

Параллельные прямые в пространстве

Урок геометрии в 10 классе



Автор: Пахомова Елена Анатольевна
учитель математики
МБОУ СОШ №18 г.Белгорода



РАССМОТРИТЕ КАРТИНКИ И СДЕЛАЙТЕ ВЫВОД, О ЧЕМ ПОЙДЕТ РЕЧЬ НА УРОКЕ



ТЕМА УРОКА

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ В ПРОСТРАНСТВЕ

Цели:

Рассмотреть взаимное расположение двух прямых в пространстве.

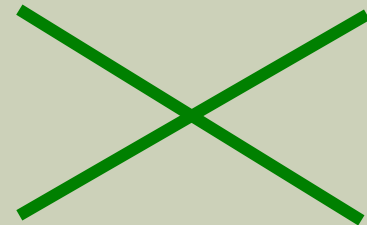
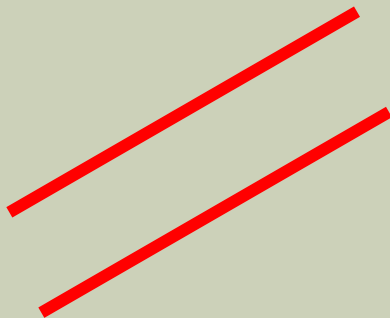
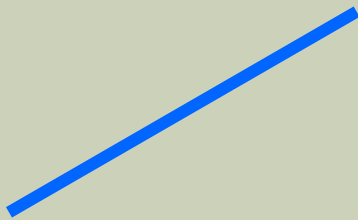
Ввести понятие параллельных и скрещивающихся прямых.

Доказать теоремы о параллельности прямых и параллельности трех прямых.

Закрепить эти понятия на моделях куба, призмы, пирамиды.

ВСПОМНИМ ПЛАНИМЕТРИЮ

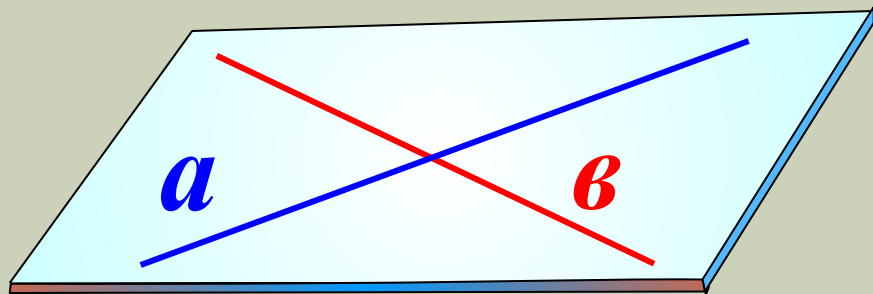
- Каково расположение двух прямых на плоскости?



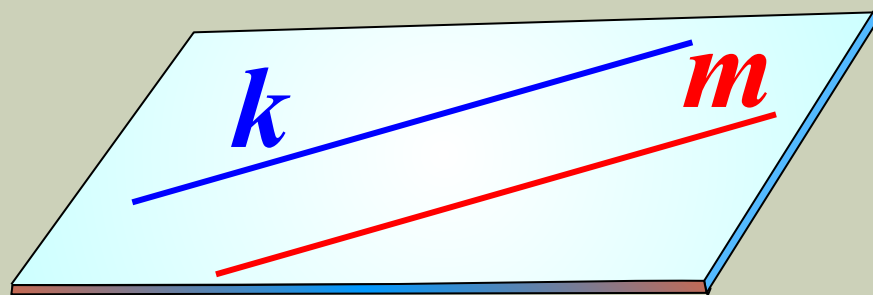
- Какие прямые в планиметрии называются параллельными?



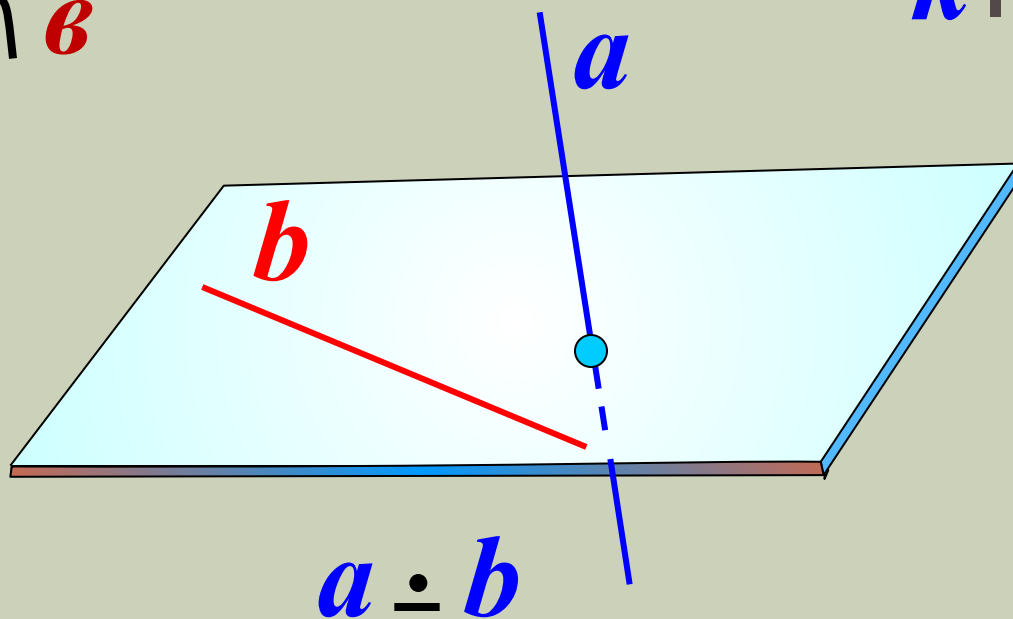
Три случая взаимного расположения прямых в пространстве



