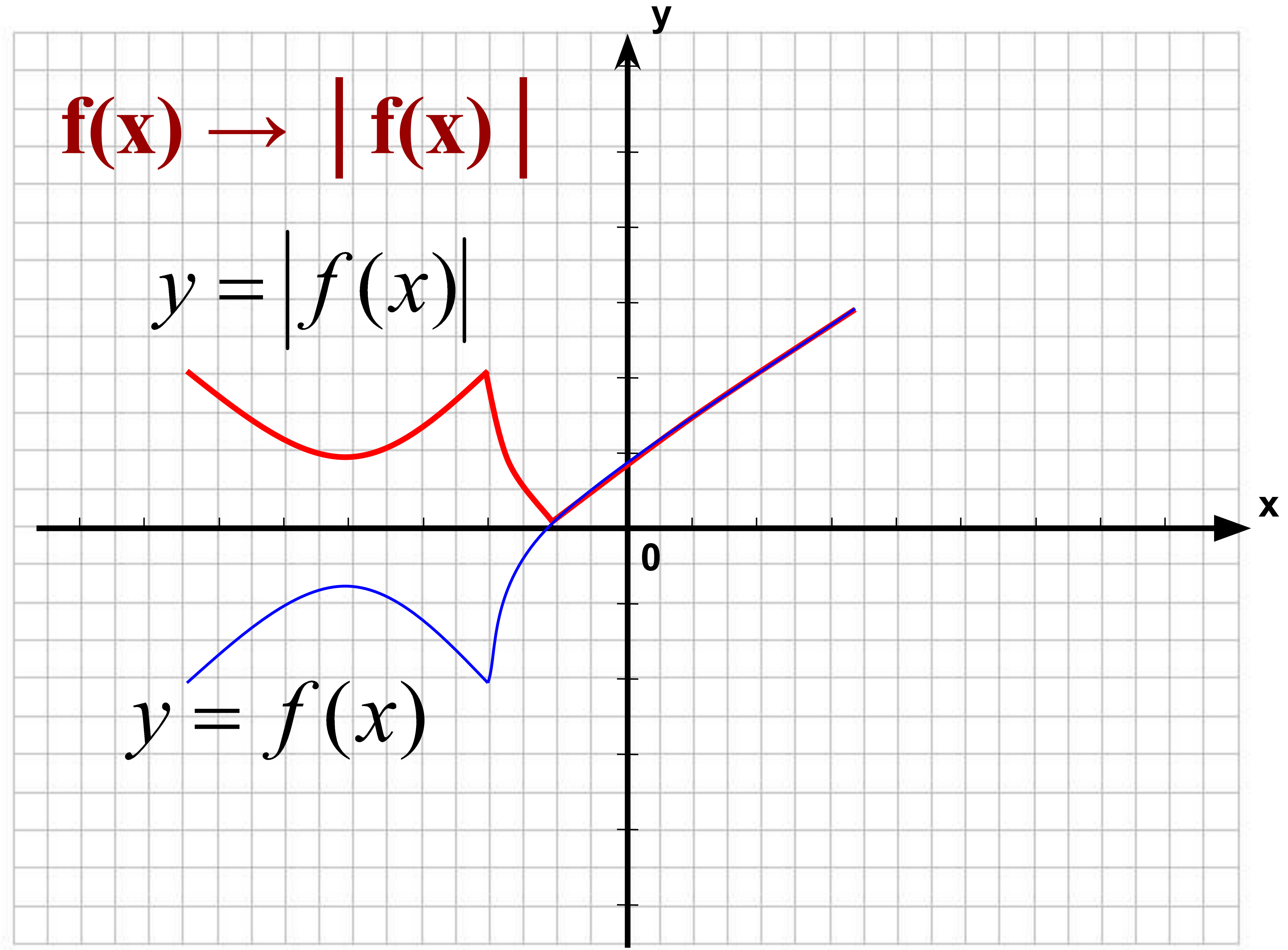
Преобразование графиков функций, содержащих модуль

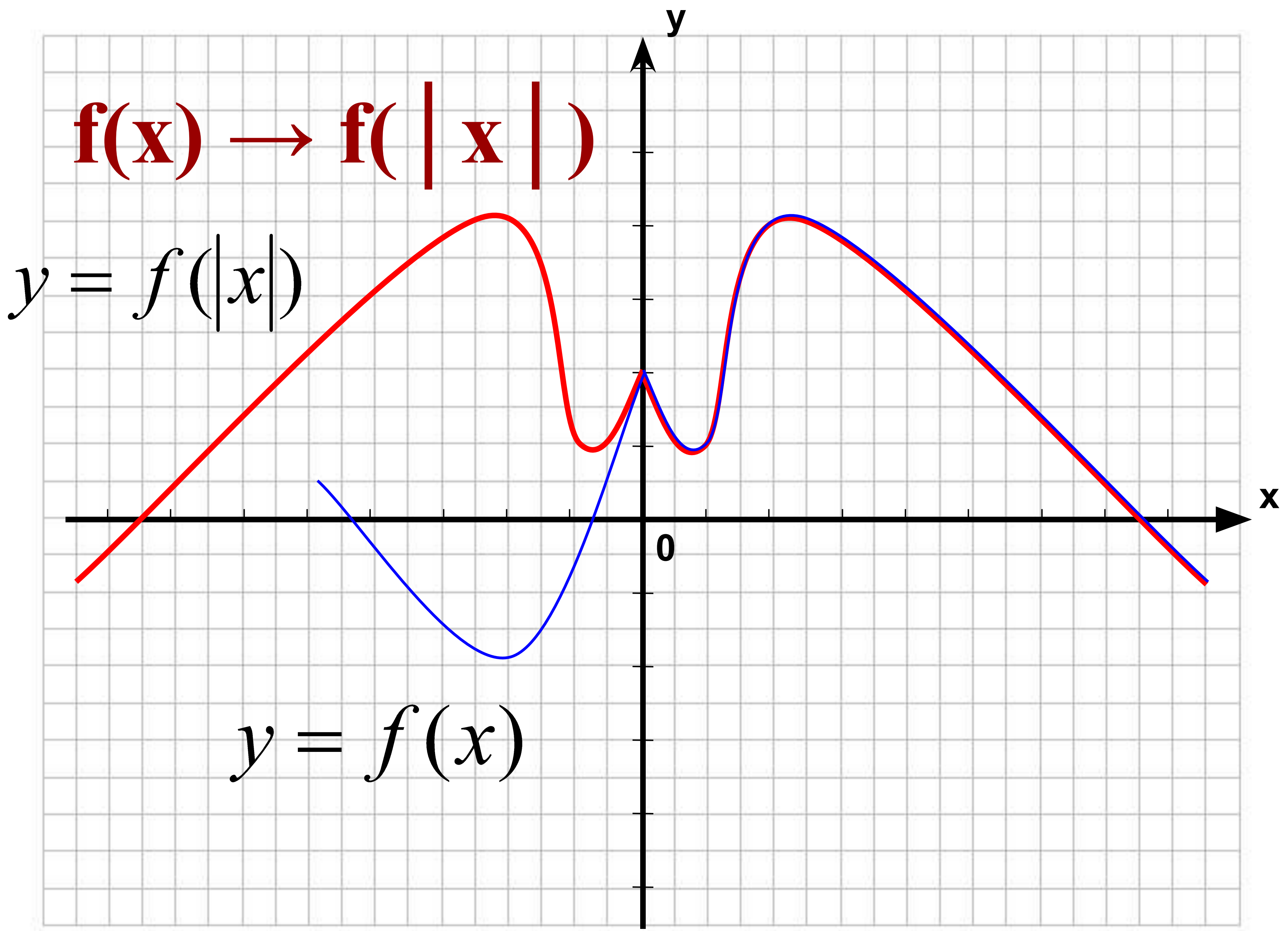
Построение графика функции $y = |f(x)|$

Чтобы построить график функции $y=|f(x)|$, надо сначала построить график функции $y=f(x)$, а затем участки этого графика, лежащие выше оси абсцисс, оставить без изменения, а участки, лежащие ниже оси абсцисс, зеркально отразить относительно этой оси.


f(x) → | f(x) |
y = |f(x)|
y = f(x)
y
x
0

Построение графика функции $y = f(|x|)$

Так как $f(|-x|) = f(|x|)$, то функция $y = f(|x|)$ чётная и для построения её графика следует удалить точки графика функции $f(x)$, находящиеся слева от оси Оу, а все точки, лежащие на оси Оу и справа от неё, отобразить симметрично относительно оси Оу.



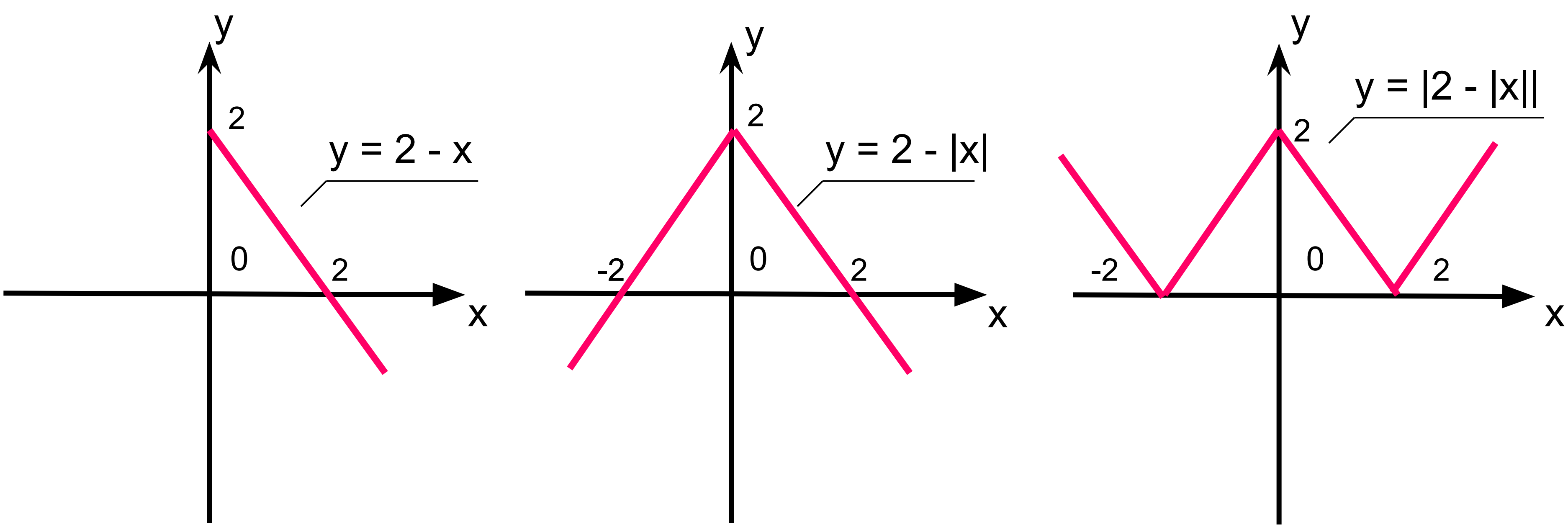
f(x) → f(| x |)
y
x
0
$y = f(|x|)$
$y = f(x)$

Построение графика функции $y = |f(|x|)|$

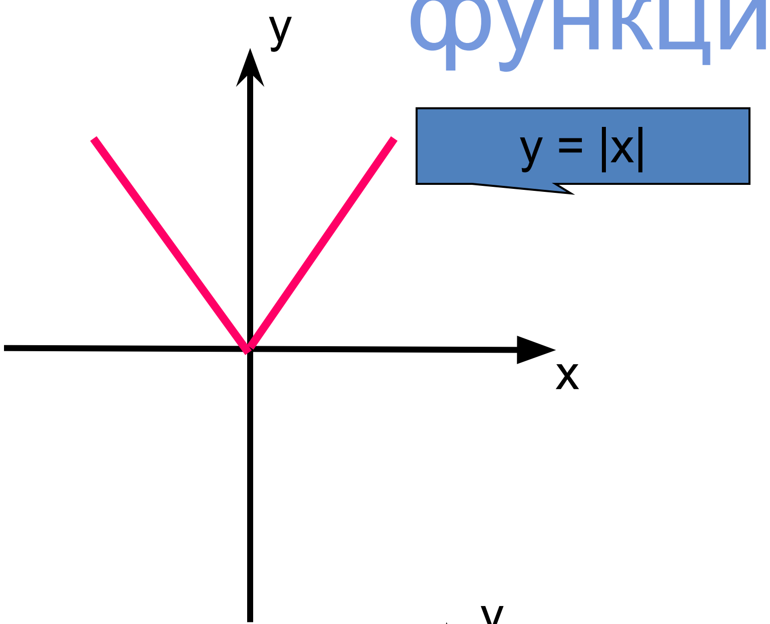
Последовательность действий в этом случае представим следующим образом:

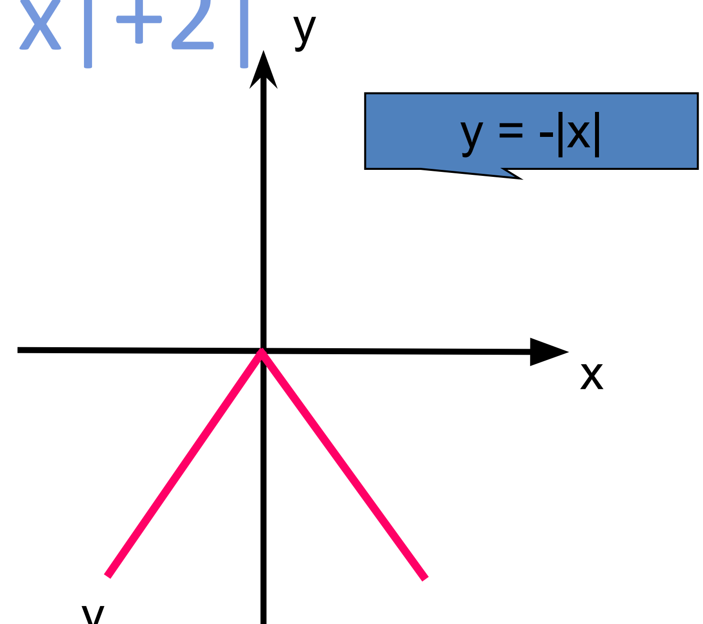
1. **построить график функции $y = f(x)$ для $x \geq 0$;**
2. **отобразить построенную часть графика симметрично относительно оси ординат;**
3. **участки полученного графика, лежащие ниже оси абсцисс, зеркально отразить относительно этой оси.**

