

Тригонометр

ИЯ

***10* класс**



Тригонометрия – математическая дисциплина, изучающая зависимость между сторонами и углами треугольника.

Тригонометрические вычисления применяются практически во всех областях геометрии, физики и инженерного дела, при измерении расстояний до недалёких звёзд в астрономии, между ориентирами в географии, при контроле системы навигации, в теории музыки, акустике, оптике, электронике, теории вероятностей, статистике, биологии, медицине (включая ультразвуковое исследование (УЗИ) и компьютерную томографию), фармацевтике, химии, сейсмологии, метеорологии, океанологии, картографии, архитектуре, экономике, электронной технике, машиностроении, компьютерной графике.

**Синус,
косинус,
тангенс и
котангенс**



УГЛА



Вспомни

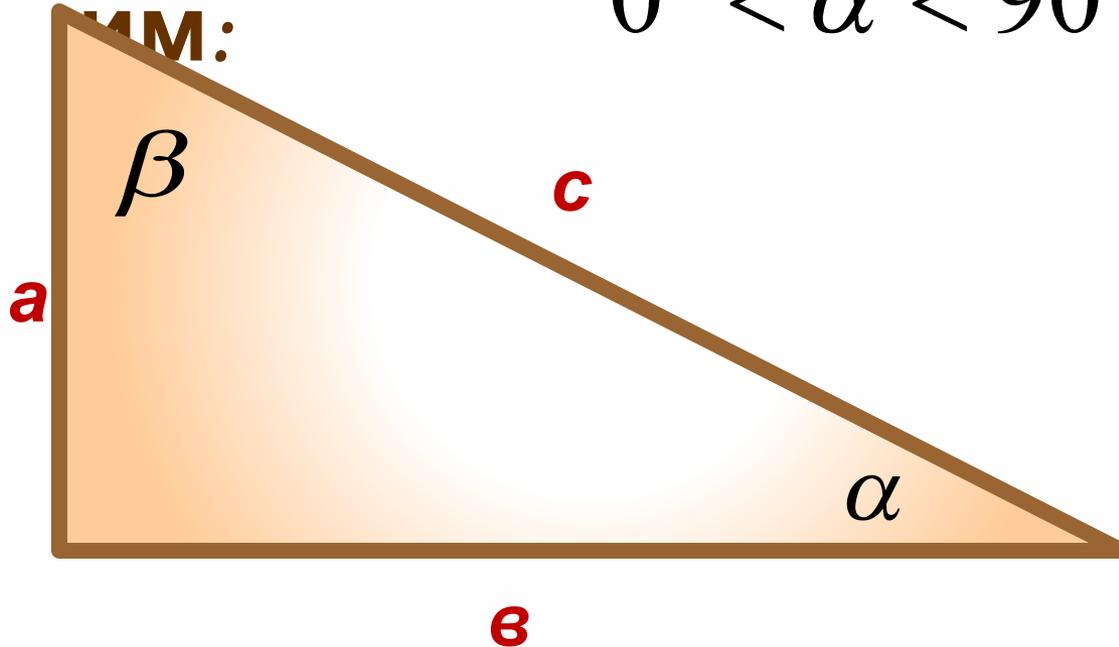
Напомни:

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$



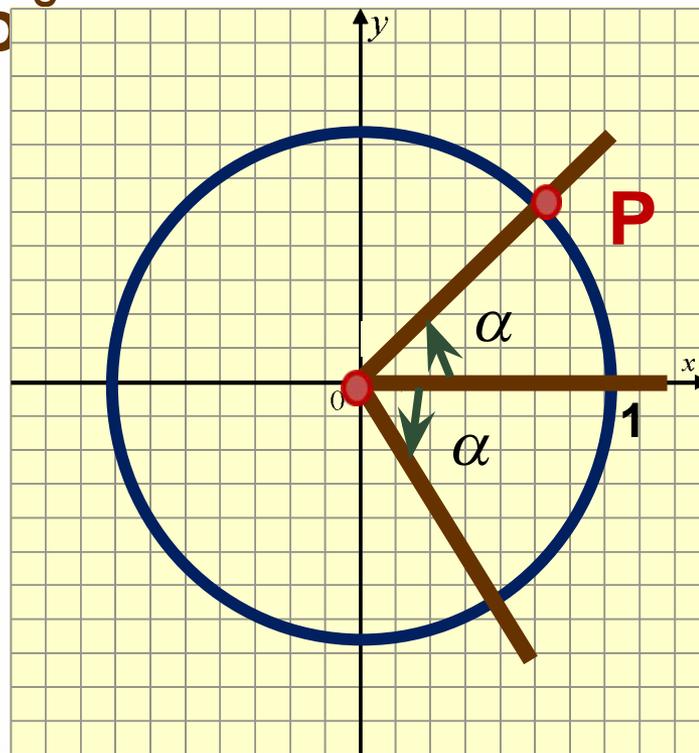
Синус острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Косинус — отношение прилежащего катета к гипотенузе.

