

# Параллельные прямые в пространстве

## Урок геометрии в 10 классе



Автор: Пахомова Елена Анатольевна  
учитель математики  
МБОУ СОШ №18 г.Белгорода



# РАССМОТРИТЕ КАРТИНКИ И СДЕЛАЙТЕ ВЫВОД, О ЧЕМ ПОЙДЕТ РЕЧЬ НА УРОКЕ



# ТЕМА УРОКА

## ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ В ПРОСТРАНСТВЕ

Цели:

Рассмотреть взаимное расположение двух прямых в пространстве.

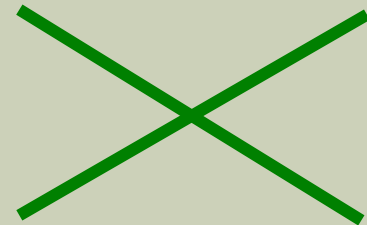
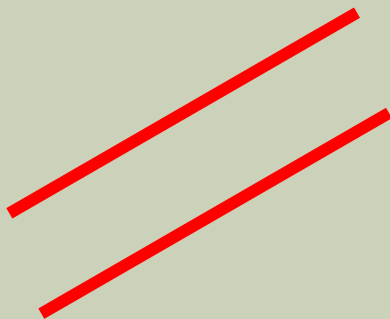
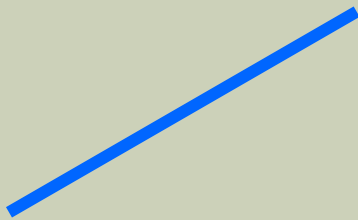
Ввести понятие параллельных и скрещивающихся прямых.

Доказать теоремы о параллельности прямых и параллельности трех прямых.

Закрепить эти понятия на моделях куба, призмы, пирамиды.

# ВСПОМНИМ ПЛАНИМЕТРИЮ

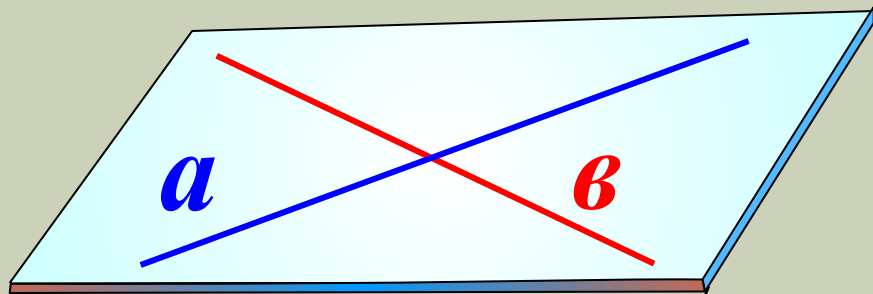
- Каково расположение двух прямых на плоскости?



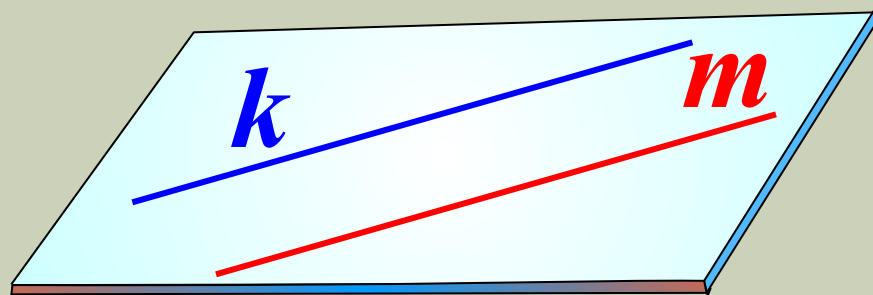
- Какие прямые в планиметрии называются параллельными?



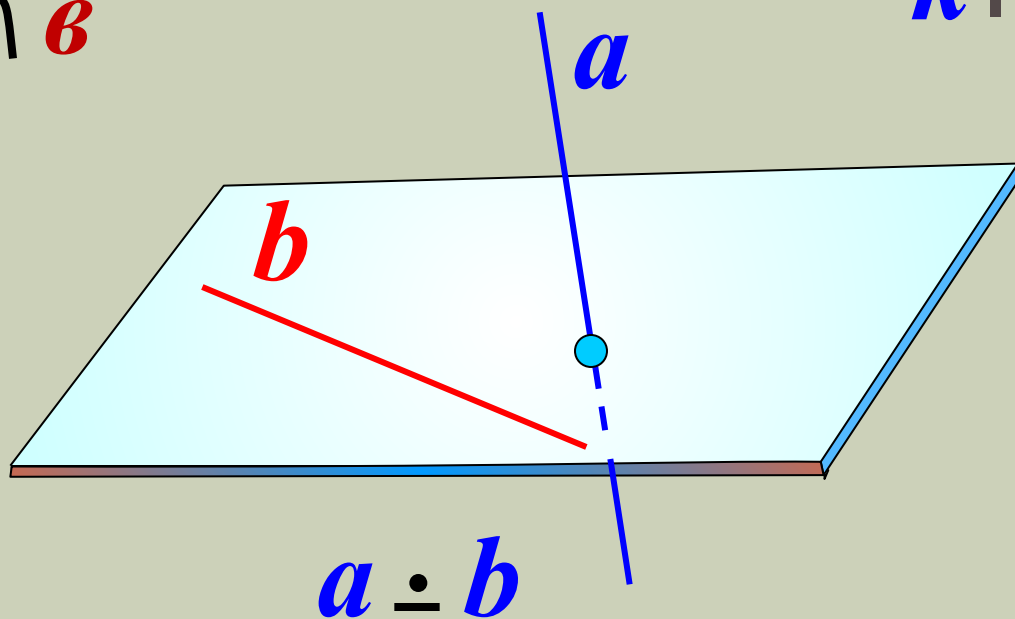
# Три случая взаимного расположения прямых в пространстве