$a \cap b$



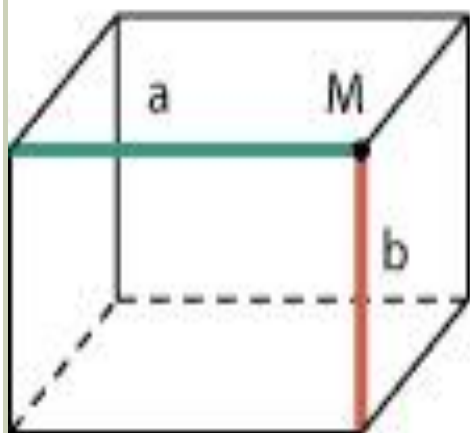
$k \parallel m$



$a \perp b$

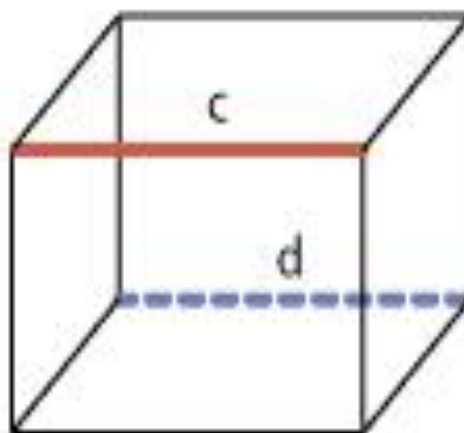


РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ (ТРИ СЛУЧАЯ)



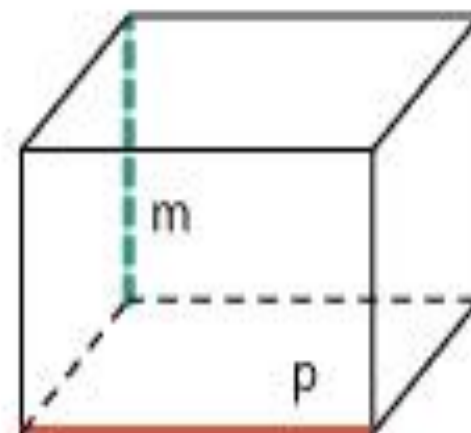
пересекаются

$$a \cap b = M$$



параллельны

$$c \parallel d$$

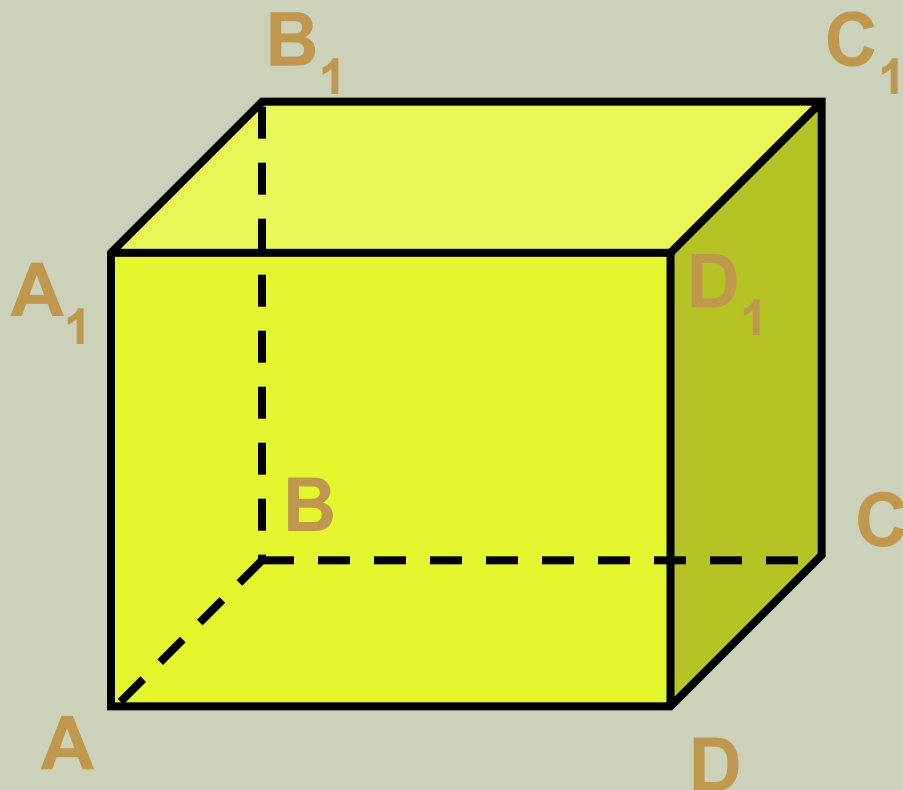


скрещиваются

$$m \neq p$$

Две прямые в пространстве параллельны друг другу, пересекаются или скрещиваются.

ВЫЯСНИ ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ



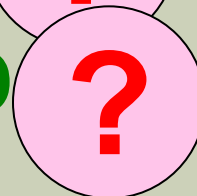
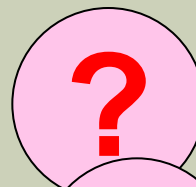
$$AB \parallel CD$$

$$B_1C \cap C_1C$$

$$AD_1 \cap A_1D$$

$$BC \text{ и } AA_1$$

$$B_1C_1 \text{ и } A_1D$$



КАКИЕ ПРЯМЫЕ В ПРОСТРАНСТВЕ НАЗЫВАЮТСЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ?

