ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Кафедра "Инженерная графика"

Горячкина А.Ю.

Линией пересечения двух поверхностей называется **линия, состоящая из множества точек общих для пересекающихся поверхностей.**

Порядок линии пересечения поверхностей равен произведению порядков пересекающихся поверхностей

Построение линии пересечения поверхностей, одна их которых занимает проецирующее положение

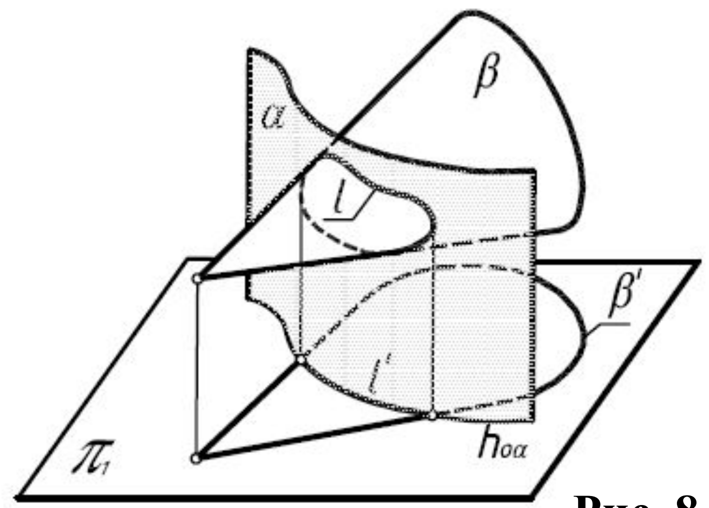


Рис. 8.1

Если пересекаются **две поверхности, одна из которых занимает проецирующее положение,**

то **одна проекция** линии пересечения **совпадает со следом проецирующей поверхности**,

а **вторую проекцию** линии пересечения **находят из условия ее принадлежности непроецирующей поверхности**

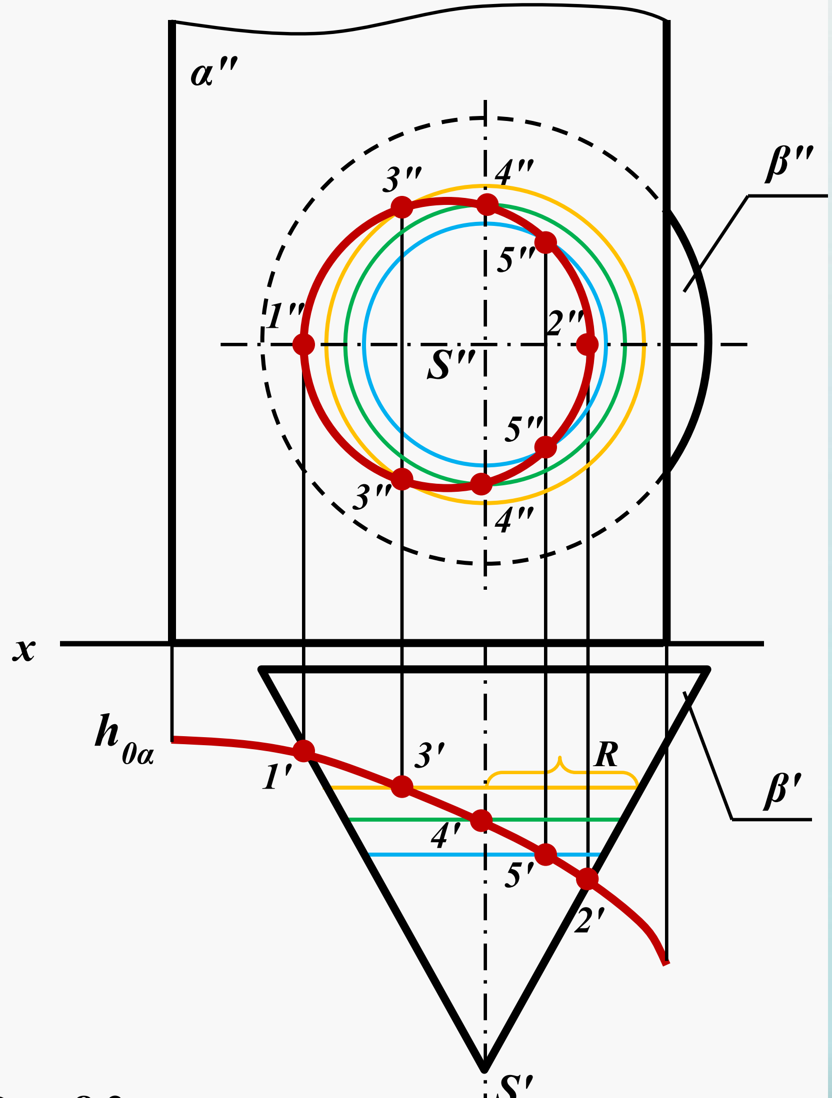
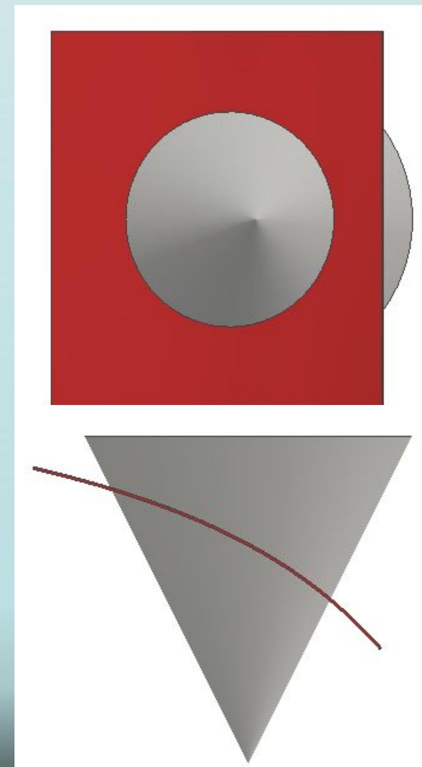
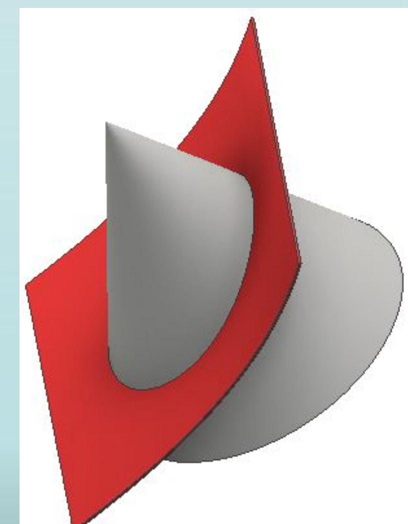


Рис. 8.2

Построение линии пересечения поверхностей следует начинать с построения **характерных точек: высшей и низшей, ближайшей и наиболее удаленной, точек изменения видимости линии пересечения**

1, 2 – характерные точки





КОНИЧЕСКИЕ СЕЧЕНИЯ

При пересечении геометрической фигуры с плоскостью получается **плоская фигура (сечение), принадлежащее секущей плоскости.**

Линии пересечения конической поверхности вращения плоскостями называются **кониками.**

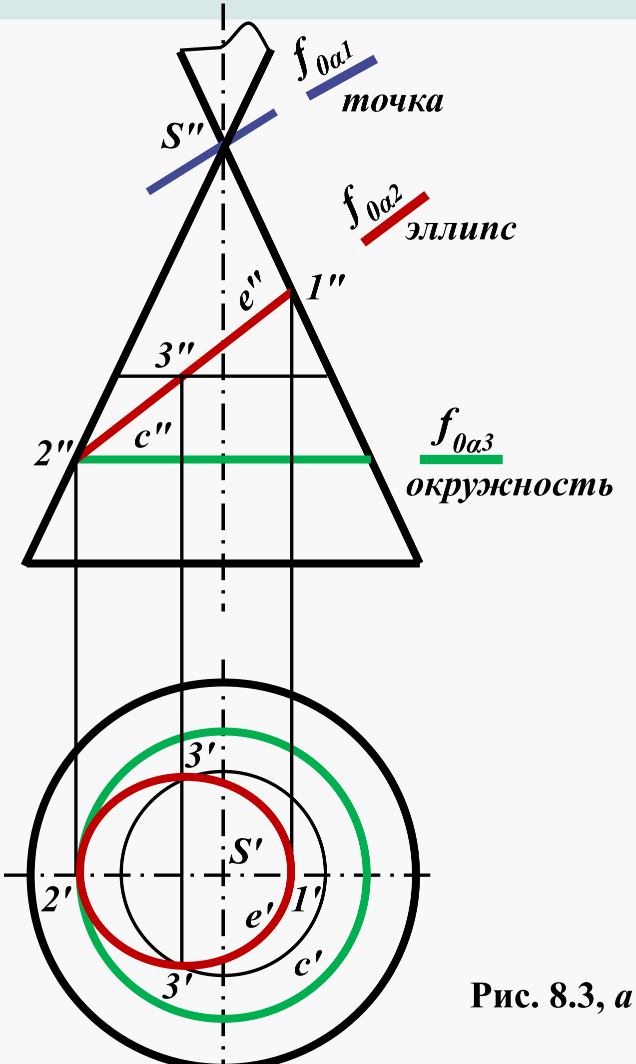
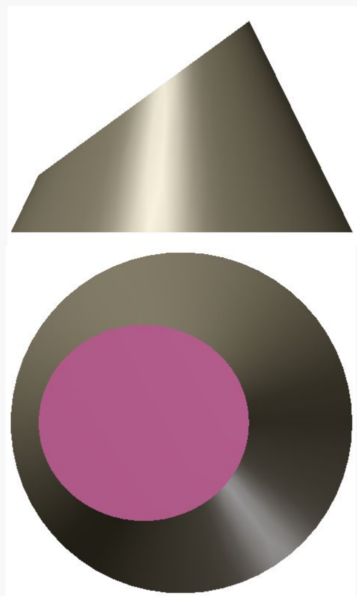
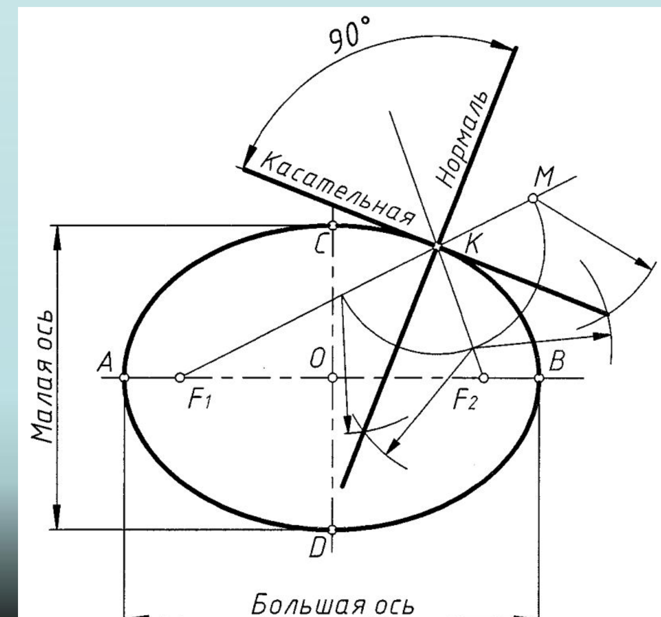