$a \cap b$



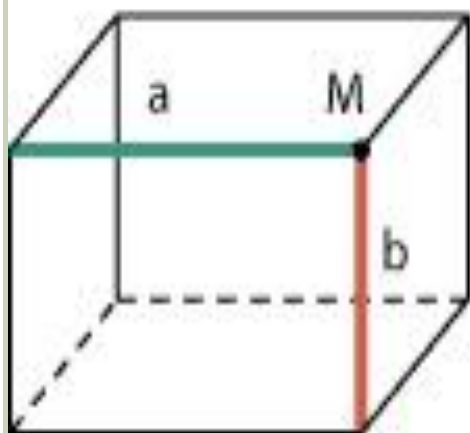
$k \parallel m$



$a \perp b$

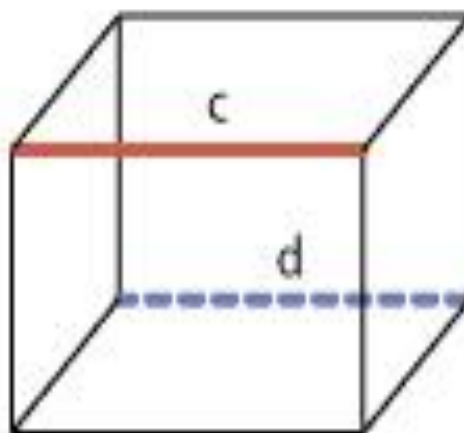


# РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ (ТРИ СЛУЧАЯ)



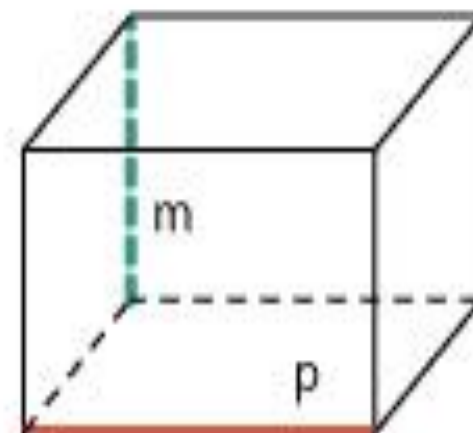
пересекаются

$$a \cap b = M$$



параллельны

$$c \parallel d$$

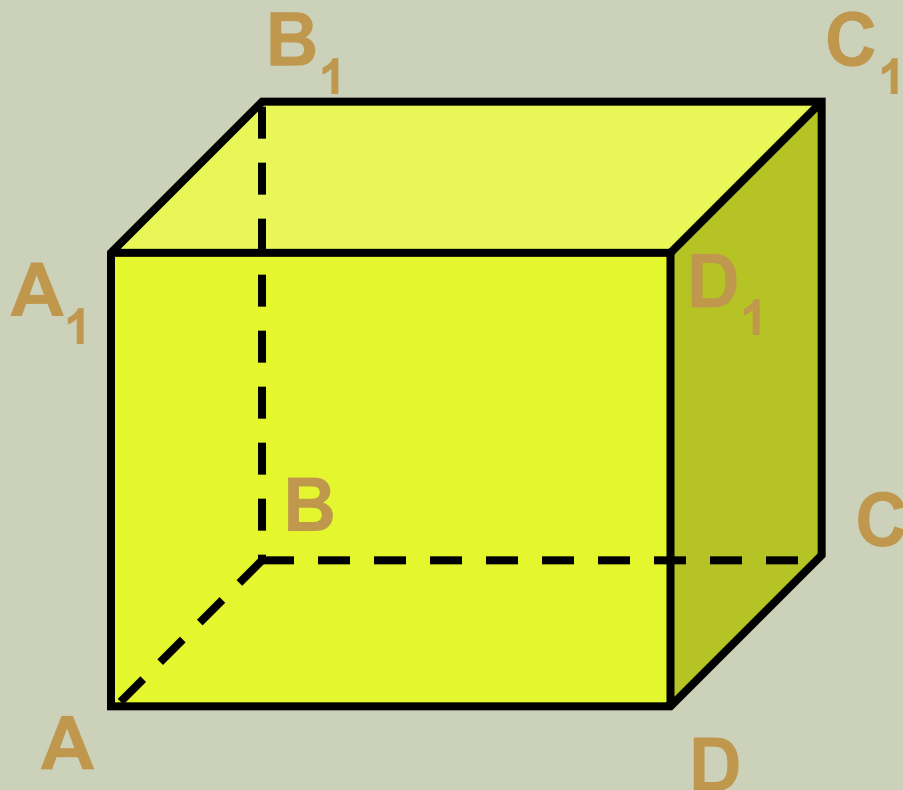


скрещиваются

$$m \neq p$$

**Две прямые в пространстве параллельны друг другу, пересекаются или скрещиваются.**

# ВЫЯСНИ ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ



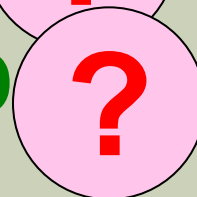
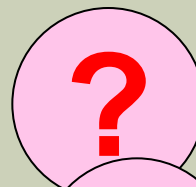
$$AB \parallel CD$$