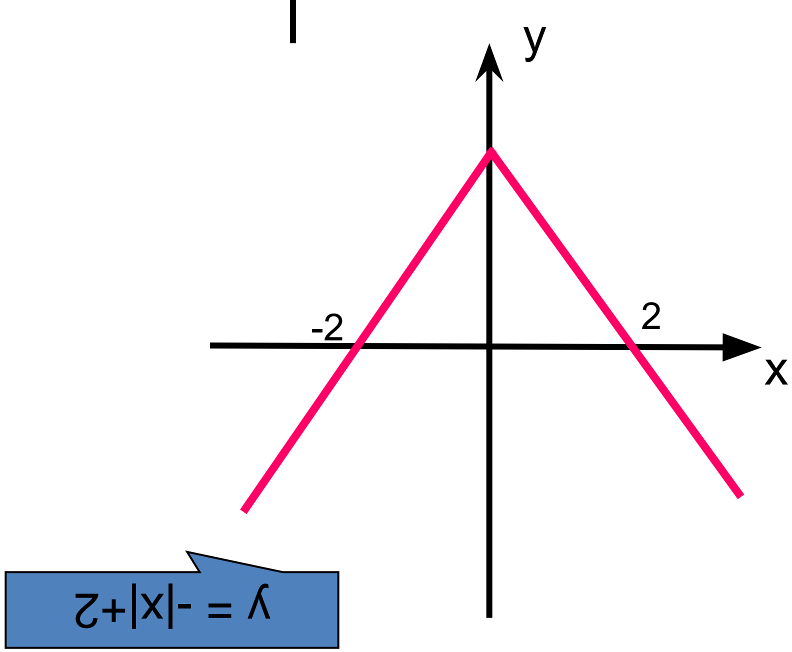
Пример 1. Построение графика функции $y = |2-|x||$

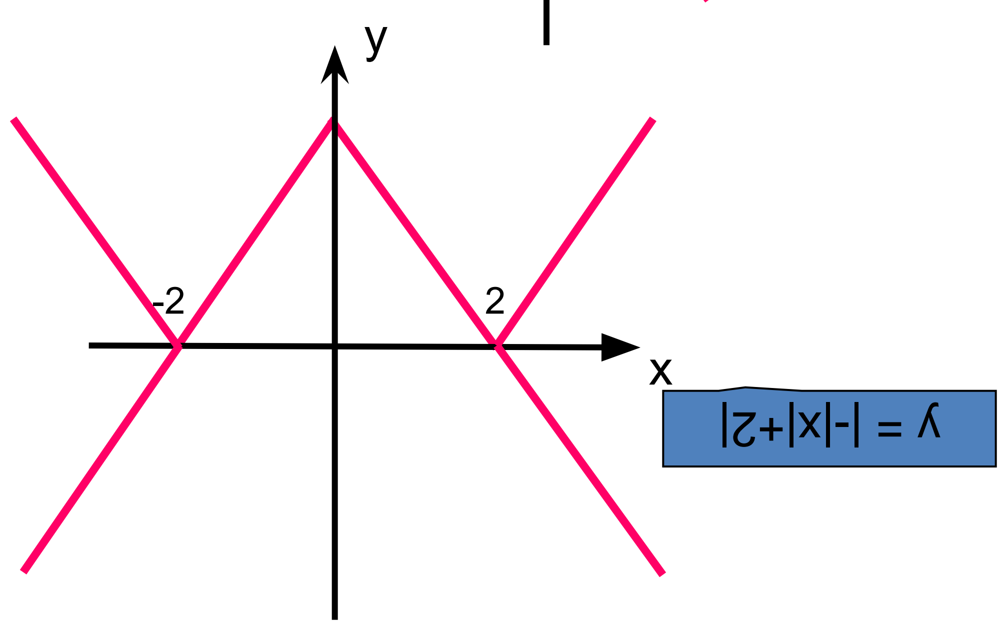


Пример 2. Построение графика функции y = |-|x|+2|



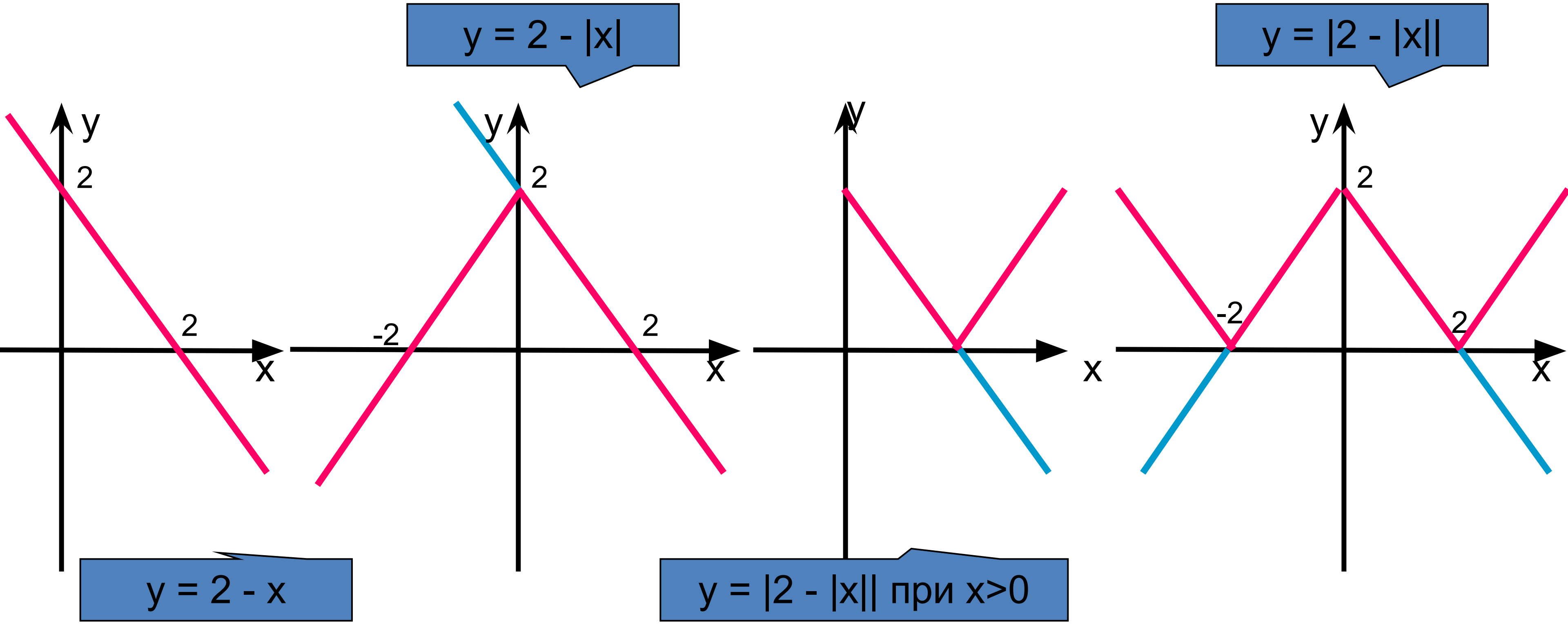






Пример 3. Построение графика функции y = |2 - |x||

Основан на свойстве чётности функции, что позволяет построить её график при $x \geq 0$, а затем зеркально отразить его относительно оси Oy.



Функция $y=||x-1|-2|$

- **Построение.**

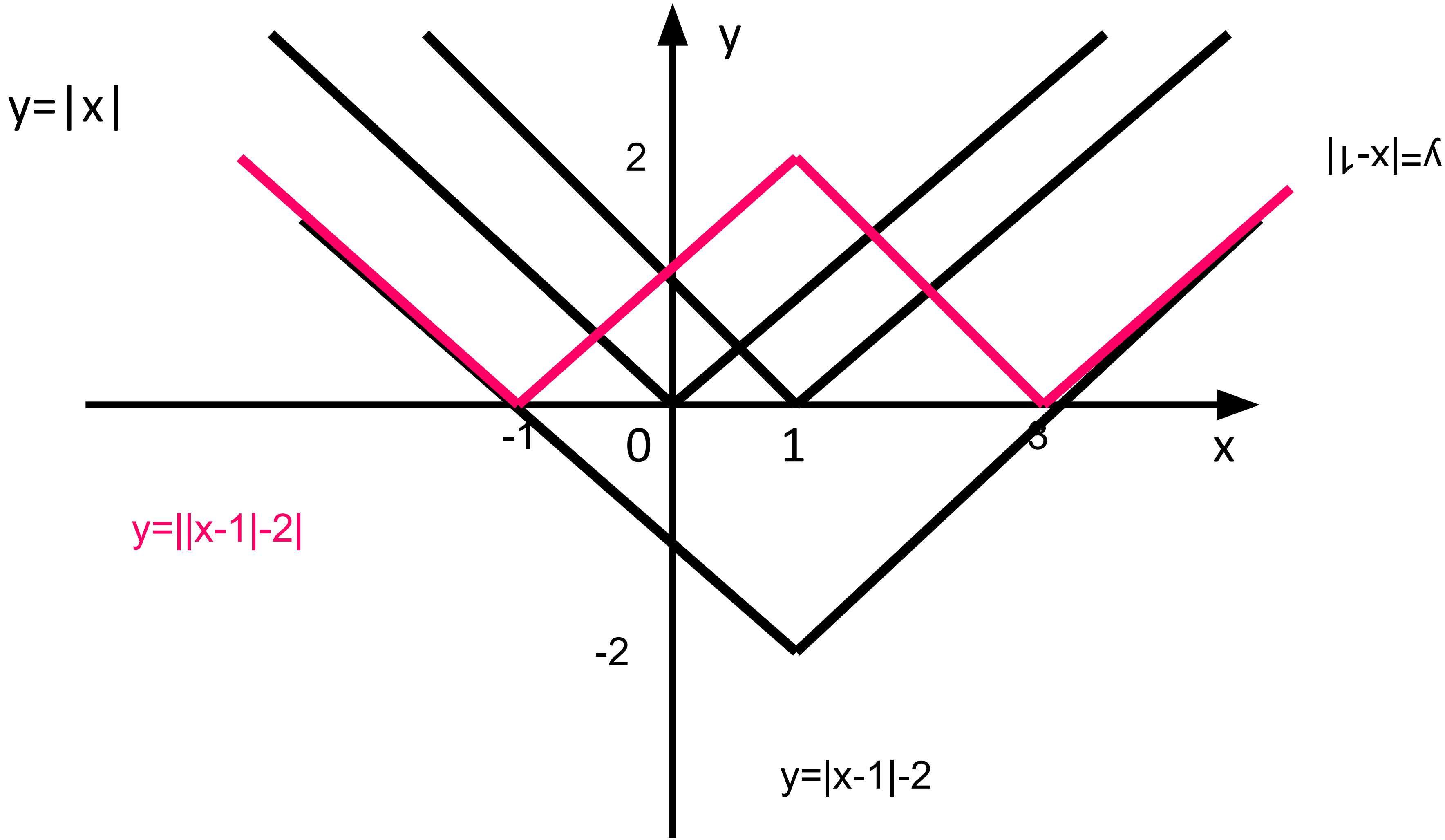
1)Строим график функции $y=|x|$.

2)Строим график функции $y=|x-1|$.

3)Строим график функции $y= |x-1|-2$.

4)Применяем к графику $y=|x-1|-2$ операцию “модуль”.

Функция y=||x-1|-2|



Функция $y=|x^2-4|x|-3|$

- Построение.

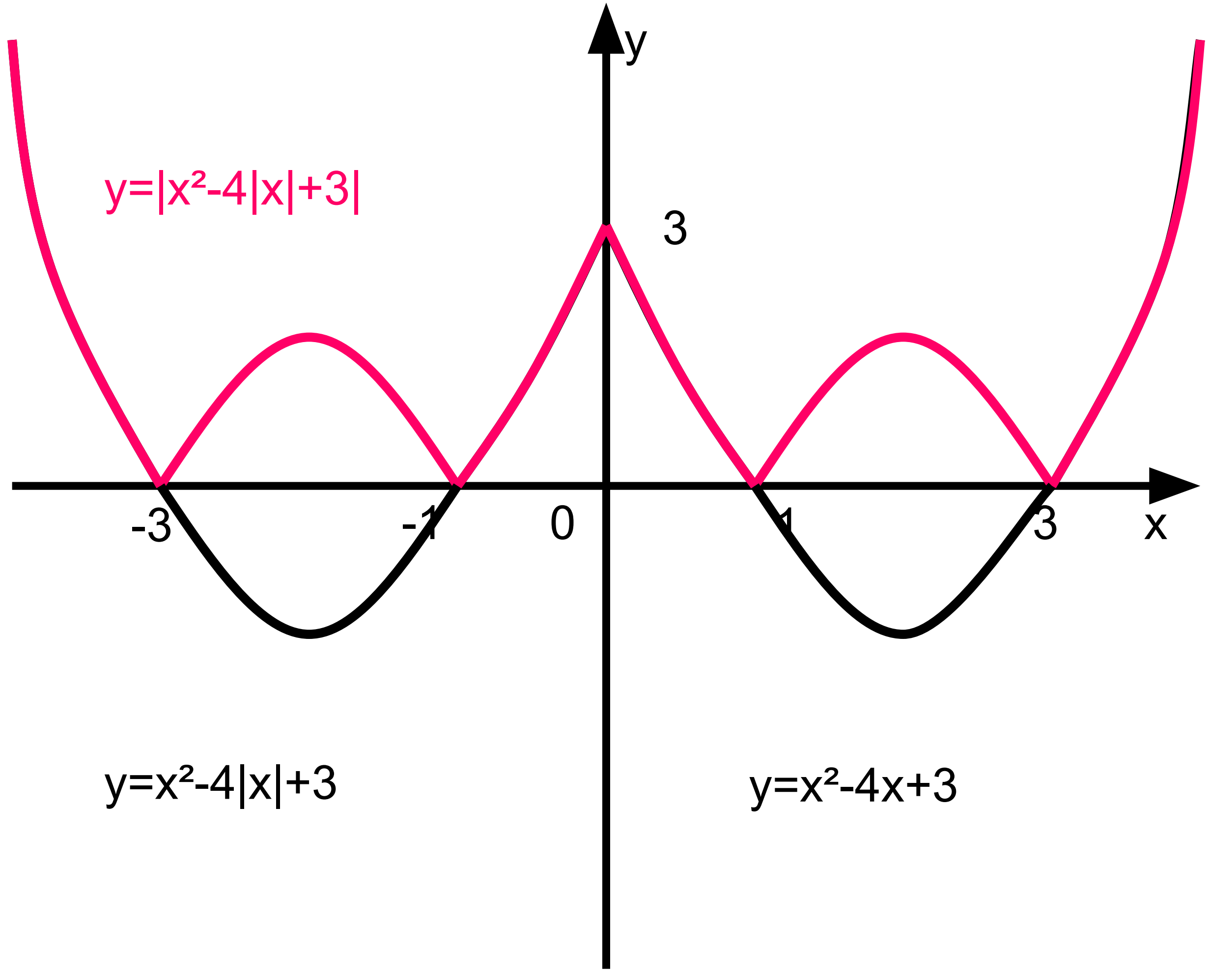
1)Строим график $y=x^2-4x+3$для $x\geq 0$

2)$y=x^2-4|x|+3$ — отражаем полученный график в п.1 относительно оси ординат. Функция чётная.