Рис. 8.3, *а*



Эллипсом называется плоская замкнутая кривая – геометрическое множество точек, сумма расстояний от которых до заданных точек F_1 и F_2 равняется длине заданного отрезка AB, проведенного через точки F_1 и F_2 так, чтобы отрезок $AF_1 = F_2B$



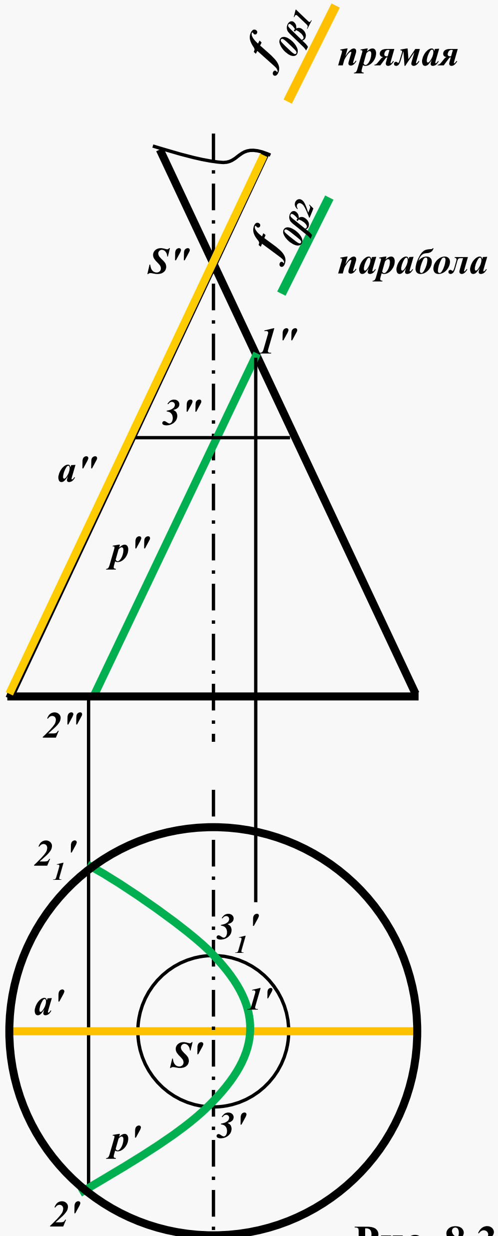
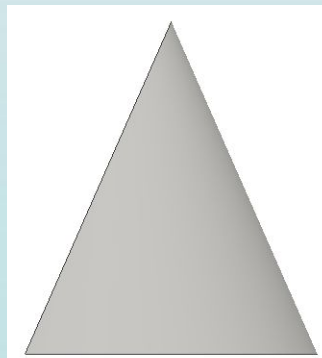
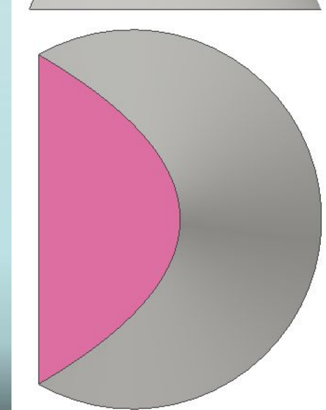
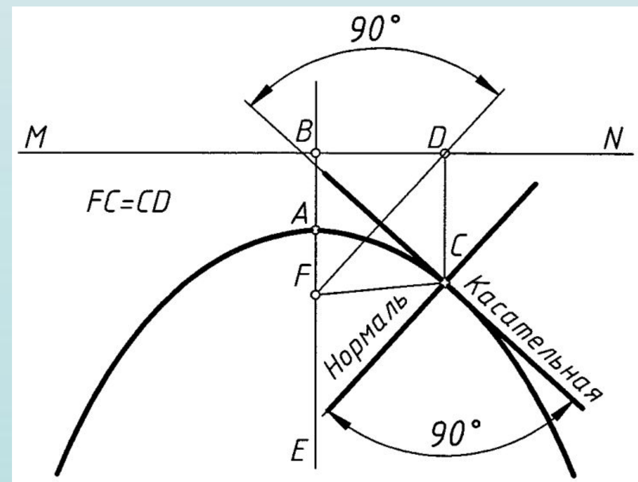


Рис. 8.3, *б*

Параболой называется плоская разомкнутая кривая – геометрическое множество точек, одинаково удаленных от данных: точки ***F*** и прямой ***MN*** (не проходящей через точку *F*). ***F*** – *фокус,* ***MN*** – директриса параболы (направляющая); ***BE*** – ось параболы;
A – вершина параболы; **С*F*** – радиус-вектор параболы







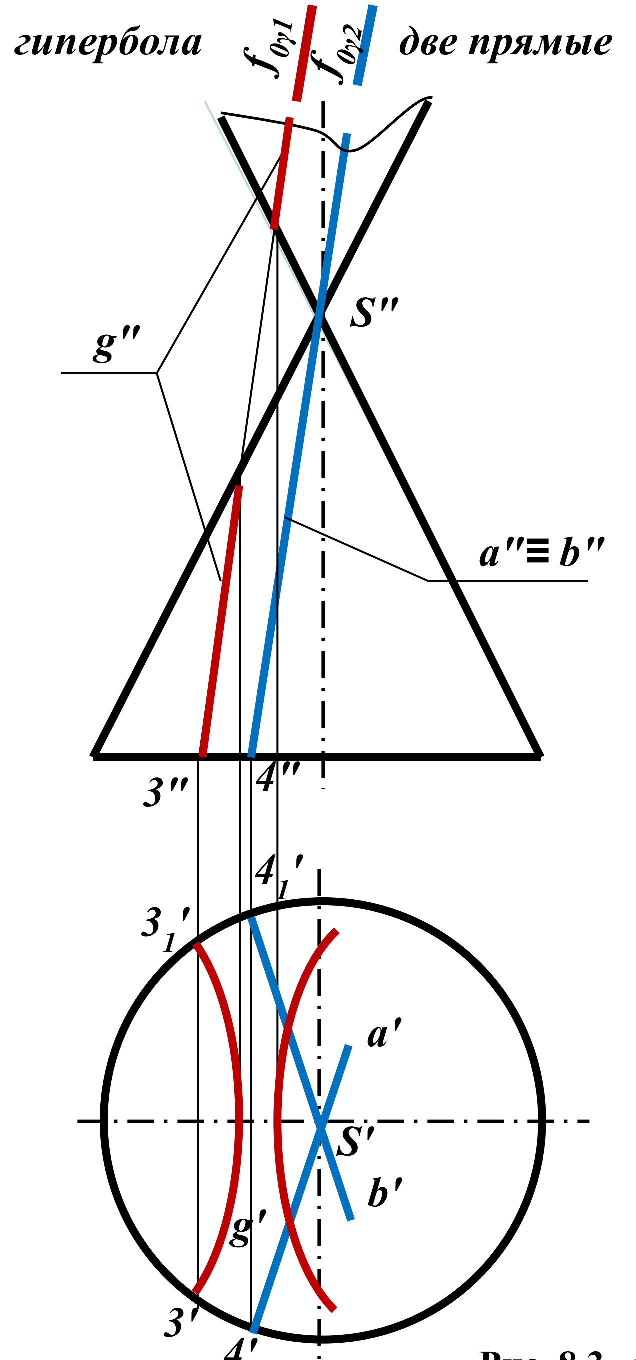
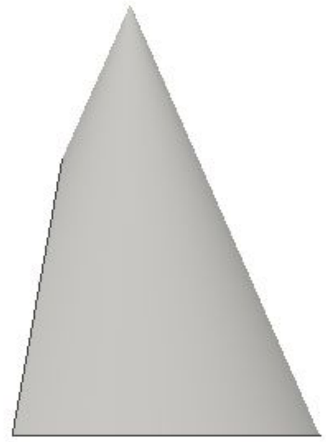
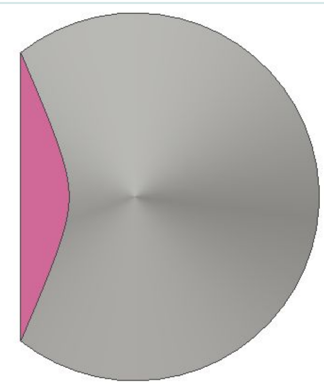


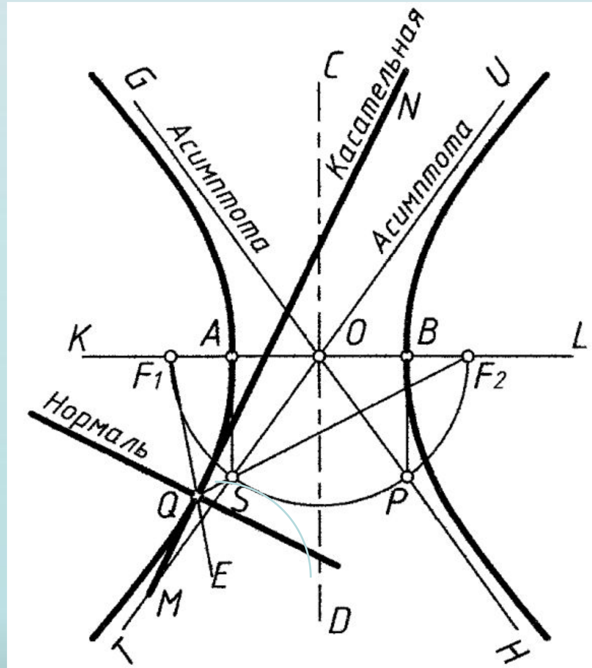
Рис. 8.3, *в*





Гиперболой называется плоская разомкнутая кривая – геометрическое множество точек, разность расстояний которых от данных точек F_1 и F_2 равняется заданному отрезку ***AB***.