Тангенс — отношение противолежащего

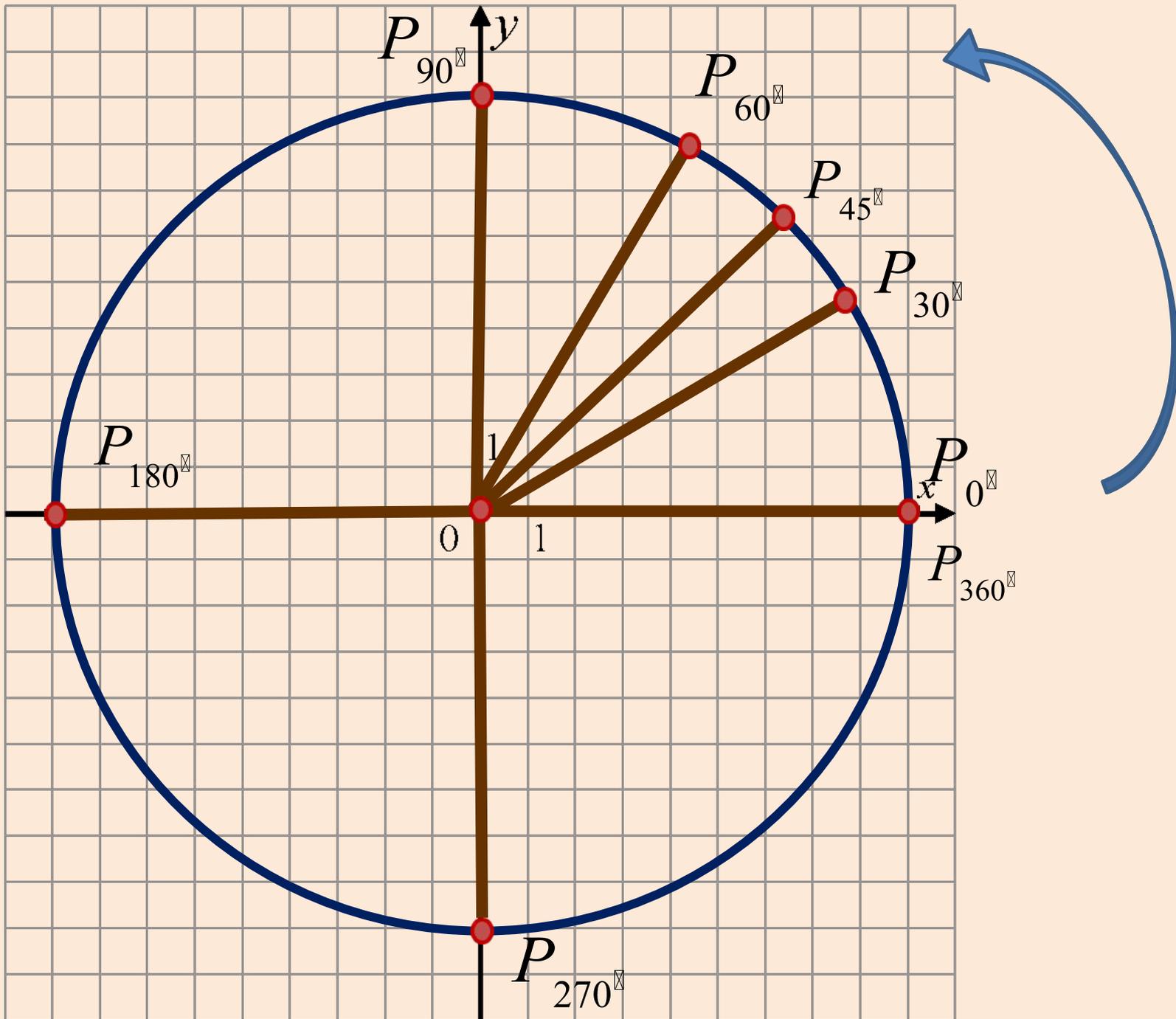


Рассмотрим в прямоугольной системе координат окружность единичного радиуса и отложим от горизонтальной оси угол (если величина угла положительна, то откладываем против часовой стрелки, иначе по часовой стрелке). Точку пересечения построенной окружностью обозначим



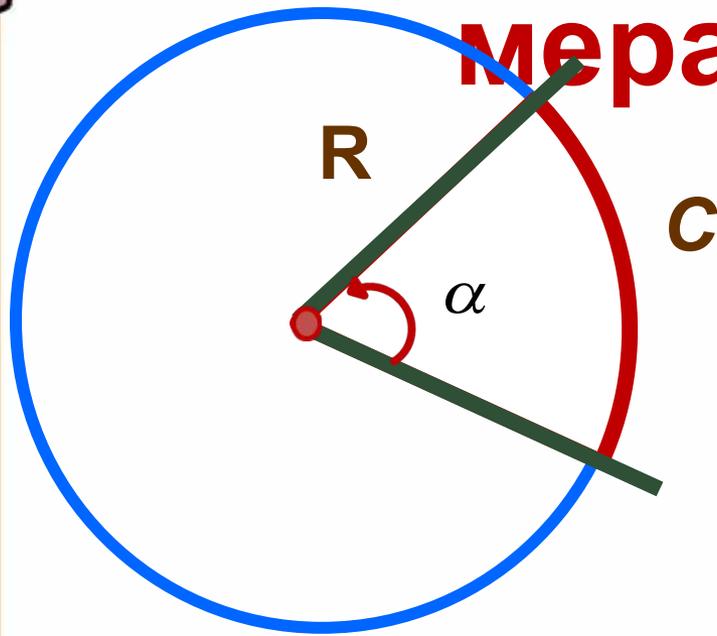
к окружностью
 $\alpha > 0$

$\alpha < 0$





Радианная мера угла



α – центральный
угол
 R – радиус

Если $R = C$,
то центральный угол
равен

Радианной мерой угла называется
отношение длины
соответствующей дуги
к радиусу окружности

одному радиану

$$1 \text{ рад} \approx 57^\circ$$



$$\alpha = \frac{n \cdot \pi}{180}$$

$$n^\circ = \frac{\alpha \cdot 180^\circ}{\pi}$$

$$n = 60^\circ$$

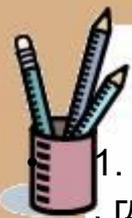
$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha = \frac{60 \cdot \pi}{180} = \frac{\pi}{3}$$

$$n^\circ = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot 180^\circ}{\pi} = \frac{\pi \cdot 180^\circ}{4 \cdot \pi} = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$$

$$60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

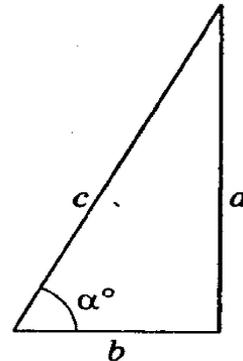
$$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$$



Самостоятельная работа

• Вариант 1

1. Представьте угол 740° в виде $\alpha^\circ + 360^\circ n$, где n – целое число,
 - $0 < \alpha < 180^\circ$.
 -
 -
2. Точка P – конечная точка поворота на 50° . Найдите наименьшее по модулю значение угла β , точки P_1 , которая получается из точки P симметрией относительно оси ординат.
 -
 -
3. Переведите угол 150° из градусной меры в радианную.
 -
4. Переведите угол $1,25\pi$ из радианной меры в градусную.
 -
5. Допишите равенство $\dots^\circ = \frac{\pi}{2}$
 -
 -
6. Запишите формулу перехода от рад к градусам.
 -
 -
7. Запишите, как найти через стороны треугольника косинус угла α . (рис)