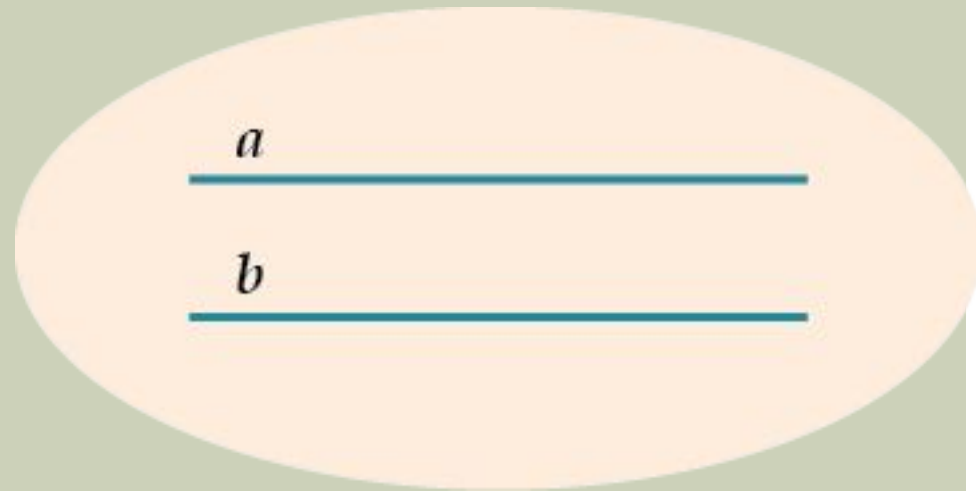
Определение

Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются

$a \parallel b$ если

$a \in \alpha, b \in \alpha$

$a \nabla b$

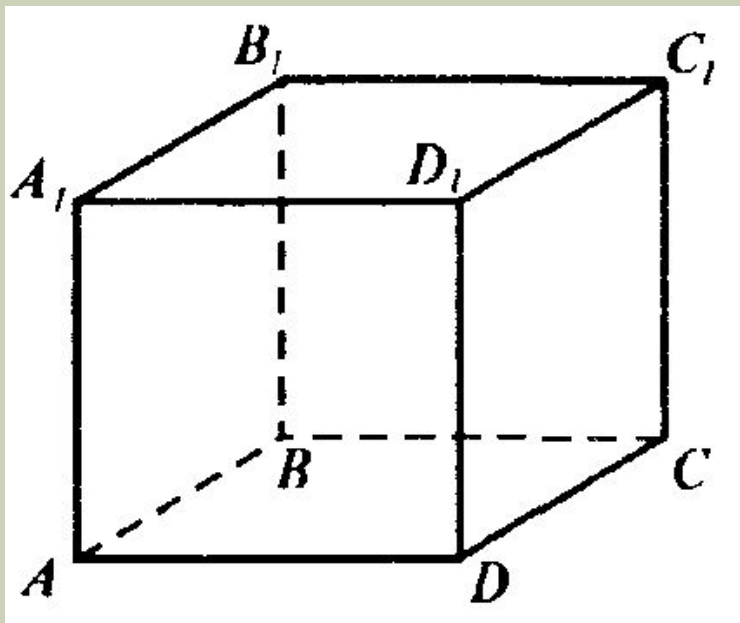


РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

1

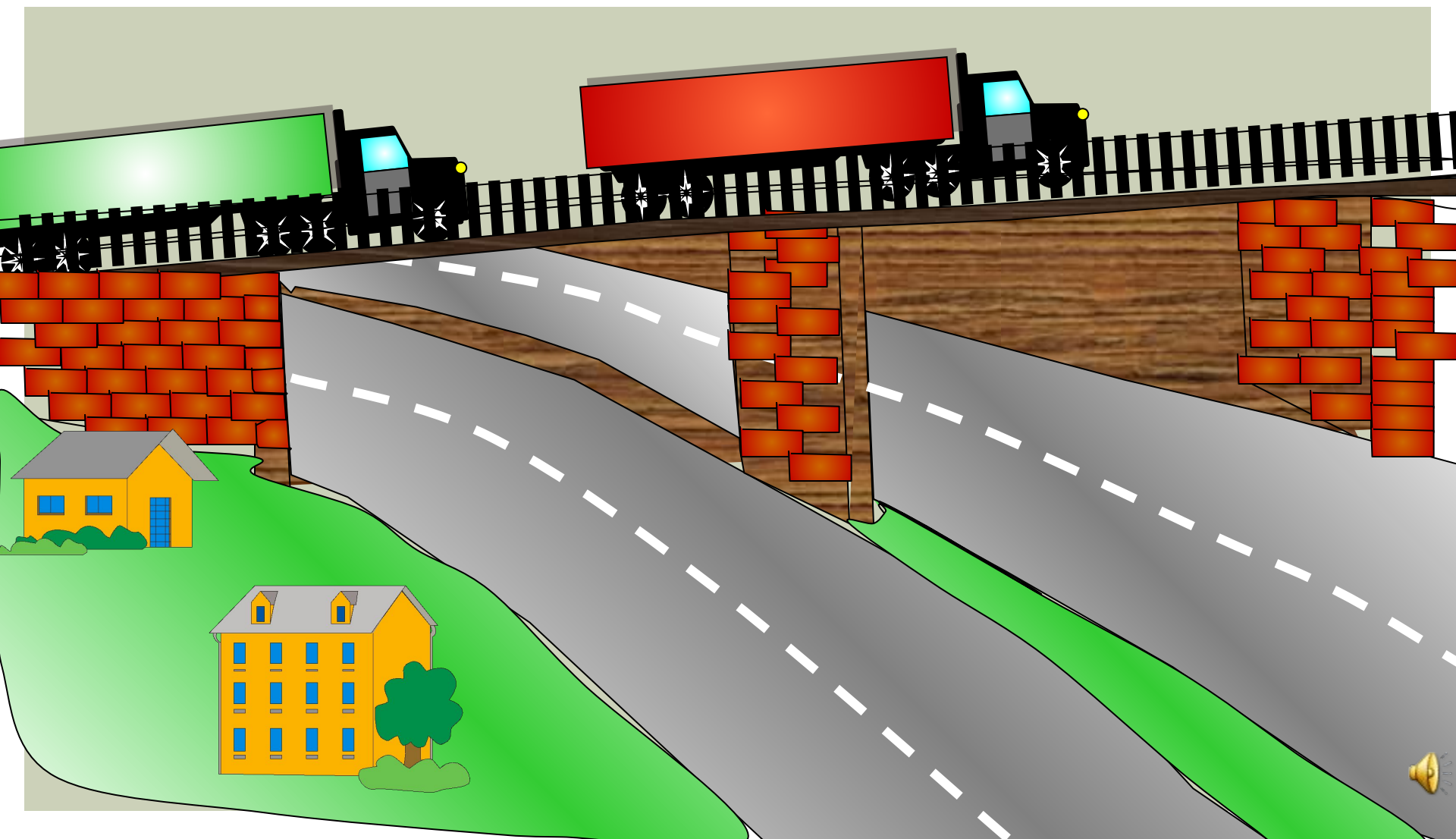
Дан куб. Являются ли параллельными прямые:

- 1) AA_1 и DD_1 , AA_1 и CC_1 ? Ответ обоснуйте.
- 2) AA_1 и DC ? Они пересекаются?



Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.

Наглядное представление о скрещивающихся прямых дают две дороги, одна из которых проходит по эстакаде, а другая под эстакадой.



$$a \div b$$

a

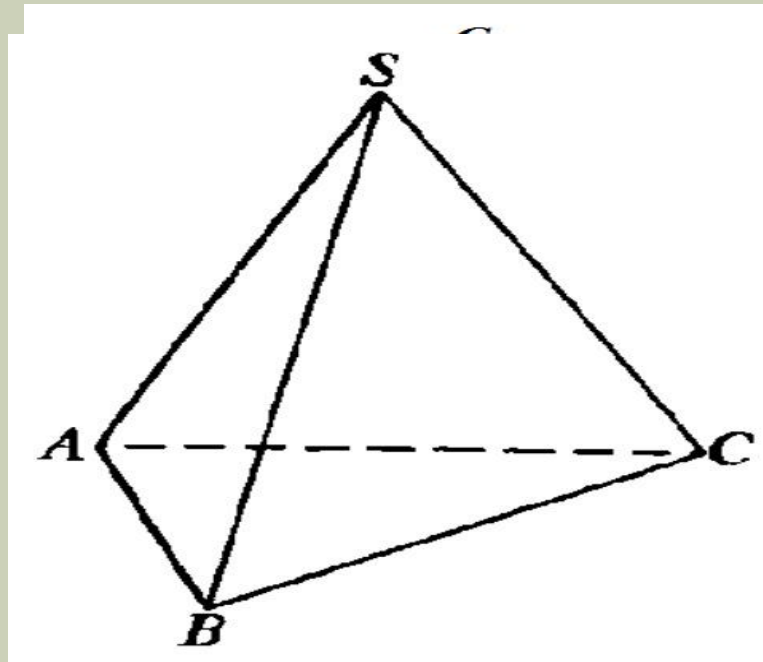
b



2

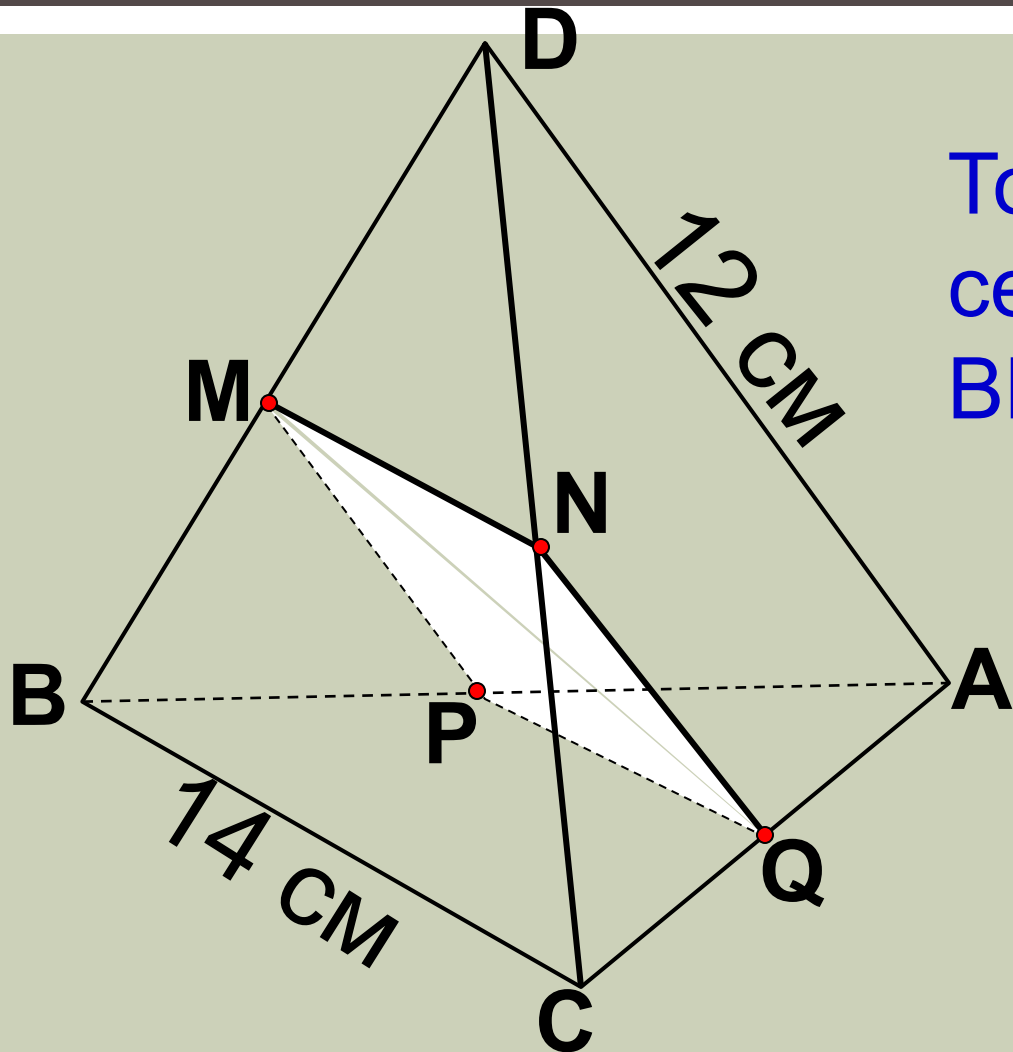
По рисункам назовите:

- 1) пары скрещивающихся ребер;
- 2) пары параллельных ребер.