$$B_1C \cap C_1C$$

$$AD_1 \cap A_1D$$

$$BC \text{ и } AA_1$$

$$B_1C_1 \text{ и } A_1D$$



# КАКИЕ ПРЯМЫЕ В ПРОСТРАНСТВЕ НАЗЫВАЮТСЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ?

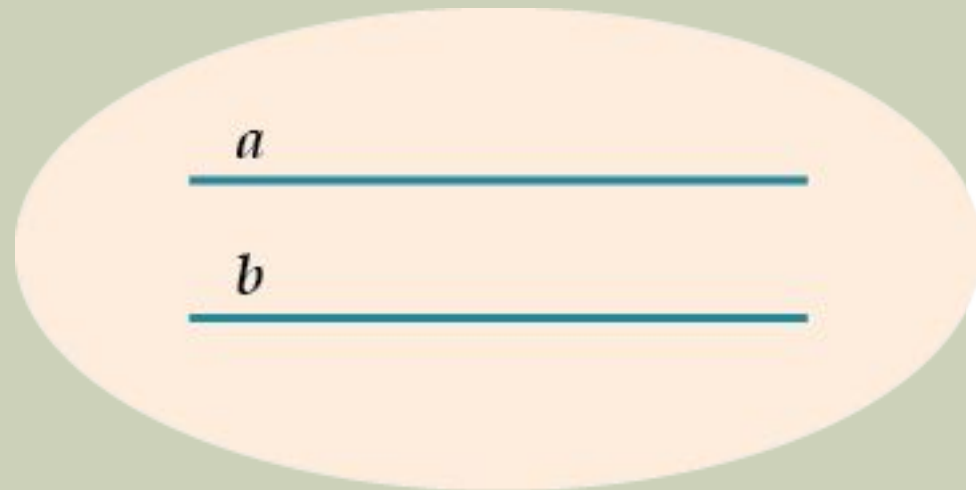
## Определение

Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются

$a \parallel b$  если

$a \in \alpha, b \in \alpha$

$a \nabla b$



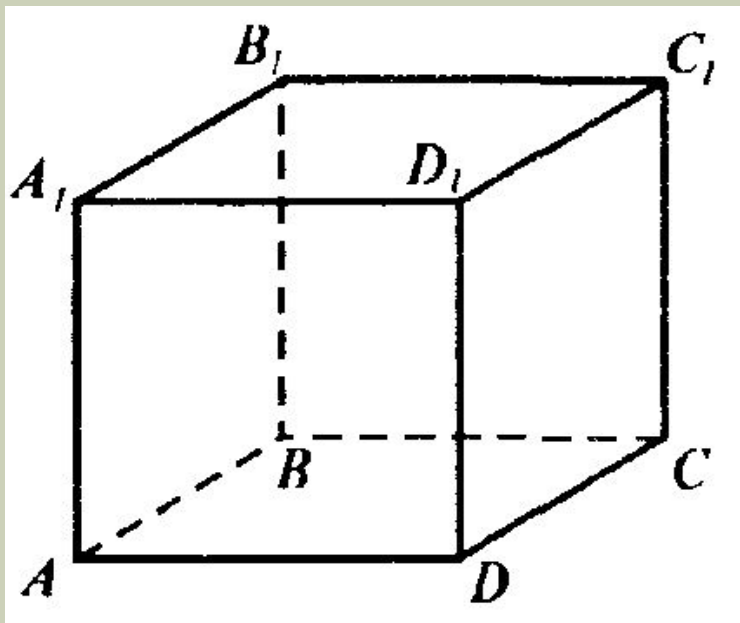


# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

1

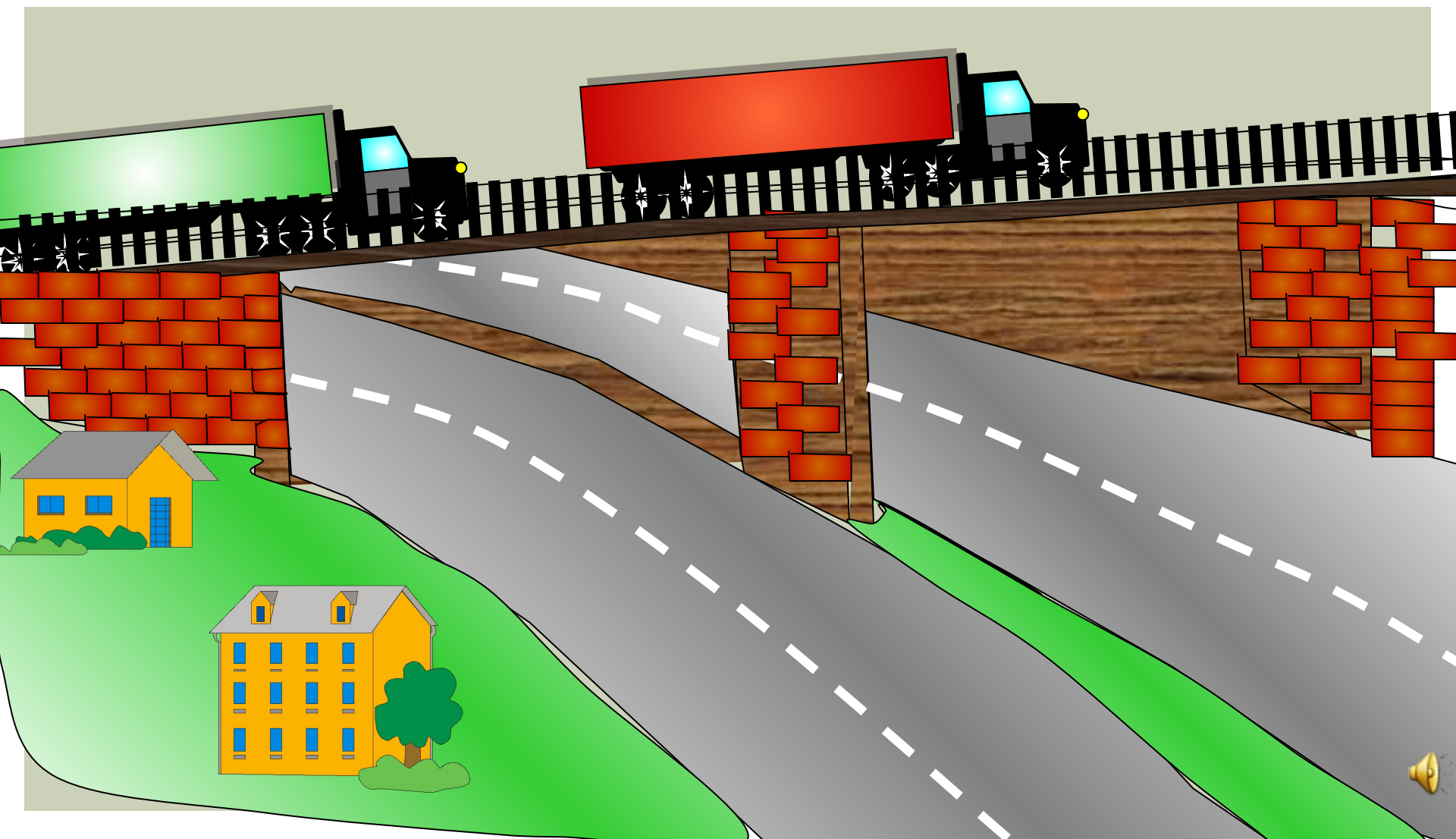
Дан куб. Являются ли параллельными прямые:

- 1)  $AA_1$  и  $DD_1$ ,  $AA_1$  и  $CC_1$ ? Ответ обоснуйте.
- 2)  $AA_1$  и  $DC$ ? Они пересекаются?



Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.

