

Угол между прямыми в пространстве

Суфиярова М.А.,
учитель математики МОУ СОШ №2
городского округа ЗАТО Светлый
Саратовской области

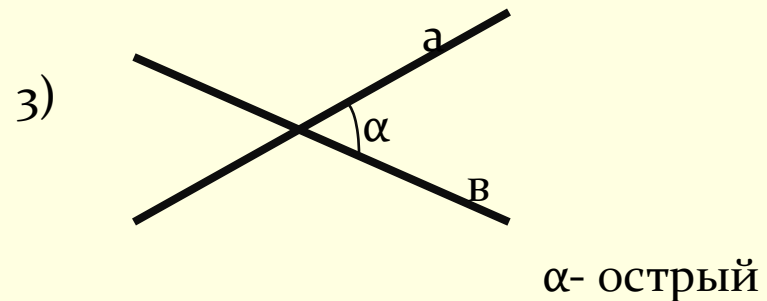
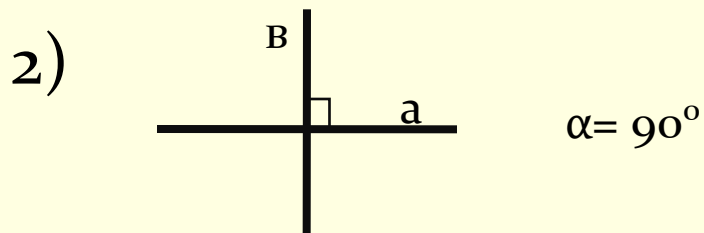
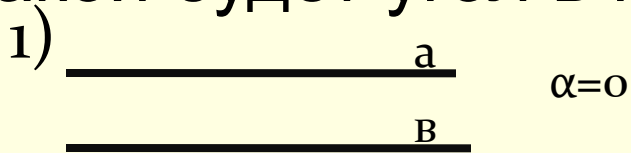
Основные темы

- Описание
- Примеры

Описание

Прямые в пространстве могут располагаться следующим образом: совпадать, быть параллельными, перпендикулярными, пересекающимися, скрещивающимися.

Какой будет угол в каждом случае?



Примеры:

Дано:

$EFGH E_1 F_1 G_1 H_1$ -куб

α , N и T - середины ребер $F_1 G_1$, $G_1 H_1$ и $H_1 H$

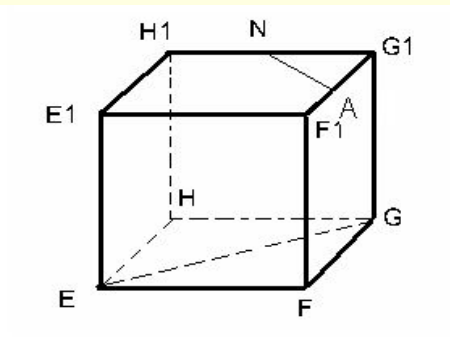
K - точка пересечения диагоналей грани $E E_1$, $F_1 F$

Найти:

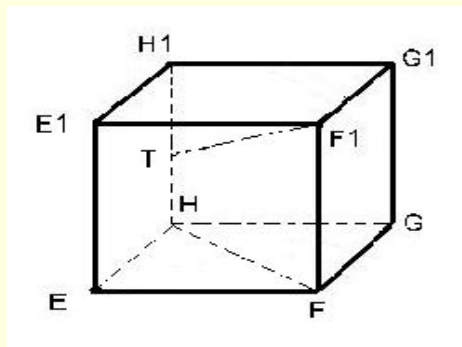
угол между прямыми

1) AN и EG ; 2) $F_1 T$ и EG ; 3) $F_1 N$ и KT ; 4) TN и EG ; 5) $F_1 T$ и KN ; 6) KH_1 и AN

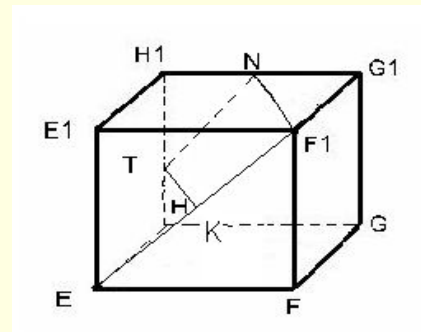
1)



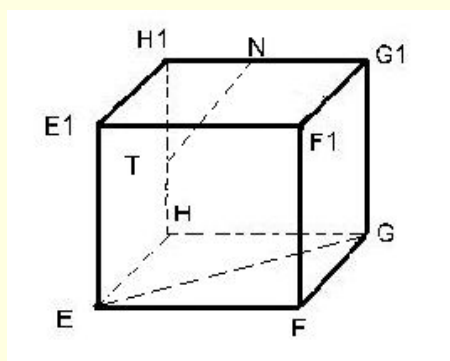
2)



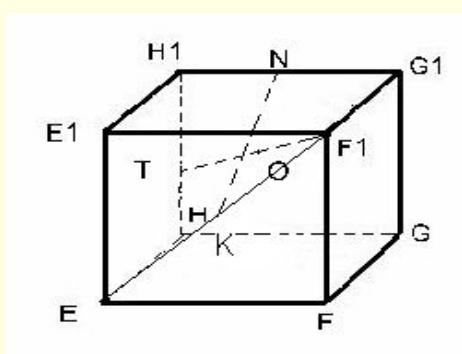
3)



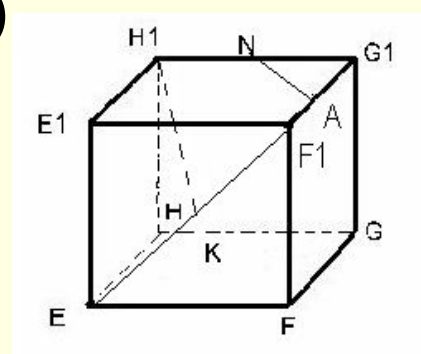
4)



5)



6)



№	Прямые	Расположение	Угол между прямыми
1	AN и EG	Скрещивающиеся	90^0
2	F1T и EG	Пересекающиеся	$\arctg \frac{\sqrt{2}}{4}$
3	F1N и KT	Параллельные	0^0
4	TN и EG	Скрещивающиеся	60^0
5	F1T и KN	Пересекающиеся	$\pi - \arccos \frac{1}{\sqrt{5}}$
6	KN1 и AN	Скрещивающиеся	30^0

$$5) NF_1 = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{2}} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$TF_1 = \sqrt{\frac{a^2}{4} + 2a^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4}} = \frac{3a}{2}$$

$$OF_1 = \frac{3a}{4}$$

$$KN = \sqrt{\frac{a^2}{4} + 2a^2} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$ON = \frac{a\sqrt{5}}{4}$$

По теореме косинусов

$$NF_1^2 = ON^2 + OF_1^2 - 2ONOF_1 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{ON^2 + OF_1^2 - NF_1^2}{2ONOF_1}$$

$$\cos \alpha = \frac{\frac{5a^2}{16} + \frac{9a^2}{16} - \frac{5a^2}{4}}{2 \frac{a\sqrt{5}}{4} \frac{3a}{4}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\alpha = \pi - \arccos \frac{1}{\sqrt{5}}$$