РАБОТА ПО УЧЕБНИКУ

стр.13 № 17

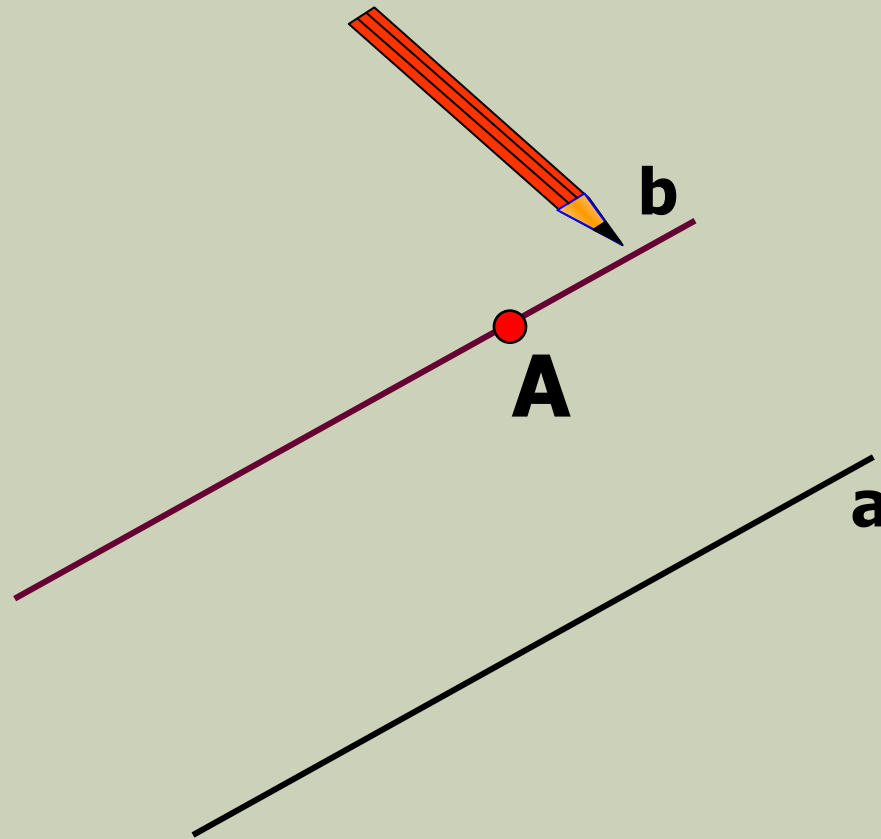


Точки M, N, P и Q –
середины отрезков
BD, CD, AB и AC.

$P_{MNQP} - ?$

ПОВТОРИМ ПЛАНИМЕТРИЮ. Аксиома параллельности.

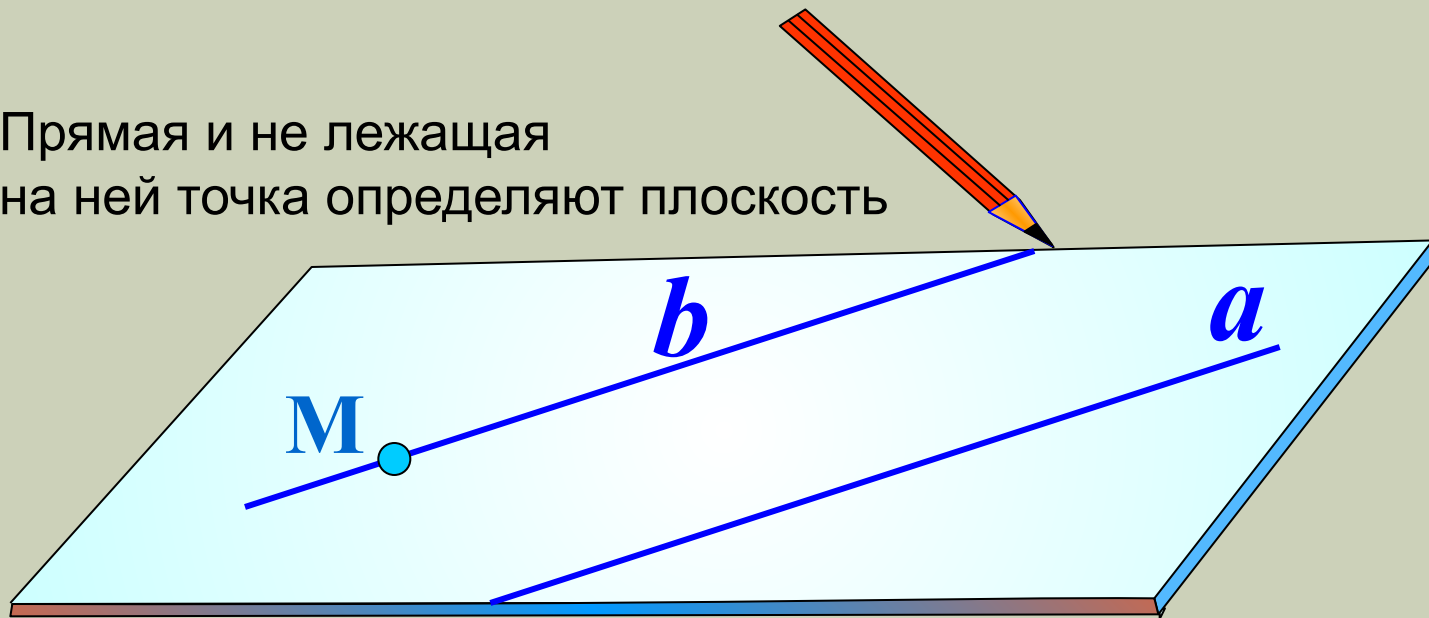
Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.



Аксиома параллельности поможет доказать теорему о параллельных прямых

Теорема. Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.

Прямая и не лежащая
на ней точка определяют плоскость

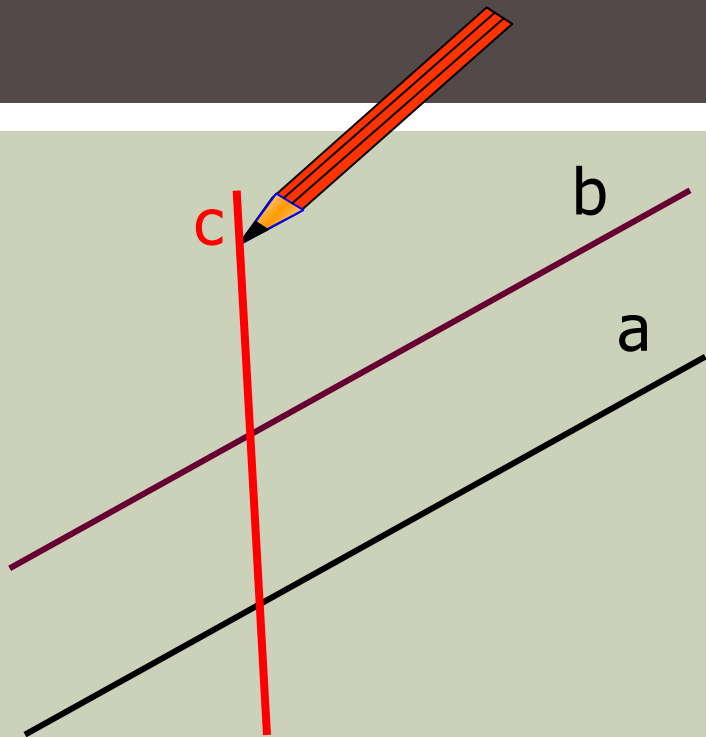


Показать (2)



ПОВТОРИМ ПЛАНИМЕТРИЮ.