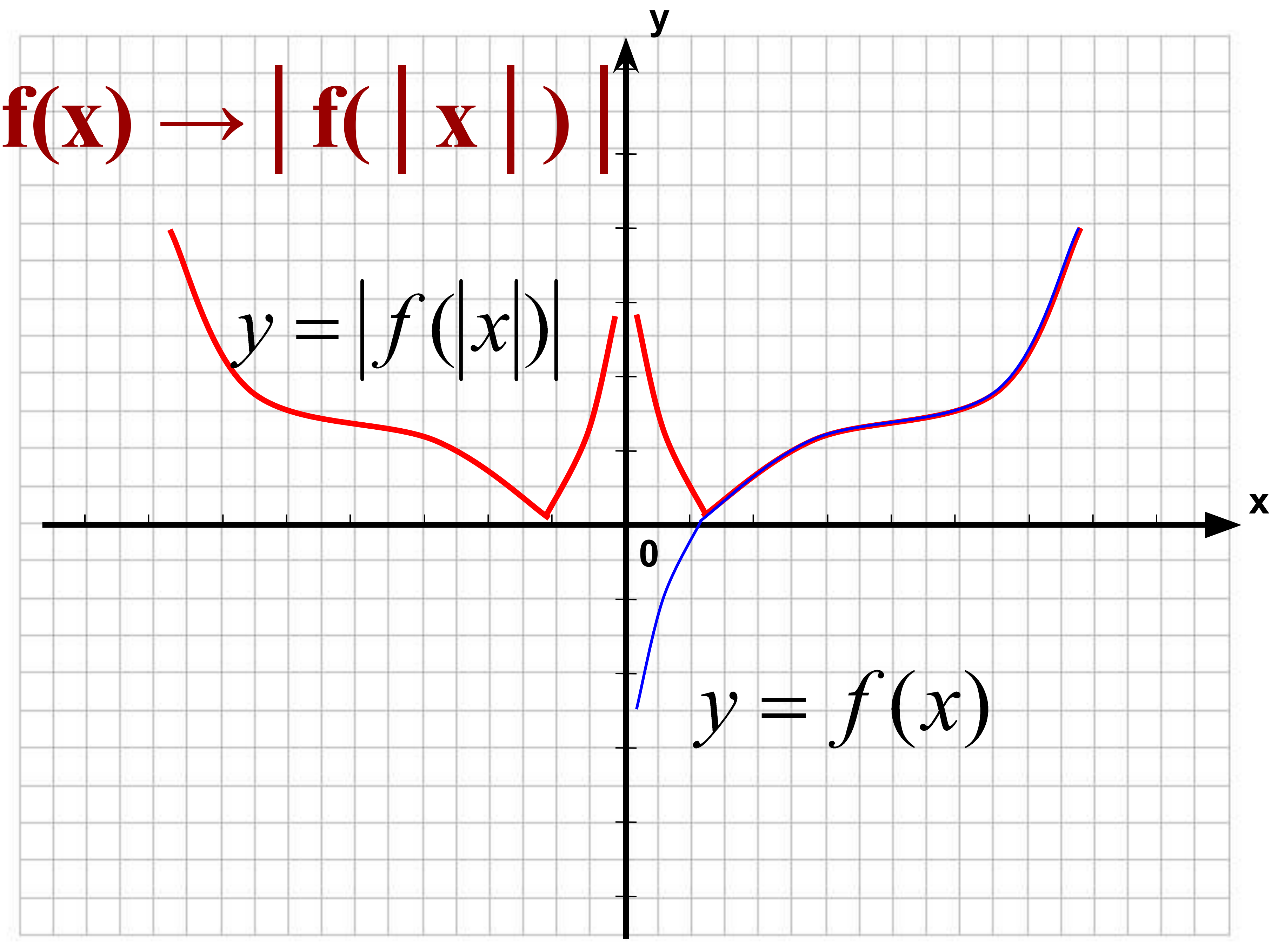
3)$y=|x^2-4|x|+3|$ — часть графика, расположенную в нижней полу плоскости,

отражаем относительно оси абсцисс. Полученная в верхней полуплоскости линия и будет графиком заданной функции.

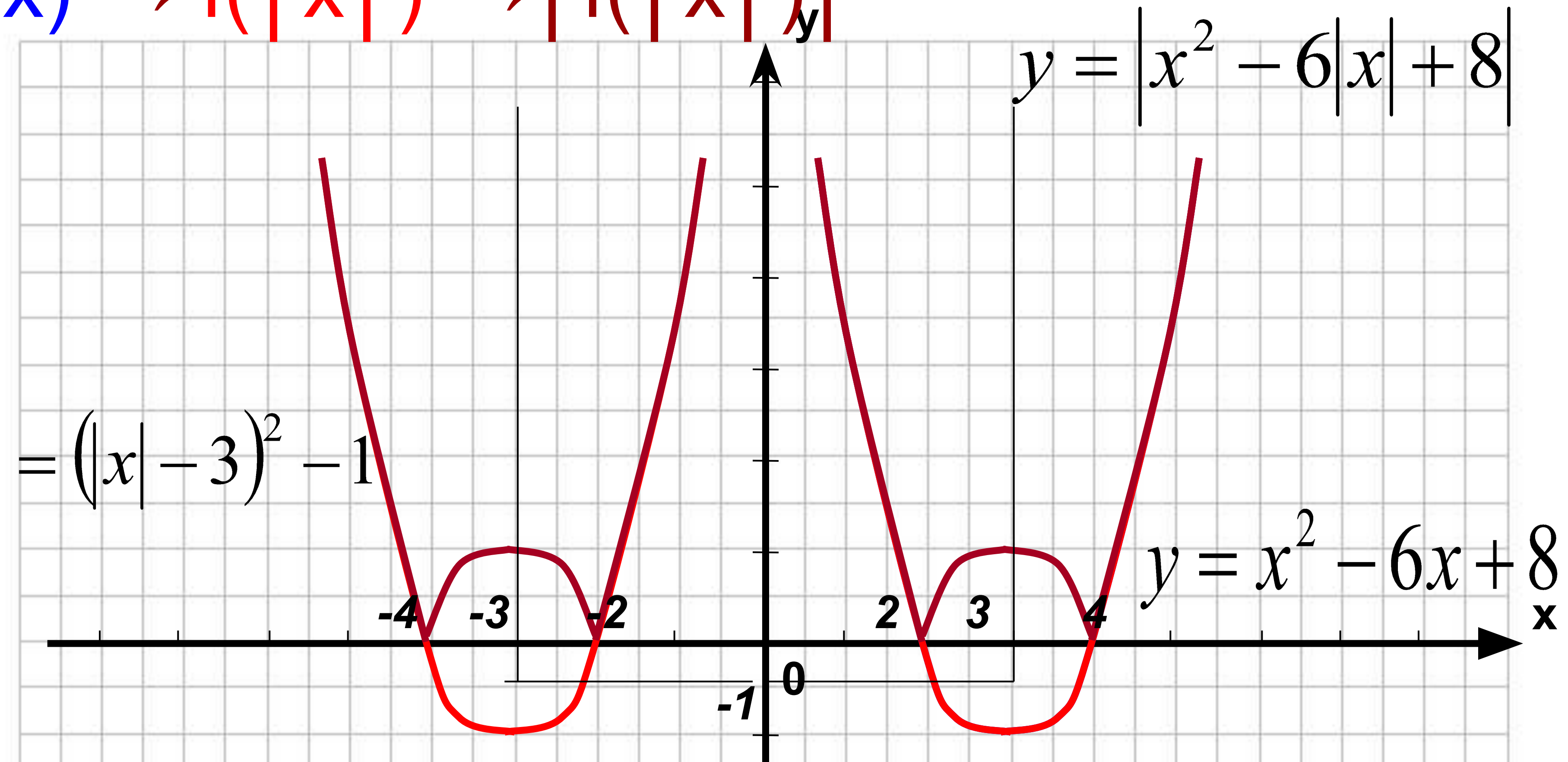
Функция $y=|x^2-4|x|+3|$



$f(x) \to |f(|x|)|$



$f(x) \to f(|x|) \to |f(|x|)|$



$$f(x) = x^2 - 6x + 8 = (x - 3)^2 - 1$$

$$f(|x|) = (|x| - 3)^2 - 1$$

$$|f(|x|)| = |(|x| - 3)^2 - 1|$$

Построение графика функции $|y| = f(x)$ при $f(x) \geq 0$

По определению абсолютной величины $y = \pm f(x)$, где $f(x) \geq 0$. Строго говоря, у нельзя назвать Функцией х, так как каждому значению аргумента х будут соответствовать два значения функции: $+f(x)$ и $-f(x)$. Рассмотрим теперь последовательность действий:

1. установить, для каких x выполняется условие $f(x) \geq 0$
2. на найденных промежутках значений x построить график функции $y = f(x)$;
3. осуществить зеркальное отражение графика относительно оси Ox

Построение графиков функций $|y| = |f(x)|$

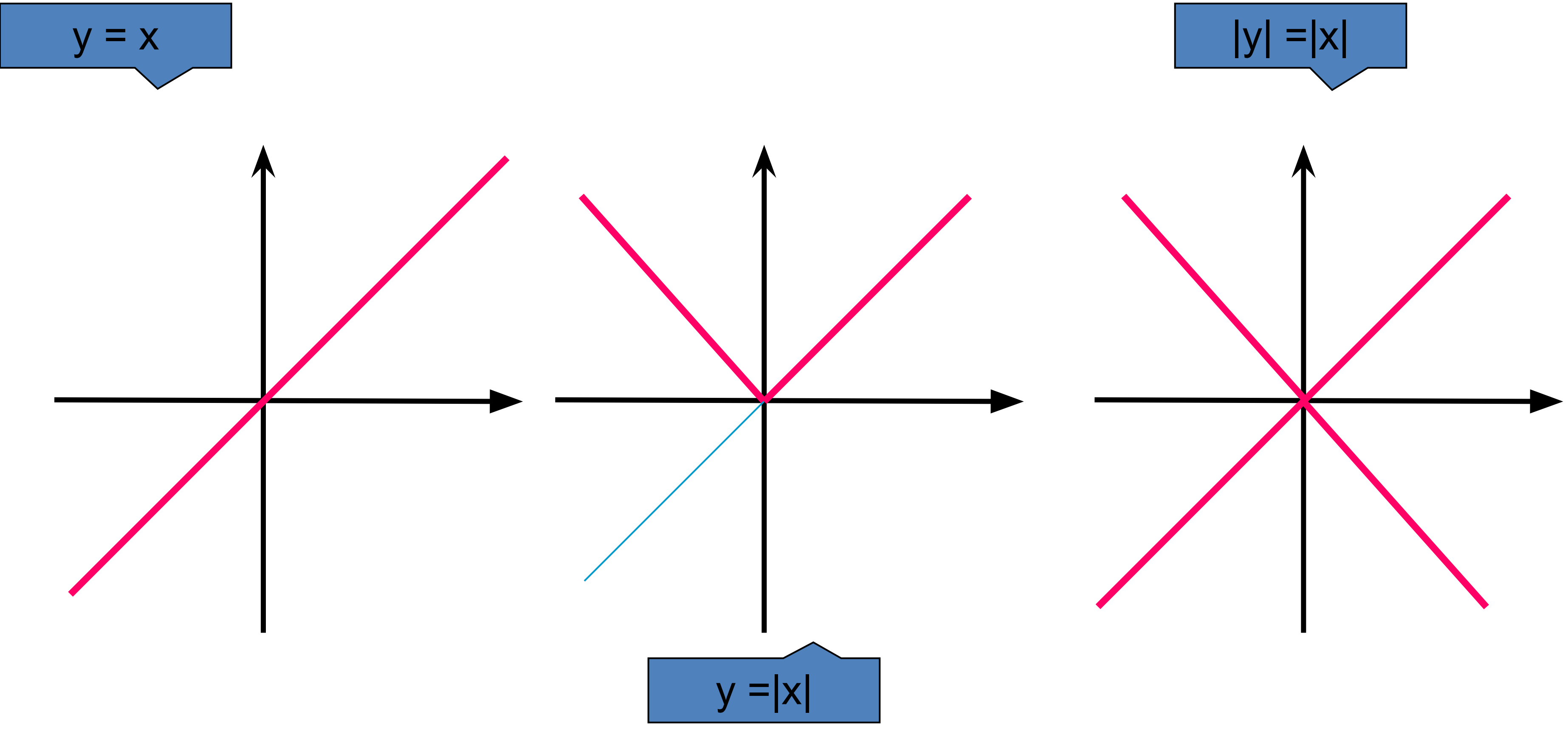
Очевидно, что у $=\pm|f(x)|$, т.е. график функции будет симметричен относительно абсцисс.

