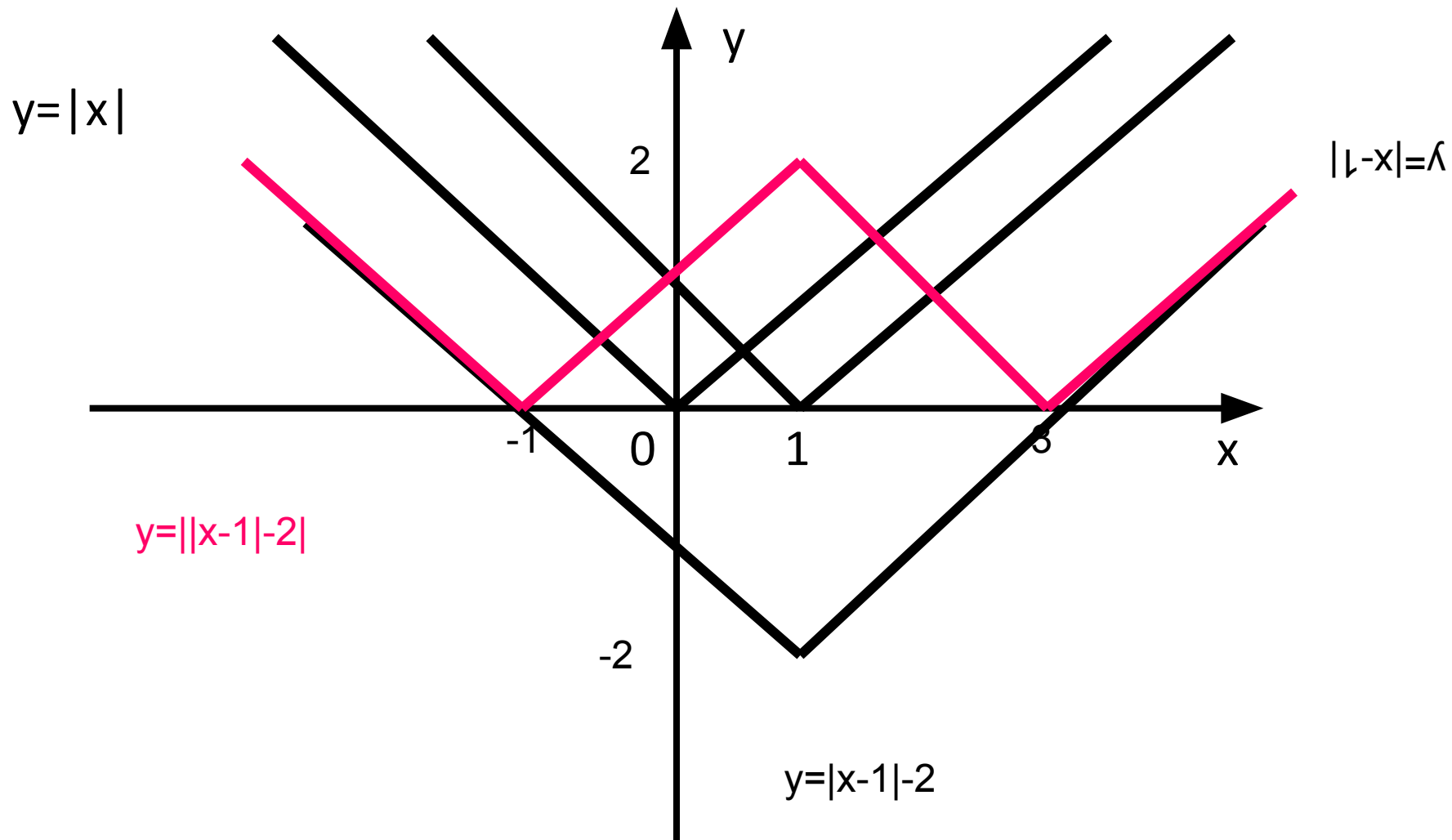
1) Строим график функции $y=|x|$.

2) Строим график функции $y=|x-1|$.

3) Строим график функции $y=|x-1|-2$.

4) Применяем к графику $y=|x-1|-2$ операцию “модуль”.

Функция $y = ||x-1|-2|$



Функция $y = |x^2 - 4|x| - 3|$

- Построение.

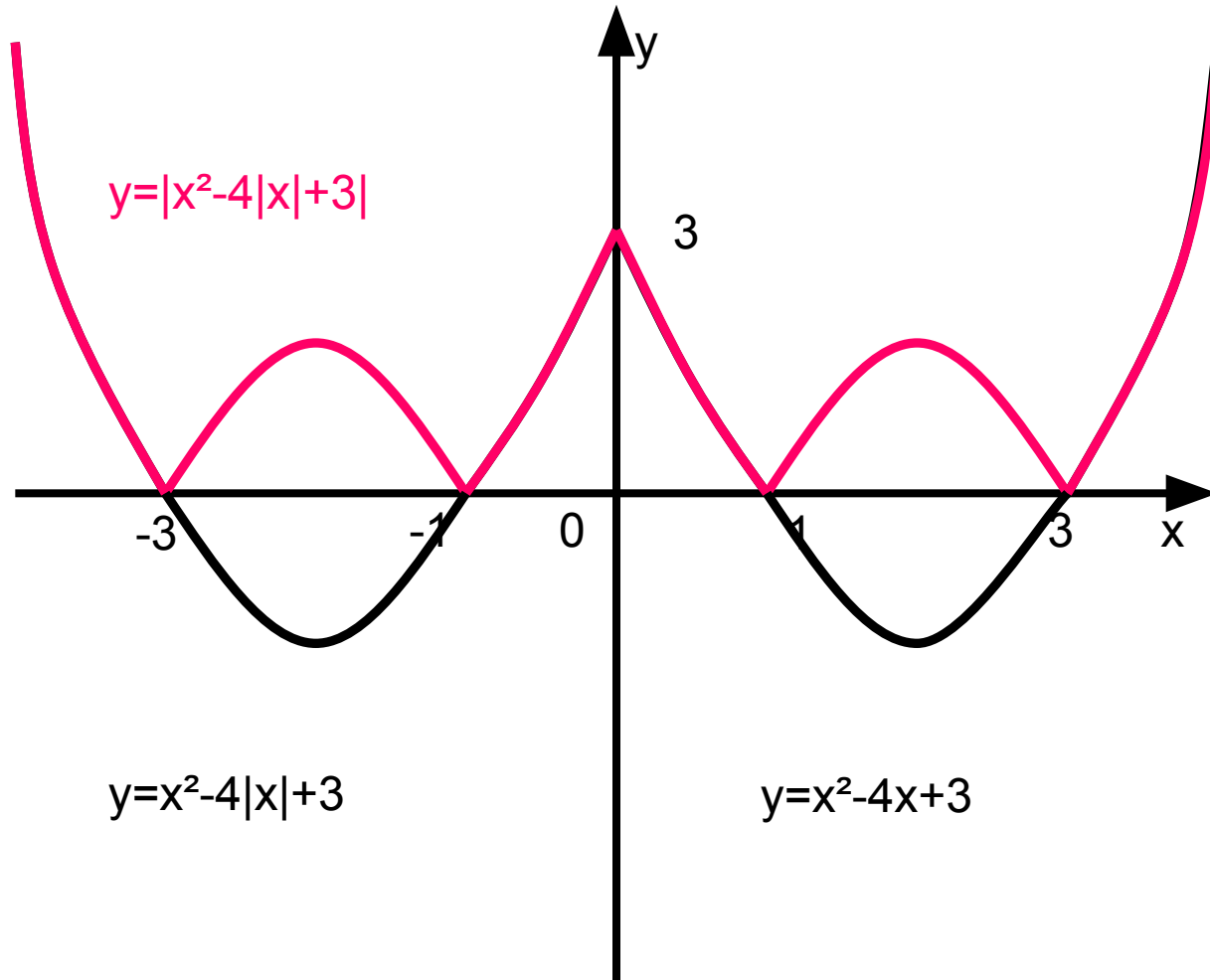
1) Строим график $y = x^2 - 4x + 3$ для $x \geq 0$

2) $y = x^2 - 4|x| + 3$ — отражаем полученный график в п.1 относительно оси ординат. Функция чётная.

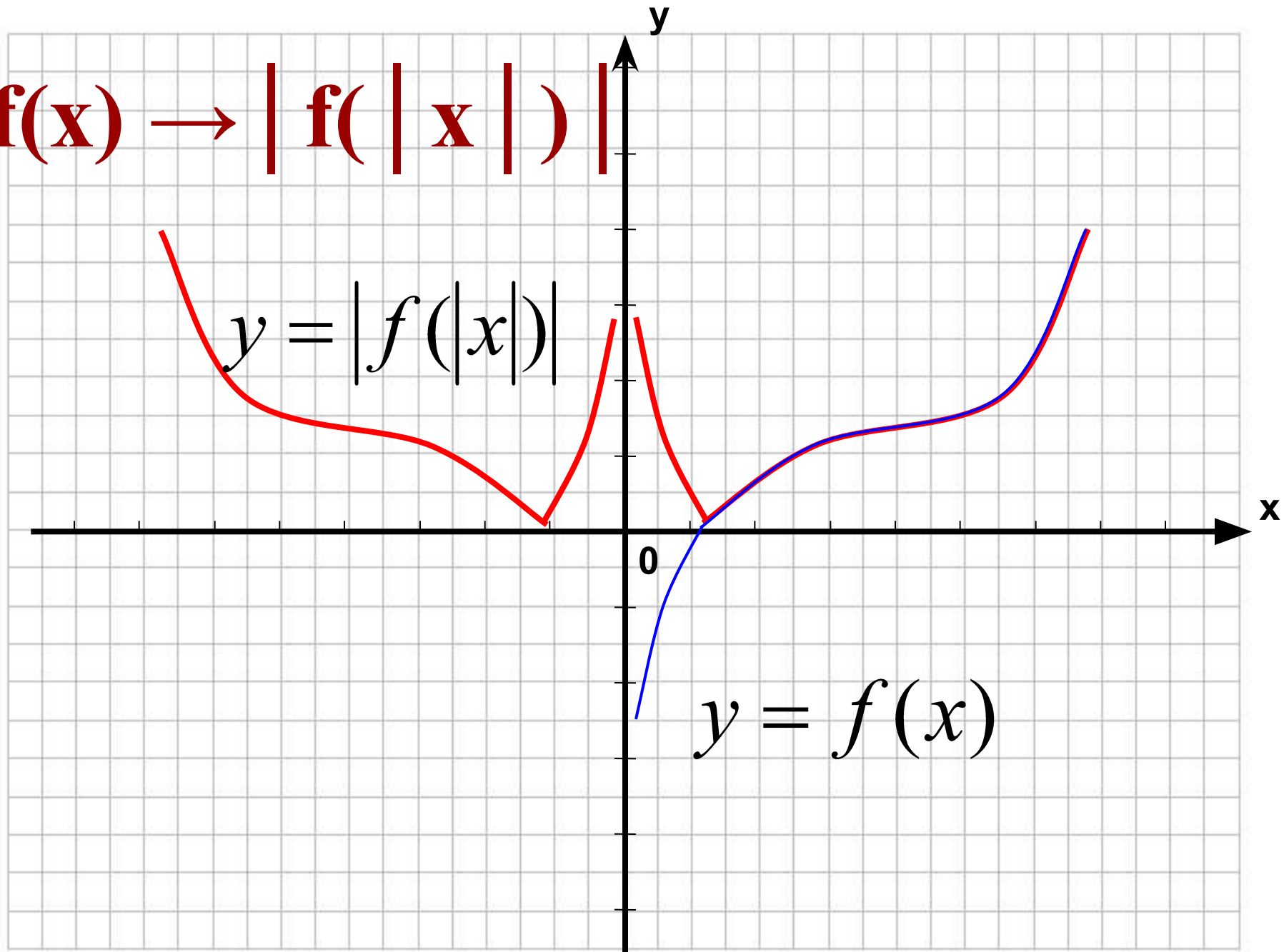
3) $y = |x^2 - 4|x| + 3|$ — часть графика, расположенную в нижней полу плоскости,