• Вариант 2

1. Представьте угол -710° в виде $\alpha^\circ + 360^\circ n$, где n – целое число, $0 < \alpha < 180^\circ$.
 -
 -
2. Точка P – конечная точка поворота на 50° . Найдите наименьшее по модулю значение угла β , точки P_1 , которая получается из точки P симметрией относительно оси абсцисс.
 -
 -
3. Переведите угол 135° из градусной меры в радианную.
 -
4. Переведите угол $2,5\pi$ из радианной меры в градусную.
 -
5. Допишите равенство $\dots^\circ = \frac{\pi}{4}$
 -
 -
6. Запишите формулу перехода от радиан к градусам.
 -
 -
7. Запишите, как найти через стороны треугольника синус угла α . (рис)

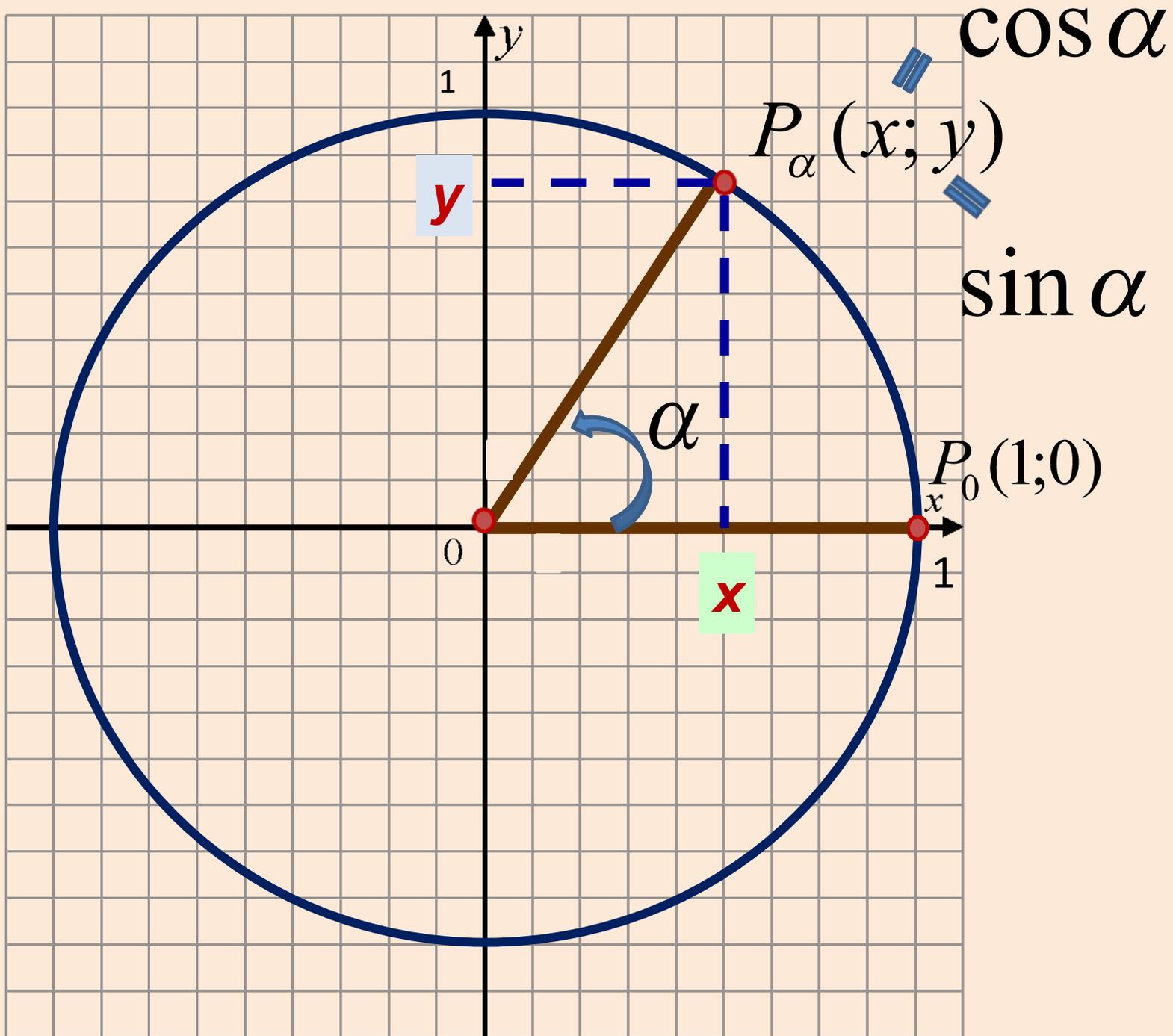
ОТВЕТЫ

Вариант 1

- №1 $740^0 = 360^0 \cdot 2 + 20^0$
- №2 130^0
- №3 $\frac{5\pi}{6}$
- №4 225^0
- №5 90^0
- №6 $\alpha_{\text{рад}} = \frac{\alpha \cdot 180^0}{\pi}$
- №7 $\frac{b}{c}$

Вариант 2

- №1 $-710^0 = 10^0 - 2 \cdot 360^0$
- №2 -50^0
- №3 $\frac{3\pi}{4}$
- №4 450^0
- №5 45^0
- №6 $\alpha^0 = \frac{\alpha \cdot \pi}{180}$ рад
- №7 $\frac{a}{c}$





Синус угла определяется как

$$\sin \alpha = y$$

ордината

точки

$$\cos \alpha = x$$

Косинус — абсцисса точки

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$$

Тангенс – отношение ординаты к абсциссе

точки

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}$$

Котангенс – отношение абсциссы к



Понятие **синуса** встречается уже в *III* в. до н. э.

и имел название джива (тетева лука), в *IX* в. заменено на арабское слово джайб (выпуклость), *XII* в. заменено на латинское синус (изгиб, кривизна).

Косинус – это дополнительный синус.