Соответствующая последовательность действий:

1. построить график функции $y = |f(x)|$;
2. осуществить его зеркальное отражение

относительно оси Ox.

Пример. Построить график функции $|y| = |x|$



Построение графиков функций вида $y = |x - x_1| + |x - x_2| + ... + |x - x_n|$

Укажем последовательность действий:

1. Найдём абсциссы точек перелома графика функции. В данном случае используем для этого условия: $x_n - 1=0$; $x_n=1$; $x_n - 2=0$, $x_n = 2$
2. Рассмотрим далее функцию на каждом из полученных промежутков. В рассматриваемом примере

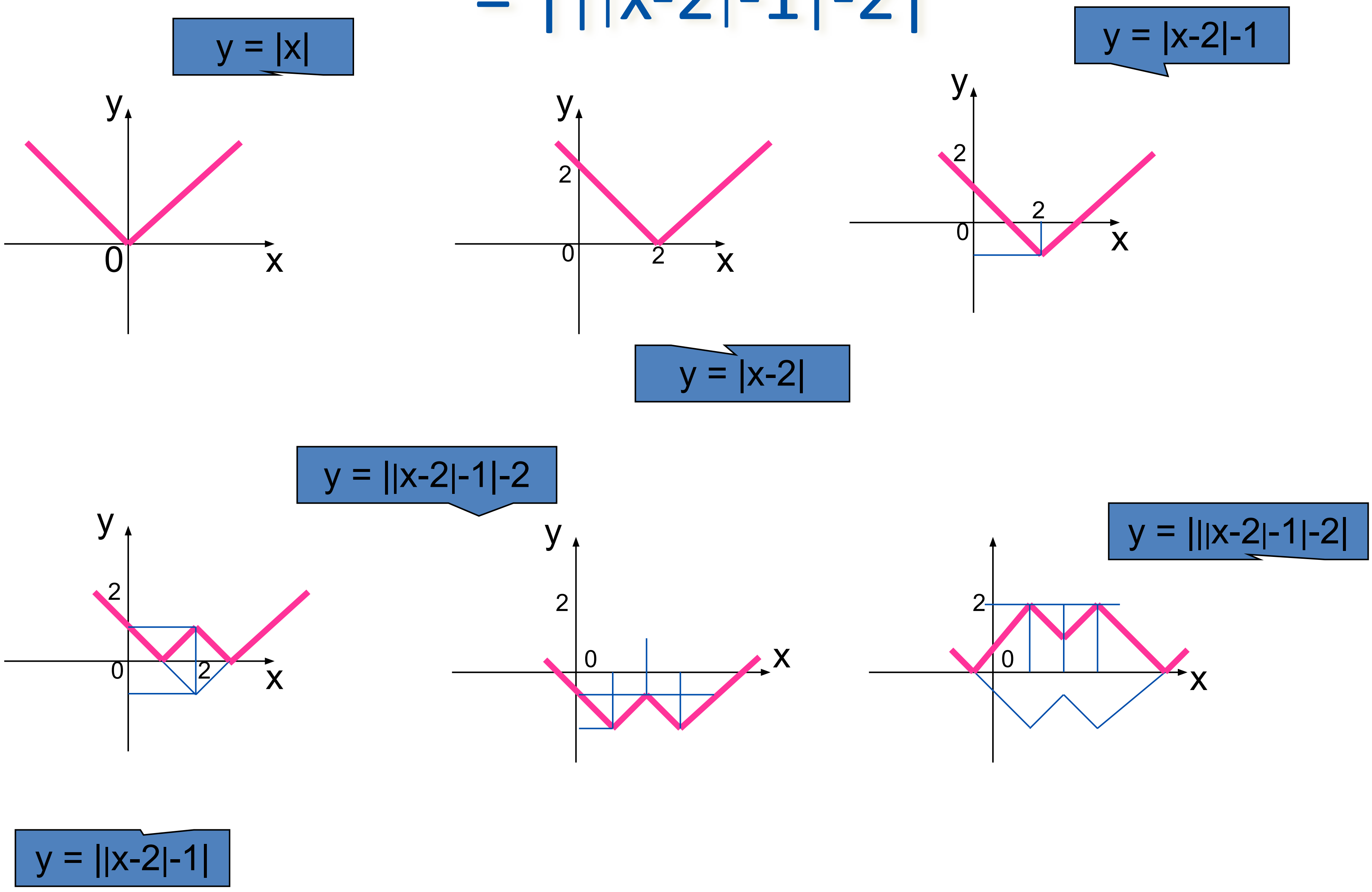
их три $(-\infty;1]$ $[1;2]$ $[2;+\infty)$

а) $x \in [2;+\infty)$. Так как оба слагаемых неотрицательны, то на этом промежутке графиком функции будет прямая, выражаемая уравнением y = 2x-3.

б) $x \in [1;2]$. Первое слагаемое на данном промежутке неотрицательно, второе отрицательно и потому графиком будет прямая y = 1.

в) $x \in [2;+\infty)$. Оба слагаемых отрицательны и потому графиком будет прямая y = 3-2x

Пример. Построить график функции $y = |||x-2|-1|-2|$



Пример 2.

График функции

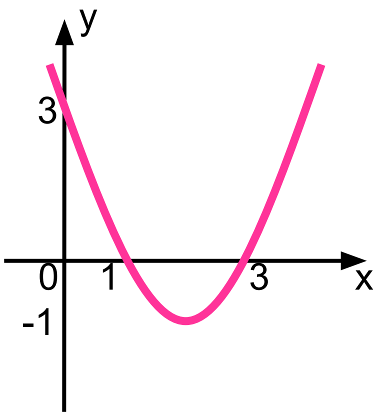
$$y = x^2 - 4x + 3$$

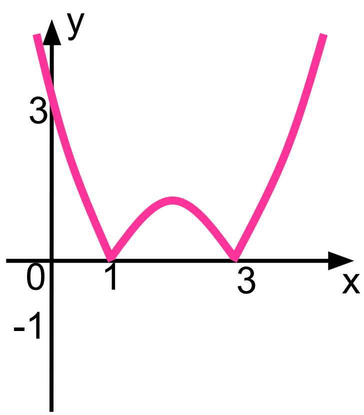
$y = x^2 - 4x + 3$

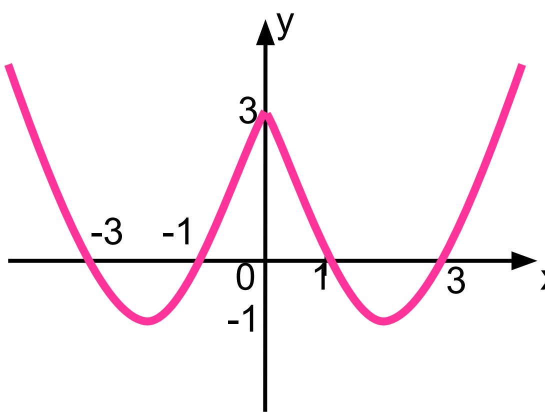
$y = |x^2 - 4x + 3|$

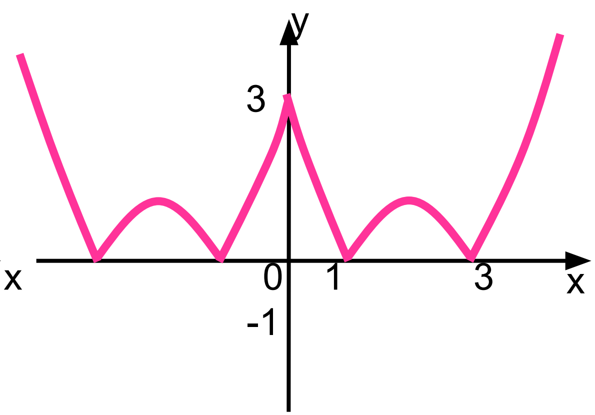
$y = x^2 - 4|x| + 3$

$y = |x^2 - 4|x| + 3|$

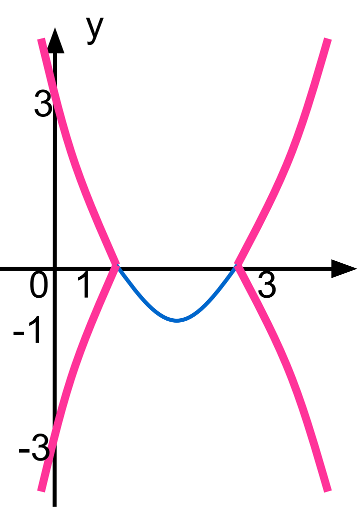


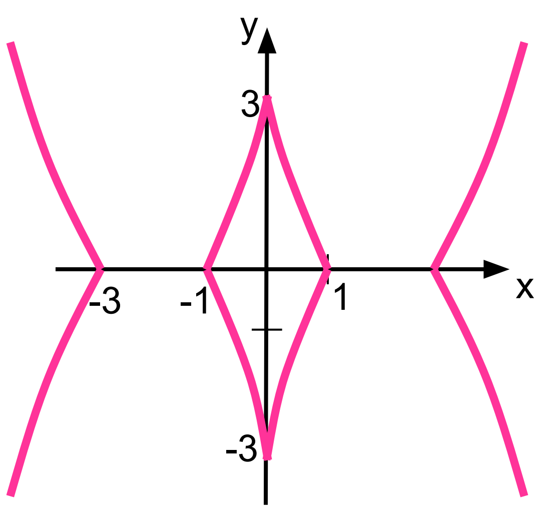


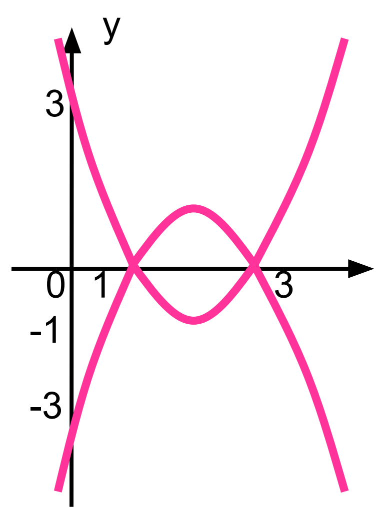


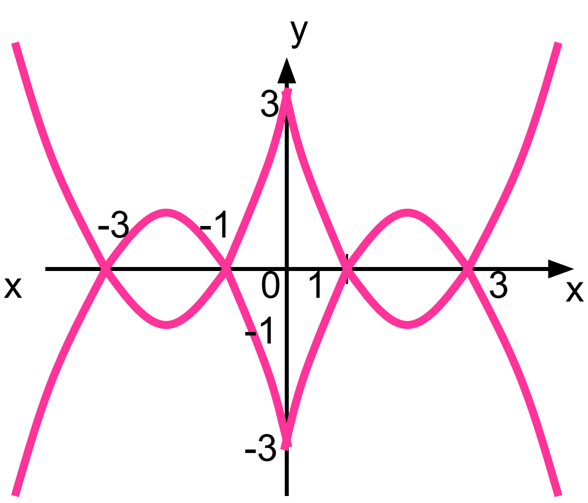


$|y| = |x^2 - 4x + 3|$









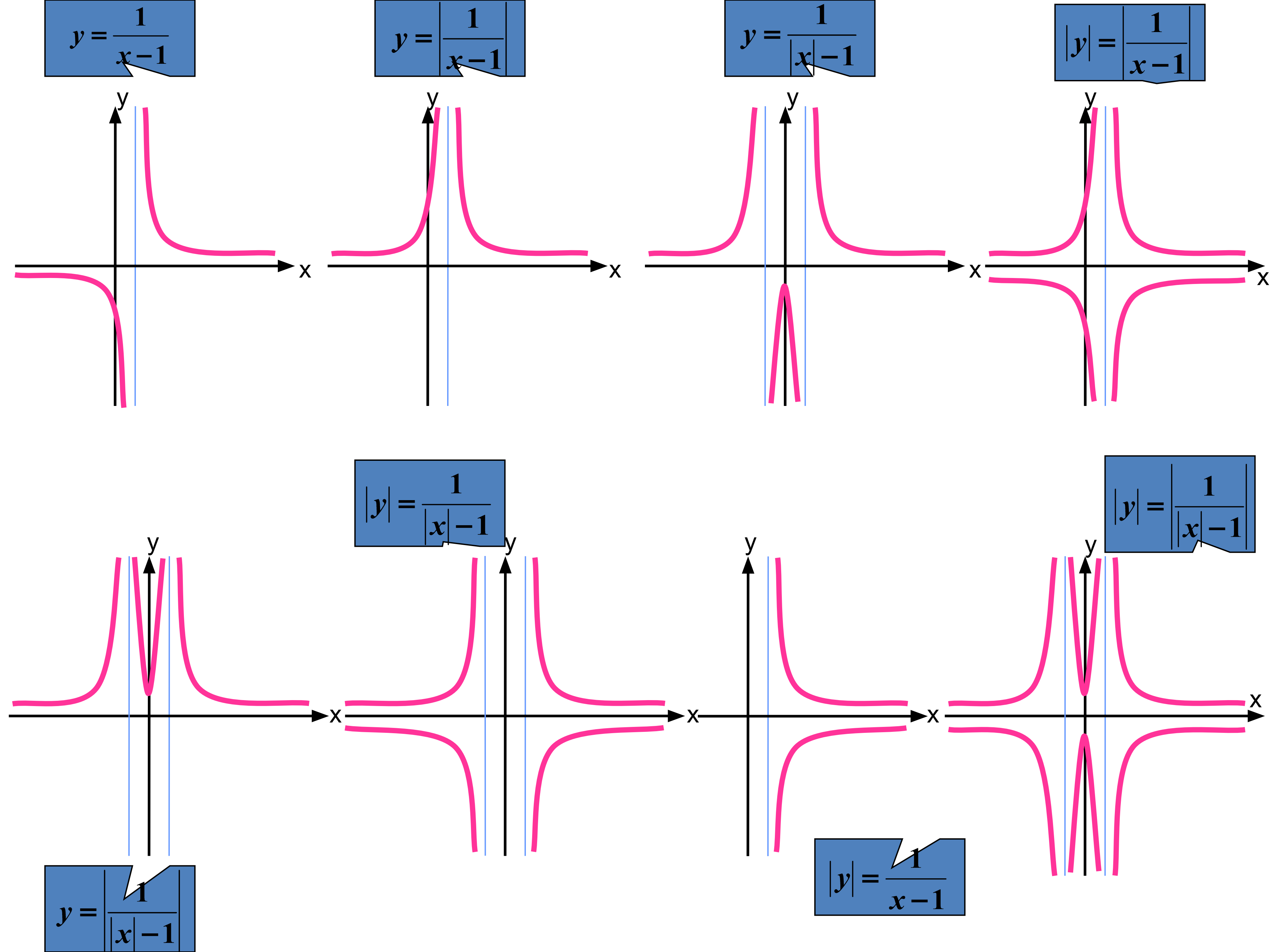
$|y| = x^2 - 4x + 3$

$|y| = x^2 - 4|x| + 3$

$|y| = |x^2 - 4|x| + 3|$

Пример 3.

