Замечательные точки треугольника

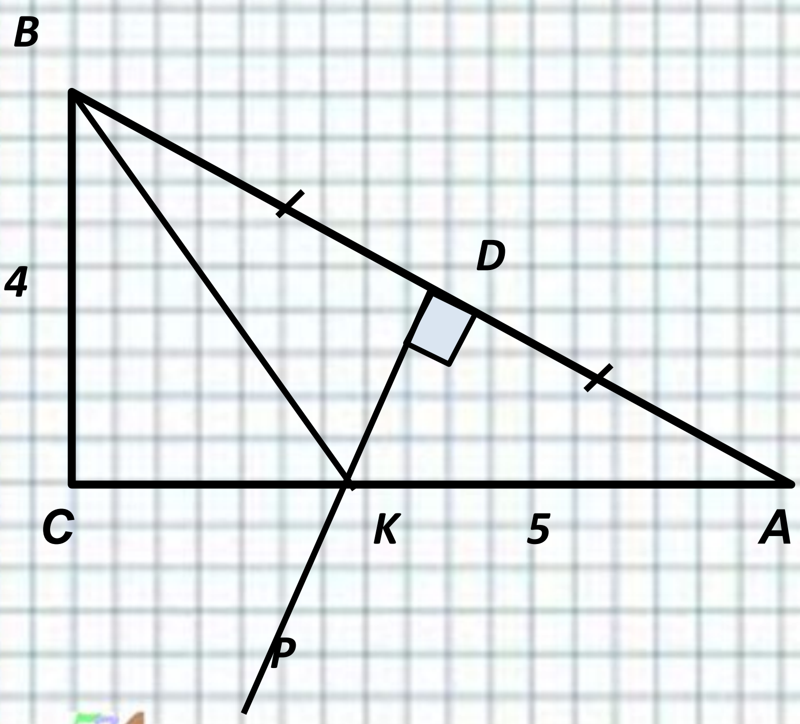
Урок 3.

Теорема о пересечении высот треугольника.

Цели:

- 1) Рассмотреть теорему о точке пересечения высот и следствие из неё;
- 2) Формировать умения применять известные знания в незнакомой ситуации, сравнивать, анализировать, обобщать.
- 3) Воспитывать ответственное отношение к обучению, умение оценивать свой труд, а также аккуратность, точность и внимательность при работе с чертёжными инструментами.

Устно: Найти: P_{BKC}, P_{ABC}.

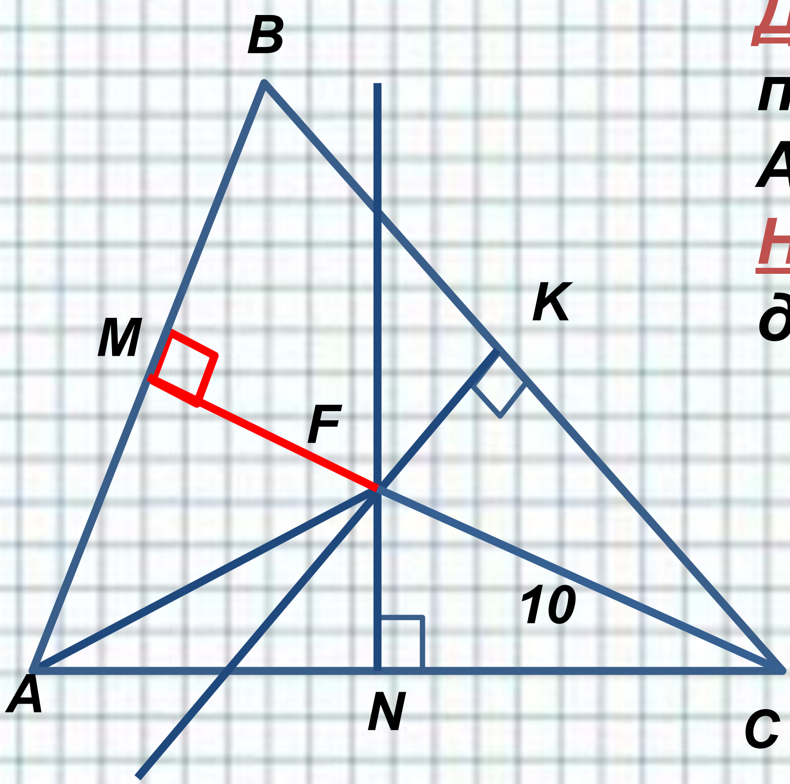


Решение:

1) ΔABK: DK-серединный перпендикуляр⇒BK=AK=5.
2) ΔBCK-египетский⇒CK=3.
3) CK=KD=3⇒DA=BD=4.
4) P_{BKC}=3+4+5=12, P_{ABC}=4+8+8=20

Ответ: 12, 20.

Устно:



Дано: ΔABC, FK, FN - серединные перпендикуляры.
AB = 16, CF = 10
Найти расстояние от точки F до стороны AB.

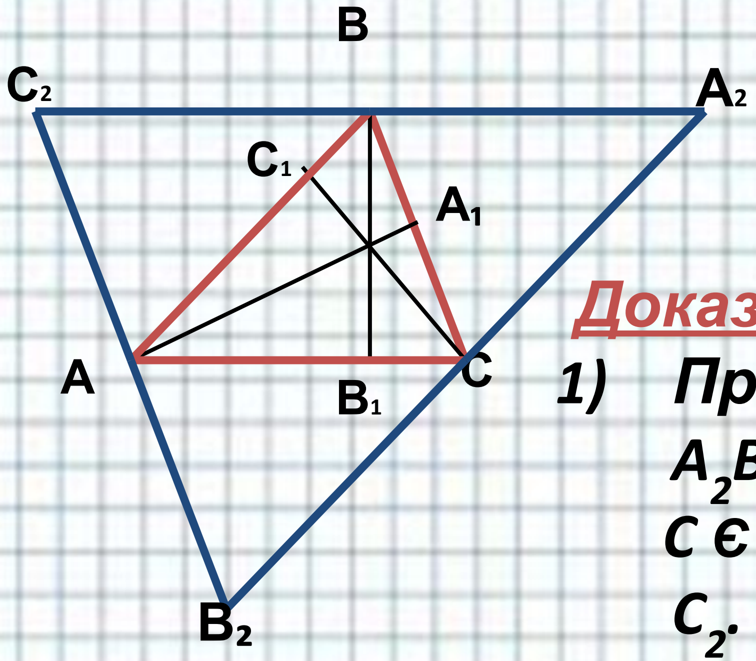
Решение:
1) FK, FN серединные перпендикуляры⇒MC также серединный перпендикуляр, ⇒AM=BM=8
2) FC=10⇒FB=AF=10.
3) Δ MFA: FA=10, AM=8⇒MF=6.
Ответ: 6.

«Геометрия является самым могущественным средством для изощрения наших умственных способностей и даёт нам возможность правильно мыслить и рассуждать»

Г.Галилей

– Сегодня мы продолжим изучение темы «Замечательные точки треугольника» и познакомимся с теоремой о точке пересечения высот в треугольнике.

Высоты треугольника (или их продолжения) пересекаются в одной точке.



Дано:

ΔABC, $AA_1 \perp BC$, $BB_1 \perp AC$, $CC_1 \perp AB$.

Доказать:

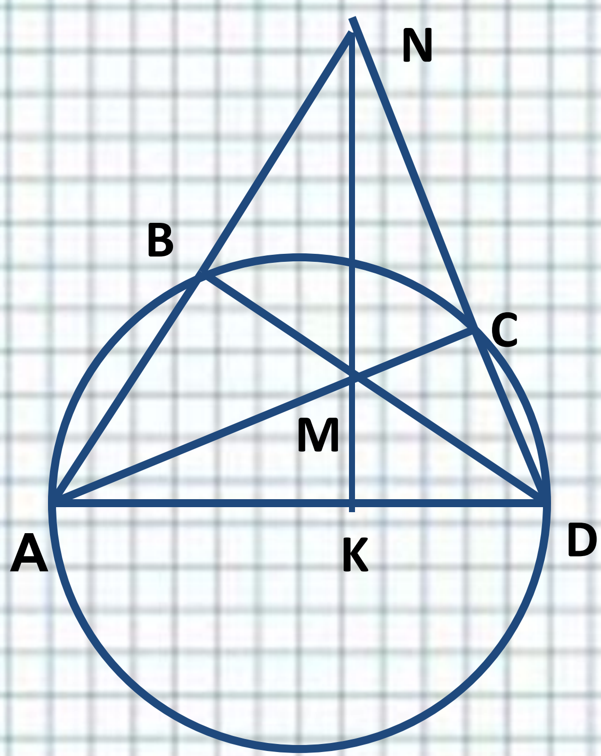
$O = AA_1 \cap BB_1 \cap CC_1$.