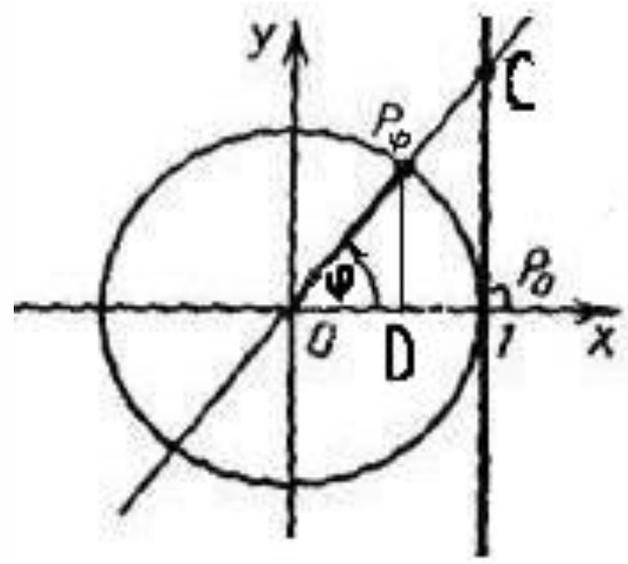
Тангенс переводится с латинского как «касающийся»



- В курсе геометрии вы познакомились с тангенсом острого угла, равным частному синуса и косинуса этого угла:
- **$\operatorname{tg} \varphi = \sin \varphi / \cos \varphi$**
- С помощью этого равенства можно определить тангенс любого угла φ , косинус которого отличен от нуля.
- *Тангенсом угла называется частное синуса к косинусу этого угла.*
- *Для углов, косинусы которых равны 0, т. е. углов вида $\pi/2 + \pi n$ (n – любое число), тангенс не существует.*

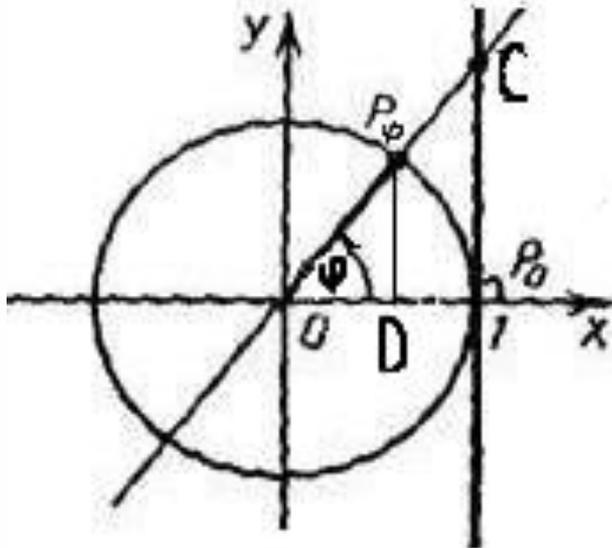


- На рисунке к единичной окружности в точке P_0 проведена касательная; P_φ – конечная точка поворота на угол φ ; C – точка пересечения касательной и прямой OP_φ .
- Ордината точки C равна тангенсу угла φ

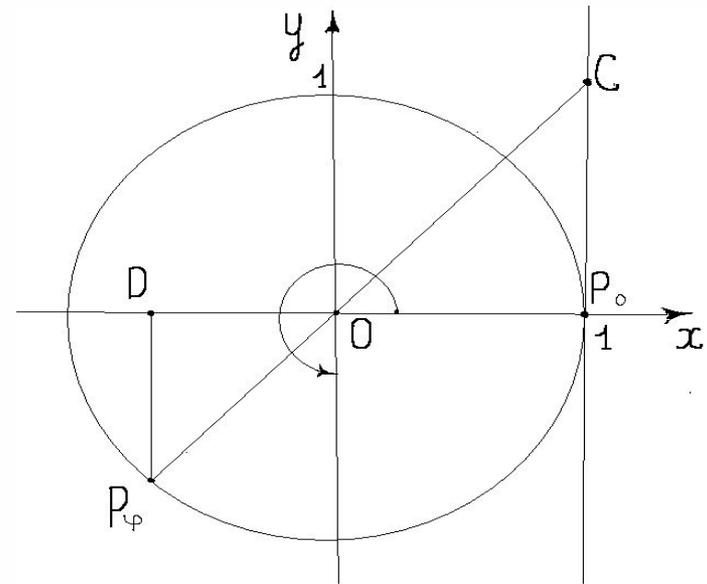




Докажем это. Заметим сначала, что $\operatorname{tg} \varphi$ и ордината точки C одинаковы по знаку. Так, если P_φ – точка I или III координатной четверти, то $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$ или оба положительны...

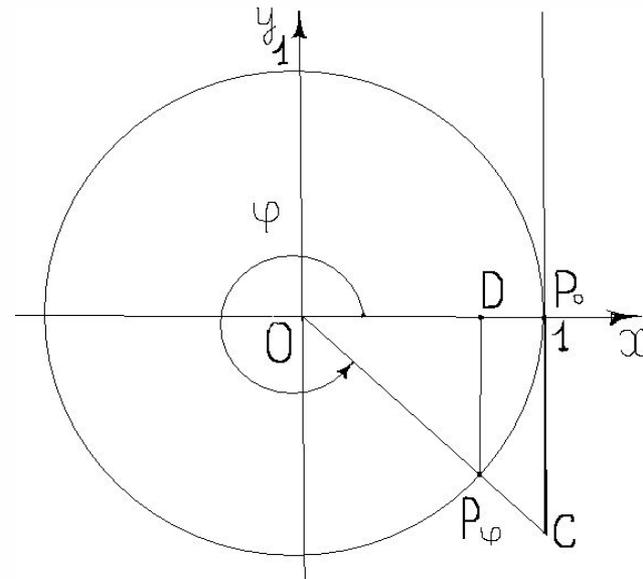
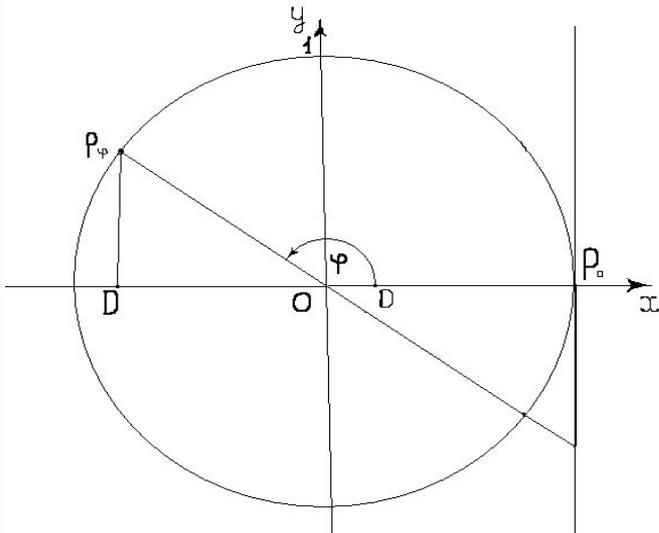