График функции $y = \frac{1}{x-1}$

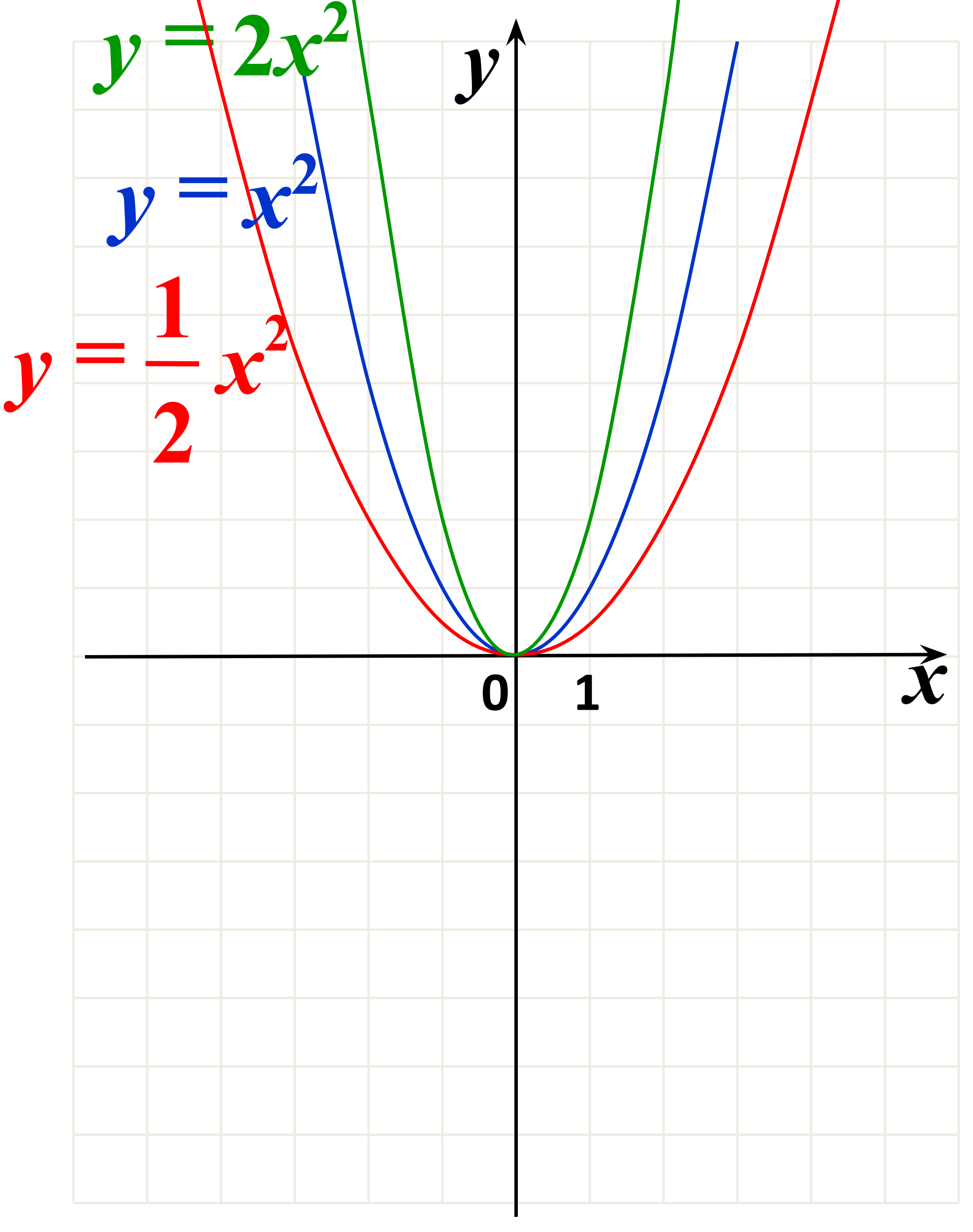


$y = \frac{1}{x-1}$
$y = \left|\frac{1}{x-1}\right|$
$y = \frac{1}{|x|-1}$
$|y| = \left|\frac{1}{x-1}\right|$
$y = \left|\frac{1}{|x|-1}\right|$
$|y| = \frac{1}{|x|-1}$
$|y| = \frac{1}{x-1}$
$|y| = \left|\frac{1}{|x|-1}\right|$
x
y