отражаем относительно оси абсцисс. Полученная в верхней полуплоскости линия и будет графиком заданной функции.

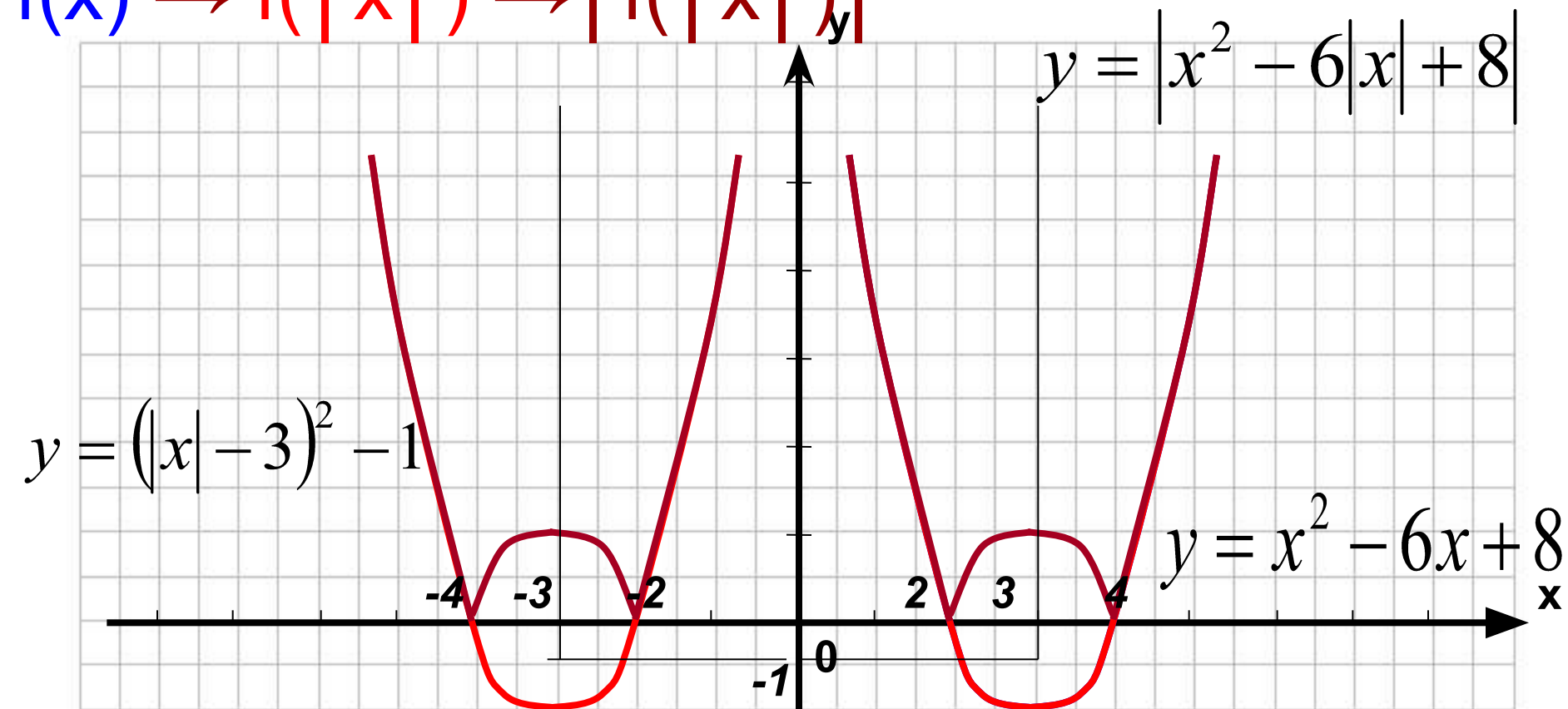
Функция $y = |x^2 - 4|x| + 3|$



$$f(x) \rightarrow |f(|x|)|$$



$$f(x) \rightarrow f(|x|) \rightarrow |f(|x|)|$$



$$f(x) = x^2 - 6x + 8 = (x - 3)^2 - 1$$

$$f(|x|) = (|x| - 3)^2 - 1$$

$$|f(|x|)| = (|x| - 3)^2 - 1$$

Построение графика функции

$$|y| = f(x) \text{ при } f(x) \geq 0$$

По определению абсолютной величины $y = \pm f(x)$, где $f(x) \geq 0$. Строго говоря, y нельзя назвать функцией x , так как каждому значению аргумента x будут соответствовать два значения функции: $+f(x)$ и $-f(x)$. Рассмотрим теперь последовательность действий:

1. установить, для каких x выполняется условие $f(x) \geq 0$
2. на найденных промежутках значений x построить график функции $y = f(x)$;
3. осуществить зеркальное отражение графика относительно оси Ox

Построение графиков функций

$$|y| = |f(x)|$$

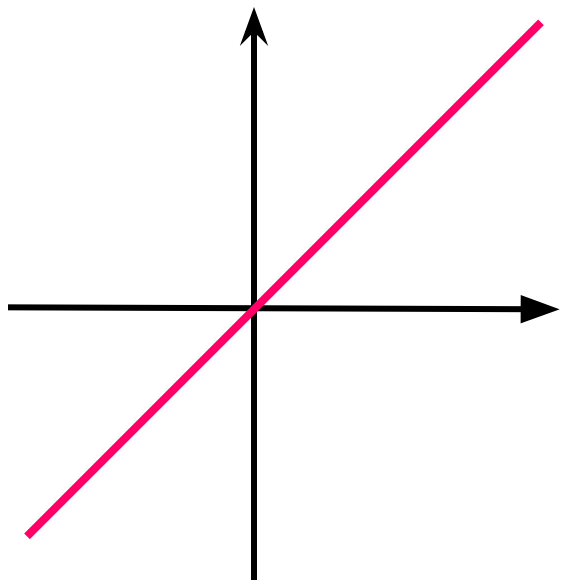
Очевидно, что $y = \pm |f(x)|$, т.е. график функции будет симметричен относительно абсцисс.

Соответствующая последовательность действий:

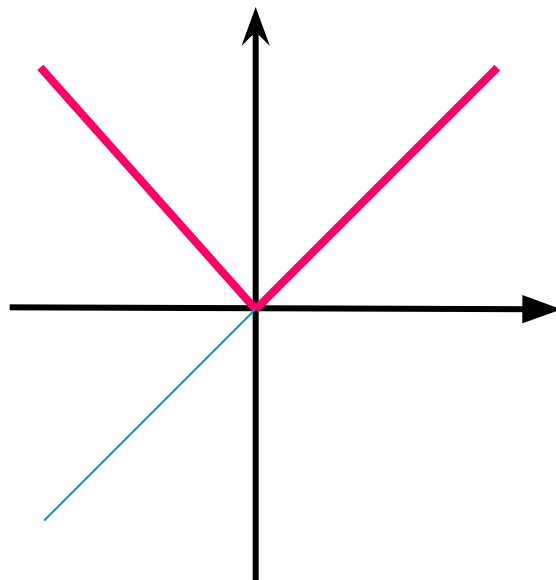
1. построить график функции $y = |f(x)|$;
2. осуществить его зеркальное отражение относительно оси Ox .

Пример. Построить график функции $|y| = |x|$

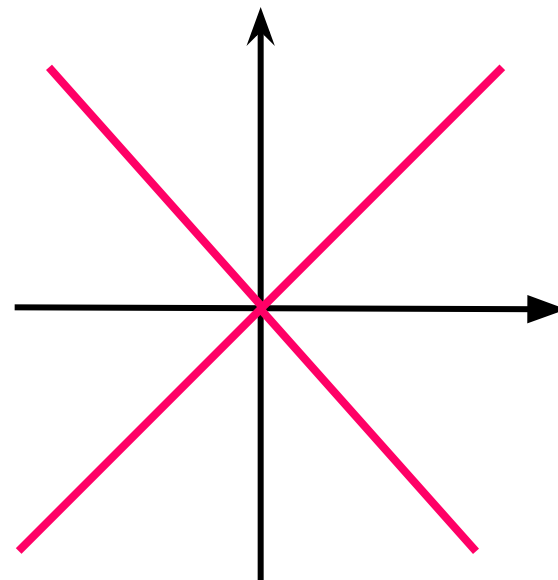
$$y = x$$



$$|y| = |x|$$



$$y = |x|$$



Построение графиков функций вида

$$y = |x - x_1| + |x - x_2| + \dots + |x - x_n|$$

Укажем последовательность действий:

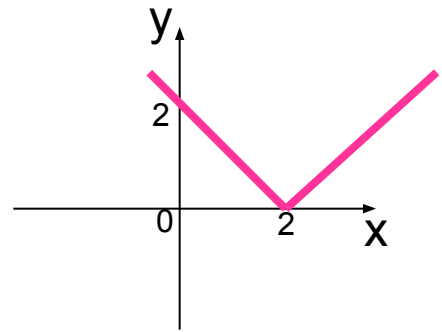
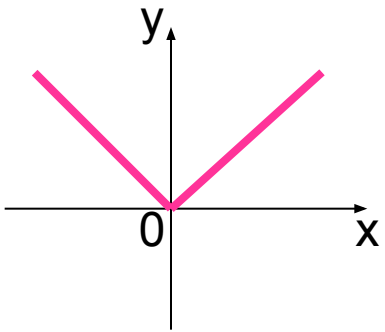
1. Найдём абсциссы точек перелома графика функции. В данном случае используем для этого условия: $x_n - 1 = 0$; $x_n = 1$; $x_n - 2 = 0$,
 $x_n = 2$
2. Рассмотрим далее функцию на каждом из полученных промежутков. В рассматриваемом примере

их три $(-\infty; 1]$ $[1; 2]$ $[2; +\infty)$

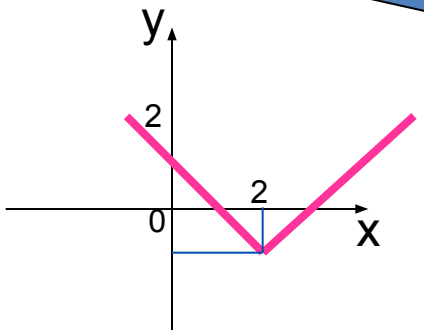
- а) $x \in [2; +\infty)$. Так как оба слагаемых неотрицательны, то на этом промежутке графиком функции будет прямая, выражаемая уравнением $y = 2x - 3$.
- б) $x \in [1; 2]$. Первое слагаемое на данном промежутке неотрицательно, второе отрицательно и потому графиком будет прямая $y = 1$.
- в) $x \in (-\infty; 1]$. Оба слагаемых отрицательны и потому графиком будет прямая $y = 3 - 2x$.

Пример. Построить график функции $y = |||x-2|-1|-2|$

$y = |x|$

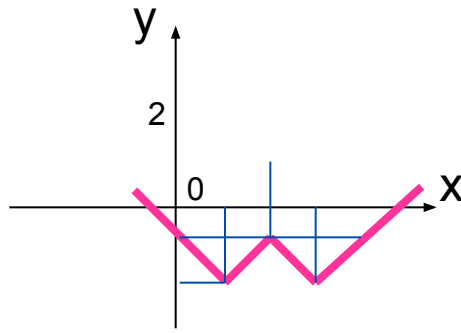
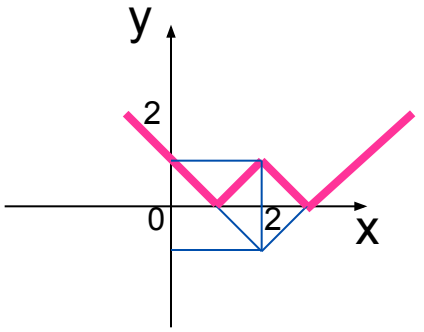


$y = |x-2|-1$

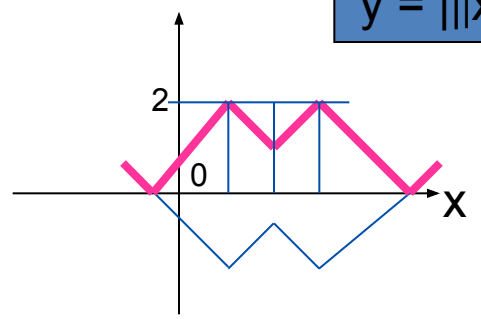


$y = |x-2|$

$y = ||x-2|-1|-2$



$y = |||x-2|-1|-2|$



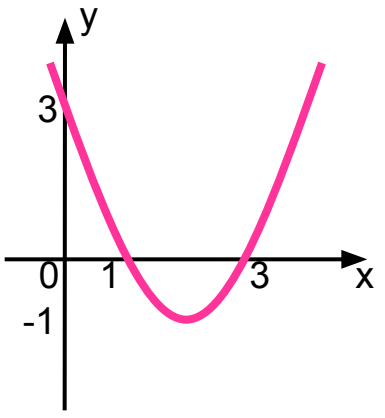
$y = ||x-2|-1|$

Пример 2.

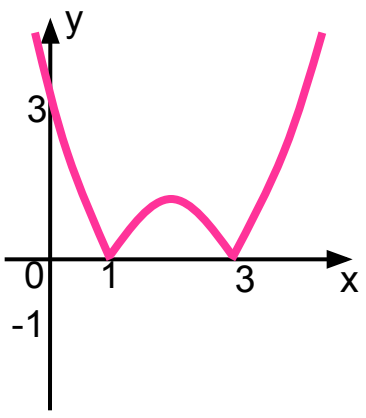
График функции

$$y = x^2 - 4x + 3$$

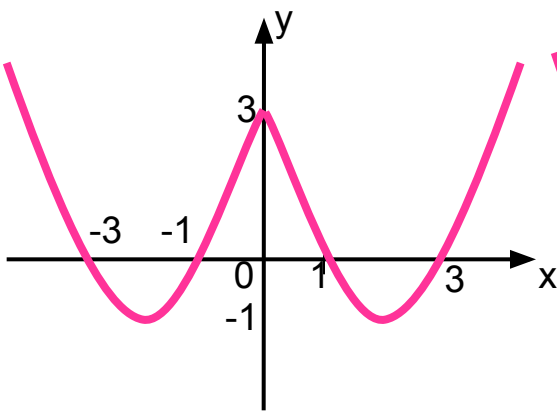
$$y = x^2 - 4x + 3$$



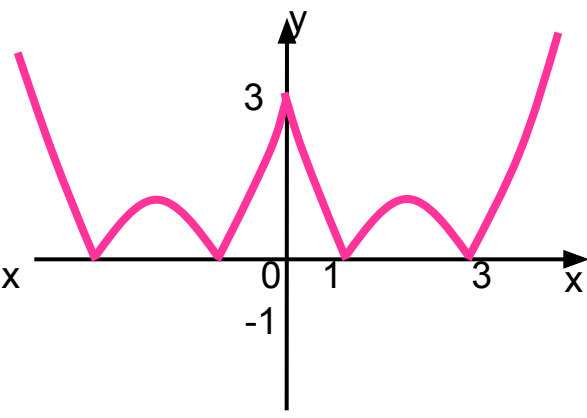
$$y = |x^2 - 4x + 3|$$



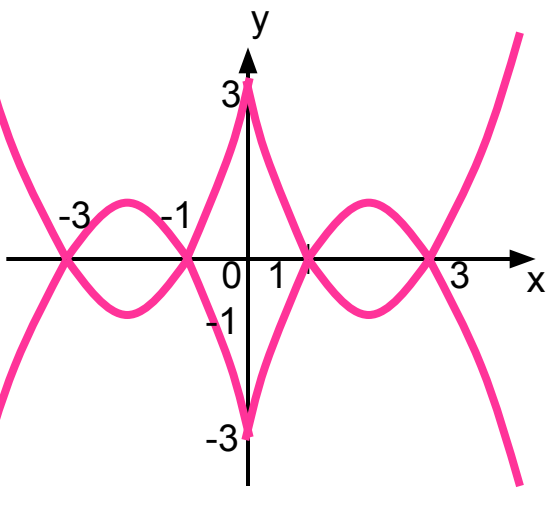
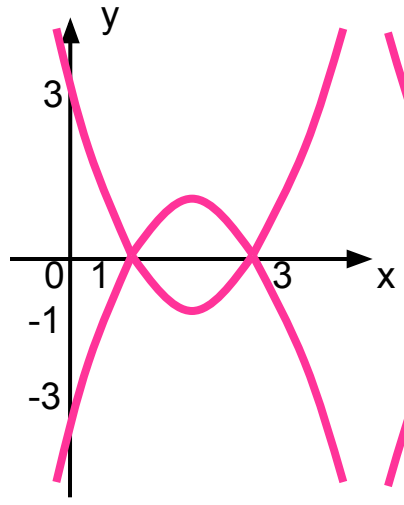
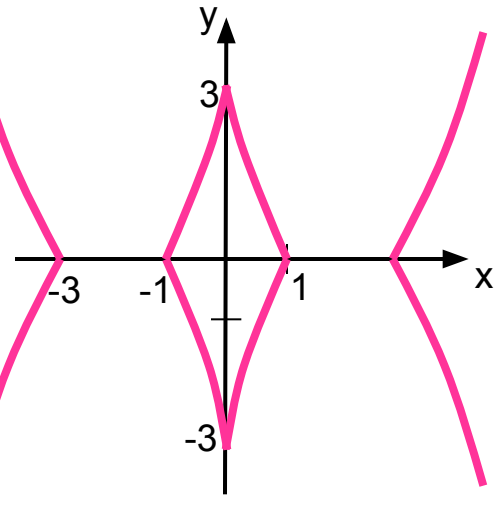
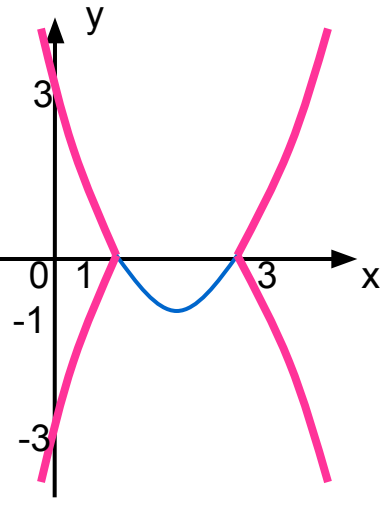
$$y = x^2 - 4|x| + 3$$



$$y = |x^2 - 4|x| + 3|$$



$$|y| = |x^2 - 4x + 3|$$



$$|y| = x^2 - 4x + 3$$

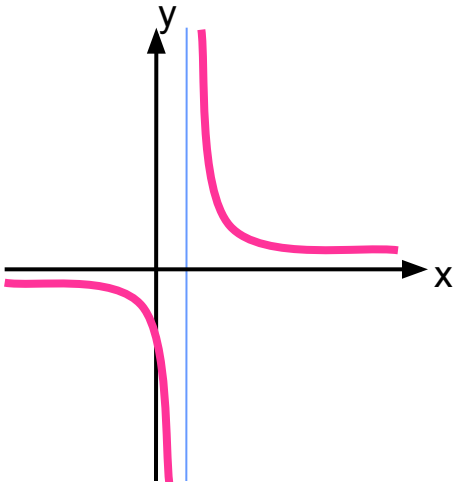
$$|y| = x^2 - 4|x| + 3$$

$$|y| = |x^2 - 4|x| + 3|$$

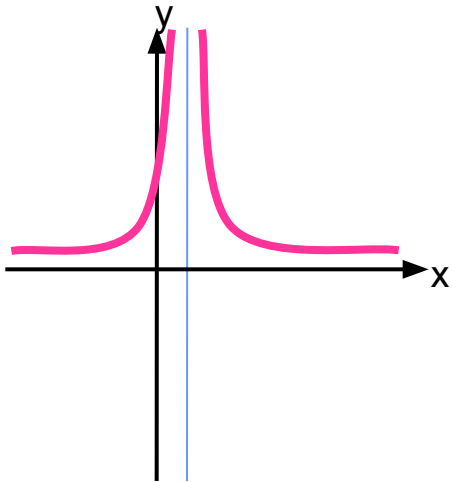
Пример 3.