A и ***B*** – вершины гиперболы,
F_1 и F_2 – фокусы гиперболы,
O – центр гиперболы,
KL – действительная ось,
CD – мнимая ось



Построение линии пересечения поверхностей общего положения

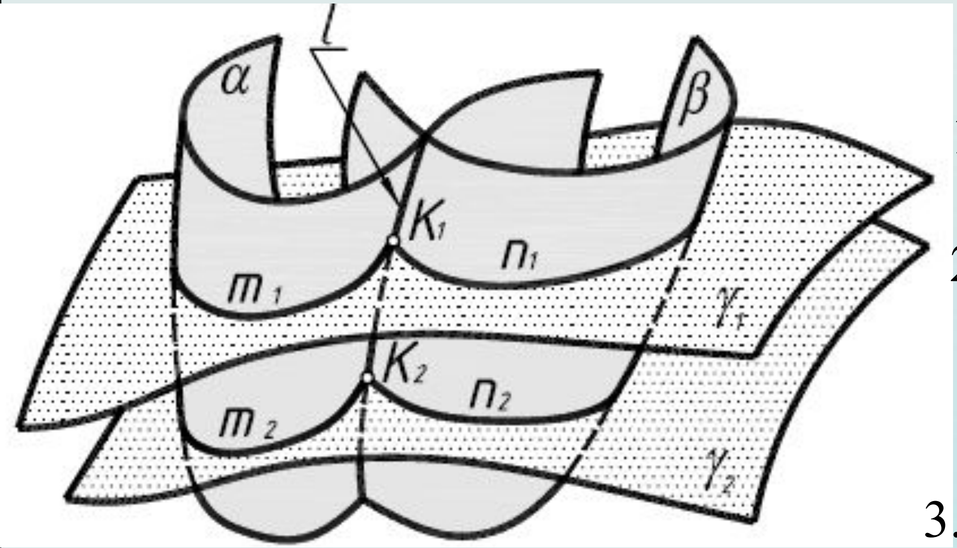


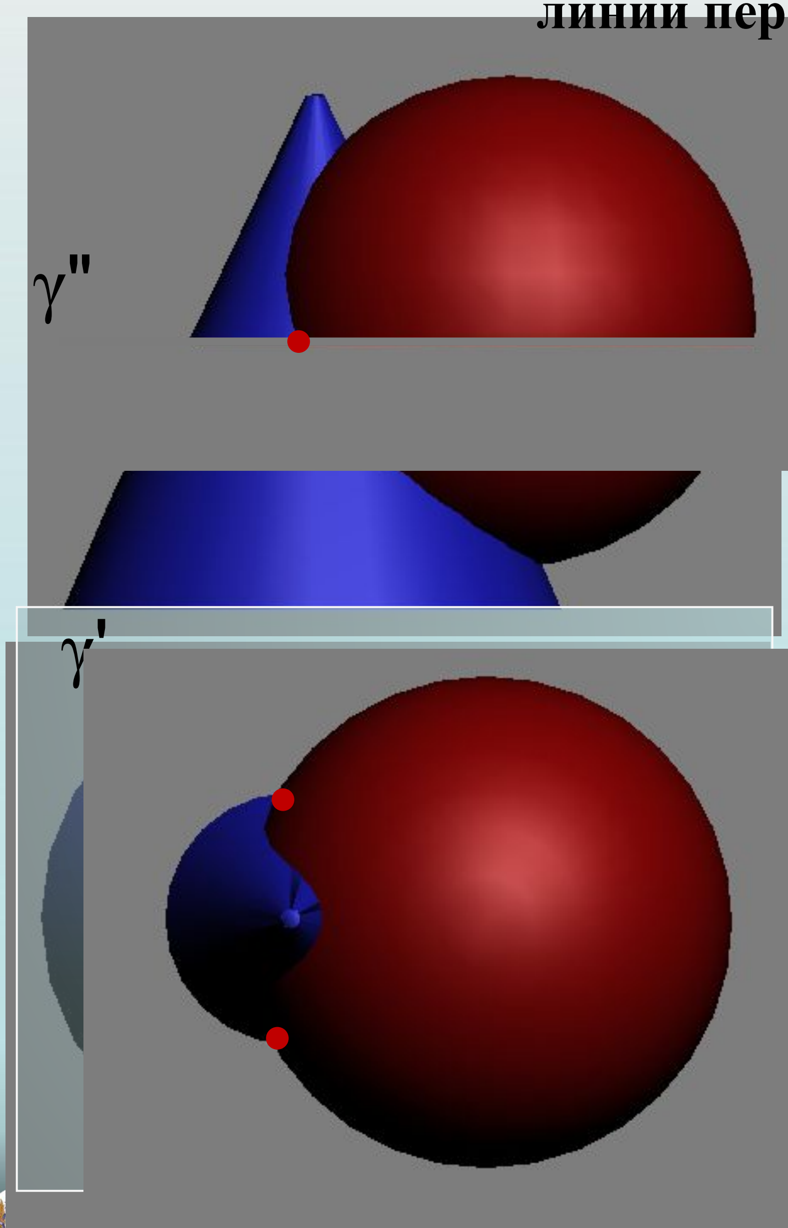
Рис. 8.4

Выбирать вид поверхности-посредника и ее расположение к данным фигурам следует так, чтобы **вспомогательные линии проецировались как простейшие**

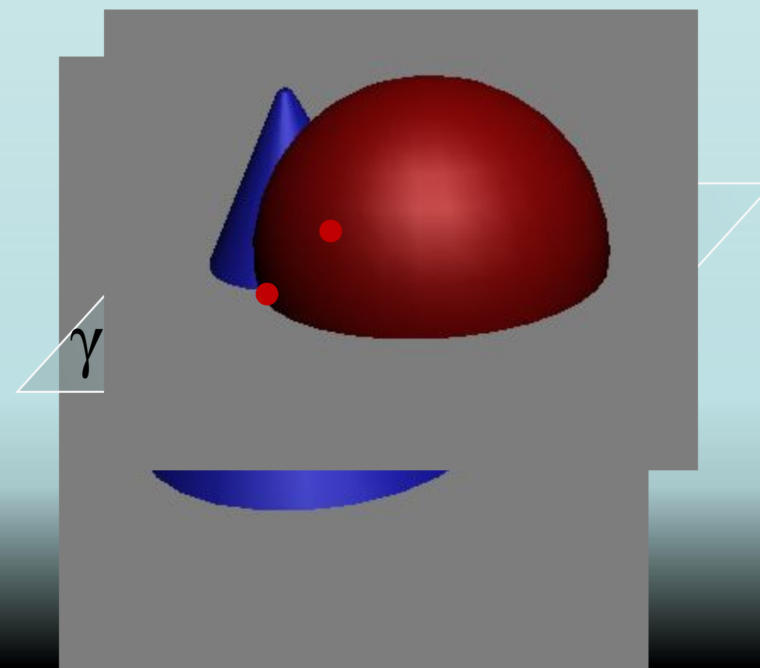
Алгоритм решения:

1. Ввести вспомогательную поверхность-посредник γ_1
2. Построить линии пересечения m_1 и n_1 поверхности-посредника с каждой из заданных поверхностей α и β
3. Определить точку пересечения K_1 построенных вспомогательных линий (п. п. 1, 2, 3 повторить n раз и получить последовательность $K_1\ K_2 \dots K_n$)
4. Через полученные точки $K_1\ K_2\ \dots\ K_n$ провести искомую линию l

Применение вспомогательных плоскостей при построении линии пересечения поверхностей



а) Вспомогательные проецирующие плоскости



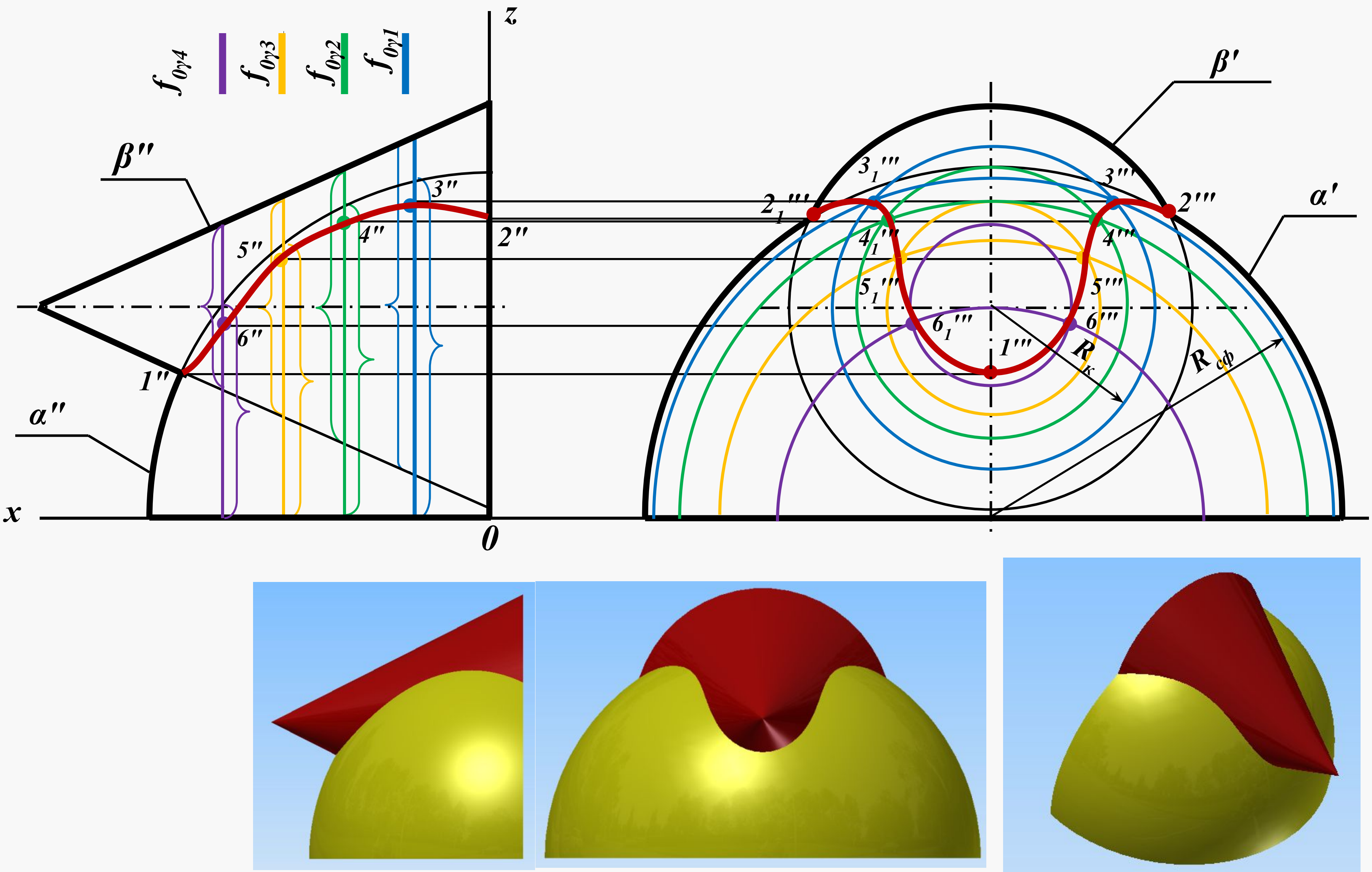

z
f0γ4
f0γ3
f0γ2
f0γ1
β''
3''
2''
4''
5''
6''
1''
α''
x
0
β'
α'
3₁'''
3'''
2₁'''
2'''
4₁'''
4'''
5₁'''
5'''
6₁'''
6'''
1'''
Rк
Rсф