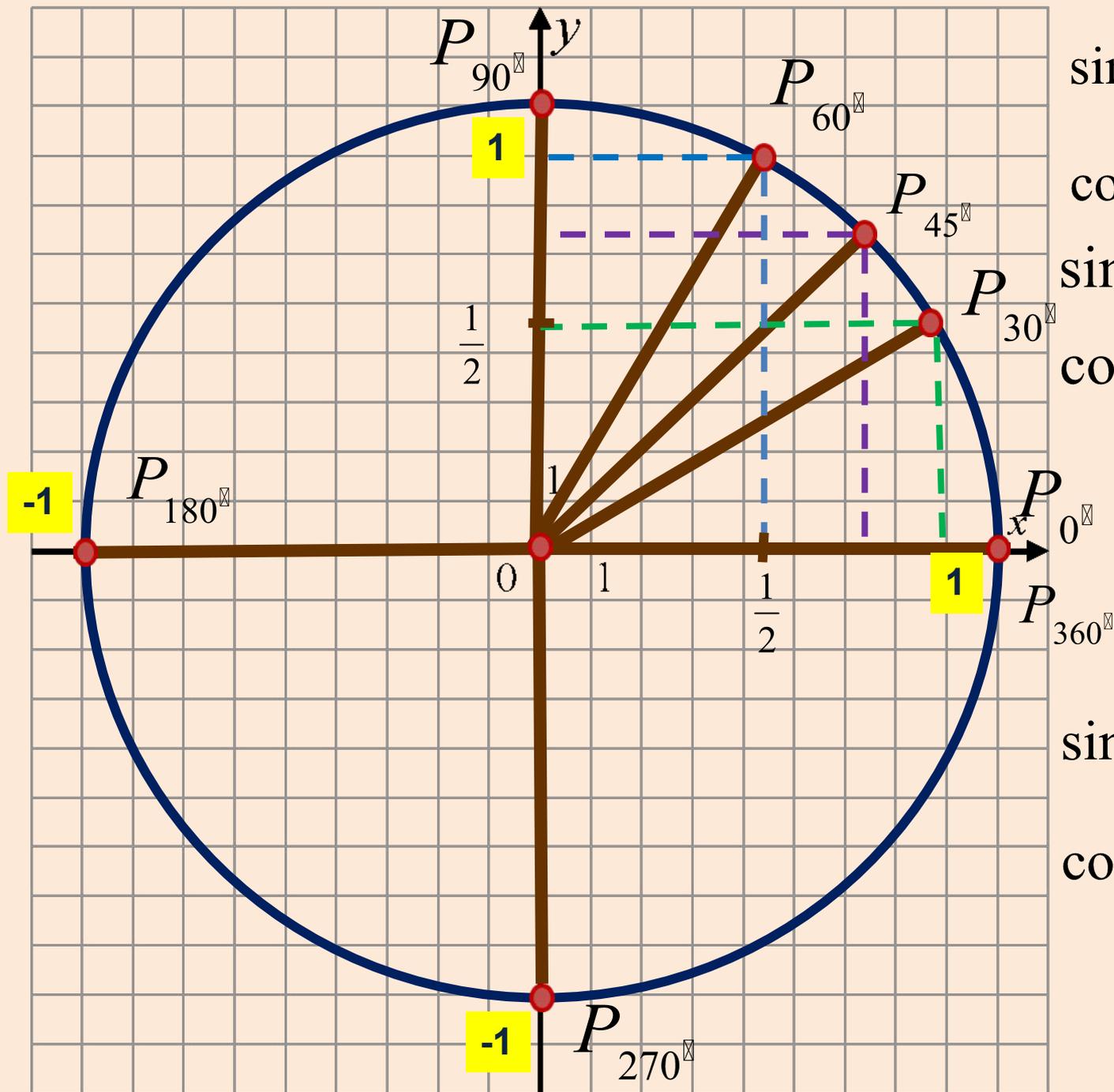
- или оба отрицательны.





- Значит, их частное $\operatorname{tg} \varphi$ положительное. Точка C в этих случаях расположена в верхней полуплоскости и, следовательно, имеет положительную ординату.
- Если же точка P_φ находится во II или в IV координатной четверти, то знаки $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$ различны, следовательно, $\operatorname{tg} \varphi$ отрицателен. Точка C при этом находится в нижней полуплоскости и имеет отрицательную ординату.