Наглядное представление о скрещивающихся прямых дают две дороги, одна из которых проходит по эстакаде, а другая под эстакадой.



$$a \div b$$

*a*

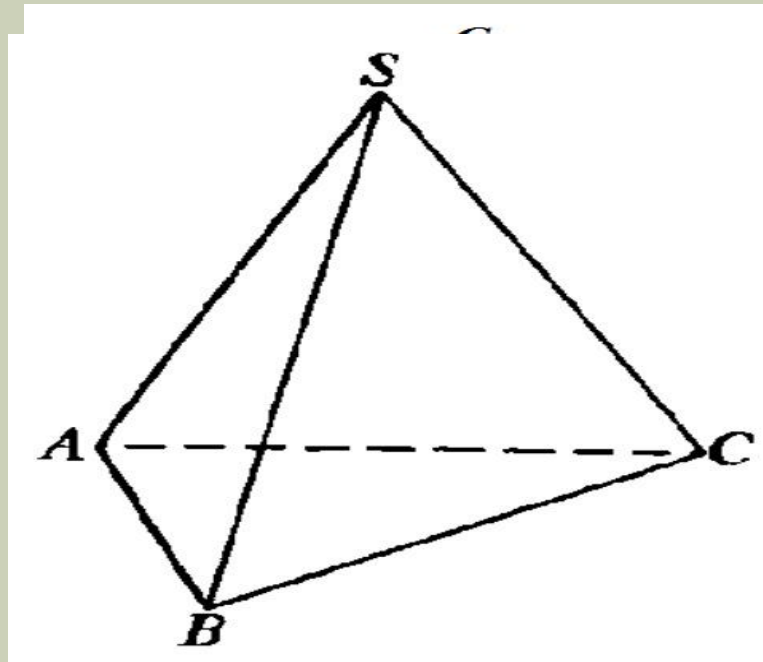
*b*



2

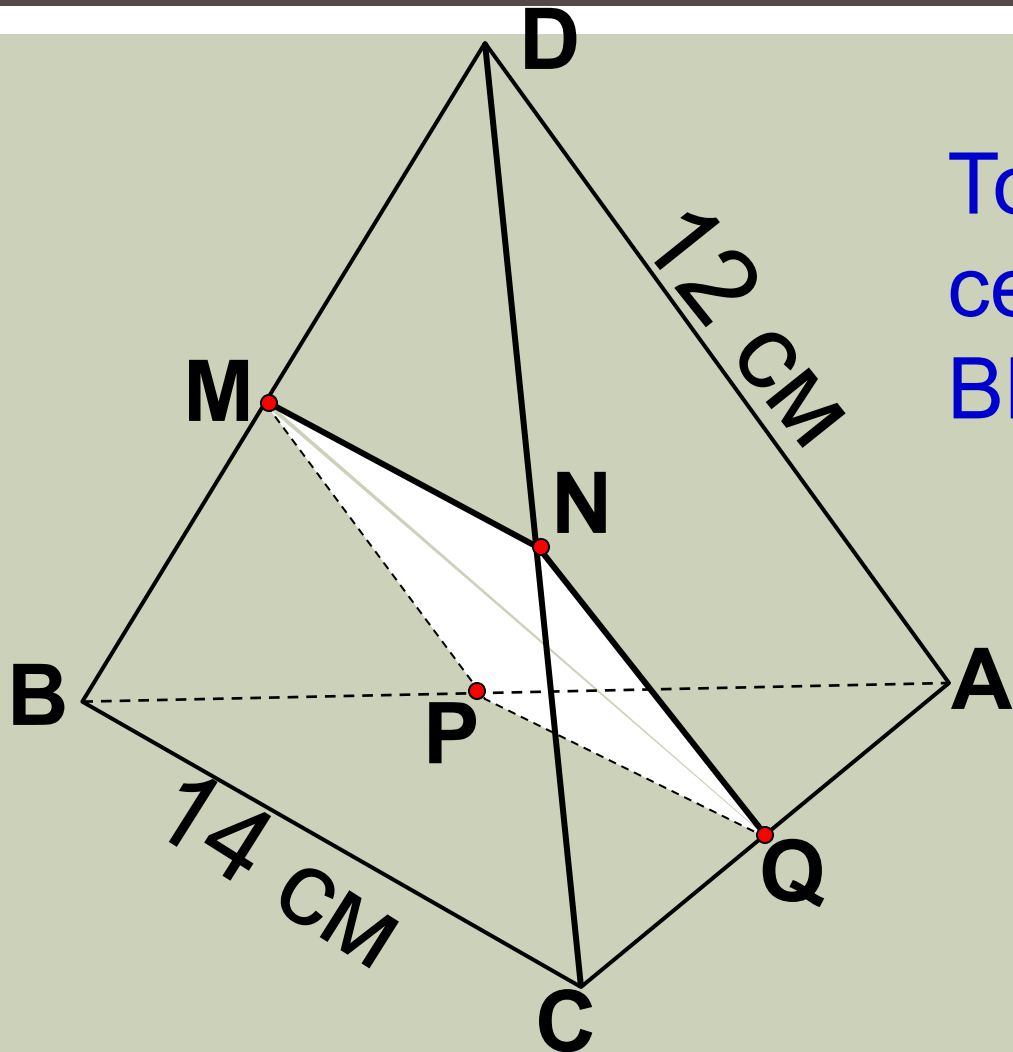
По рисункам назовите:

- 1) пары скрещивающихся ребер;
- 2) пары параллельных ребер.