График функции $y = \frac{1}{x-1}$

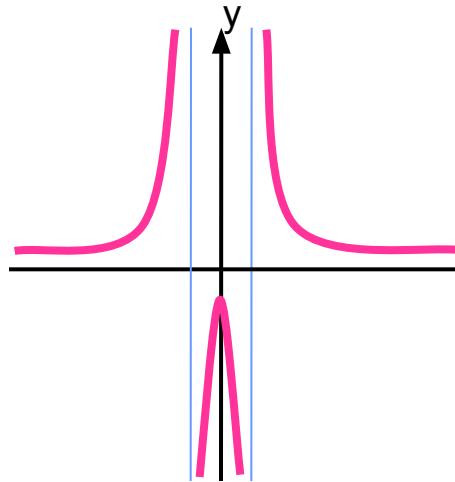
$$y = \frac{1}{x-1}$$



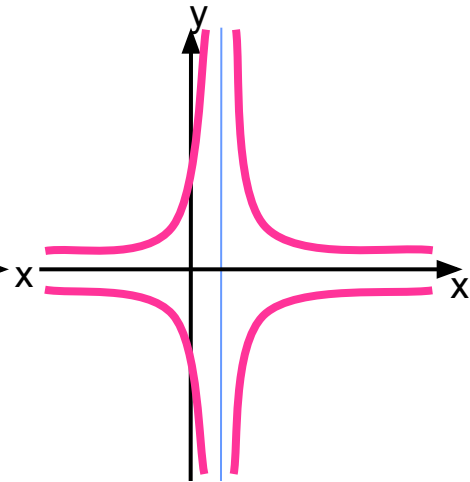
$$y = \frac{1}{x-1}$$



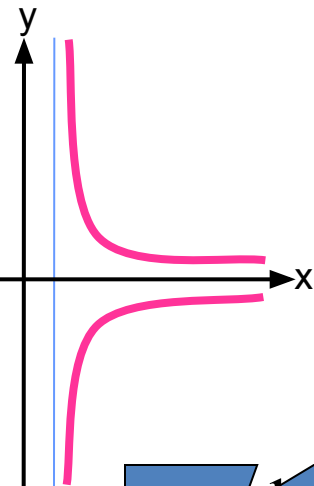
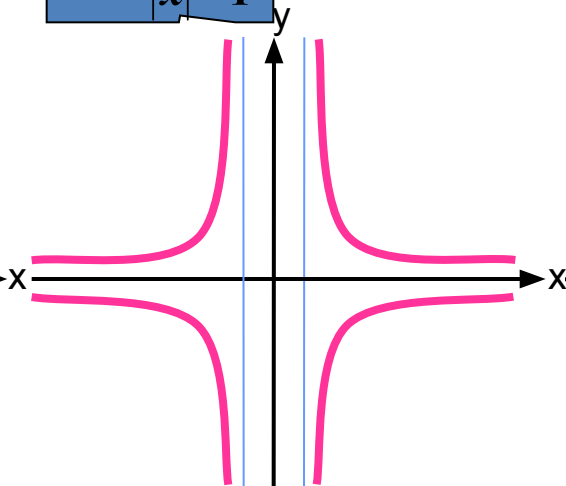
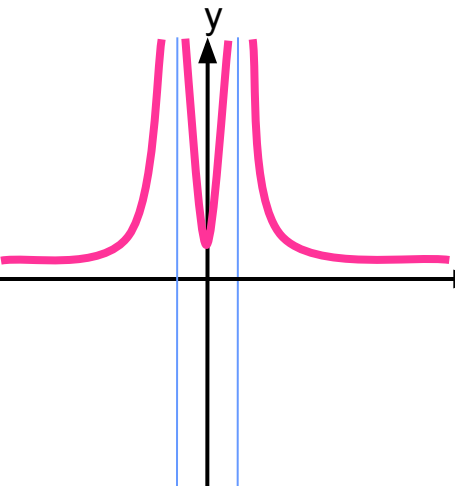
$$y = \frac{1}{|x-1|}$$