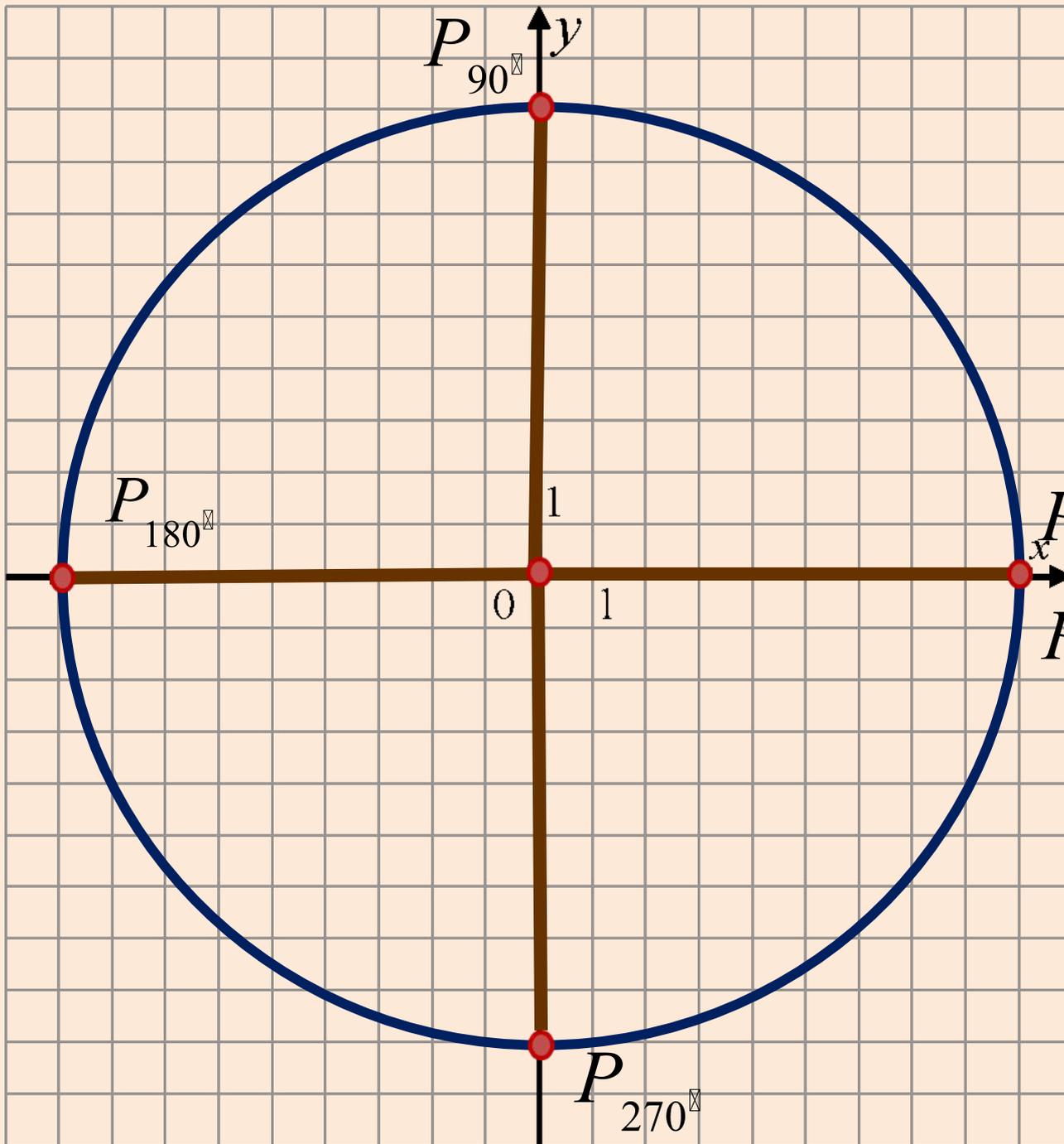






Запомни

	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$



$$P_0 \text{ (1; 0)}$$

$$P_{90} \text{ (0; 1)}$$

$$P_0 \text{ (1; 0)}$$
$$P_{360}$$

$$P_{180} \text{ (-1; 0)}$$

$$P_{270} \text{ (0; -1)}$$



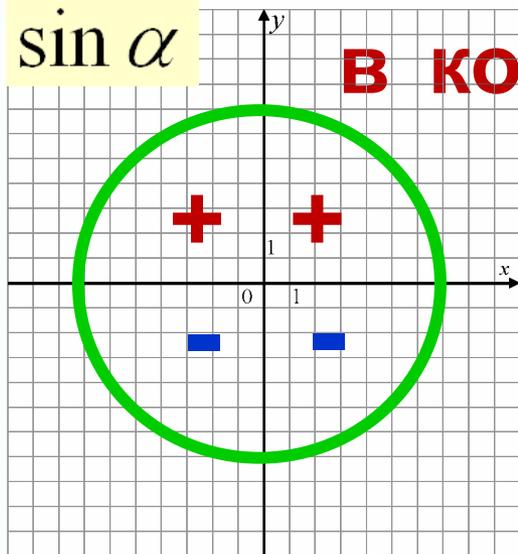
Провер

	0°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$	0	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	-	0	-	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	0	-	0	-

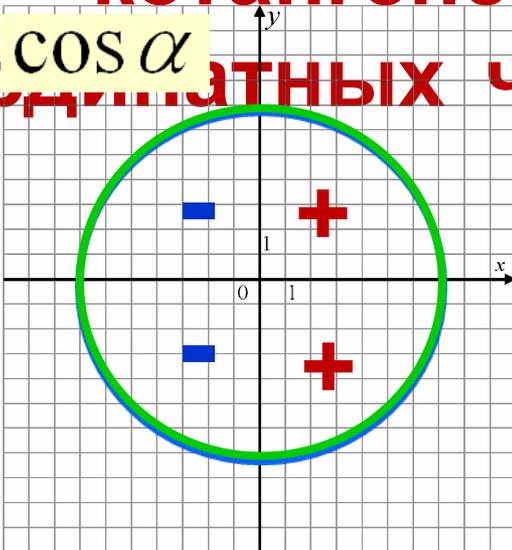
Знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса



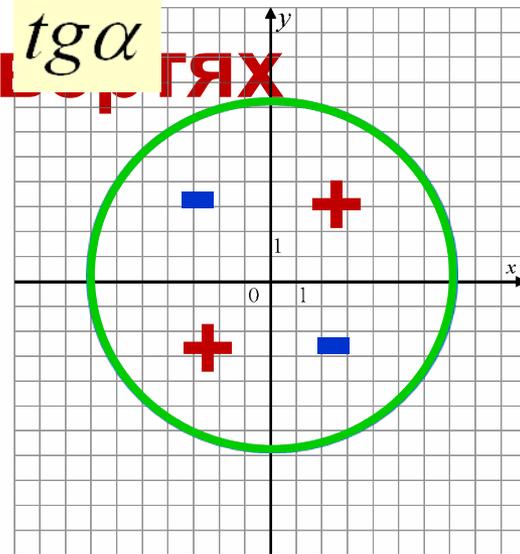
$\sin \alpha$



$\cos \alpha$

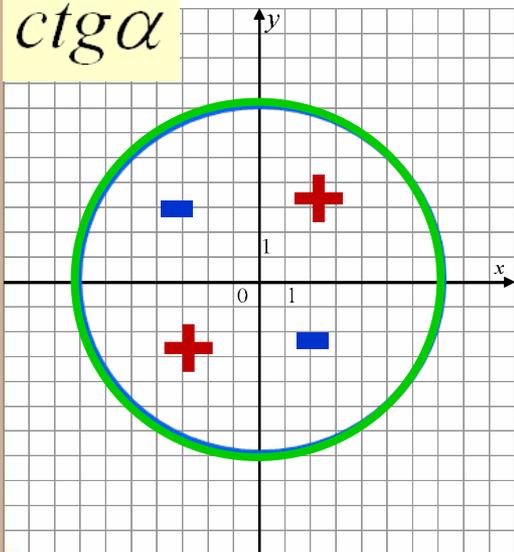


$tg \alpha$



В КООРДИНАТНЫХ ЧЕТВЕРТЯХ

$ctg \alpha$



$$\sin 68^\circ > 0$$

$$\sin 153^\circ > 0$$

$$\sin 249^\circ < 0$$

$$\sin 315^\circ < 0$$

$$\cos 76^\circ > 0$$

$$\cos 236^\circ < 0$$

$$tg 127^\circ < 0$$

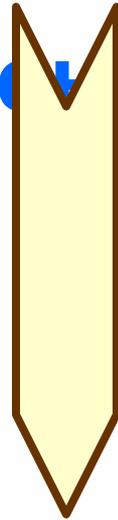
$$ctg 195^\circ > 0$$

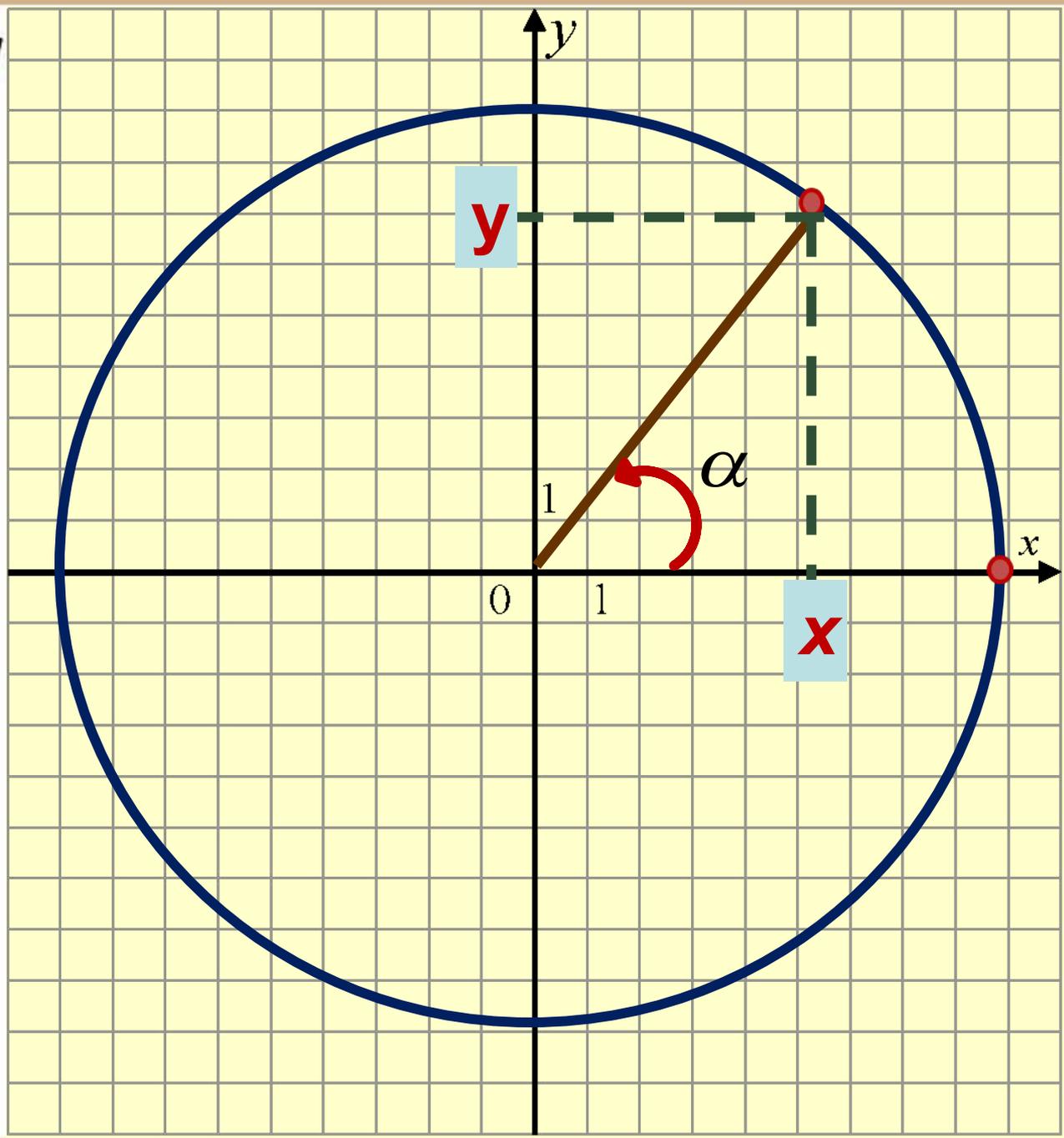


Периодичность тригонометрических функций

При изменении угла на целое число
оборотов
значения синуса, косинуса, тангенса,
котангенса