Рис. 8.5

б) Вспомогательные плоскости общего положения

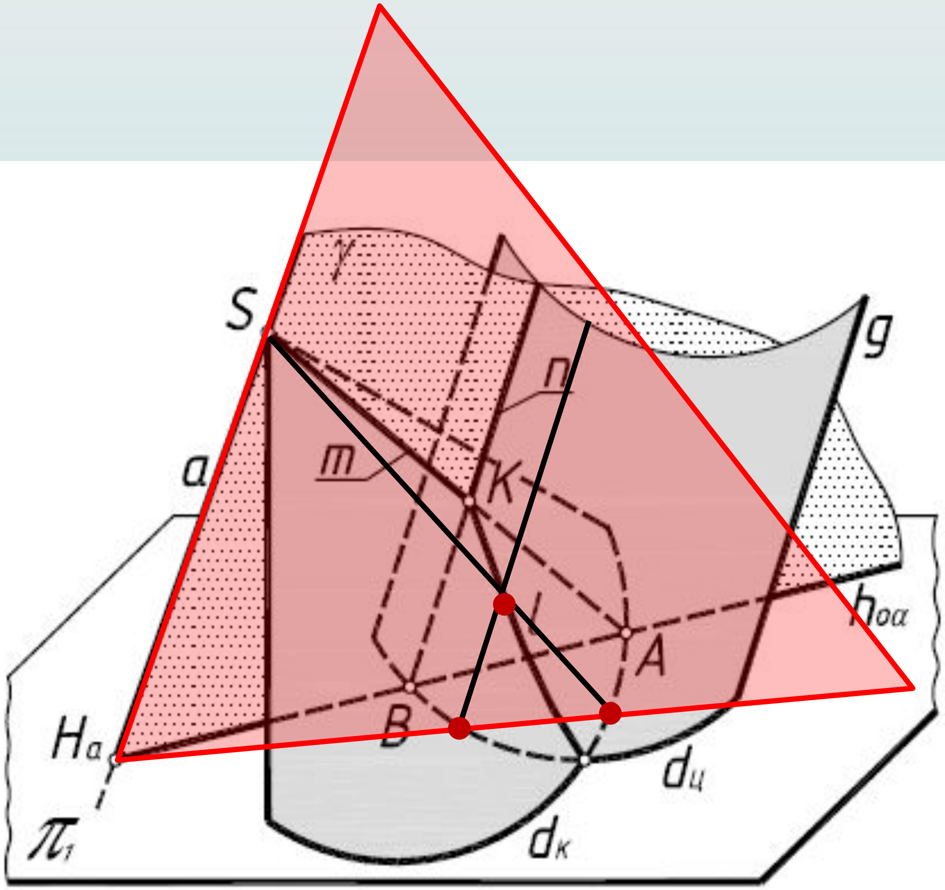


Рис. 8.6

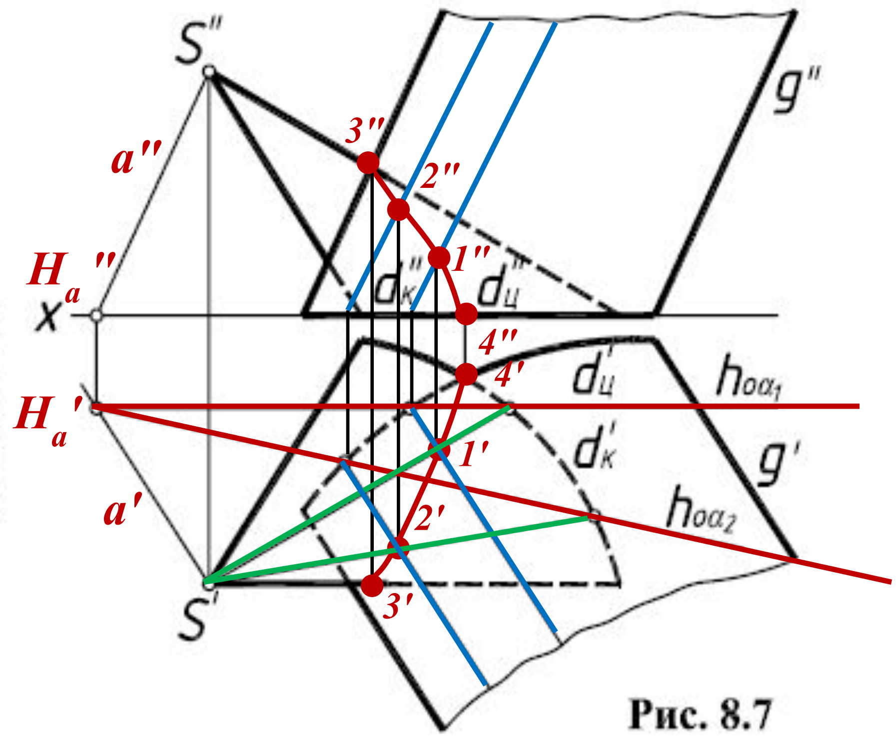


Рис. 8.7

Применение вспомогательных сфер при построении линии пересечения поверхностей

1. Способ концентрических сфер

Основание для применения способа – **соосные поверхности вращения пересекаются по окружностям** (общим параллелям)

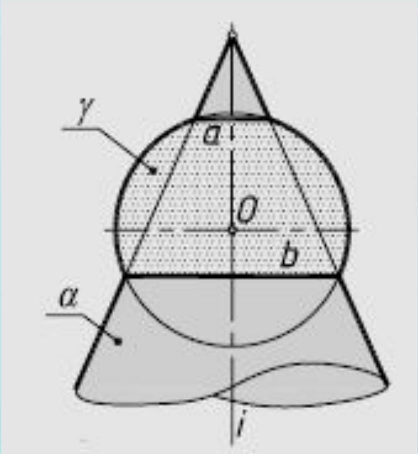


Рис. 8.8.

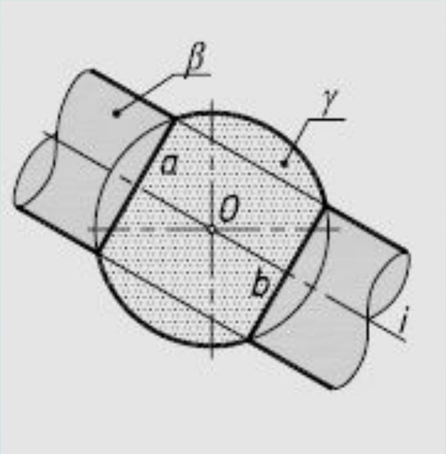
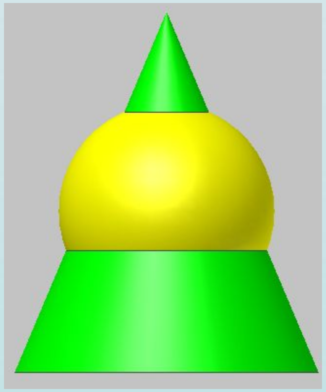
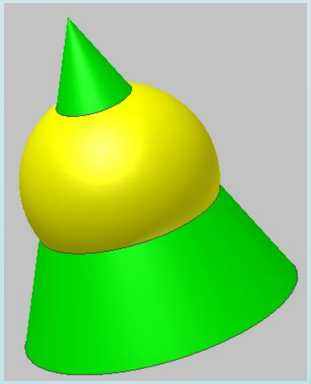
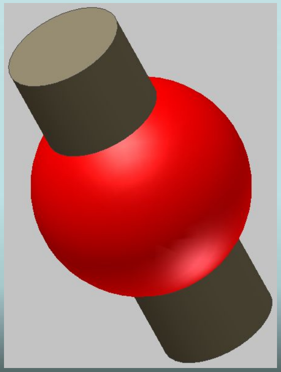
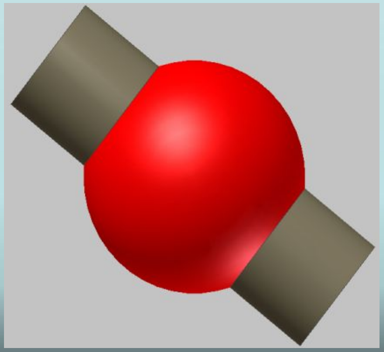


Рис. 8.9









Область применения способа:

1. Обе пересекающиеся поверхности – поверхности вращения
2. Оси поверхностей вращения пересекаются
3. Плоскость симметрии, определяемая осями поверхностей вращения,

параллельна какой-нибудь плоскости проекций

Центр вспомогательных концентрических сфер – точка пересечения осей пересекающихся поверхностей