# РАБОТА ПО УЧЕБНИКУ

стр.13 № 17

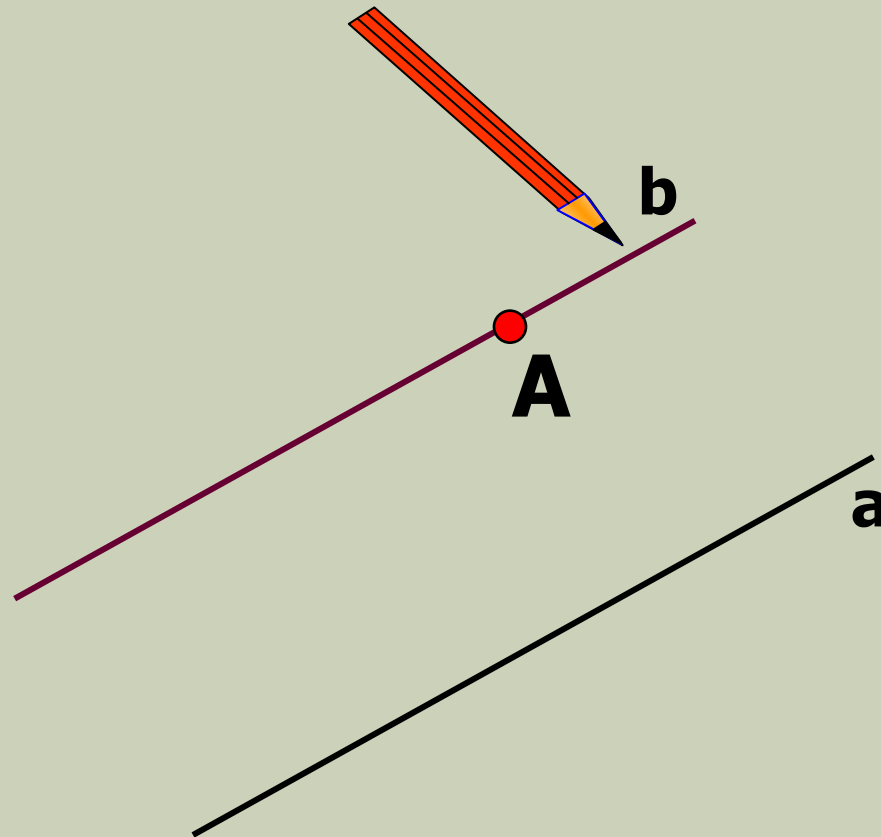


Точки M, N, P и Q –  
середины отрезков  
BD, CD, AB и AC.

$P_{MNQP} - ?$

# ПОВТОРИМ ПЛАНИМЕТРИЮ. Аксиома параллельности.

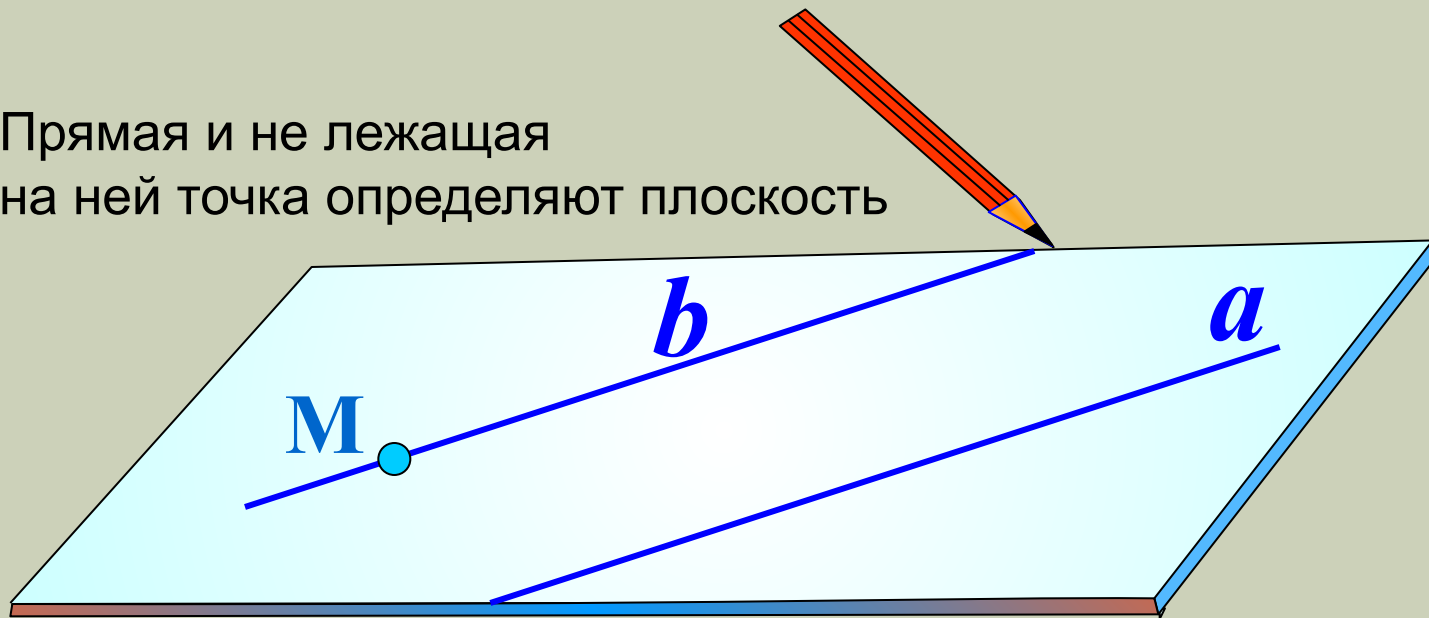
Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.



Аксиома параллельности поможет доказать теорему о параллельных прямых

**Теорема.** Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.

Прямая и не лежащая  
на ней точка определяют плоскость

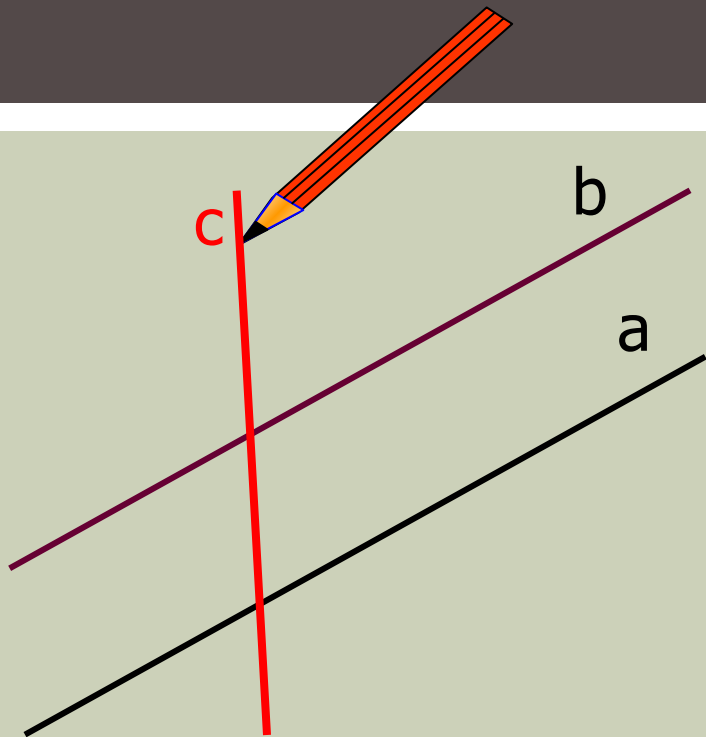


Показать (2)