не изменяются



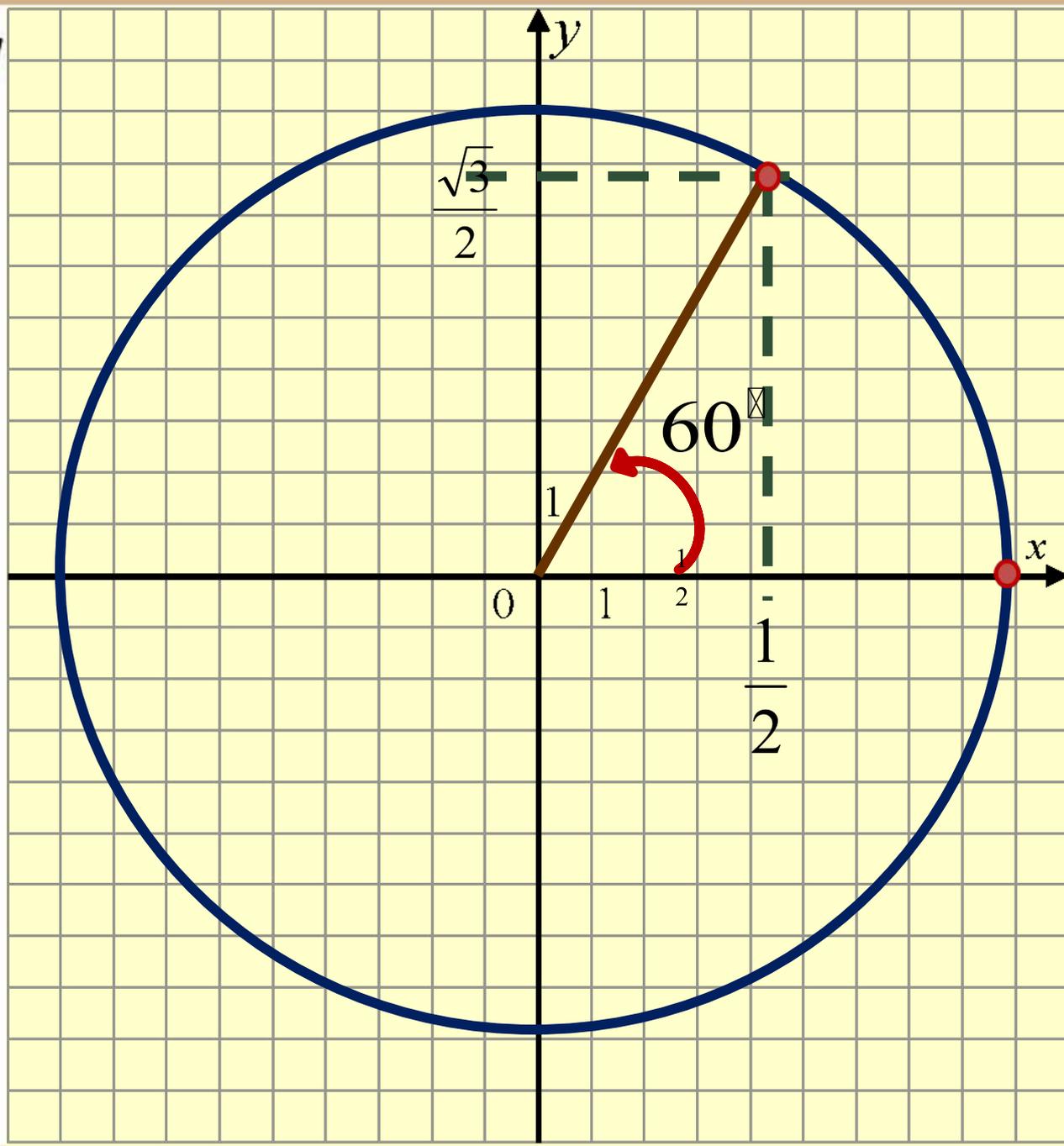


$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \\ &= \sin(\alpha + 360^\circ) = \\ &= \sin(\alpha + 2 \cdot 360^\circ) = \\ &= \sin(\alpha + n \cdot 360^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \\ &= \cos(\alpha + 360^\circ) = \\ &= \cos(\alpha + 2 \cdot 360^\circ) = \\ &= \cos(\alpha + n \cdot 360^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \\ &= \operatorname{tg}(\alpha + n \cdot 180^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg} \alpha &= \\ &= \operatorname{ctg}(\alpha + n \cdot 180^\circ) \end{aligned}$$



$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 480^\circ = ?$$

$$\cos 480^\circ = ?$$

$$\begin{aligned} \sin 480^\circ &= \\ &= \sin(60^\circ + 2 \cdot 360^\circ) = \\ &= \sin(60^\circ + 720^\circ) = \\ &= \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 480^\circ &= \\ &= \cos(60^\circ + 2 \cdot 360^\circ) = \\ &= \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \end{aligned}$$



$$\sin 765^\circ =$$

$$= \sin(45^\circ + 2 \cdot 360^\circ) =$$

$$= \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 1110^\circ =$$

$$= \cos(30^\circ + 3 \cdot 360^\circ) =$$

$$= \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin(-1470^\circ) = -\sin 1470^\circ = -\sin(30^\circ + 4 \cdot 360^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos(-1140^\circ) = \cos 1140^\circ = \cos(60^\circ + 3 \cdot 360^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin(-810^\circ) = -\sin 810^\circ = -\sin(90^\circ + 2 \cdot 360^\circ) = -\sin 90^\circ = -1$$

$$\cos(-1170^\circ) = \cos 1170^\circ = \cos(90^\circ + 3 \cdot 360^\circ) = \cos 90^\circ = 0$$



$$\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 2,5\pi = \sin(0,5\pi + 2\pi) = \sin 0,5\pi = \sin\frac{\pi}{2} = 1$$

$$\cos\left(-\frac{9\pi}{4}\right) = \cos\left(2\frac{1}{4}\pi\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg}\frac{13\pi}{6} = \operatorname{tg}\left(2\frac{1}{6}\pi\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi\right) = \operatorname{tg}\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{ctg}\left(-\frac{7\pi}{3}\right) = -\operatorname{ctg}\left(2\frac{1}{3}\pi\right) = -\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi\right) = -\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

Домашнее задание

№6.3 А(1-5), Б(1-5), В(1-5)

1) 30°, 2) 100°, 3) 110°, 4) 200°, 5) 300°, 6) 100°, 7) 30°, 8) 120°,
9) -415° ; 10) -520° .



*Спасибо за
внимание!*