$$f(x) \to kf(x), \text{ где } k > 0$$

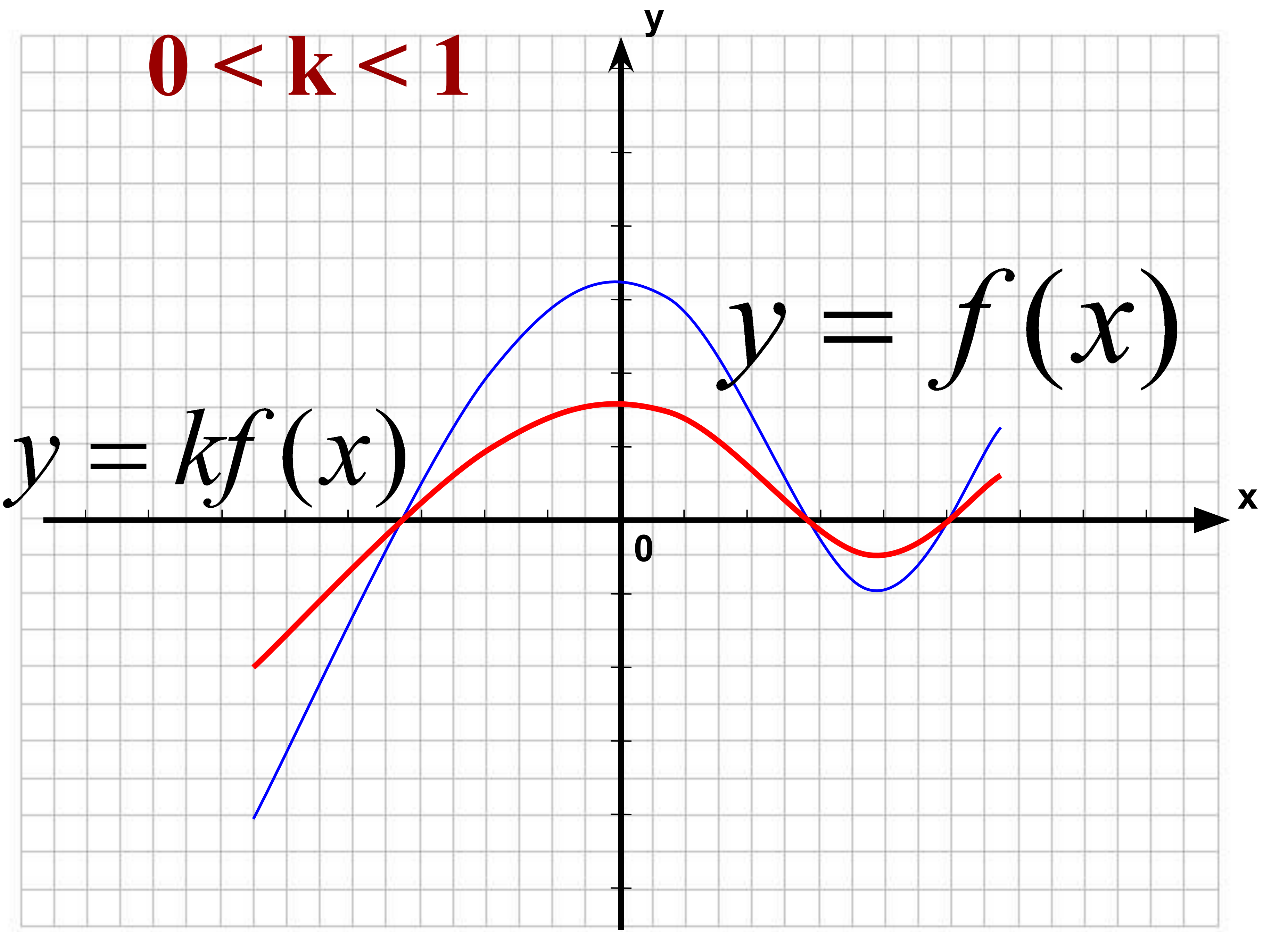
1. kk > 1
2. 0 < 0 < k 0

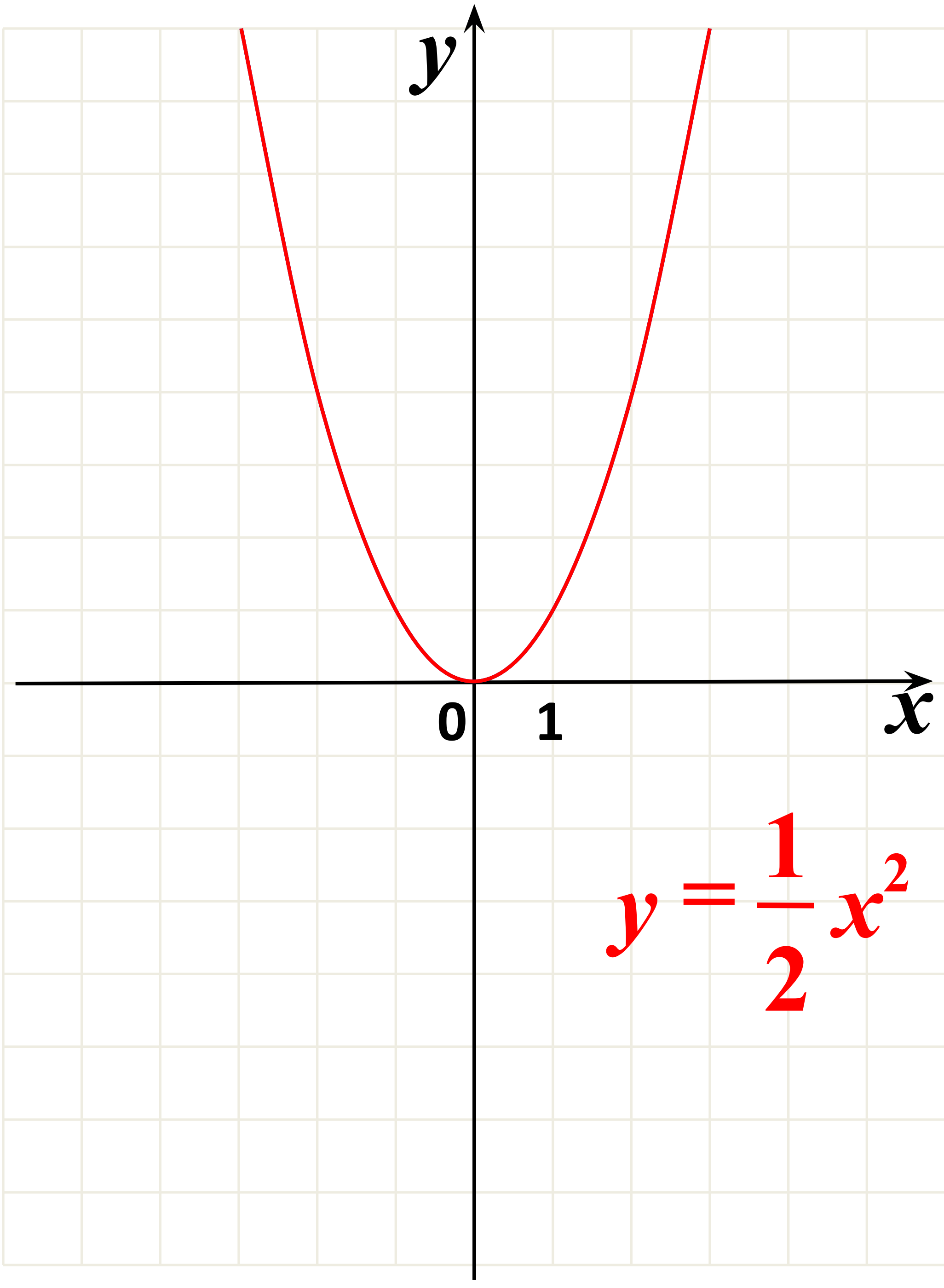
   < k < 1

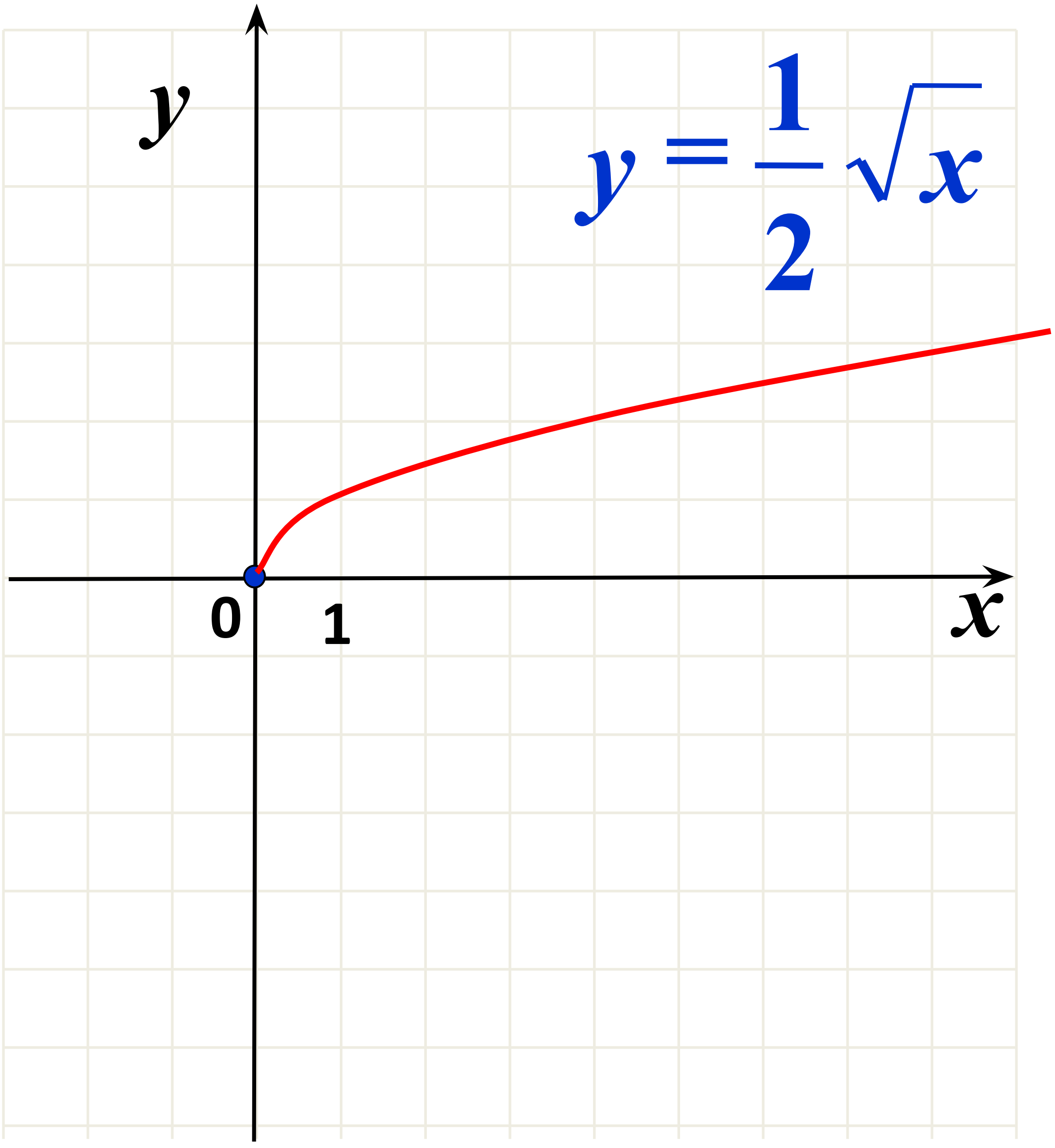


$y = 2x^2$
$y = x^2$
$y = \frac{1}{2}x^2$
y
x
0
1

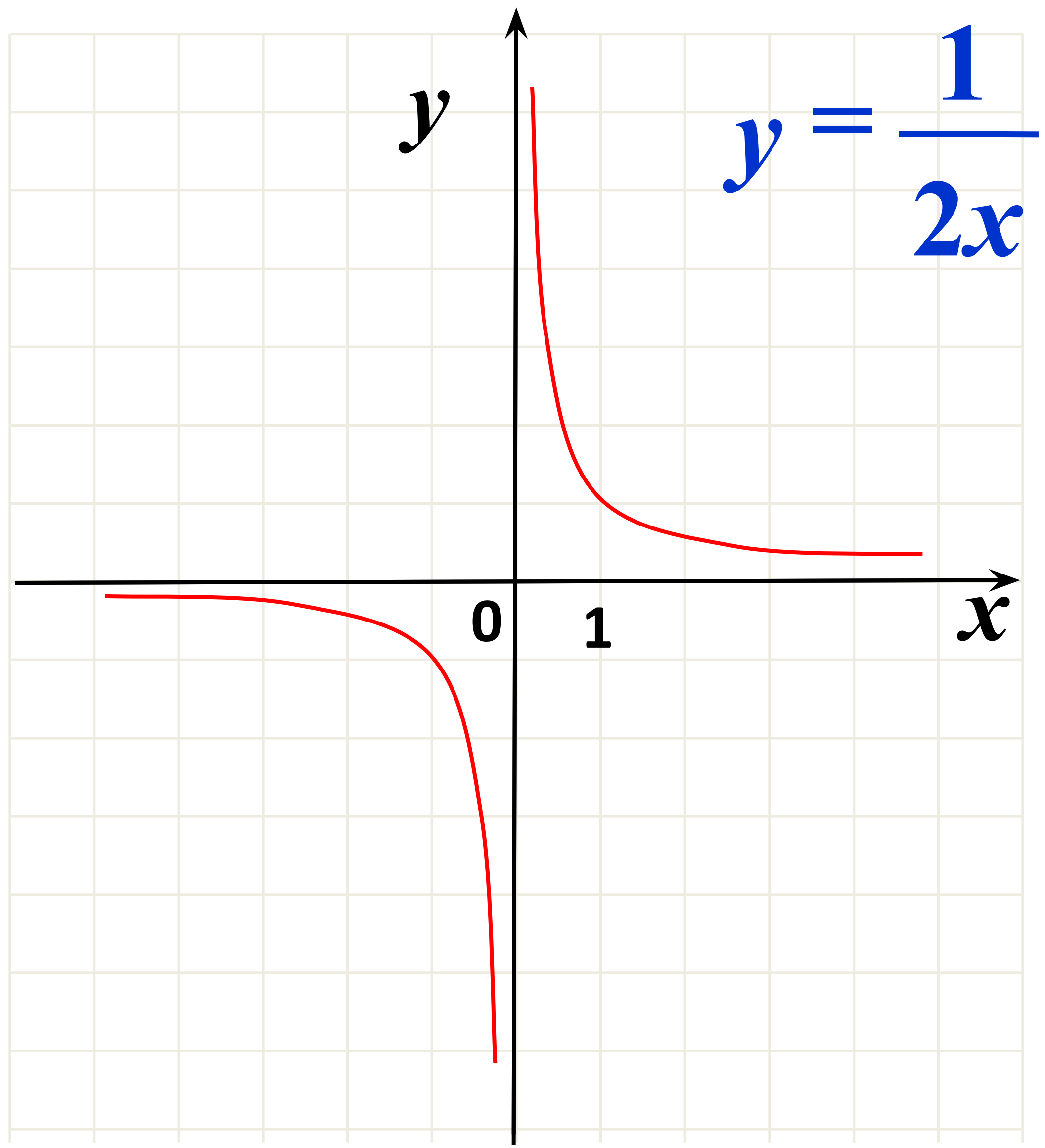
$0 < k < 1$

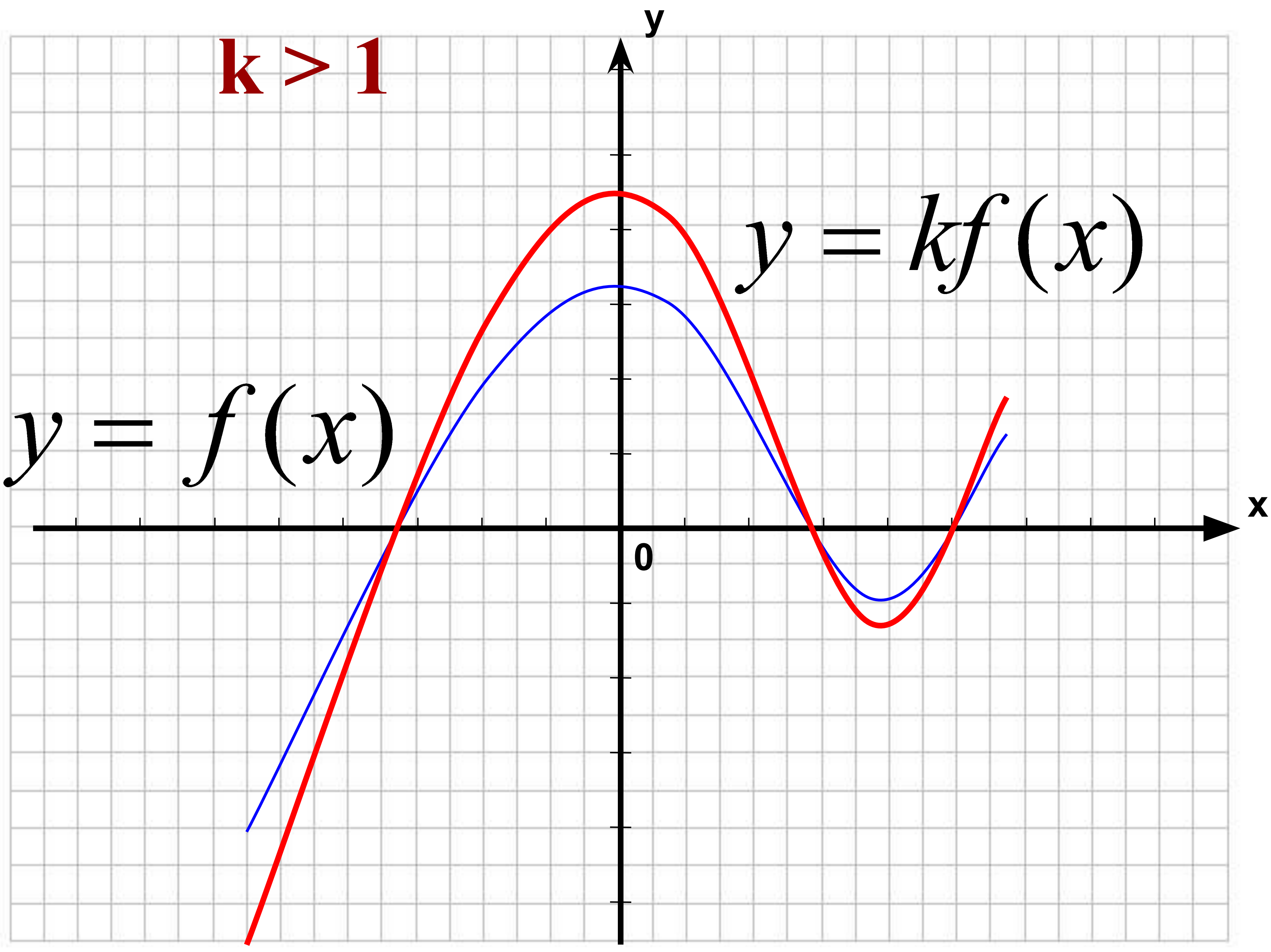



y
x
0
1
$y = \frac{1}{2}x^2$

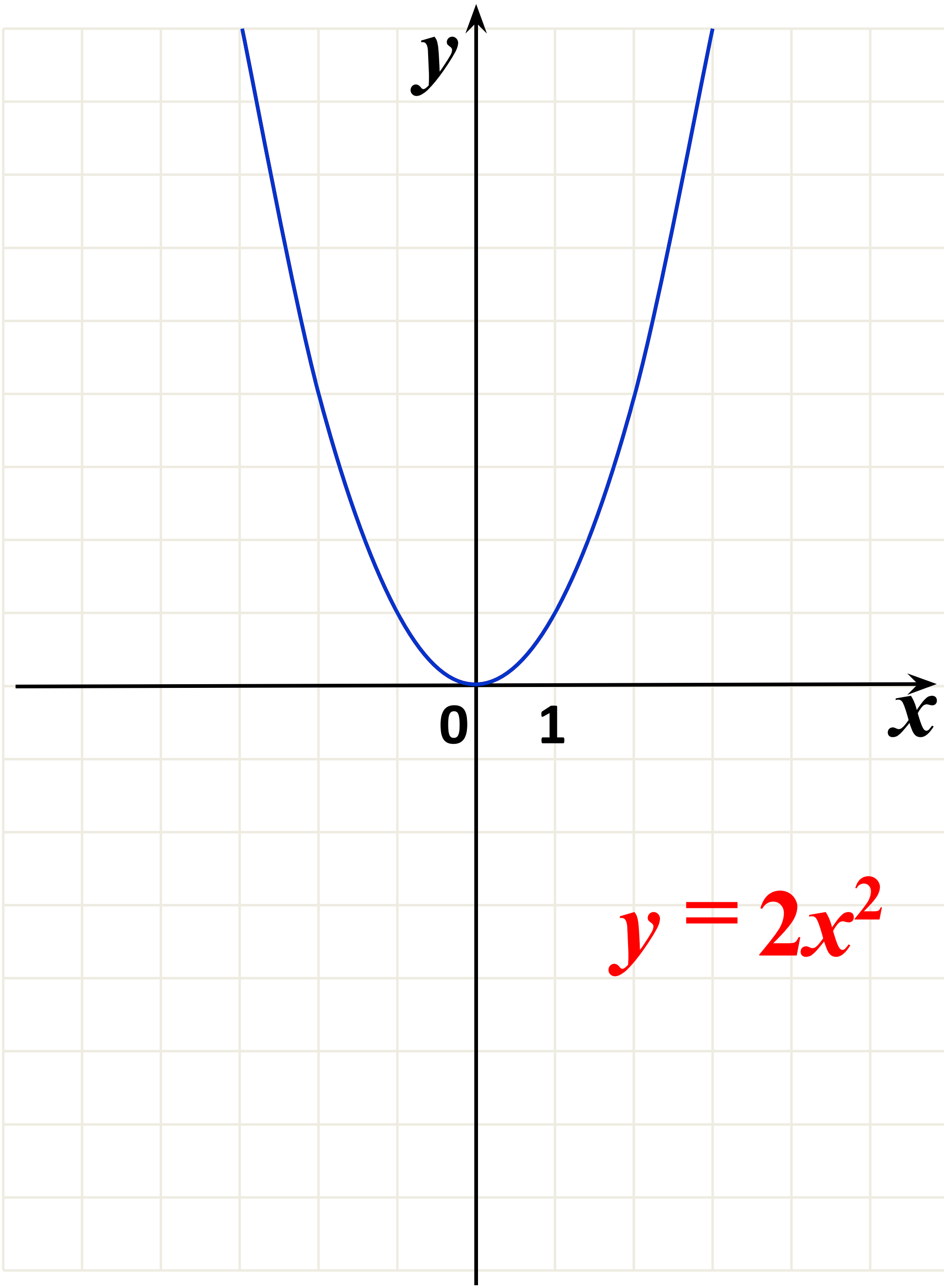


y
$y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$