## ПОВТОРИМ ПЛАНИМЕТРИЮ.

### Следствие из аксиомы параллельности.



Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

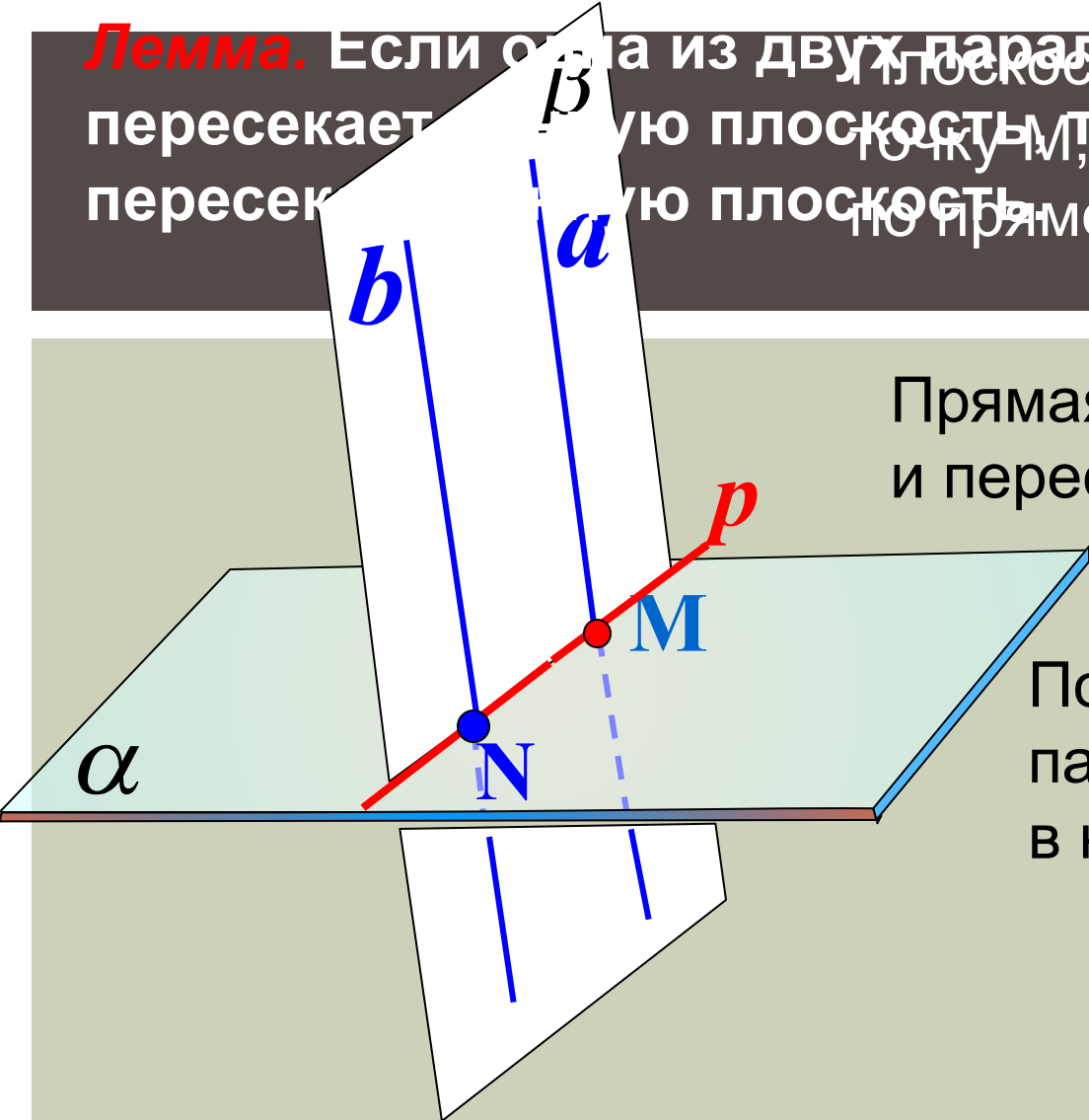
$$a \parallel b, c \cap b \Rightarrow c \cap a$$

**Это следствие из аксиомы параллельности поможет доказать лемму о параллельных прямых**



**Лемма.** Если одна из двух параллельных прямых пересекает одну плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.

Если одна из двух параллельных прямых  $a$  и  $b$  имеет общую точку  $M$ , значит они пересекаются по прямой ( $A_3$ )

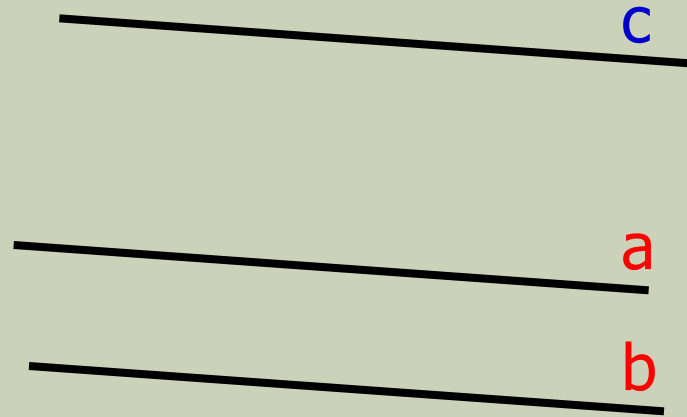


Прямая  $r$  лежит в плоскости  $\beta$  и пересекает прямую  $a$  в т.  $M$ .

Поэтому она пересекает и параллельную ей прямую  $b$  в некоторой точке  $N$ .

Прямая  $r$  лежит также в плоскости  $\alpha$ , поэтому  $N$  – точка плоскости  $\alpha$ . Значит,  $N$  – общая точка прямой  $b$  и плоскости  $\alpha$ .