Радиусы вспомогательных сфер – **от *R min* до *R max***

***R min* –** имеет большая из двух сфер, вписанных в пересекающиеся поверхности

***R max* –** имеет сфера, проходящая через наиболее удаленную точку пересечения меридианов пересекающихся поверхностей

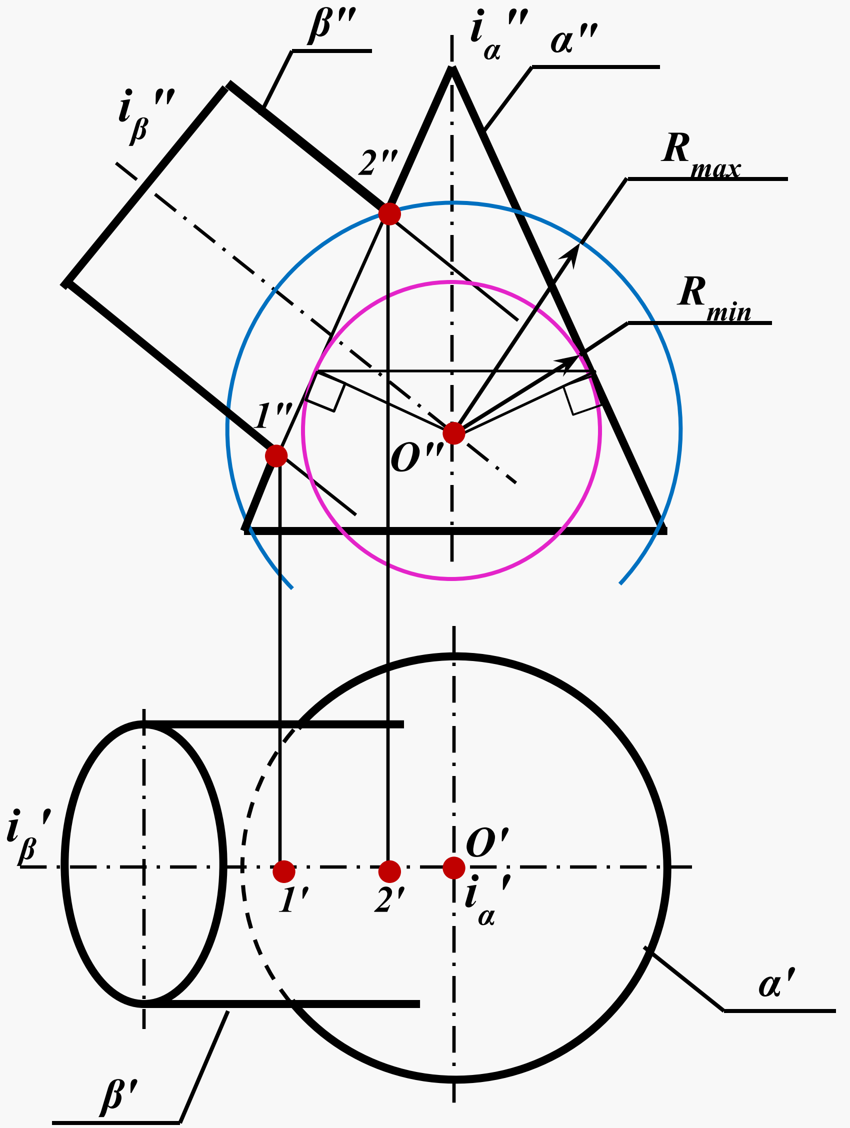
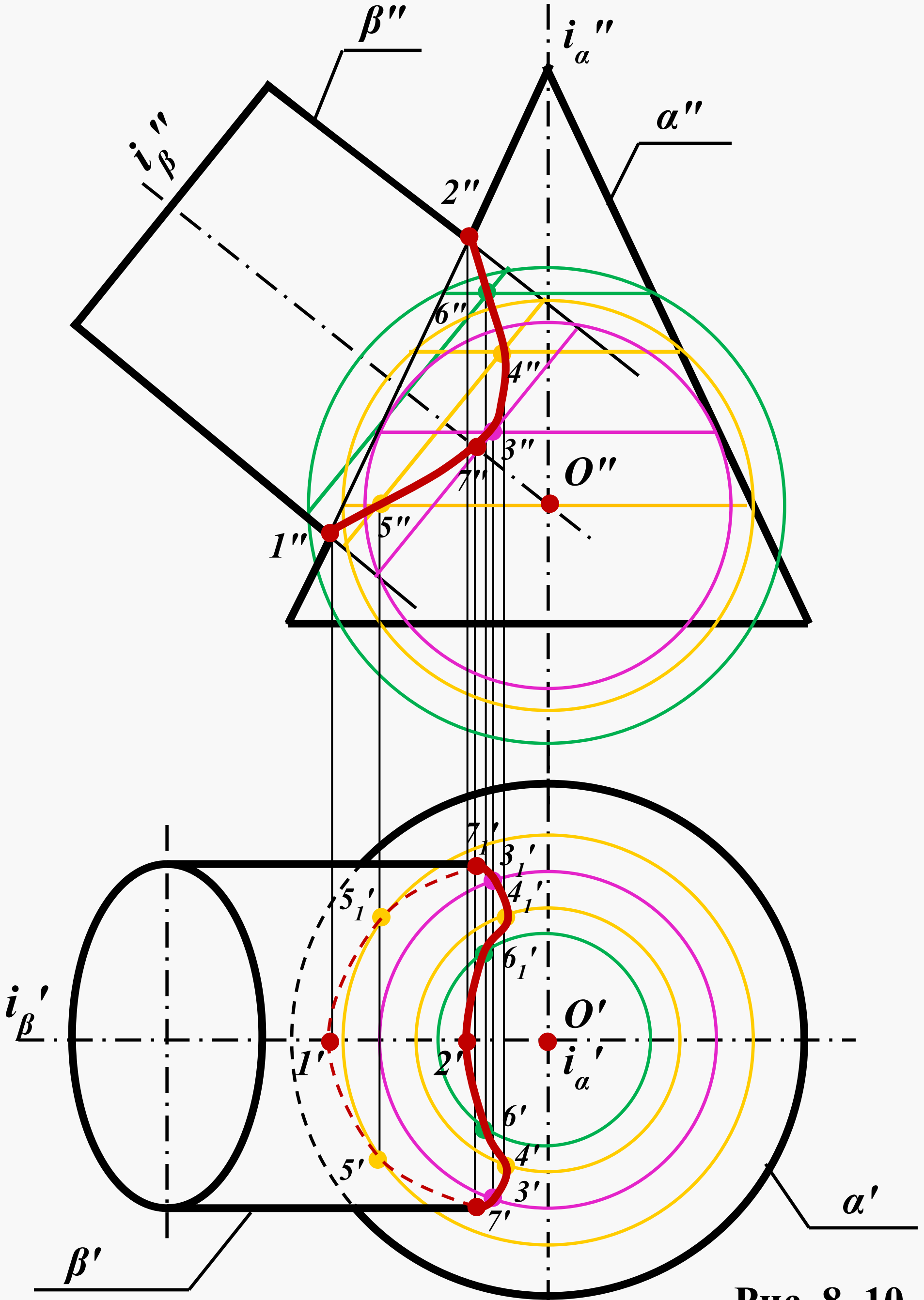
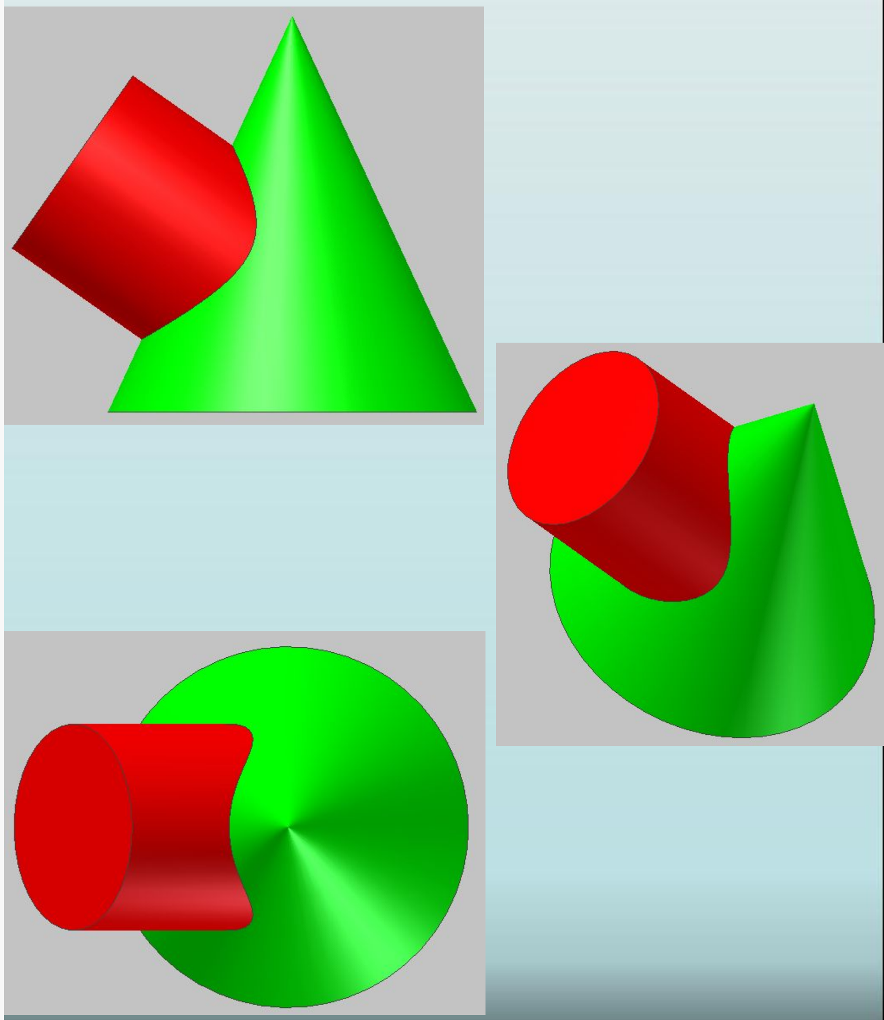


Рис. 8. 10

План решения задачи:

1. Определяют центр концентрических сфер
2. Характерные точки
3. Определяют ***R min*** и ***R max*** концентрических сфер
4. Определяют проекции линий пересечения вспомогательной сферы с заданными поверхностями
5. Определяют точку пересечения построенных линий
6. Задают вспомогательные сферы, повторяют п.п. 4, 5
7. Соединяют последовательно полученные точки
8. Определяют видимость линии пересечения


β''
i_α''
i_β''
α''
2''
6''
4''
3''
7''
O''
5''
1''
$7_1'$
$3_1'$
$5_1'$
$4_1'$
$6_1'$
i_β'
O'
1'
2'
i_α'
6'
4'
5'
3'
7'
α'
β'
Рис. 8. 10



2. Способ эксцентрических сфер

В основу способа положено обстоятельство, что одна и та же окружность *c* может принадлежать бесчисленному множеству сфер, центры которых находятся на перпендикуляре к плоскости окружности *c*

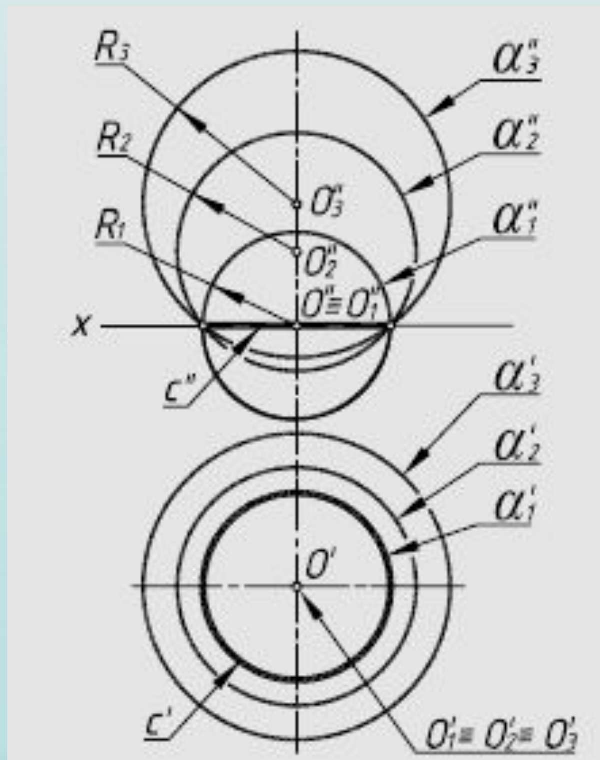


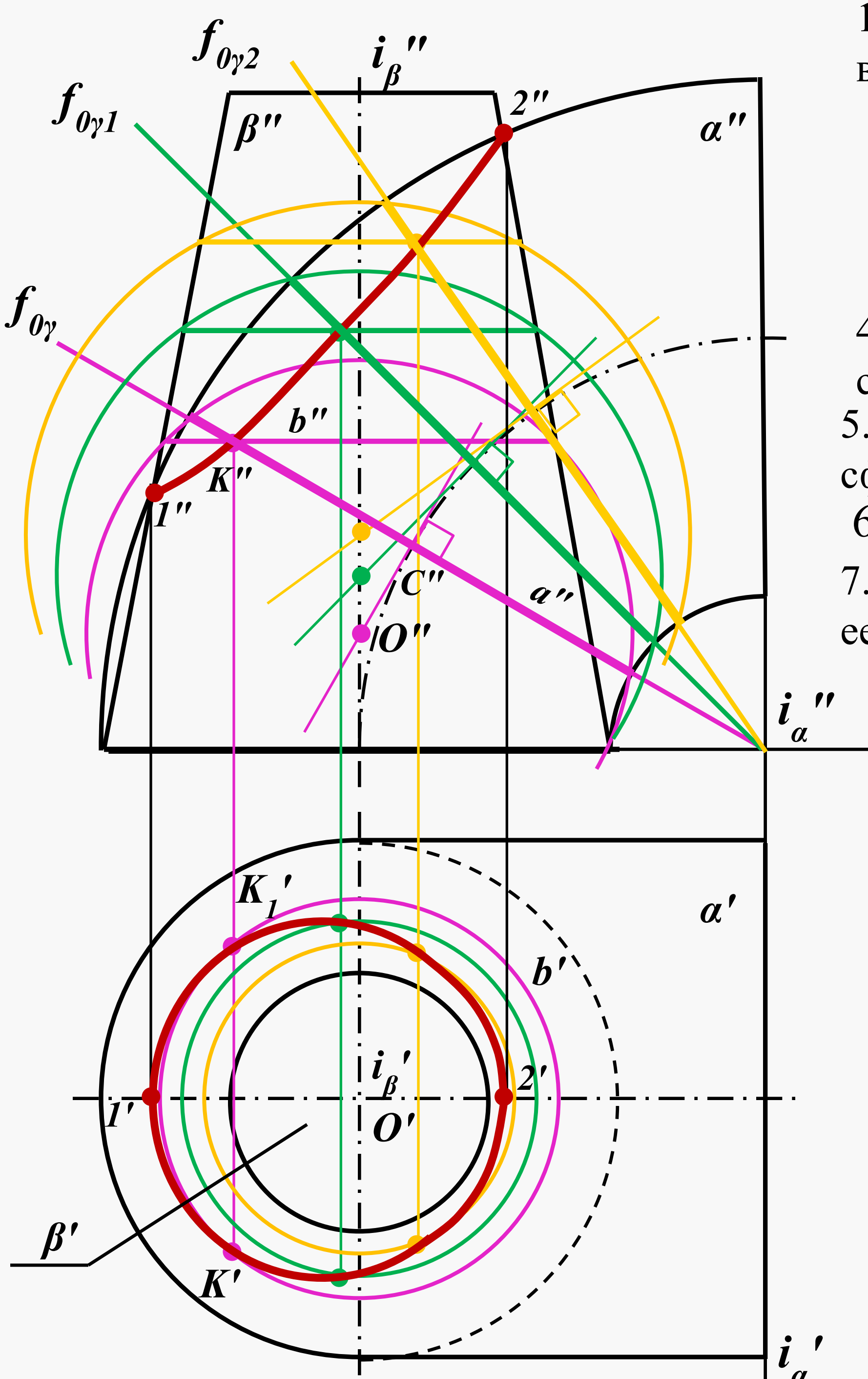
Рис. 8.11

Область применения способа:

1. Одна из пересекающихся поверхностей – **поверхность вращения**, вторая поверхность **содержит семейство круговых сечений**
2. Поверхности имеют **общую плоскость симметрии**
3. **Плоскость симметрии параллельна** одной из плоскостей проекций

Алгоритм построения линии пересечения поверхностей, используя способ эксцентрических сфер:

1. На поверхности с круговыми сечениями выбираем одно сечение ***а***
2. Через центр ***С*** кругового сечения ***а*** проводим перпендикуляр к плоскости кругового сечения
3. Отмечаем точку ***О*** пересечения перпендикуляра с осью поверхности вращения
4. Строим сферу с центром в точке ***О*** и содержащую круговое сечение ***а***
5. Строим линию ***в*** пересечения вспомогательной сферы с поверхностью вращения
6. Определяем точку ***К*** пересечения линий ***а*** и ***в***
7. Горизонтальную проекцию точки ***К*** находим по ее принадлежности линии ***в***



1. На поверхности с круговыми сечениями выбираем одно сечение ***а***

2. Через центр ***С*** кругового сечения ***а*** проводим перпендикуляр к плоскости кругового сечения

3. Отмечаем точку ***О*** пересечения перпендикуляра с осью поверхности вращения

4. Строим сферу с центром в точке ***О*** и содержащую круговое сечение ***а***

5. Строим линию ***в*** пересечения вспомогательной сферы с поверхностью вращения

6. Определяем точку ***К*** пересечения линий ***а*** и ***в***

7. Горизонтальную проекцию точки ***К*** находим по ее принадлежности линии ***в***

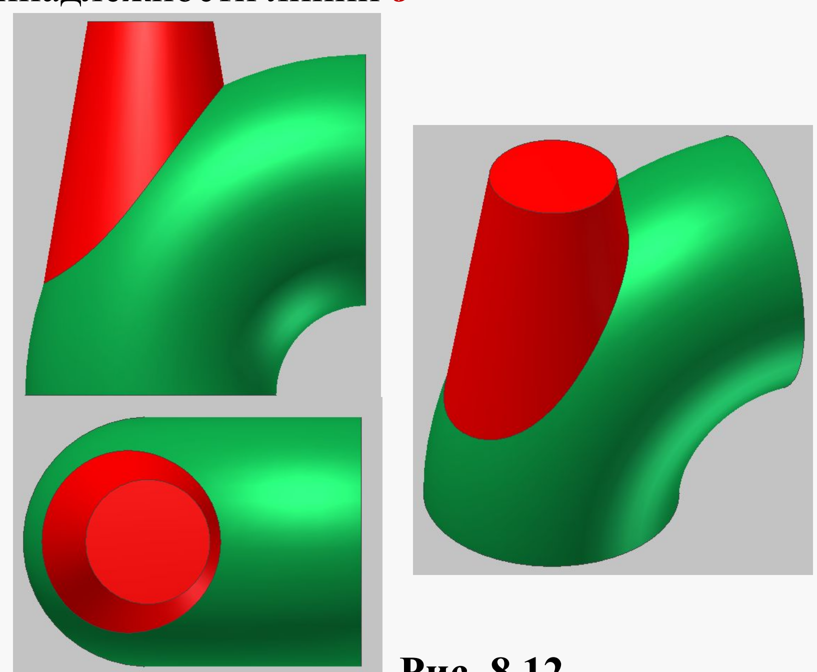


Рис. 8.12

ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Сумма порядков линий, на которые распадается кривая 4-го порядка, **равна порядку самой линии**

Конические поверхности с общей вершиной пересекаются по общим образующим

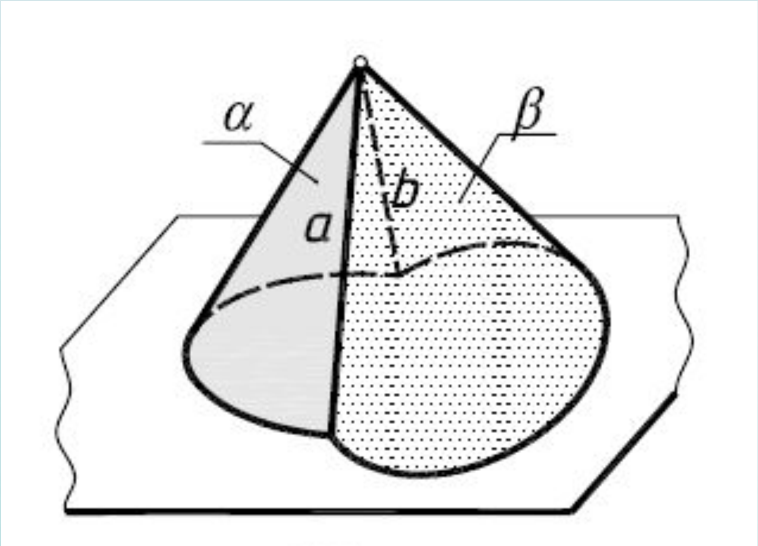
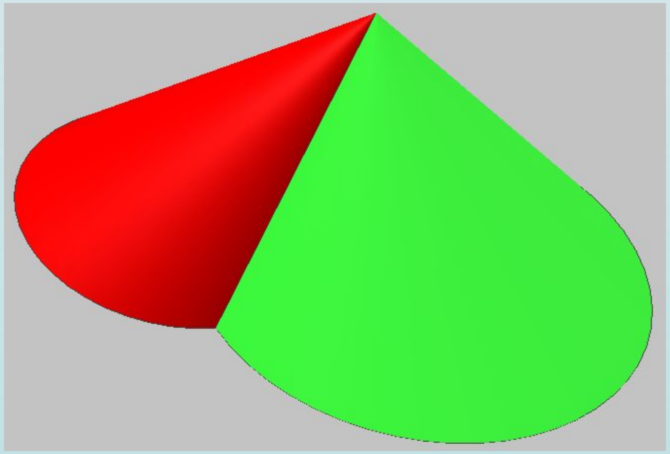
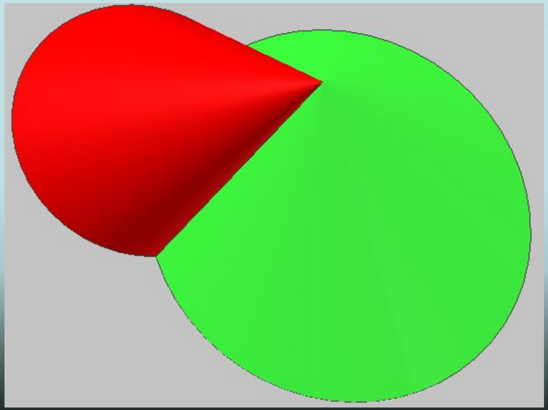


Рис. 8.13





Цилиндрические поверхности с параллельными образующими пересекаются по общим образующим

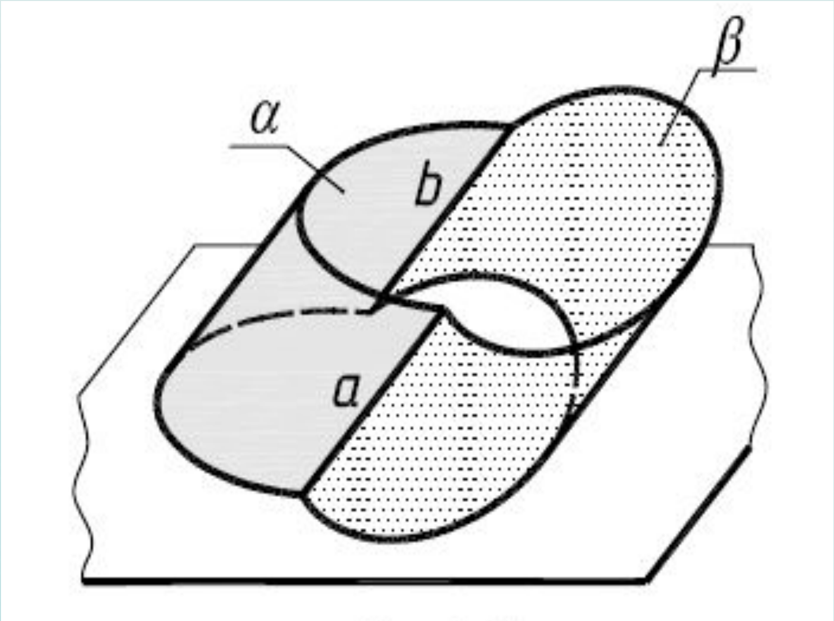
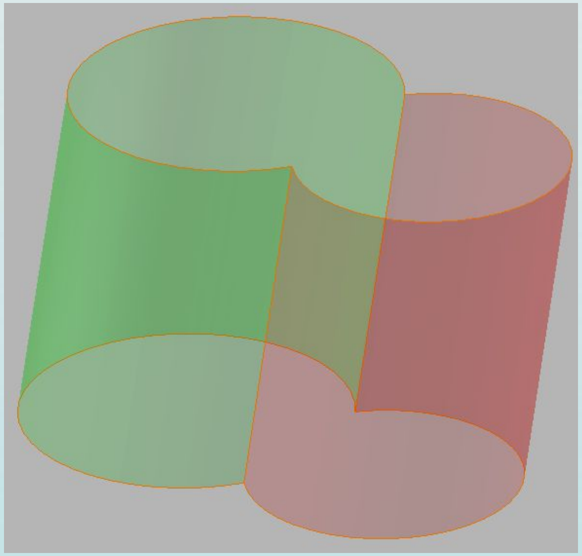
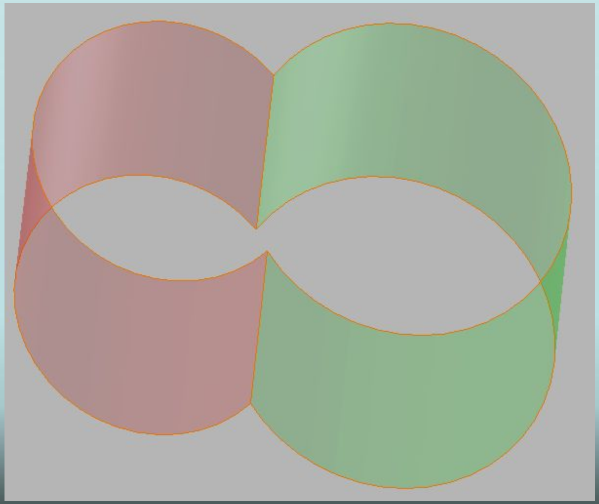