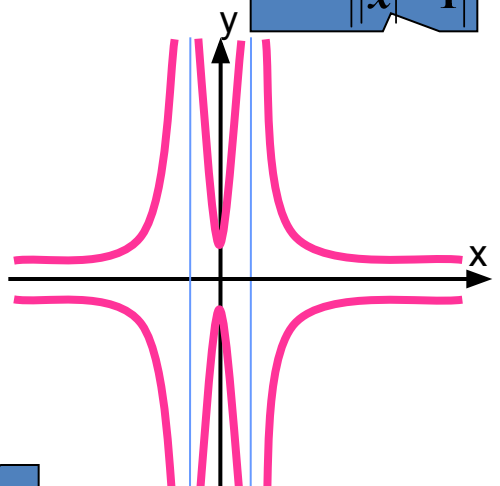
$$|y| = \frac{1}{x-1}$$



$$|y| = \frac{1}{|x-1|}$$



$$|y| = \frac{1}{|x-1|}$$



$$y = \frac{1}{|x-1|}$$

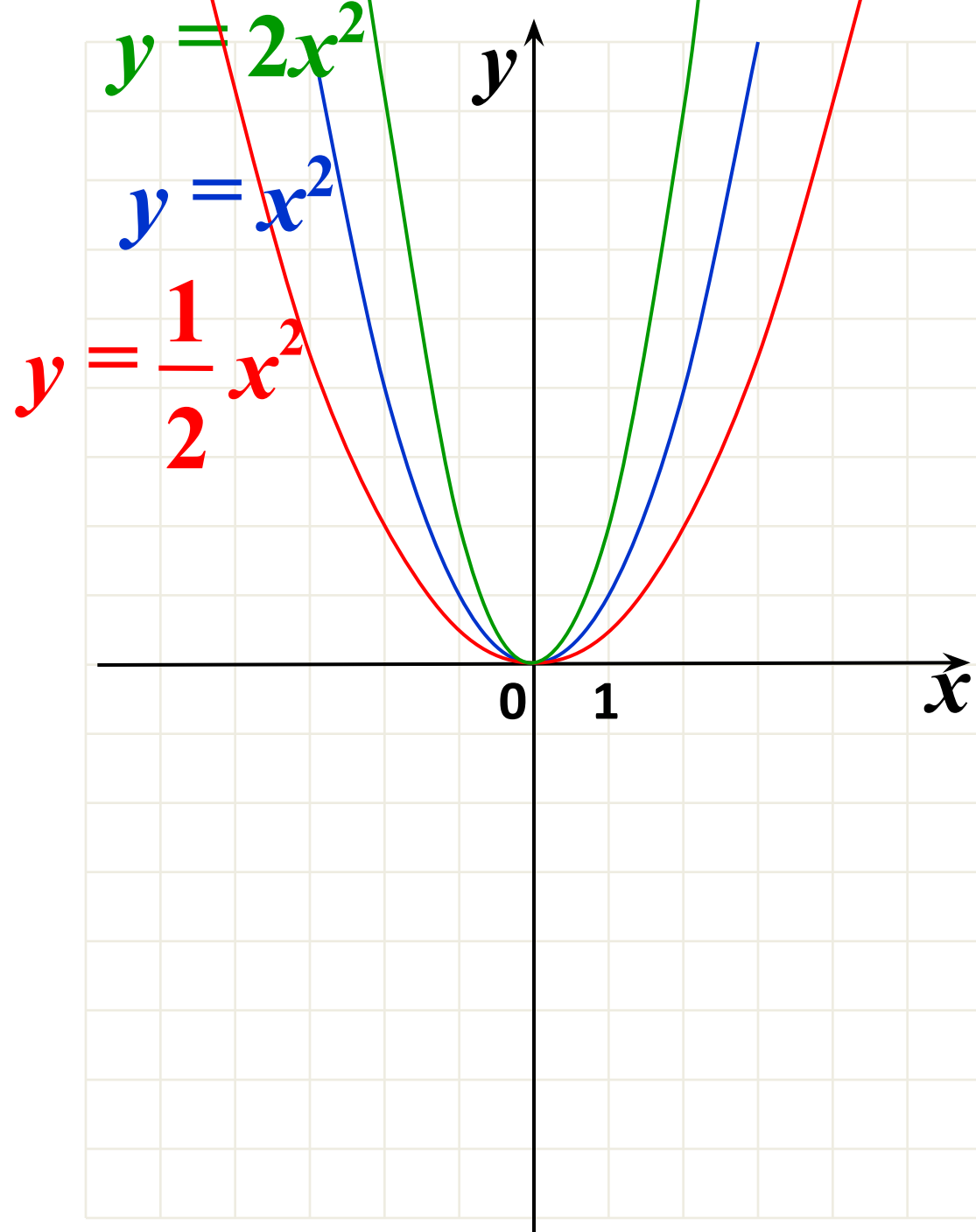
$$|y| = \frac{1}{x-1}$$

$$f(\mathbf{x}) \rightarrow kf(\mathbf{x}), \text{ где } k > 0$$