0
1
x

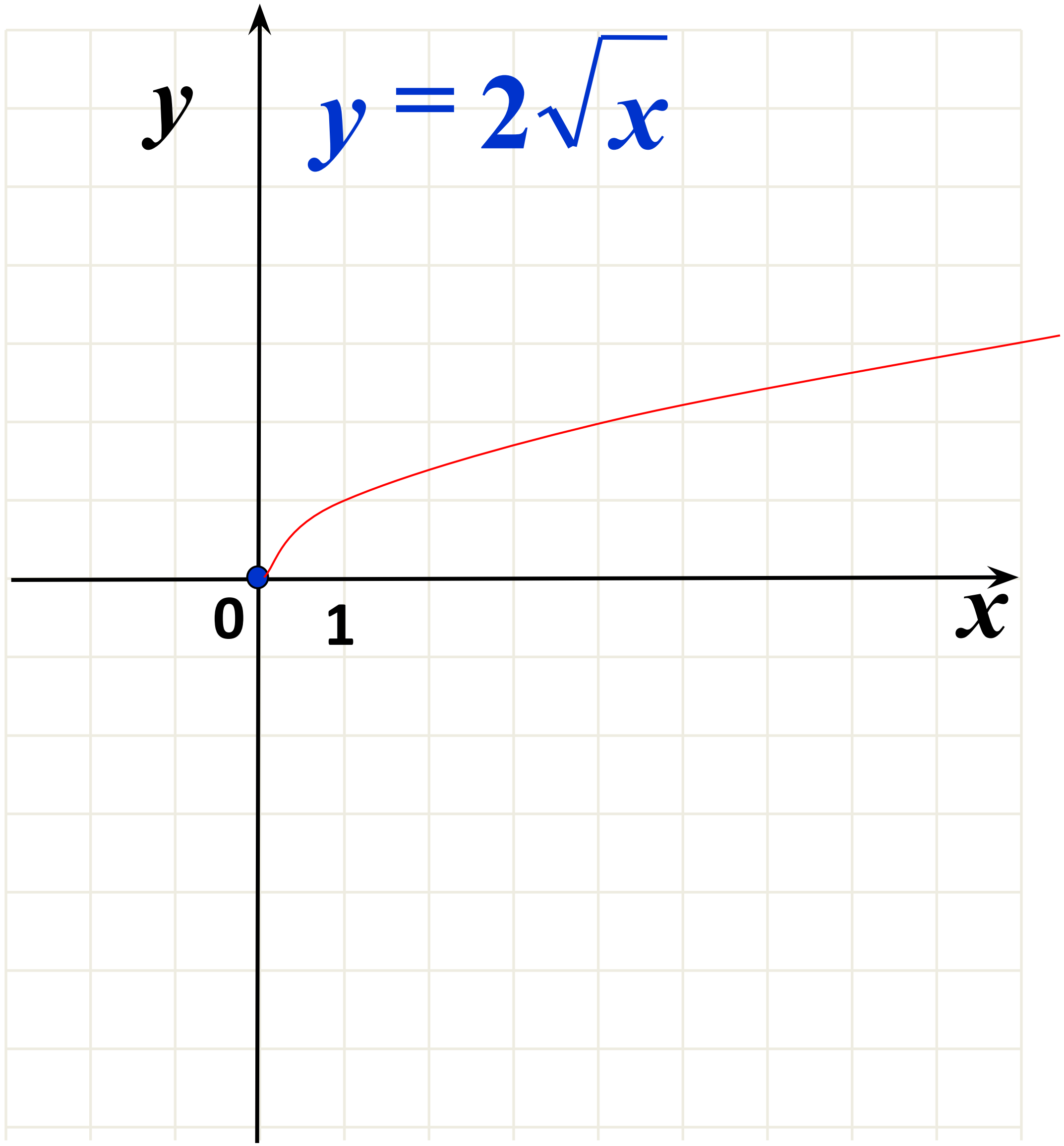

y
$y = \frac{1}{2x}$
0
1
x

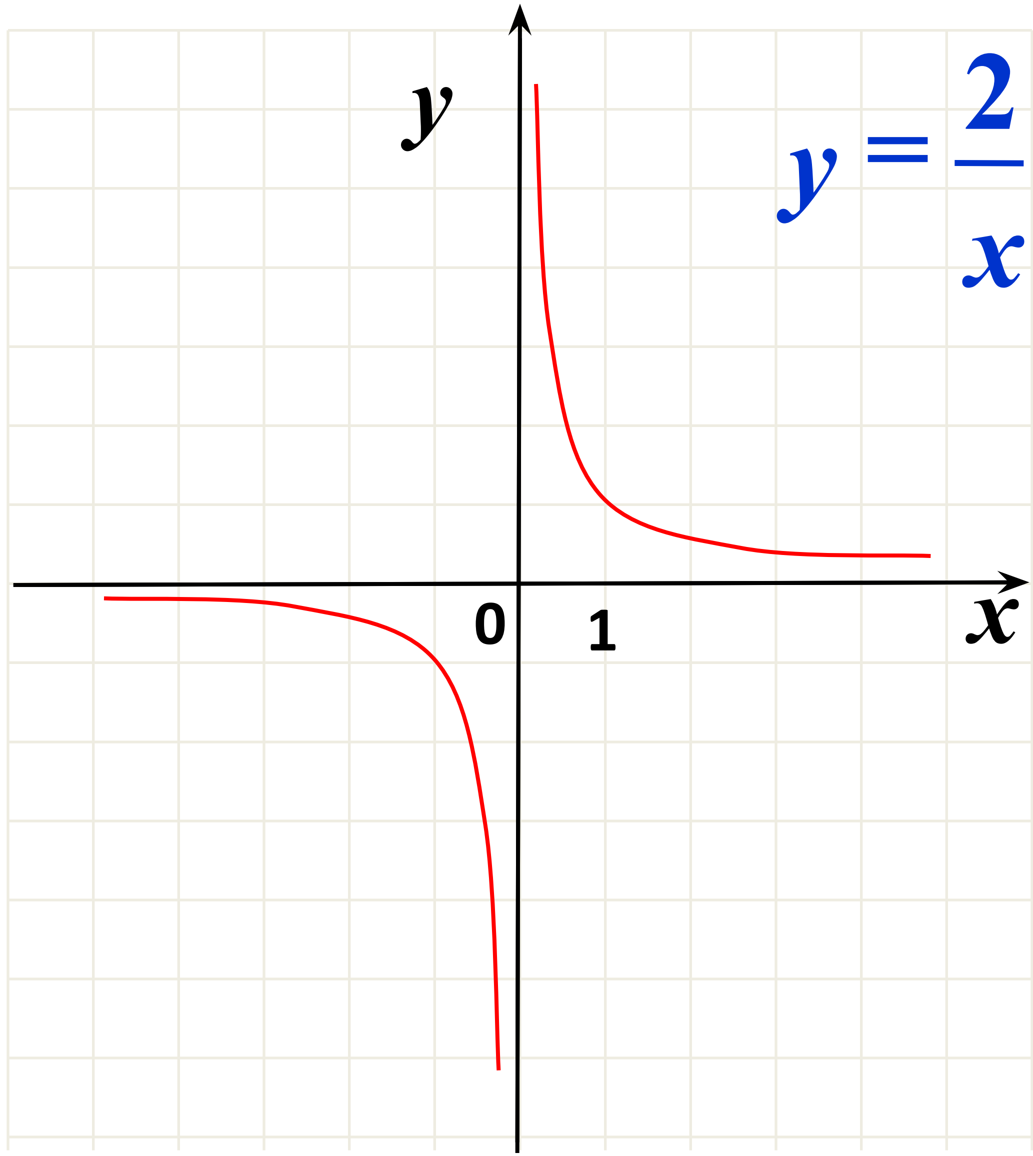


k > 1
y
x
0
$y = kf(x)$
$y = f(x)$

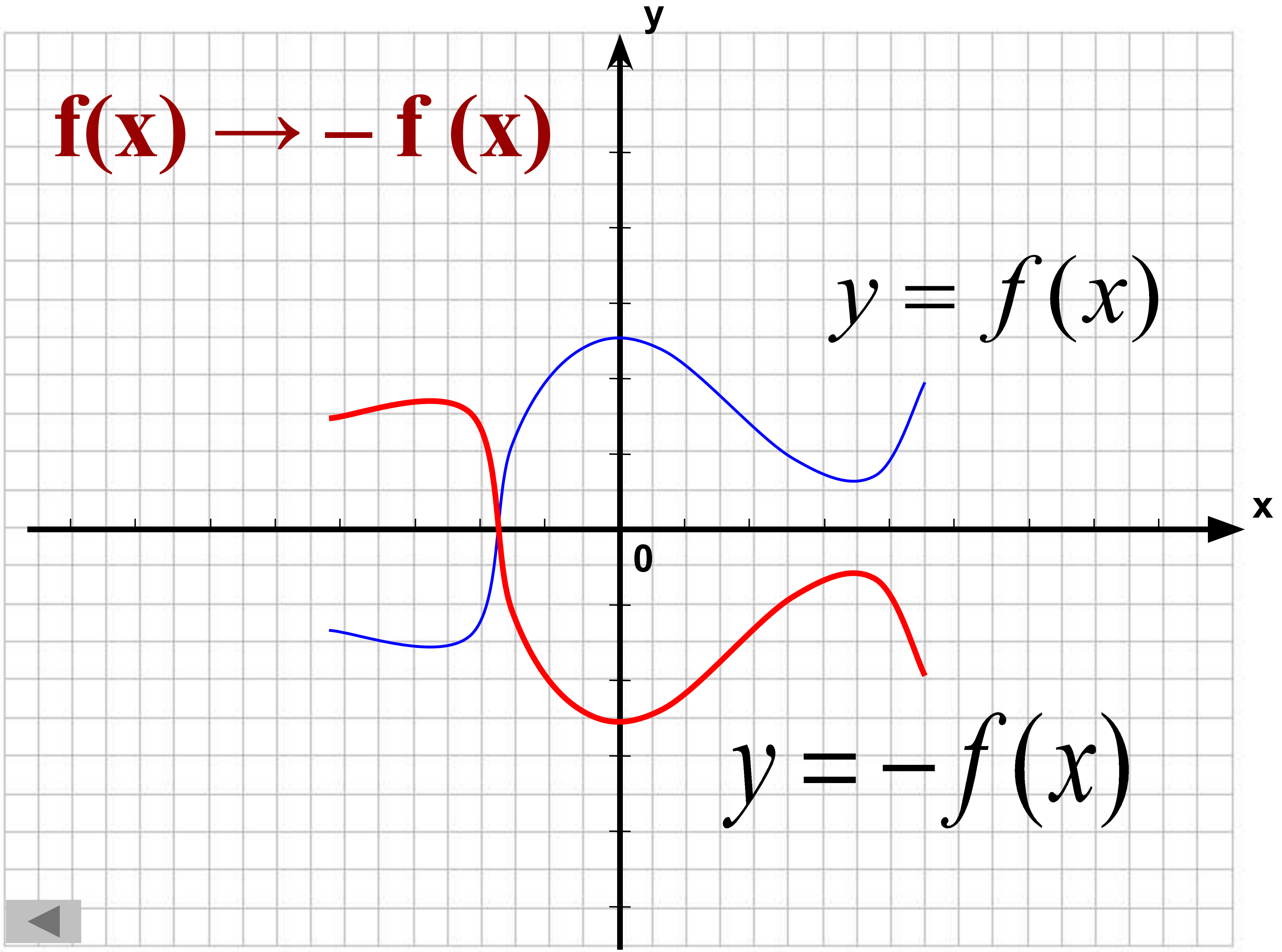


y
x
0
1
$y = 2x^2$


y
y = 2√x
0
1
x


y
$y = \frac{2}{x}$
0
1
x

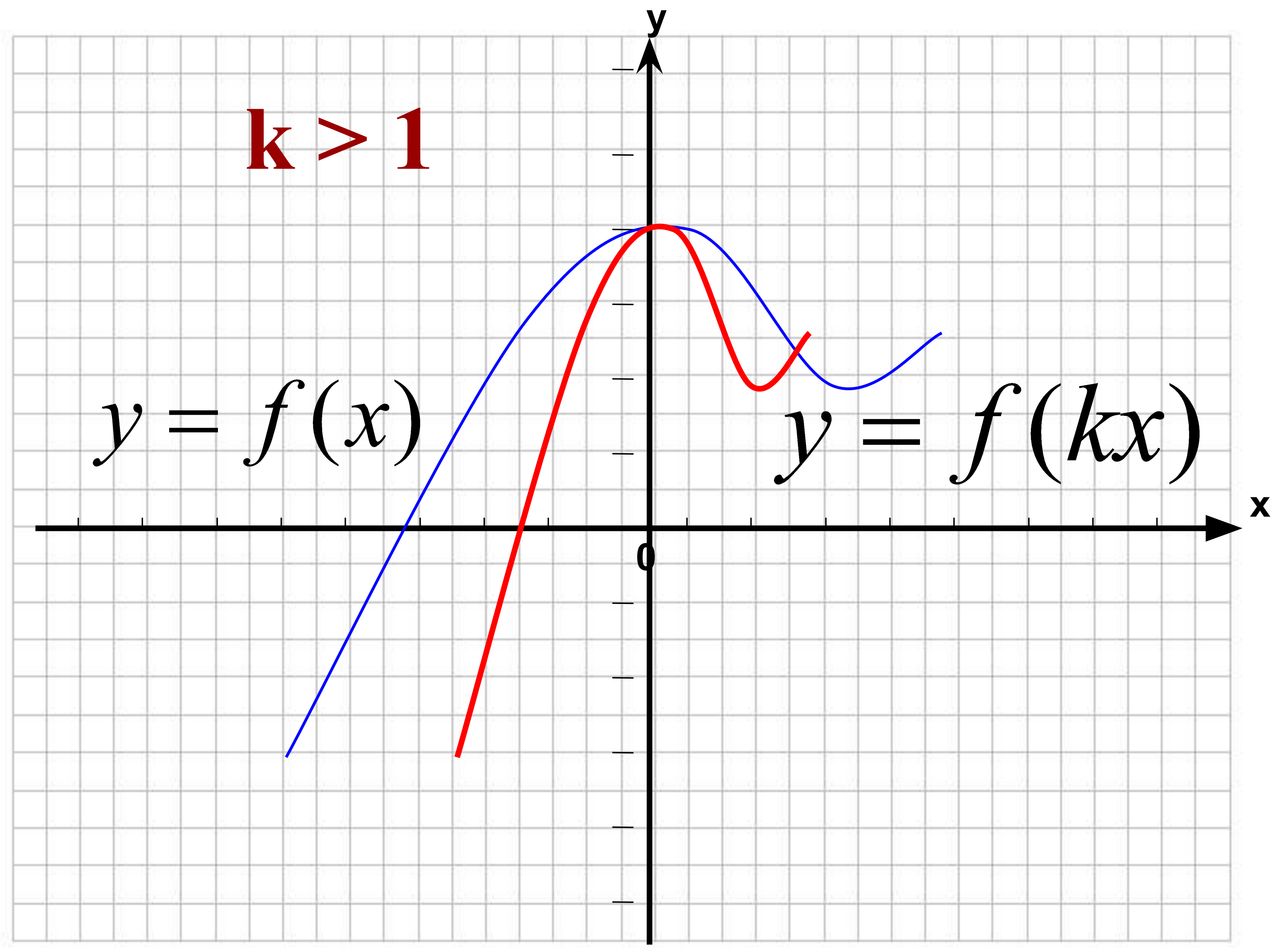
$$f(x) \rightarrow -f(x)$$



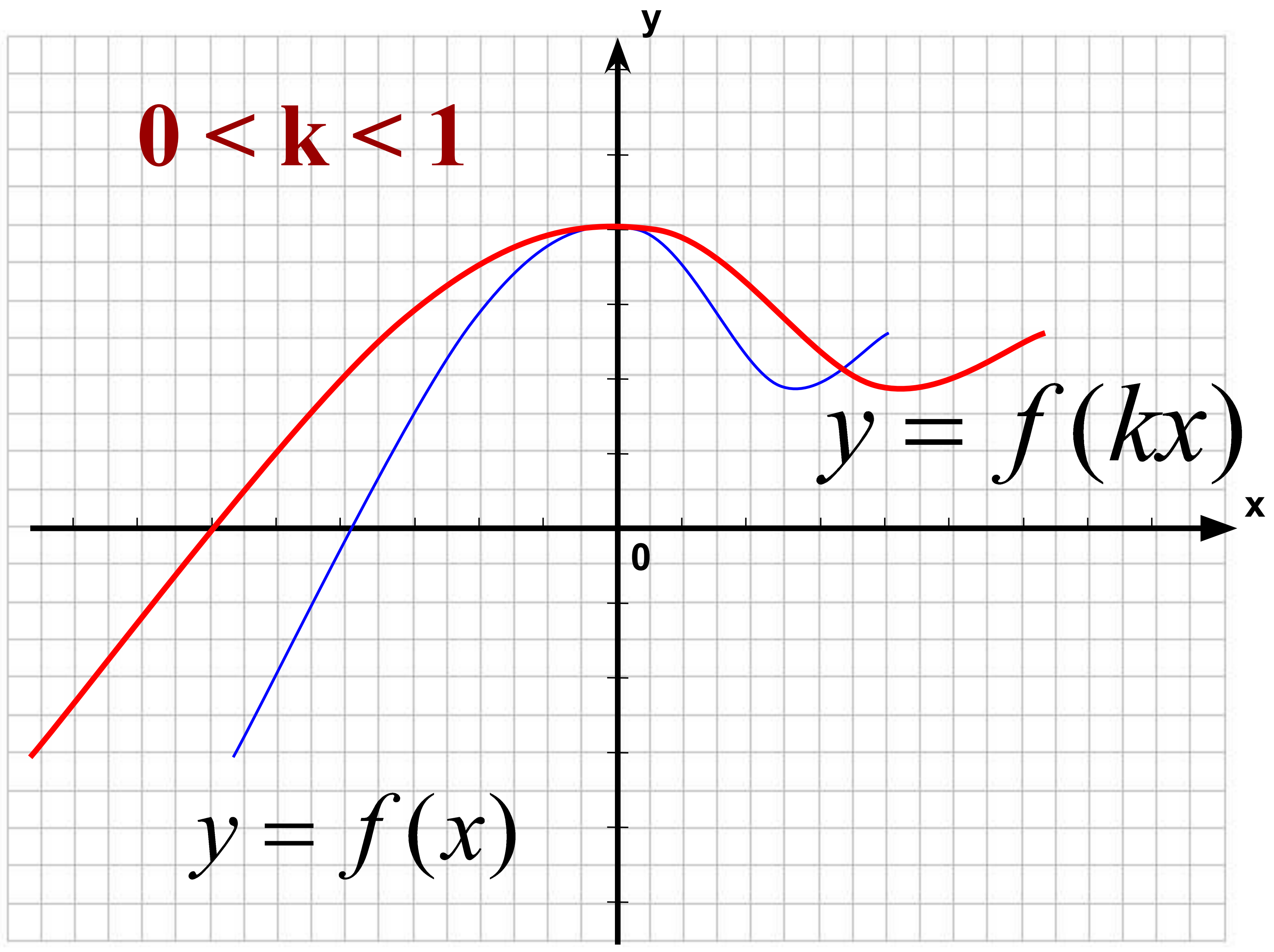
$$f(x) \rightarrow f(kx)$$

1. ___ $\underline{0 <}$ **0 <** $\underline{k}$ **0 <**