Следствие из аксиомы параллельности.



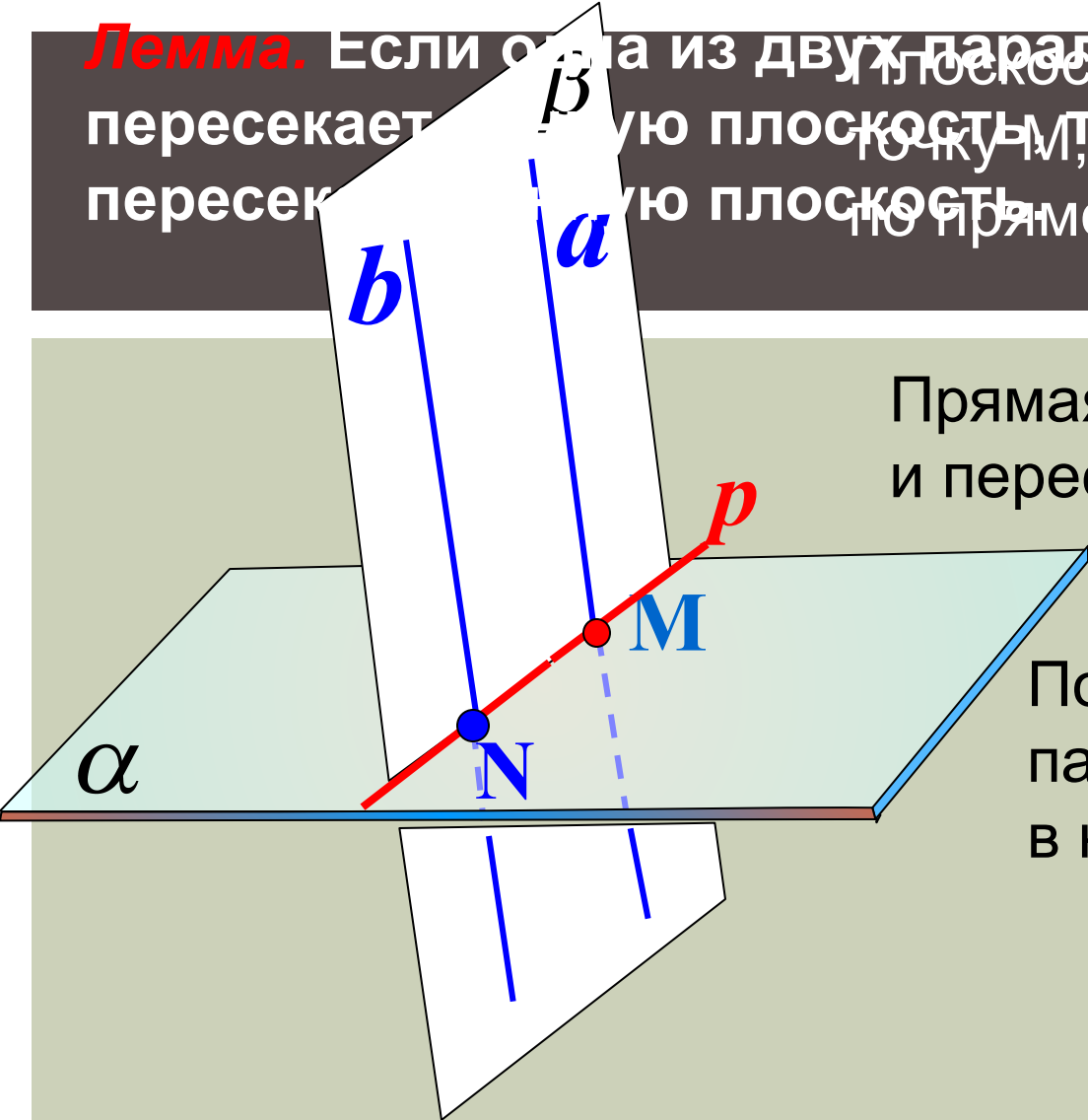
Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

$$a \parallel b, c \cap b \Rightarrow c \cap a$$

Это следствие из аксиомы параллельности поможет доказать лемму о параллельных прямых

Лемма. Если одна из двух параллельных прямых пересекает одну плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.

Если одна из двух параллельных прямых a и b имеет общую точку M , значит они пересекаются по прямой (A_3)

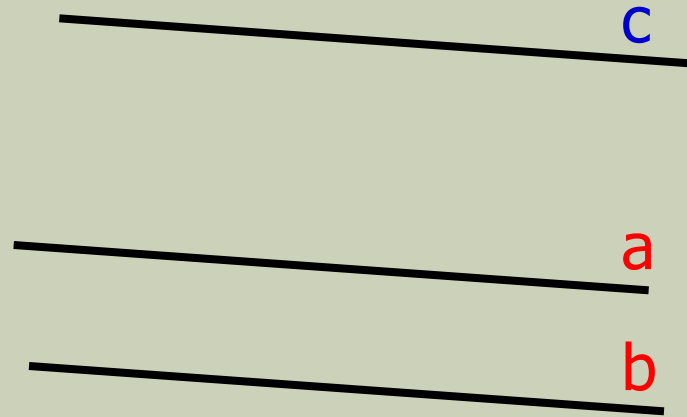


Прямая r лежит в плоскости β и пересекает прямую a в т. M .