ПОВТОРИМ ПЛАНИМЕТРИЮ.  
Следствие из аксиомы параллельности.



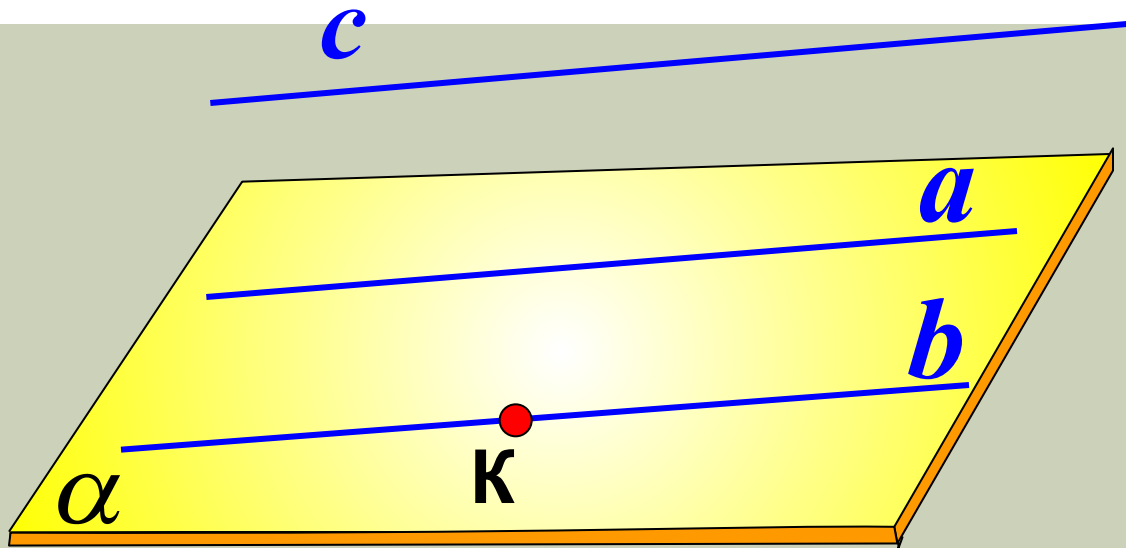
Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

$$a \parallel c, b \parallel c \Rightarrow a \parallel b$$

Аналогичное утверждение имеет место и для трех прямых в пространстве.

## Теорема

Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.



$a \parallel c, b \parallel c$

Докажем, что  $a \parallel b$

Докажем, что  $a$  и  $b$

- 1) Лежат в одной плоскости
- 2) не пересекаются

1) Точка  $K$  и прямая  $a$  определяют плоскость. Докажем, что прямая  $b$  лежит в этой плоскости

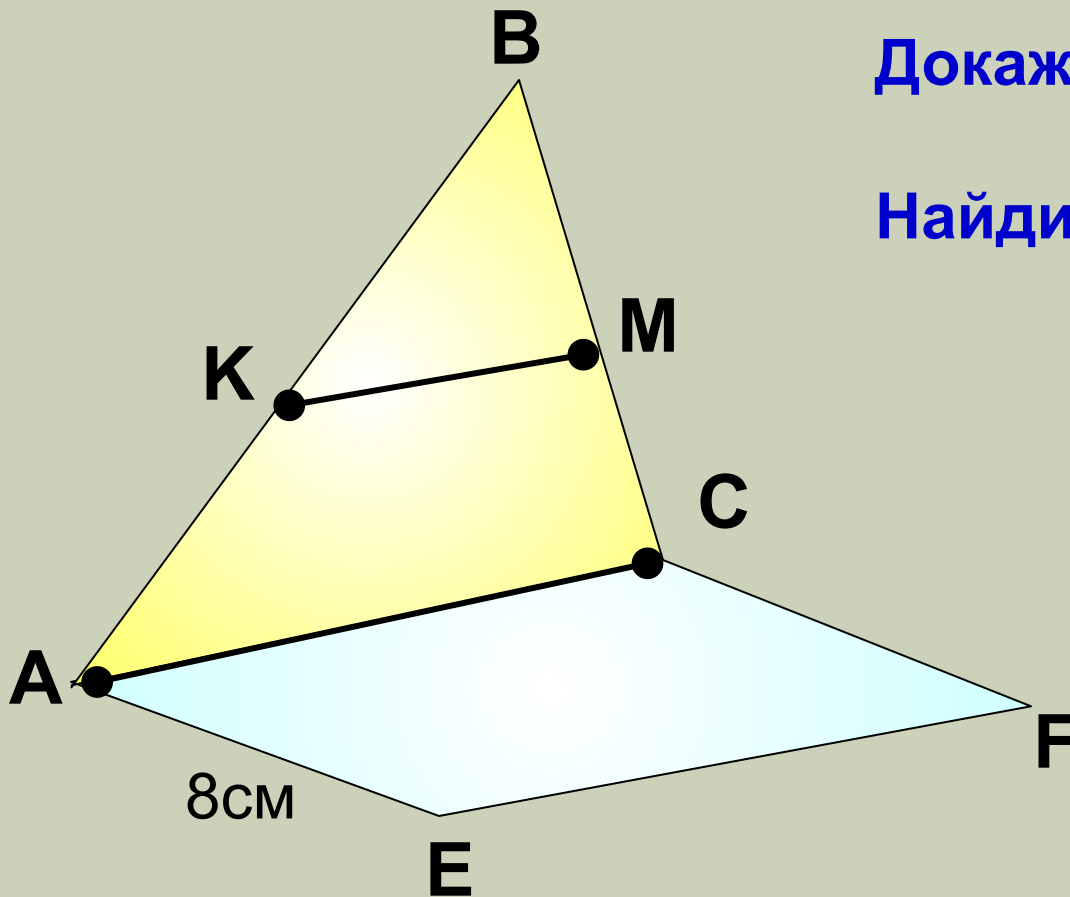
2) Используя метод от противного объясните, почему прямые  $a$  и  $b$  не пересекаются. Допустим, что прямая  $b$  пересекает плоскость  $\alpha$ . Тогда по лемме  $c$  также пересекает  $\alpha$ . По лемме и  $a$  также пересекает  $\alpha$ . Это невозможно, т.к.  $a$  лежит в плоскости  $\alpha$

## Задача

Треугольник  $ABC$  и квадрат  $AEFC$  не лежат в одной плоскости. Точки  $K$  и  $M$  – середины отрезков  $AB$  и  $BC$  соответственно.