   k $\underline{< 1}$

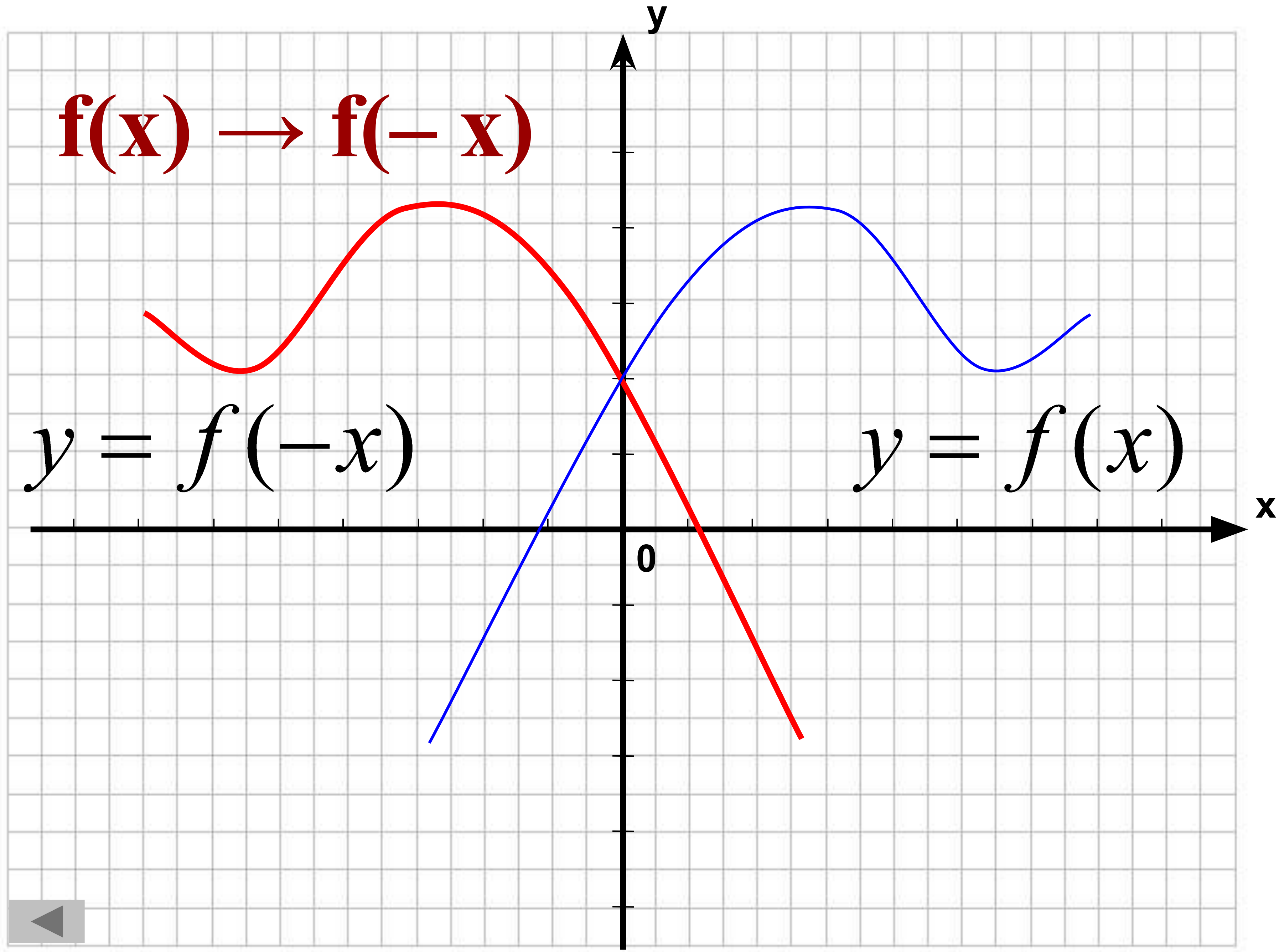
2. ___ $\underline{k}$ **k** $\underline{> 1}$



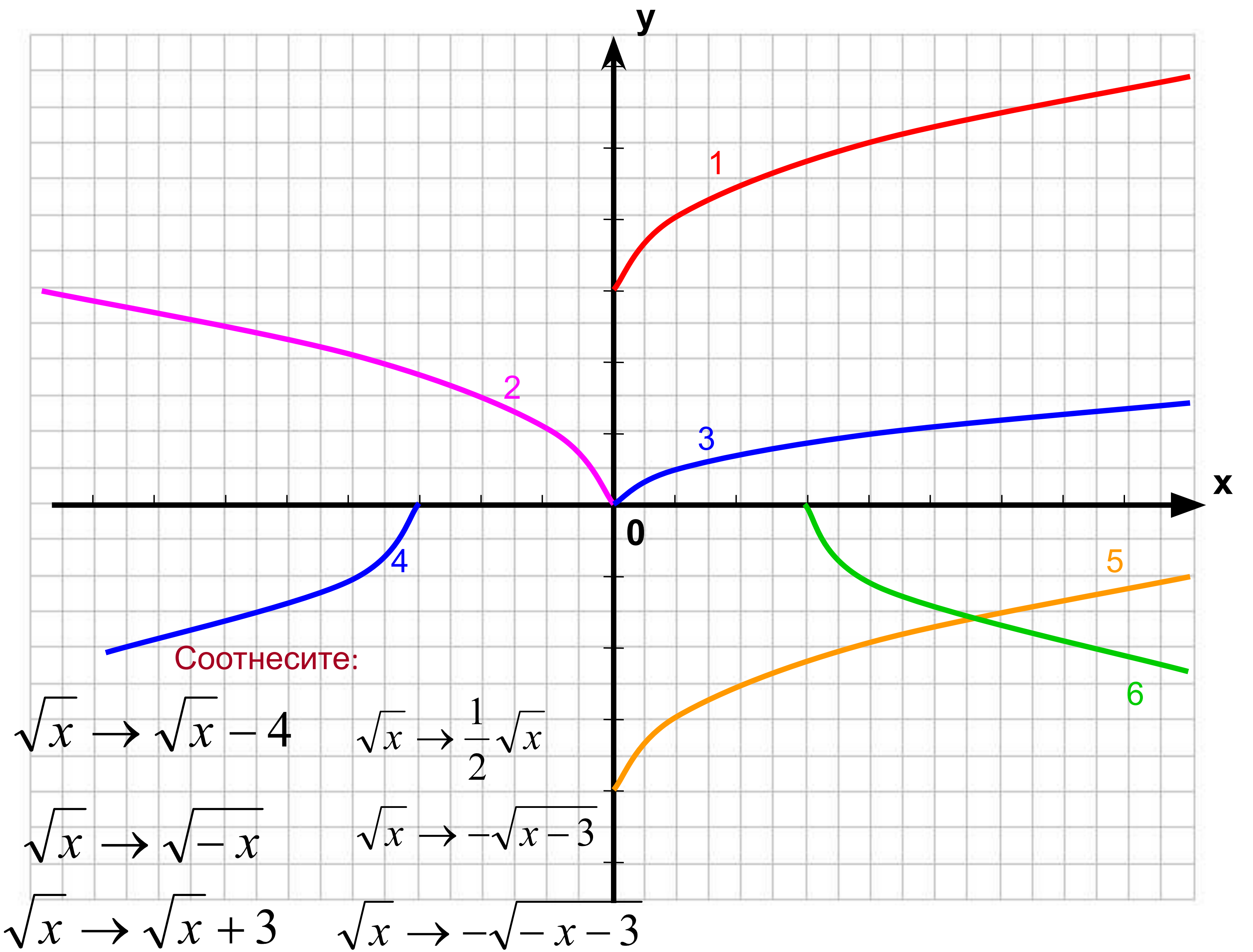
k > 1
y
x
0
$y = f(x)$
$y = f(kx)$



y
x
0
0 < k < 1
$y = f(kx)$
$y = f(x)$



f(x) → f(– x)
y
x
0
$y = f(-x)$
$y = f(x)$


y
x
0
1
2
3
4
5
6
Соотнесите:
$\sqrt{x} \to \sqrt{x} - 4$
$\sqrt{x} \to \frac{1}{2}\sqrt{x}$
$\sqrt{x} \to \sqrt{-x}$
$\sqrt{x} \to -\sqrt{x-3}$
$\sqrt{x} \to \sqrt{x} + 3$
$\sqrt{x} \to -\sqrt{-x-3}$