Рис. 8.14





ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Две соосные поверхности вращения ***α*** и ***β*** пересекаются по общим параллелям ***а*** и ***в***

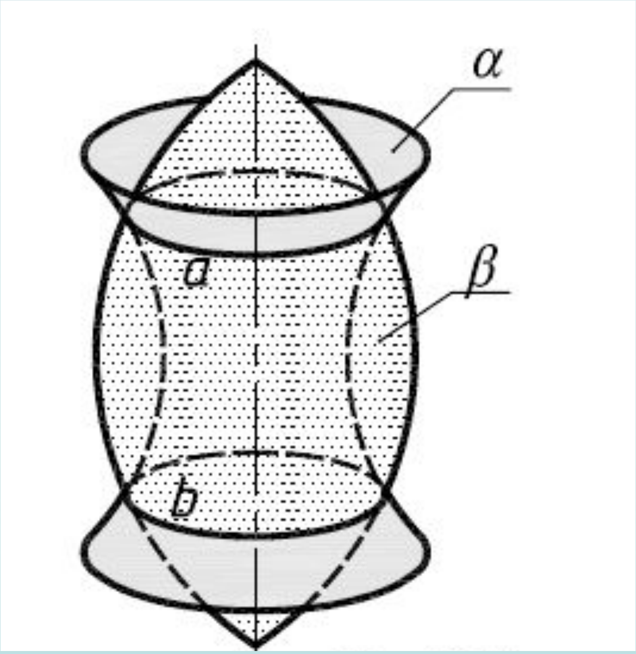


Рис. 8.15

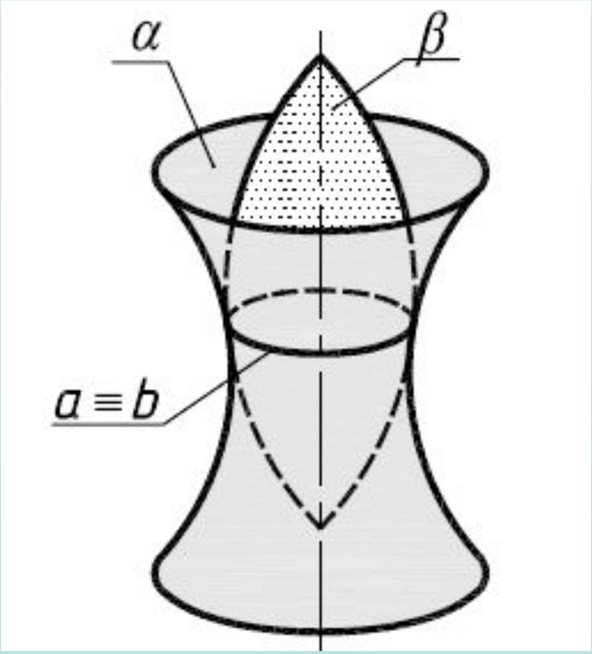


Рис. 8.16

ПОСТРОЕНИЕ ОЧЕРКА ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ

Для построения очерковых образующих поверхности вращения с наклонной осью в нее вписывается ряд вспомогательных сфер и очерковая линия строится как огибающая проекций этих сфер

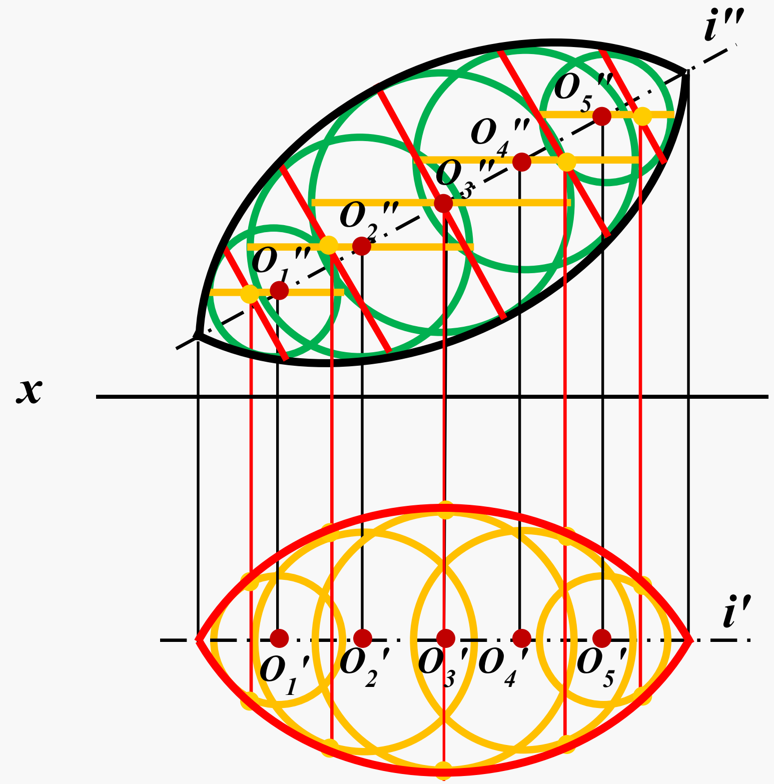


Рис. 8.17

Для построения поверхности конуса вращения с наклонной осью

необходимо вписать в конус сферу и построить очерковые образующие конуса

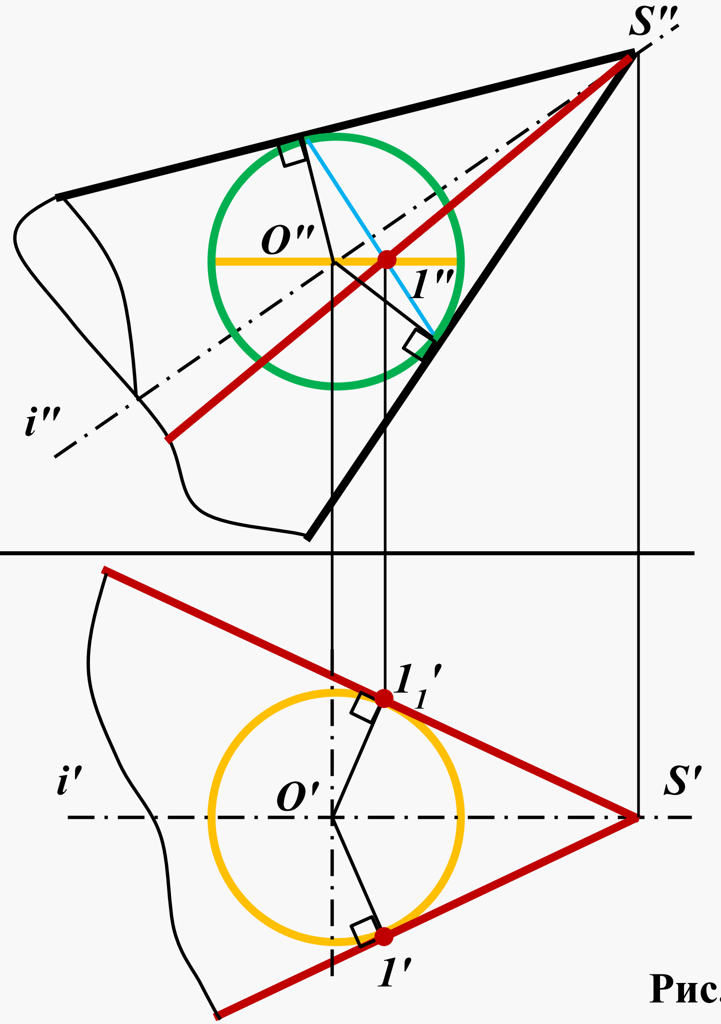


Рис. 8.18

ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Теорема. Если две поверхности второго порядка пересекаются по одной плоской кривой, то существует и другая плоская кривая , по которой они пересекаются

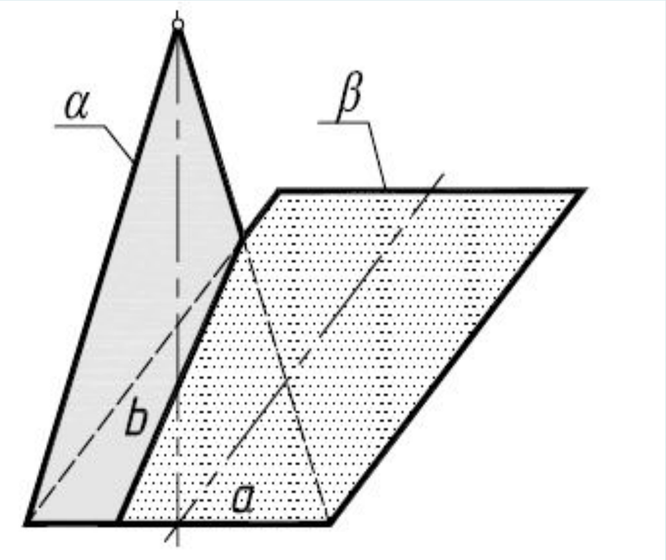
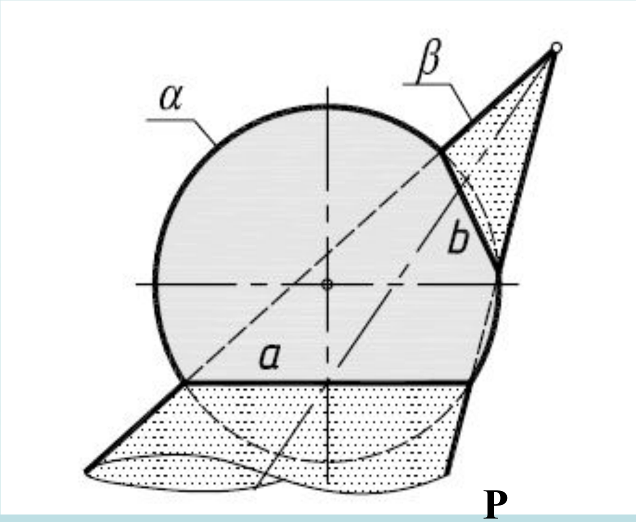


Рис. 8.19



Р

ис. 8.20

Теорема. Если две поверхности второго порядка имеют касание в двух точках ***A*** и ***B***, то линия их пересечения распадается на две плоские кривые второго порядка, плоскости которых проходят через отрезок ***AB*,** соединяющий точки касания