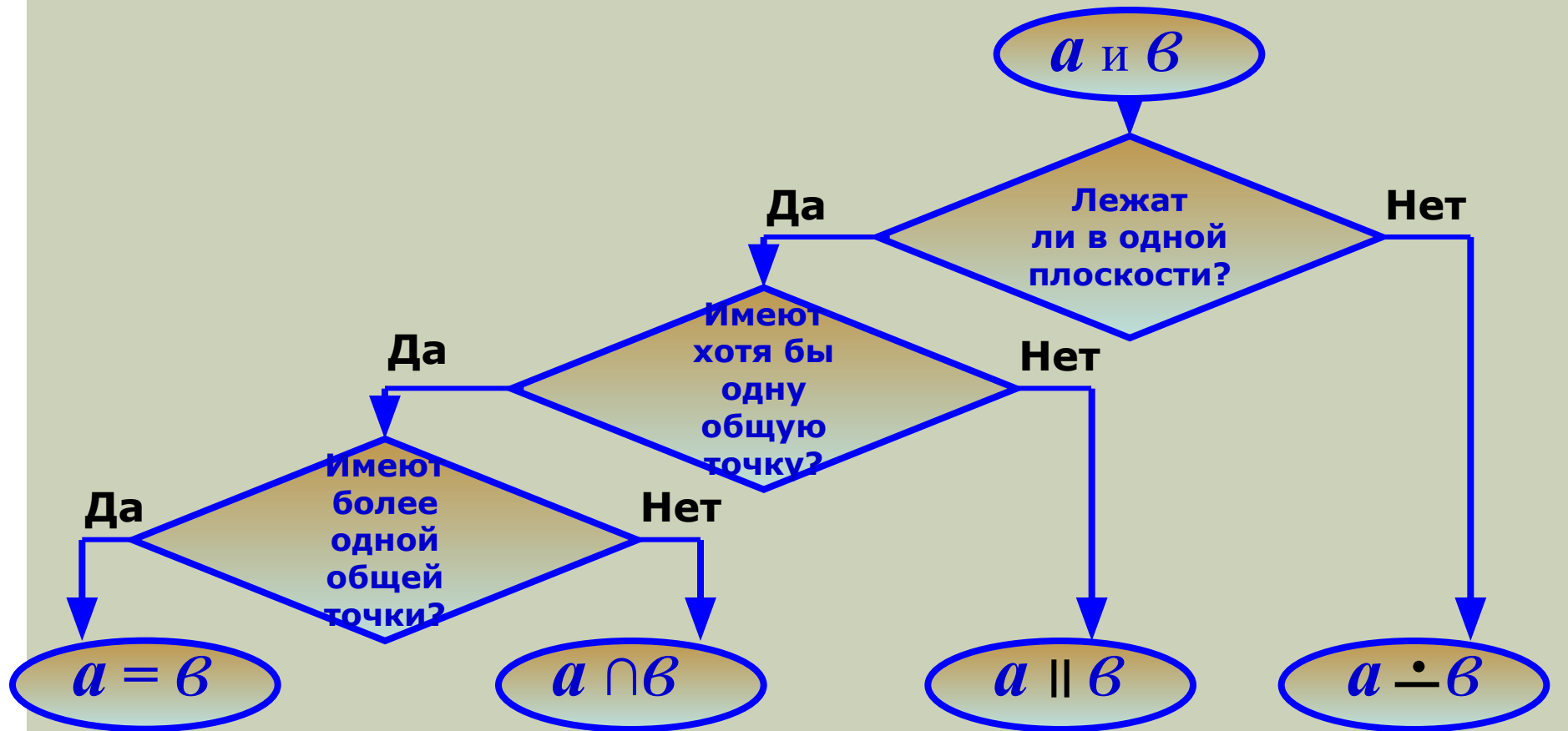
Докажите, что  $KM \parallel EF$ .

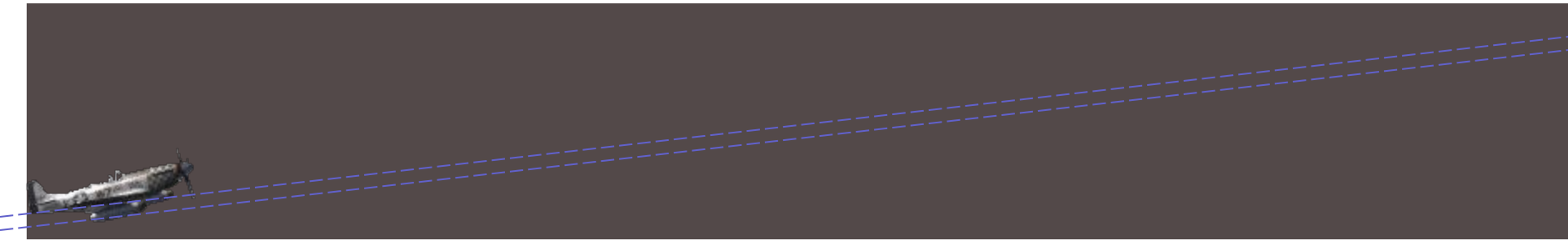
Найдите  $KM$ , если  $AE=8\text{см}$ .



# ПОДВЕДЕМ ИТОГИ

Алгоритм распознавания взаимного расположения двух прямых в пространстве





Найдите на рисунке параллельные прямые.  
Назовите параллельные прямые и плоскости.  
Найдите скрещивающиеся прямые.

# ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

П. 4, 5 теоремы

Понятия: параллельность отрезков, отрезка и прямой, двух лучей в пространстве

Задачи №16, 18

## Используемая литература:

1. Атанасян Л.С. Геометрия, 10-11[Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений/ Атанасян Л.С., В.Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. –13-е изд. - М.: Просвещение, 2013.-206 с.: ил.-ISBN5-09-013293-3.
2. Яровенко В.Я.Поурочные разработки по геометрии:10 класс [Текст] – М.: ВАКО,2010.-304 с.- (В помощь школьному учителю). ISBN978-5-408-00166-8.