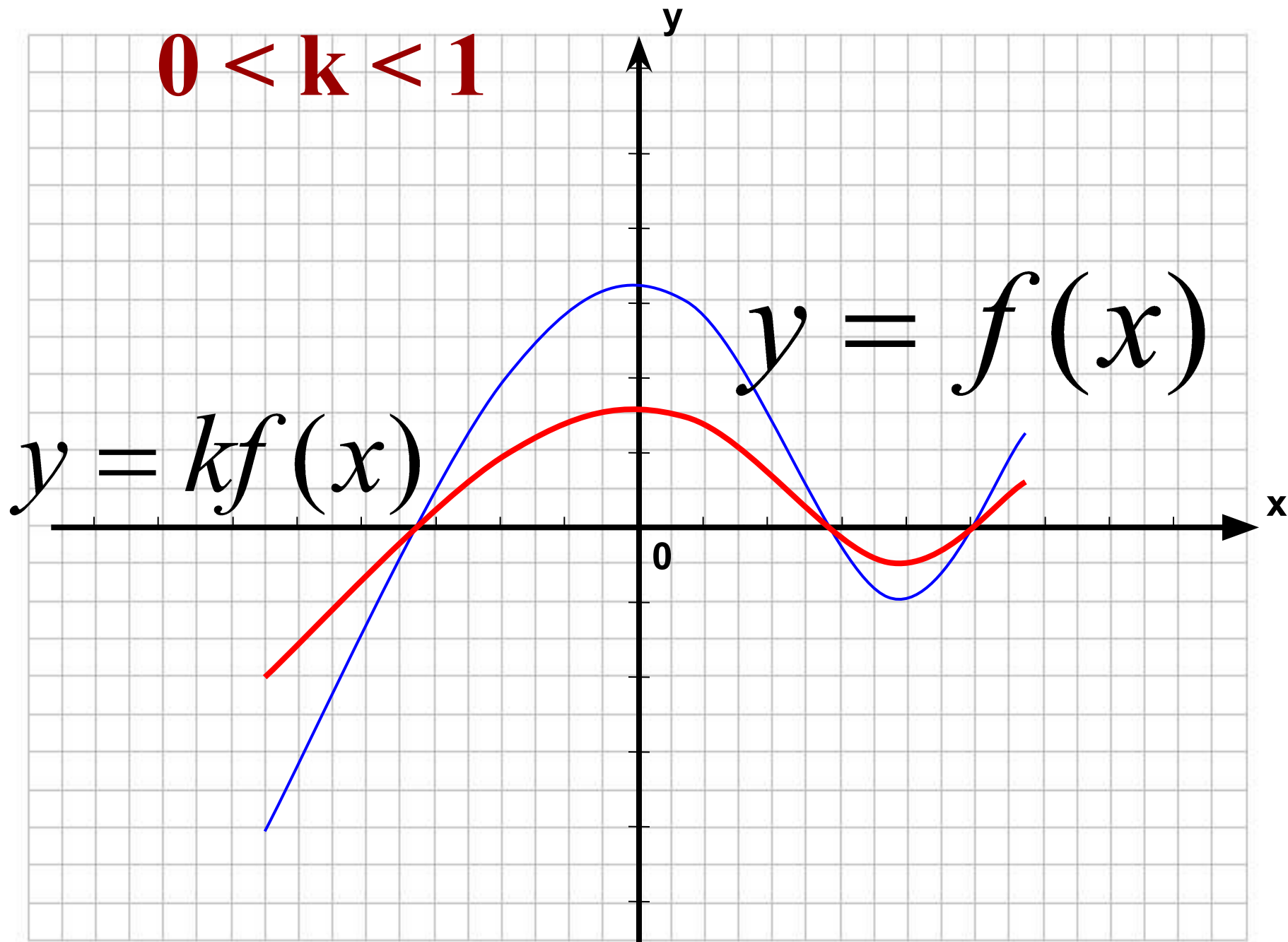
1. $k > 1$

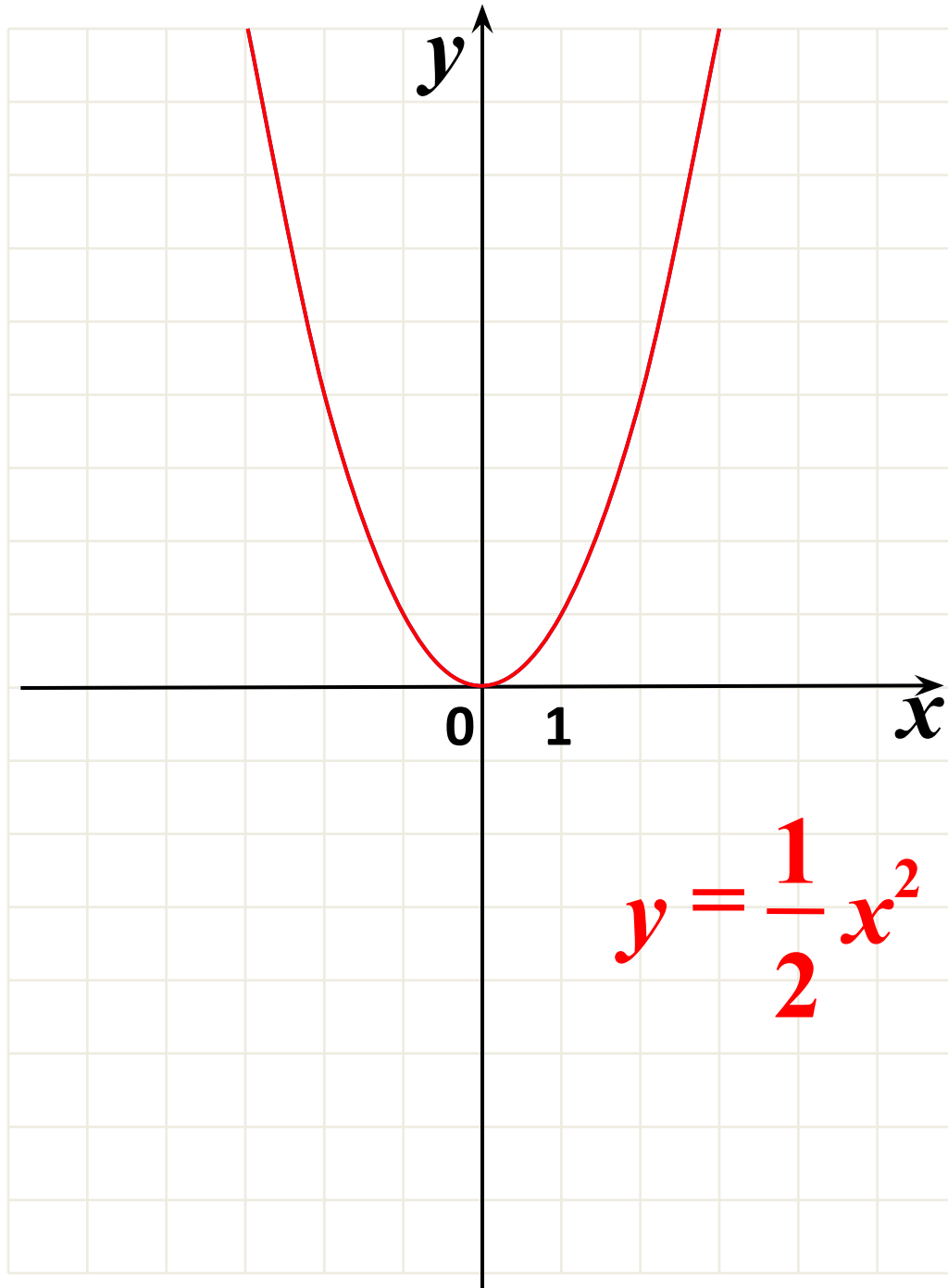
2. $0 < k < 1$

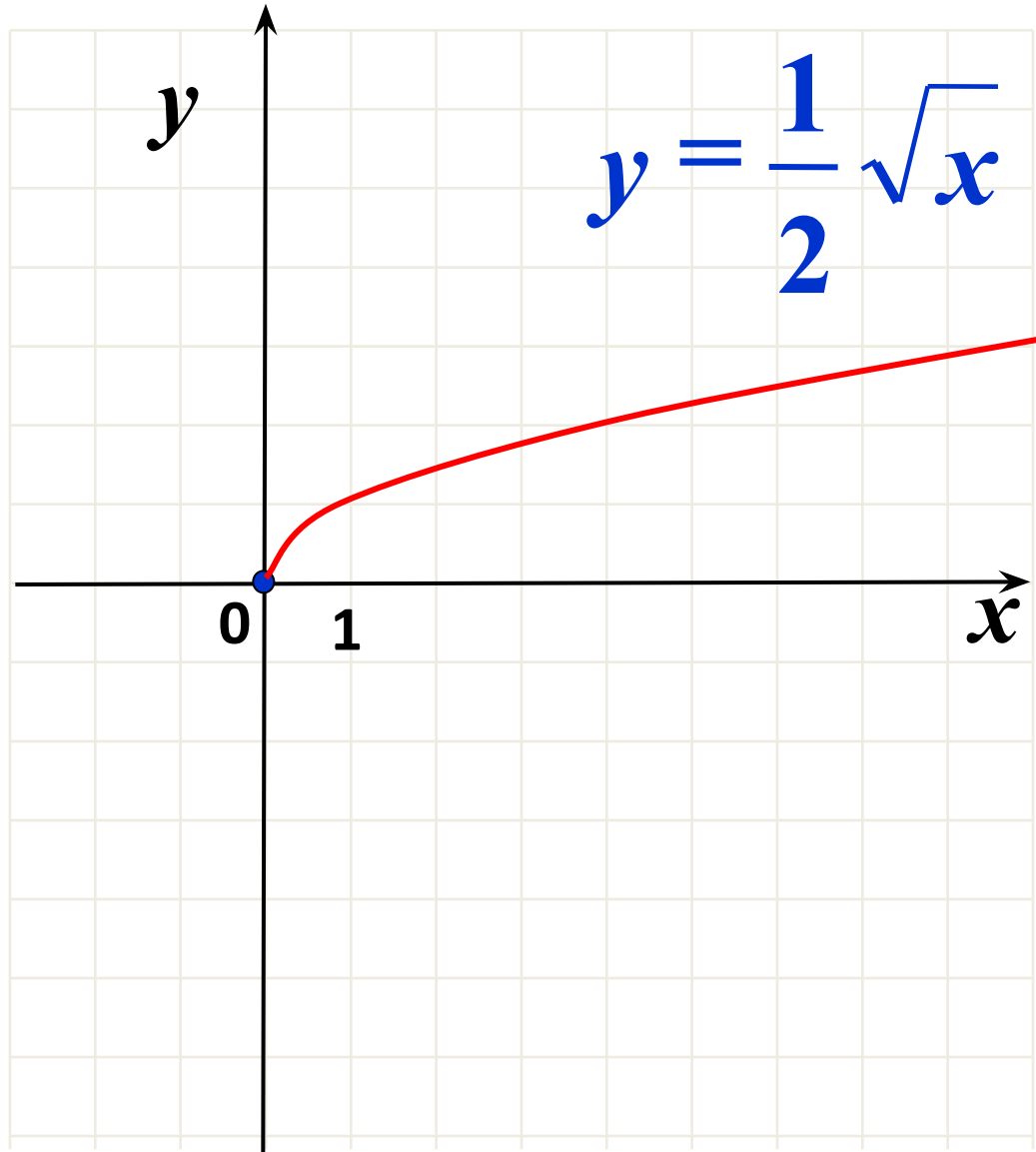
$k < 1$

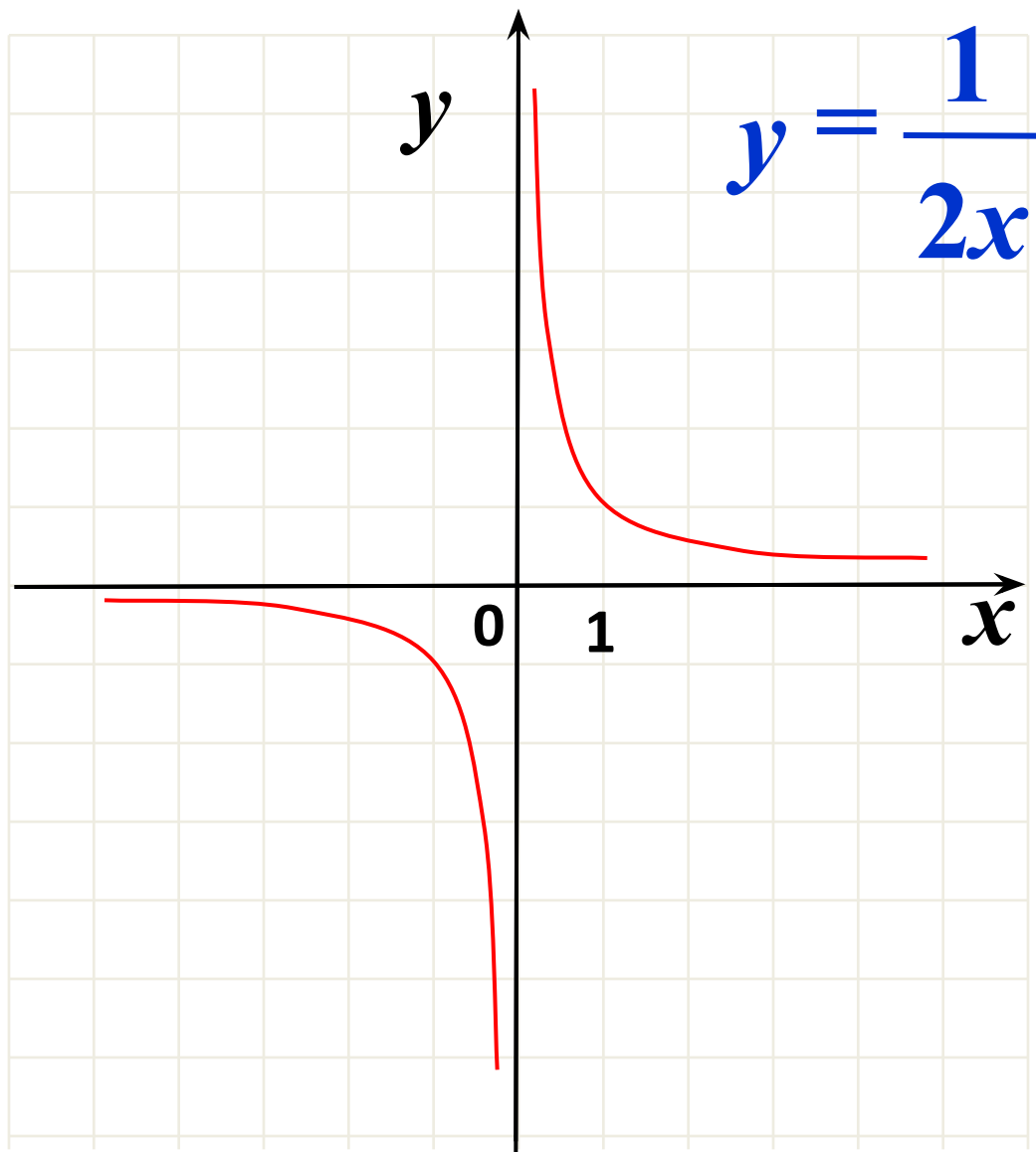


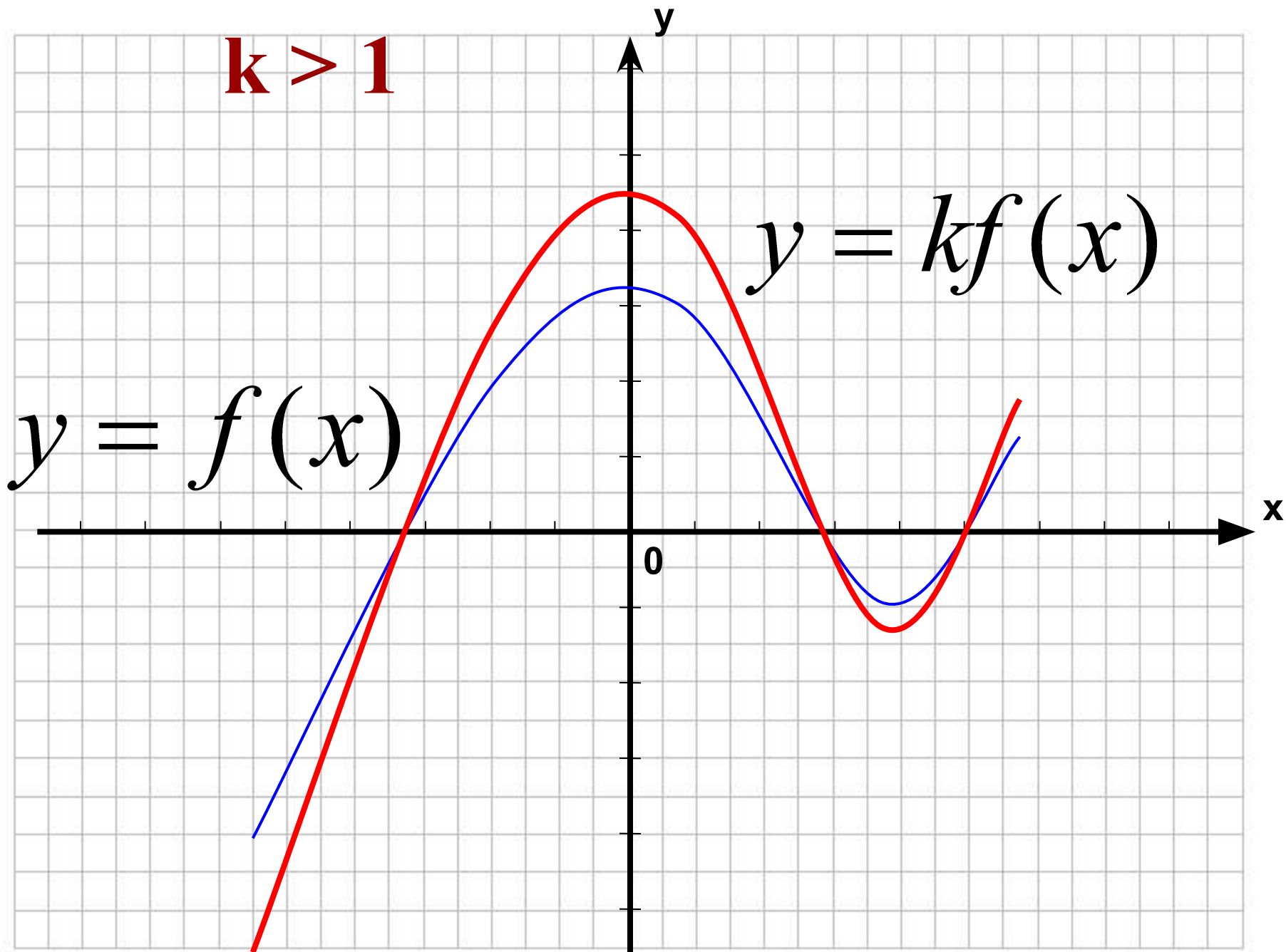
