

# ТЕМА: ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ.

## Цели занятия:

- ввести понятия высказывания и его отрицания,
- сформулировать главный закон классической логики – закон исключенного третьего.

Легко ли быть рыцарем? Нет, не средневековым воином в доспехах, а всего лишь абсолютно честным жителем острова рыцарей и лжецов. Кто думает, что легко, пусть попробует честно ответить на такие вопросы:

1. Какого цвета небо?
2. Ты сильный?
3. Верно ли, что любое четное число, не меньшее 4, можно представить в виде суммы двух простых чисел?

Чтобы избежать недоразумений, мы будем ставить вопрос об истинности только *таких утверждений, про которые можно ясно сказать, истинны они или ложны*. Такие утверждения в логике называются *высказываниями* (записываем определение).

Опр. Высказываниями в логике называются такие утверждения, про которые можно ясно и однозначно сказать, истинны они или ложны.

- **Задача 1.1.** Являются ли высказываниями следующие предложения?
- 1. Семеро одного не ждут.
- 2. У кошки четыре ноги.
- 3. 1 января 2001 года был вторник.
- 4. Любое четное число, не меньшее 4, можно представить в виде суммы двух простых чисел.
- 5. Это утверждение истинно.
- При обсуждении задачи 1.1 интересно сравнить для случаев 3, 4 и 5 степень незнания:
- «я пока не знаю, но могу узнать»,
- «никто пока не знает и неизвестно, узнает ли когда-либо» и
- «принципиально нельзя однозначно ответить на вопрос».

## Сценка (разыгрывают желающие).

Представим, что путешественник, находясь на острове рыцарей и лжецов, захотел искупаться. По дороге он встретил двух местных жителей, Боба и Доба, и спросил, на каком расстоянии в этом направлении находится пляж.

– Два километра, – хмуро буркнул Боб.

– Всего лишь 200 метров, – с любезной улыбкой возразил ему Доб.

Путешественник обрадовался, поскольку знал, что Боб лжец. «А раз Доб возразил лжецу, – подумал путешественник, – то он рыцарь». Какого же было удивление путешественника, когда ни через 200 метров, ни через 2 километра пляжа не оказалось! А через 5 километров он дошел до скалистого берега с табличкой «Купаться запрещено!» И Боб, и Доб оказались лжецами.

Впрочем, если бы путешественник получше разбирался в логике, он бы не удивлялся.

Давайте разберемся являются ли высказывания «Пляж находится в 200 метрах отсюда» и «Пляж находится в двух километрах отсюда» для этой задачи противоположными?

А могли бы они при других условиях одновременно оказаться истинными?

А может ли рыцарь так возразить лжецу, чтобы не было никаких сомнений в его правдивости?

# Подведем итог:

К каждому высказыванию существует ***противоположное***.

Высказывание, противоположное данному, называют его ***отрицанием***.

Всегда ***истинно либо само высказывание, либо его отрицание*** (но не то и другое одновременно) – это ***закон исключенного третьего***, который часто произносят в виде афоризма ***«третьего не дано»***.

**Задача 1.2.** Являются ли противоположными высказывания:

- 1) «Вчера светило солнце» и «Вчера шел дождь»;
- 2) «Я умею прыгать через лужи» и «Я не умею прыгать через лужи»?

**Задача 1.3.** Постройте отрицания к высказываниям, не пользуясь оборотом «Неверно, что...»:

- 1) Я встретил Вас.
- 2) Трудно быть богом.

**Задача 1.4\***. Британские ученые нашли древнюю рукопись, содержащую всего два утверждения:

- 1) Оба утверждения этой рукописи ложны.
- 2) Земля имеет форму чемодана.

Какой вывод можно сделать из этой рукописи?

Задачи 1.5–1.8 – простые упражнения на закрепление пройденного.

## **Задачи для самостоятельного решения**

**Задача 1.5.** *Объясните, почему данные предложения не являются высказываниями. Можете ли вы сконструировать аналогичные по смыслу высказывания? Как вы думаете, истинны ли они?*

1. Семь раз отмерь, один раз отрежь.
2. Что нам стоит дом построить: нарисуем – будем жить.
3. Шел дождь.