Поэтому она пересекает и параллельную ей прямую b в некоторой точке N .

Прямая r лежит также в плоскости α , поэтому N – точка плоскости α . Значит, N – общая точка прямой b и плоскости α .

ПОВТОРИМ ПЛАНИМЕТРИЮ.
Следствие из аксиомы параллельности.



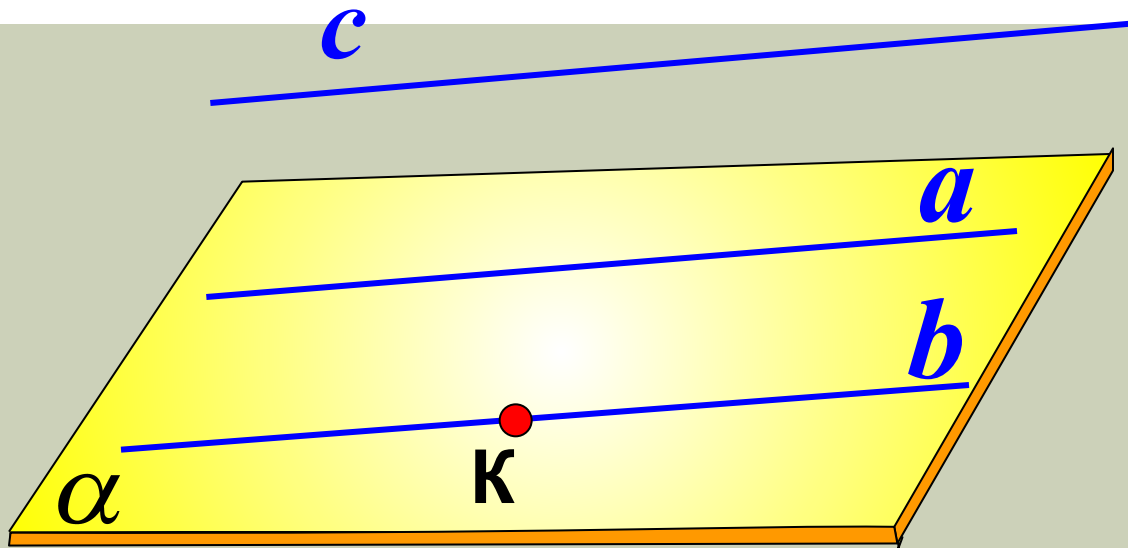
Если две прямые параллельны третьей прямой, то они
параллельны.

$$a \parallel c, b \parallel c \Rightarrow a \parallel b$$

Аналогичное утверждение имеет место и для
трех прямых в пространстве.

Теорема

Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.



$a \parallel c, b \parallel c$

Докажем, что $a \parallel b$

Докажем, что a и b

- 1) Лежат в одной плоскости
- 2) не пересекаются

1) Точка K и прямая a определяют плоскость. Докажем, что прямая b лежит в этой плоскости

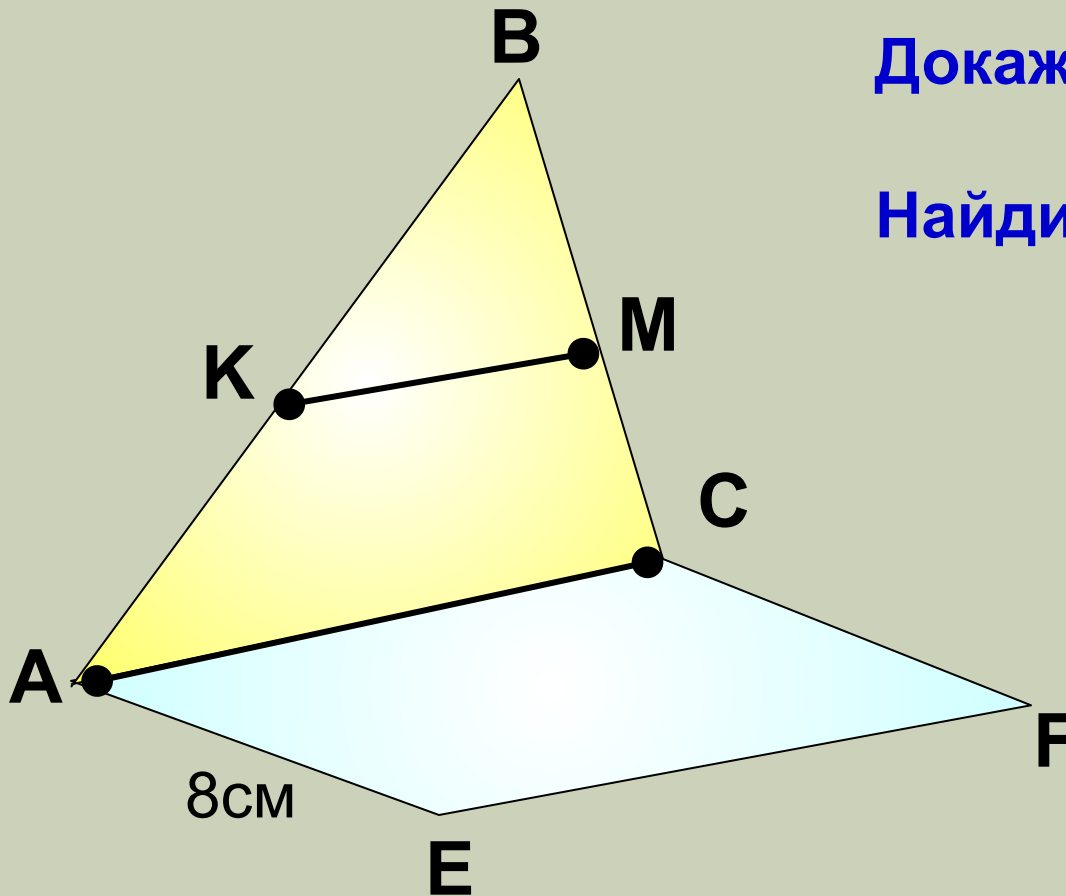
2) Используя метод от противного объясните, почему прямые a и b не пересекаются. Допустим, что прямая b пересекает плоскость α . Тогда по лемме c также пересекает α . По лемме и a также пересекает α . Это невозможно, т.к. a лежит в плоскости α

Задача

Треугольник ABC и квадрат $AEFC$ не лежат в одной плоскости. Точки K и M – середины отрезков AB и BC соответственно.