$$0 < k < 1$$

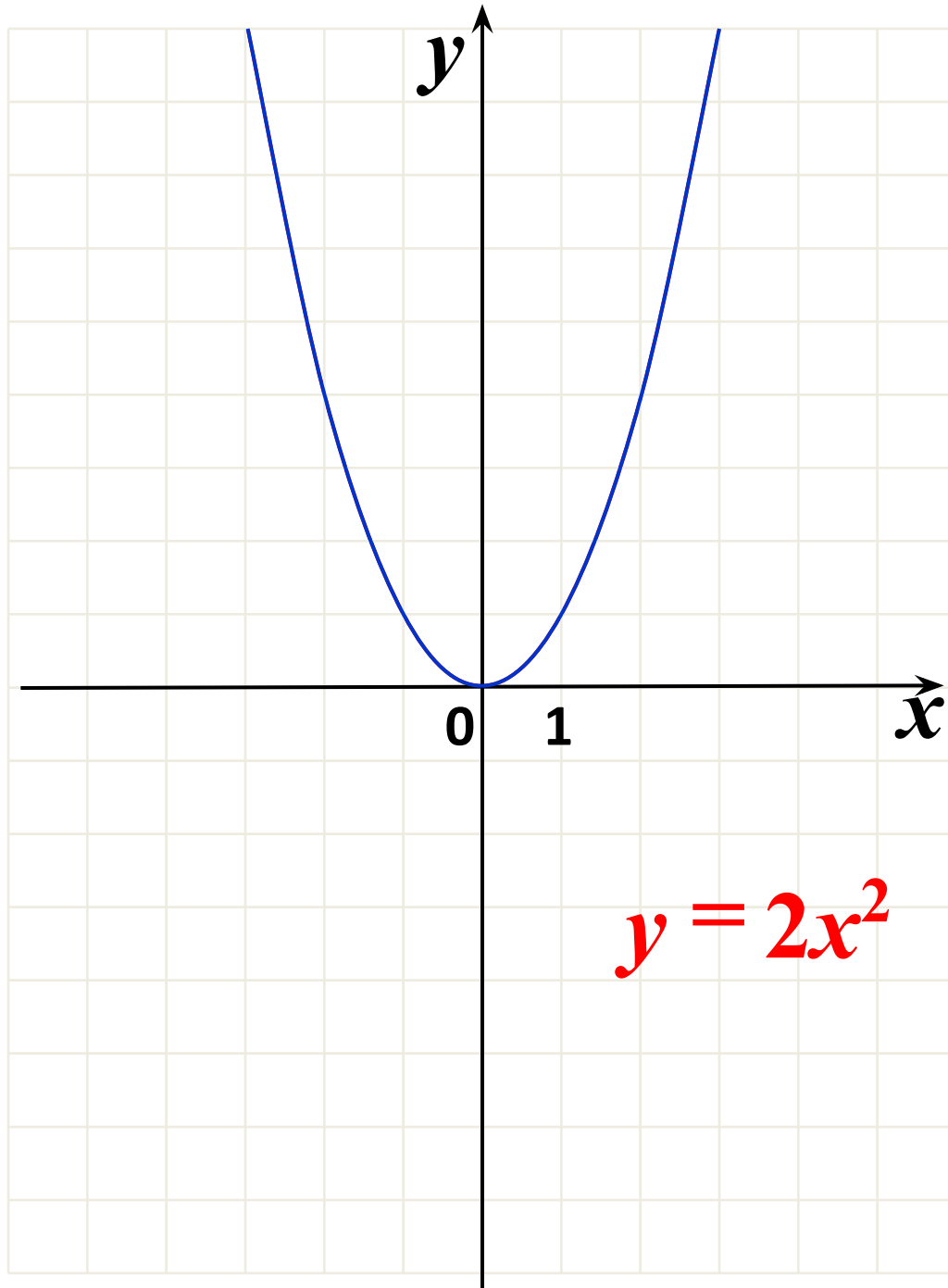


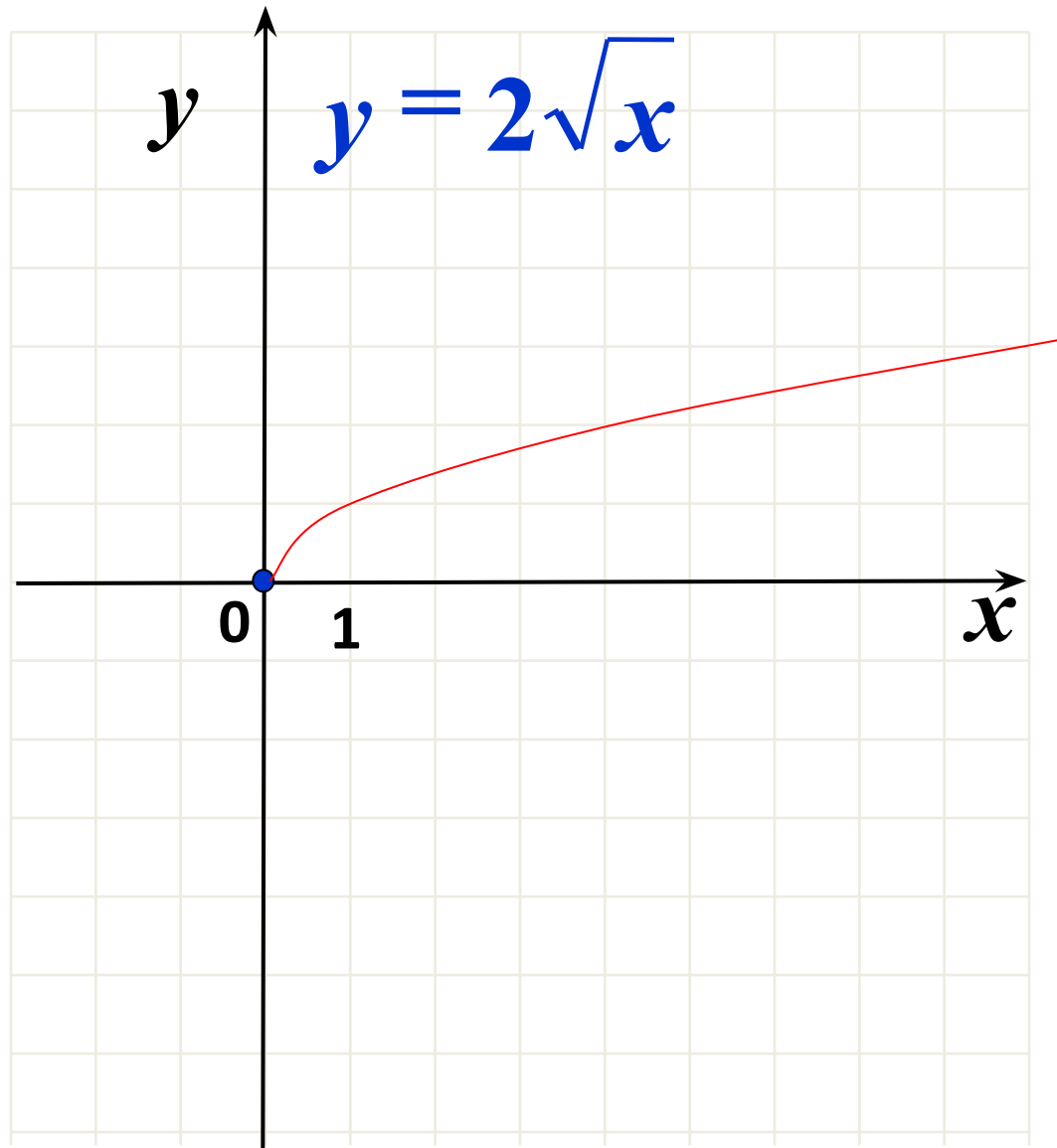


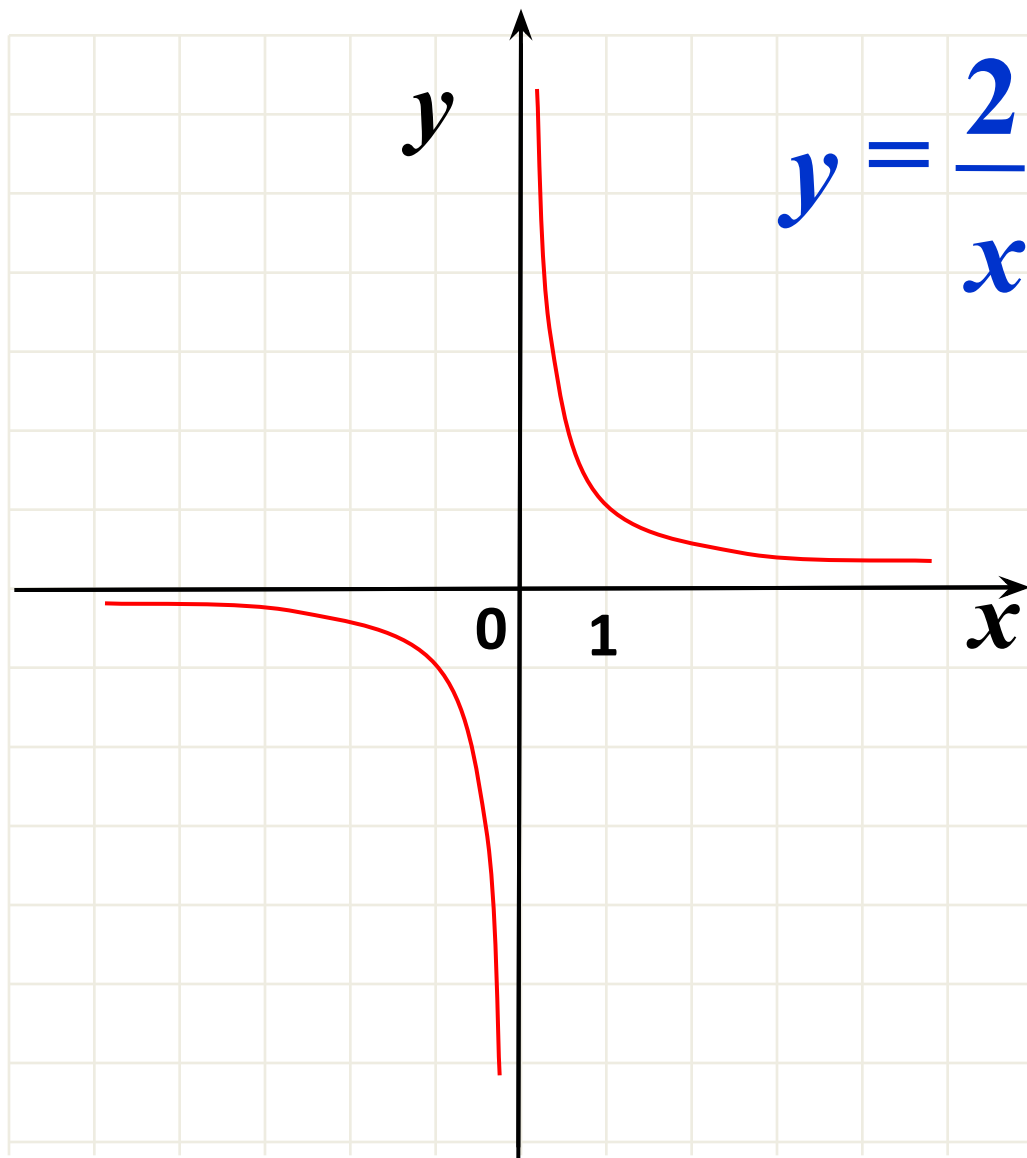








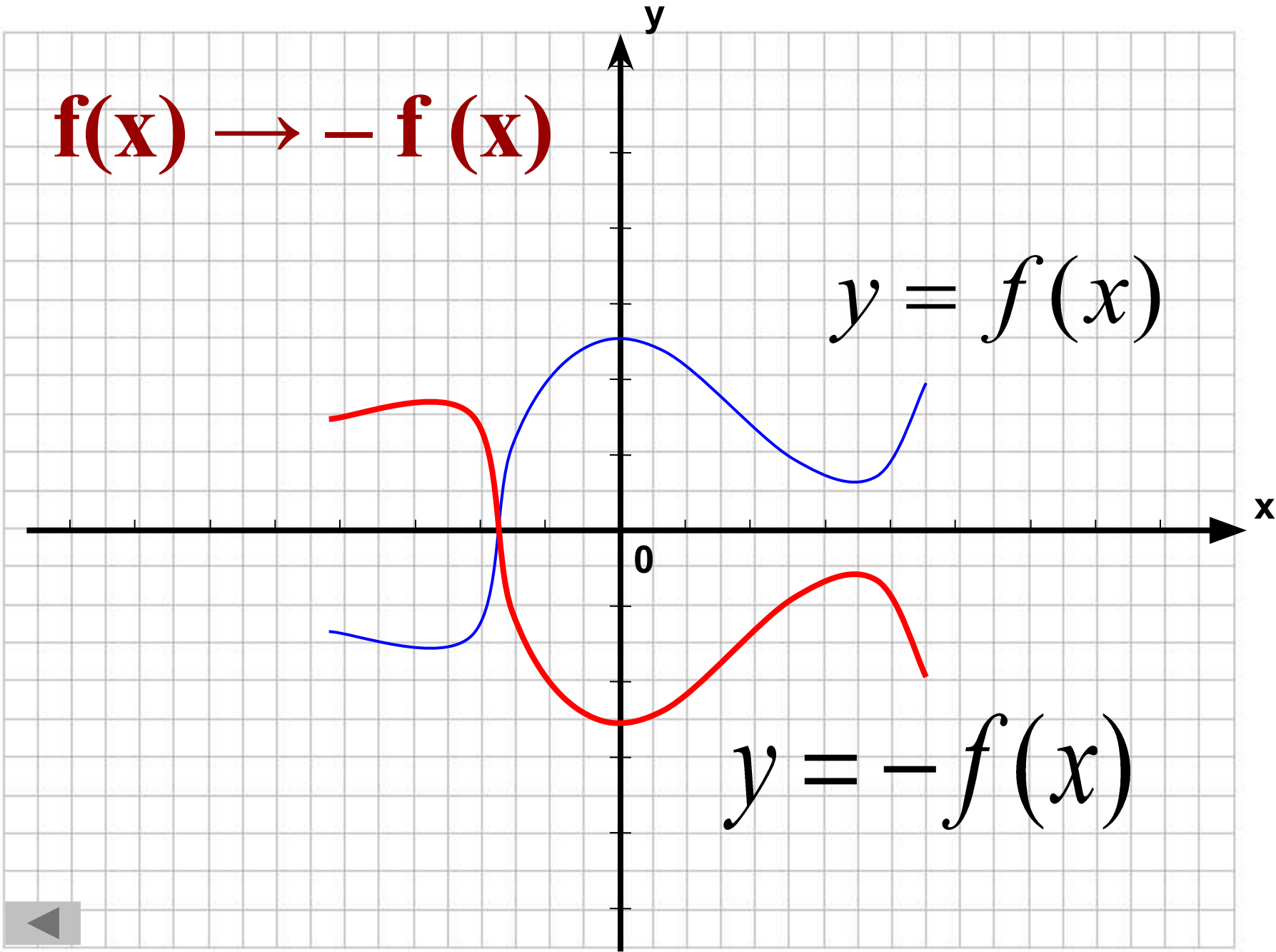




$$f(x) \rightarrow -f(x)$$

$$y = f(x)$$

$$y = -f(x)$$