Доказательство:

1) Проведём: $C_2B_2 \parallel BC$, $A_2C_2 \parallel AC$, $A_2B_2 \parallel AB$ так, что $B \in A_2C_2$, $C \in A_2B_2$, $A \in B_2C_2$. Получим $\Delta\ A_2B_2C_2$.

2) $AB = A_2C$, $AB = C_2B_2$, точки A, B и C– середины сторон $\Delta\ A_2B_2C_2$, т.е. прямые AA_1, BB_1, CC_1-серединные перпендикуляры к сторонам $\Delta\ A_2B_2C_2 \Rightarrow O = AA_1 \cap BB_1 \cap CC_1$.

1. Решить устно:



Дано:

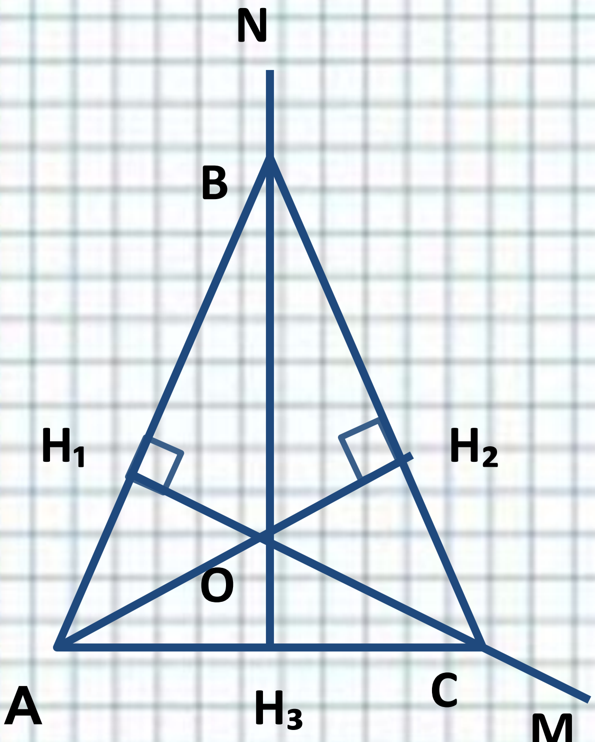
Дуга AD – полуокружность.
Доказать: $MN \perp AD$.

Доказательство:

1) В ΔABD: $\angle B=90^\circ \Rightarrow BD$-высота ΔAND.
2) В ΔACD: $\angle C=90^\circ \Rightarrow AC$-высота ΔAND.
3) $M=AC\cap BD \cap NK \Rightarrow NK$- тоже является высотой $\Delta AND \Rightarrow MN \perp AD$.

№ 677.

Доказательство:

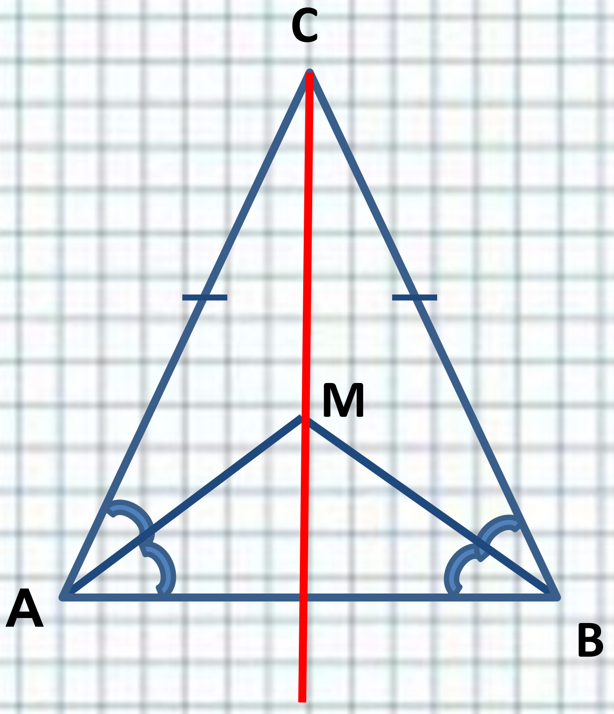


1) <ABO = 180° – <ABN = 180° – <CBN = <CBO, то есть BO – биссектриса <ABC, аналогично CO – биссектриса <ACB.

2) По теореме о биссектрисе угла точка O равноудалена от сторон AB, BC, AC. Поэтому, $OH_1 = OH_2 = OH_3$,
где $OH_1 \perp AB$, $OH_2 \perp BC$, $OH_3 \perp AC$.

3) Получили, что AB, BC, AC – касательные к окружности с центром в точке O и радиусом

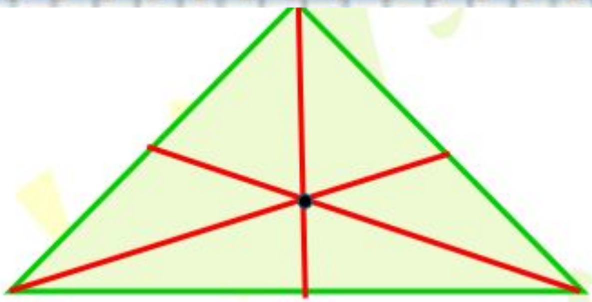
№ 684



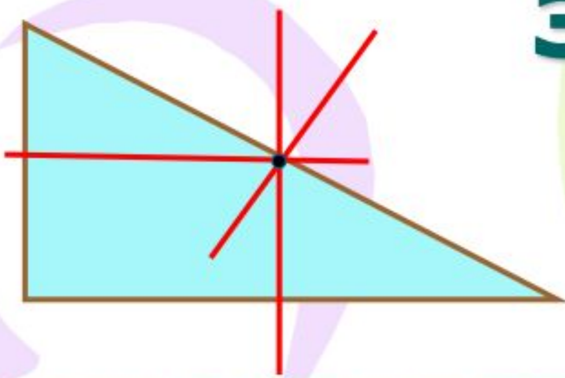
Доказательство:

1) По свойству углов при основании равнобедренного треугольника <CAB = <CBA. Тогда <MAC = <MAB = <CAB = <CBA = <MBC = <MBA.
2) Δ MAB – равнобедренный, AM = BM и точка M лежит на серединном перпендикуляре к AB.
3) Так как AC = CB, то точка C также лежит на серединном перпендикуляре к AB. Поэтому CM ⊥ AB.

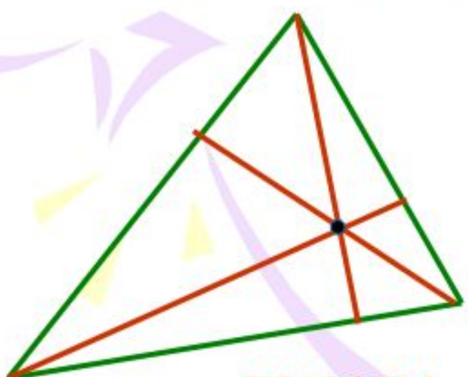
Четыре замечательные точки треугольника



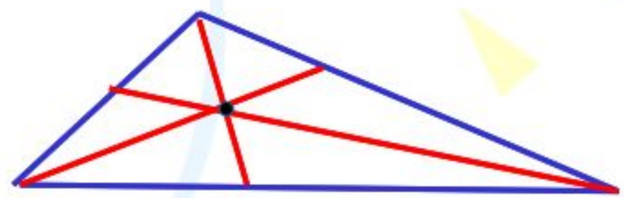
медианы



серединные перпендикуляры



высоты



биссектрисы