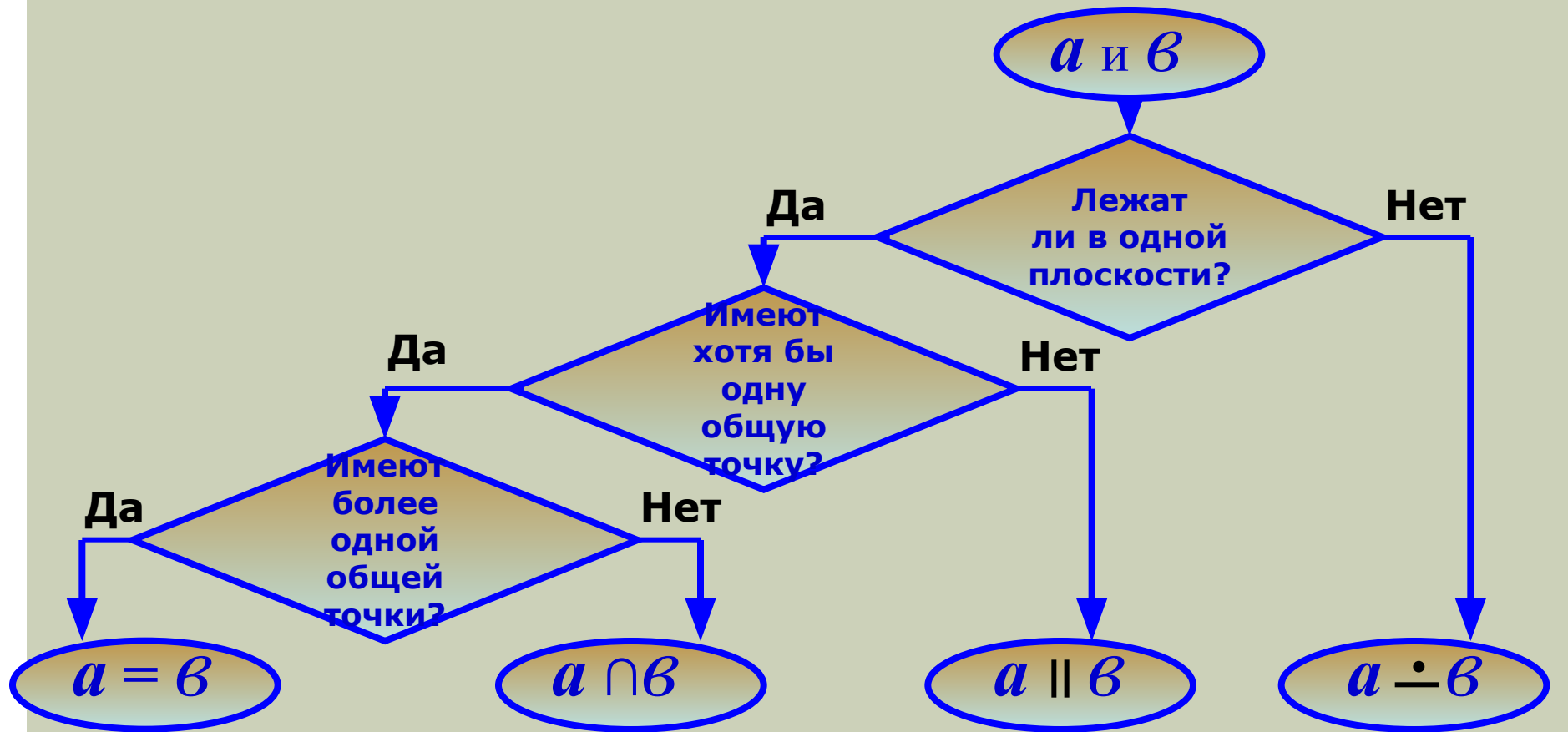
Докажите, что $KM \parallel EF$.

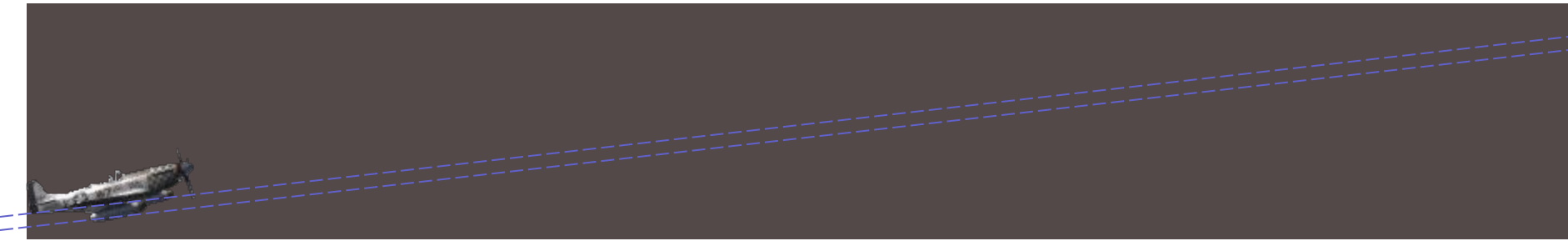
Найдите KM , если $AE=8\text{см}$.



ПОДВЕДЕМ ИТОГИ

Алгоритм распознавания взаимного расположения двух прямых в пространстве





Найдите на рисунке параллельные прямые.
Назовите параллельные прямые и плоскости.
Найдите скрещивающиеся прямые.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

П. 4, 5 теоремы

Понятия: параллельность отрезков, отрезка и прямой, двух лучей в пространстве

Задачи №16, 18

Используемая литература:

1. Атанасян Л.С. Геометрия, 10-11[Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений/ Атанасян Л.С., В.Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. –13-е изд. - М.: Просвещение, 2013.-206 с.: ил.-ISBN5-09-013293-3.
2. Яровенко В.Я.Поурочные разработки по геометрии:10 класс [Текст] – М.: ВАКО,2010.-304 с.- (В помощь школьному учителю). ISBN978-5-408-00166-8.