$$f(x) \rightarrow f(kx)$$

1. 0 < **0 <** k **0 <**

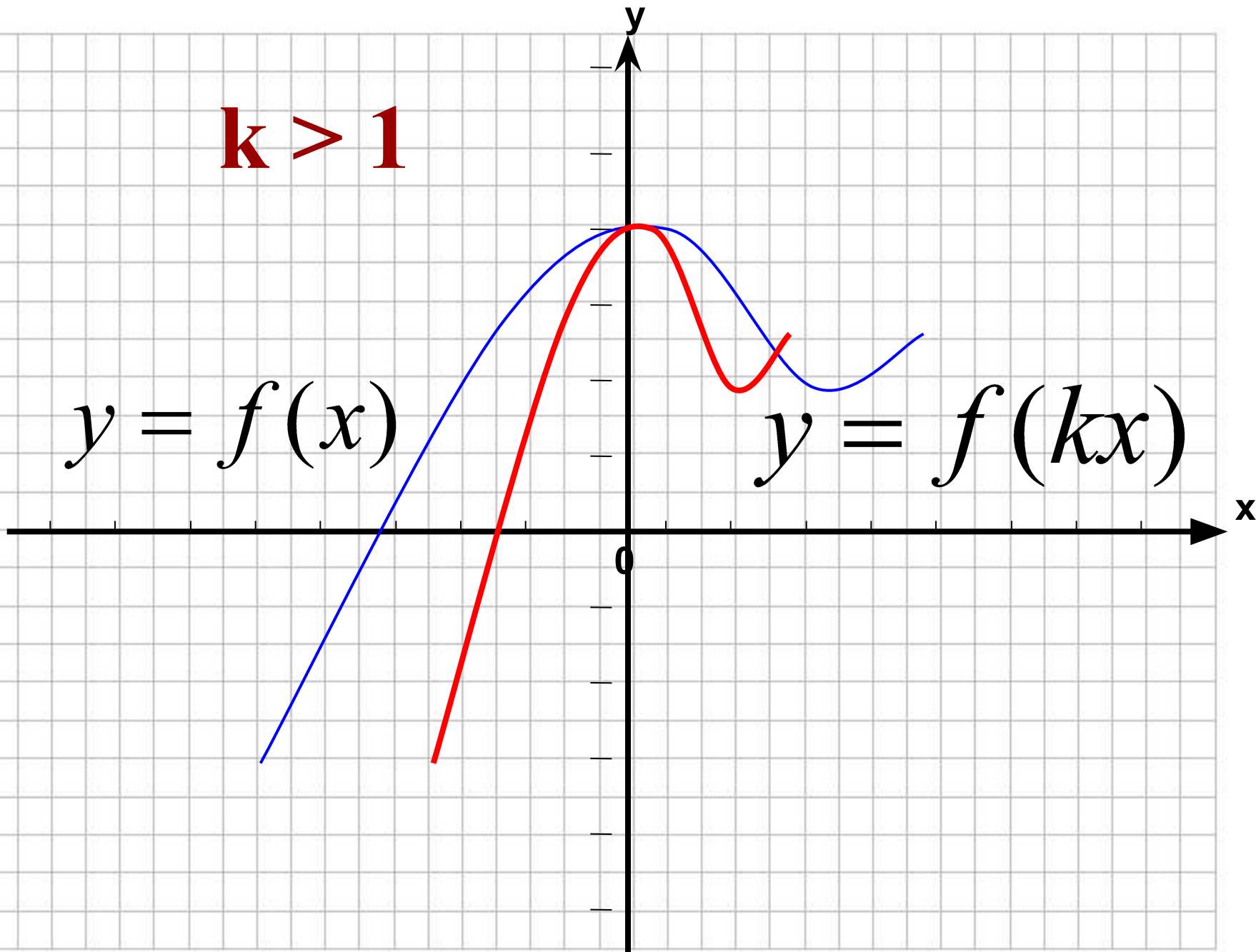
k < 1

2. k **k >** 1

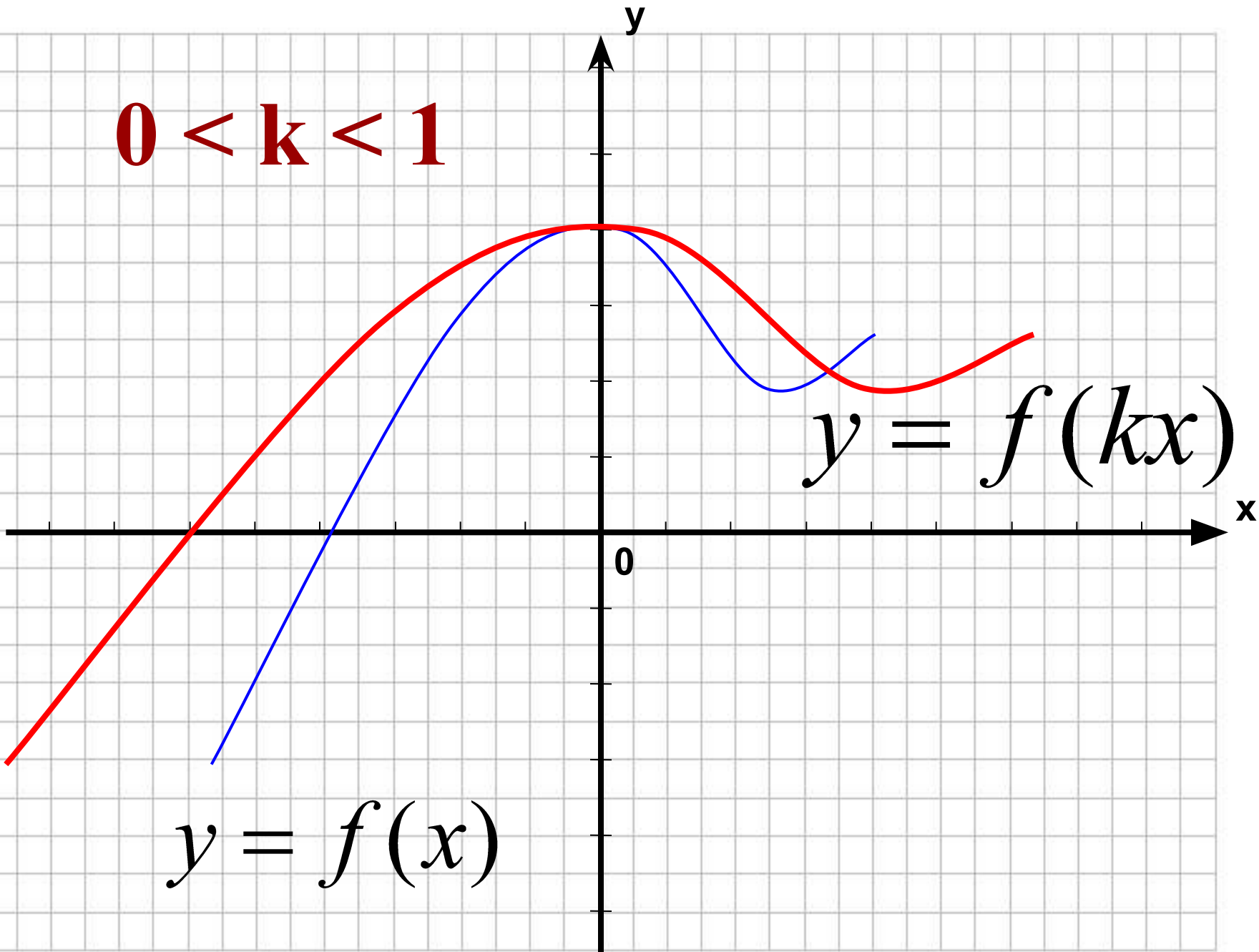
$$k > 1$$

$$y = f(x)$$

$$y = f(kx)$$



$$0 < k < 1$$



$$f(x) \rightarrow f(-x)$$

$$y = f(-x)$$

$$y = f(x)$$