**Задача 1.6.** *Придумайте несколько высказываний и несколько предложений, не являющихся высказываниями.*

Задачи 1.5–1.8 – простые упражнения на закрепление пройденного.

## **Задачи для самостоятельного решения**

**Задача 1.7.** Являются ли противоположными высказывания:

- 1) «Нельзя пользоваться калькулятором на уроках математики» и «На уроках математики можно пользоваться калькулятором»;
- 2) «Андрей выше Мити» и «Митя выше Андрея»?

**Задача 1.8.** Постройте отрицания к высказываниям, не пользуясь оборотом «Неверно, что...»:

- 1) Завтра дальняя дорога выпадает королю.
- 2) У него деньжонок много.
- 3) А я денежки люблю.

## Задачи для самостоятельного решения

*Эта задача связана с законом двойного отрицания.*

*Более легкий вариант – начать, например, с ответа на вопрос, истинно ли высказывание «Неверно, что неверно, что сегодня пятница»?*

**Задача 1.9.** 1) Директор школы категорически возражает против отмены контроля за прическами. Может ли Степа безнаказанно покрасить волосы в малиновый цвет?

2) Директор школы категорически возражает против отмены решения о запрете контроля за прическами. Может ли Степа безнаказанно покрасить волосы в малиновый цвет?

## Задачи для самостоятельного решения (повышенный уровень сложности)

**Задача 1.10\***. Житель острова Крит говорит: «Все критяне лжецы». Истинно или ложно это высказывание? (В этой задаче Крит считается островом рыцарей и лжецов).

## Задачи для самостоятельного решения (повышенный уровень сложности)

**Задача 1.11.** К каждому из высказываний сформулируйте отрицание. Определите, что верно: утверждение или его отрицание.

- 1) Сумма двух двузначных чисел – двузначное число.
- 2) Сумма двух четных чисел – четное число.
- 3) Прямоугольник размером  $20 \times 15$  можно разрезать на прямоугольники размером  $3 \times 5$ .
- 4) Квадрат размером  $2015 \times 2015$  можно разрезать на прямоугольники размером  $20 \times 15$ .

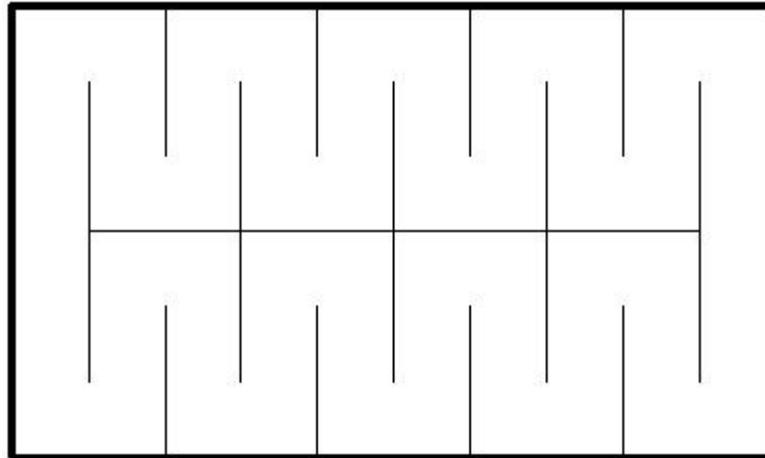
## Задачи для самостоятельного решения (повышенный уровень сложности)

**Задача 1.11 (продолжение).** К каждому из высказываний сформулируйте отрицание. Определите, что верно: утверждение или его отрицание.

5) В нашей школе найдутся два ученика, имеющие одинаковое число друзей среди учеников нашей школы.

6)\* Через отверстие, прорезанное в листке из школьной тетради, человек пролезть не может.

## Рисунок к задаче 1.11.



Чем чаще разрезы, тем более длинная и узкая «змейка» будет его ограничивать.