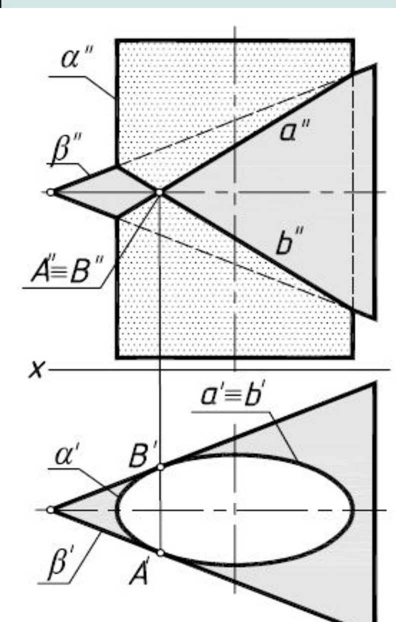
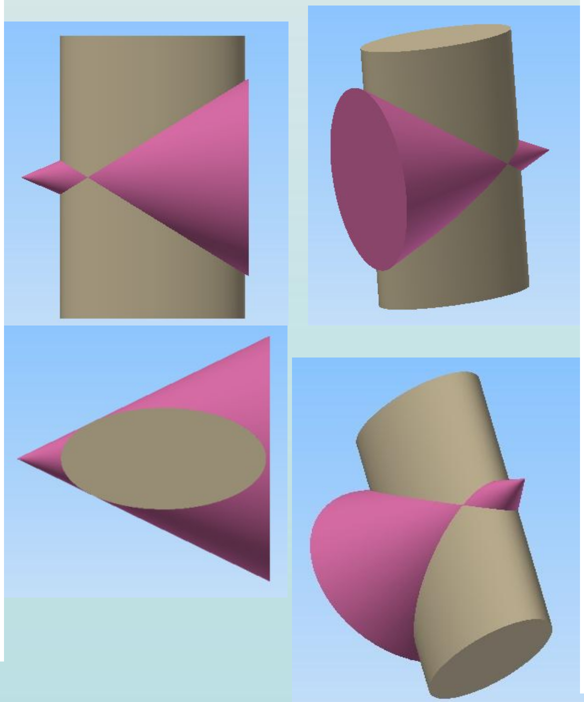


Рис.8.21



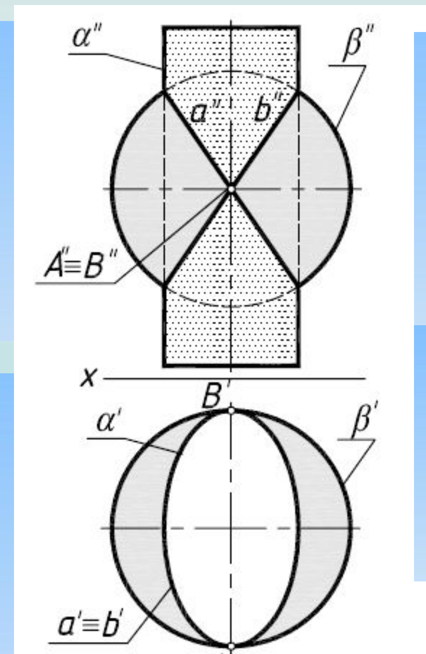
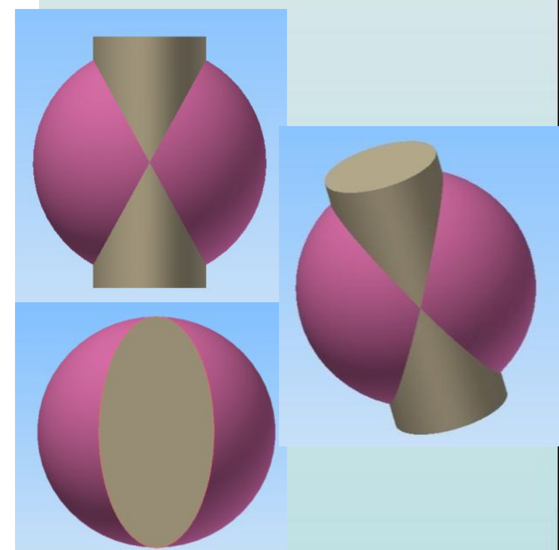
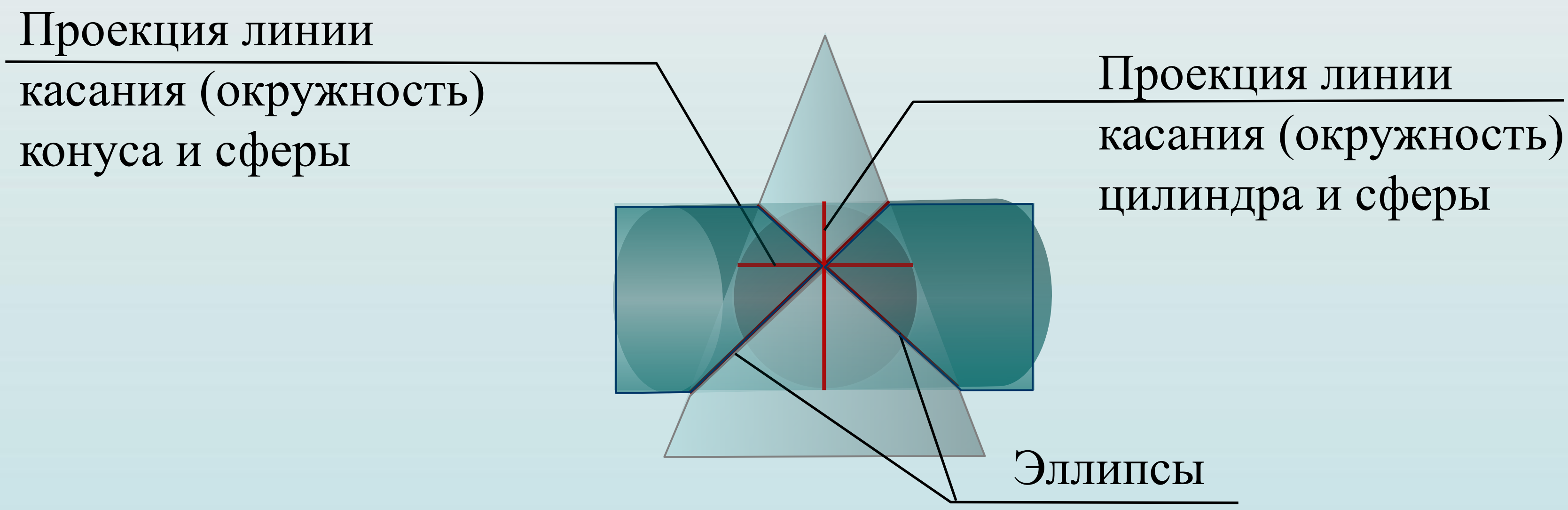


Рис.8.22

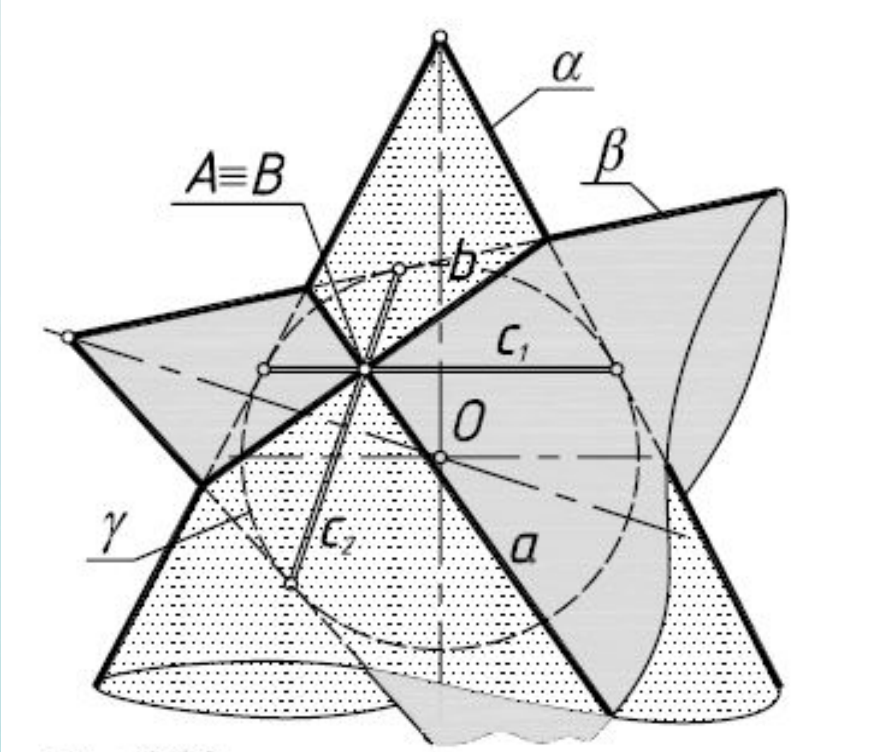


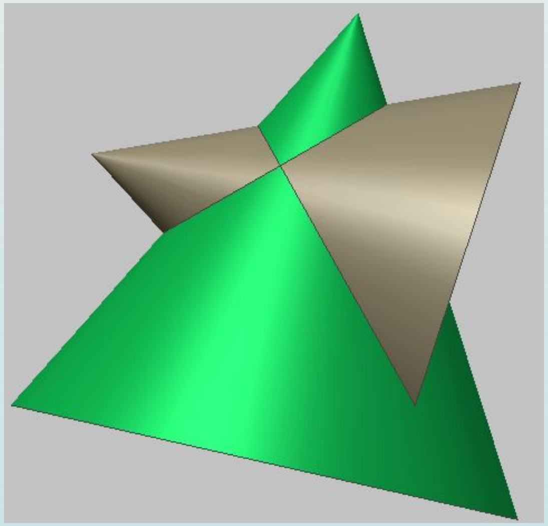
Теорема Монжа



Теорема Монжа. Если две поверхности второго порядка описаны около третьей поверхности второго порядка или вписаны в нее, то линия их пересечения распадается на две плоские кривые второго порядка. Плоскости этих кривых проходят через прямую, соединяющую точки линий касания

Теорема Монжа





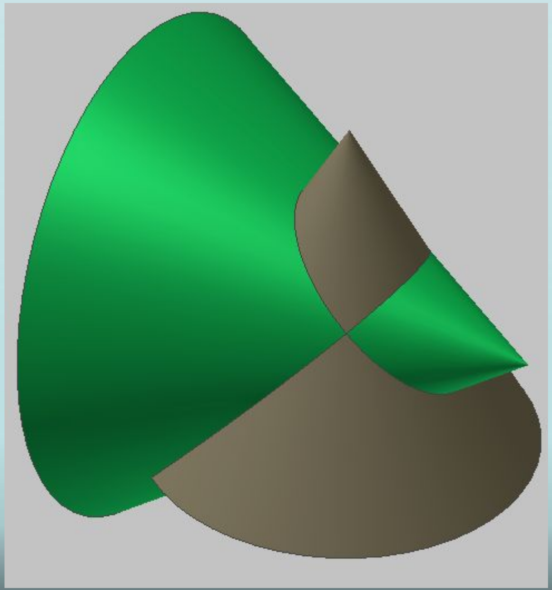


Рис. 8.23