









## Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

$W$  – энергия заряженного конденсатора (энергия электрического поля), Дж

$q$  - заряд пластины конденсатора, Кл

$U$  - разность потенциалов, В

$C$  – емкость конденсатора, Ф

## Энергия электростатического поля.

Энергию заряженного конденсатора можно рассматривать как потенциальную энергию электрического поля, локализованного в конденсаторе.

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S E^2 d^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V$$

# Законы Ома и Джоуля-Ленца в интегральной и дифференциальной формах

## Закон Ома в интегральной форме

Немецкий физик Г. Ом в 1826 г. экспериментально установил закон, согласно которому:

сила тока, протекающего по однородному проводнику (в смысле отсутствия сторонних сил), пропорциональна разности потенциалов на его концах, т. е. напряжению на проводнике:

$$I = \frac{1}{R} U \quad (16)$$

Здесь  $U = \varphi_1 - \varphi_2$ ,  $R$  – электрическое сопротивление проводника. Выражение (16) принято рассматривать как интегральную форму закона Ома.

Единицей измерения сопротивления в СИ является  $1[\text{Ом}] = 1[\text{В}] / 1[\text{А}]$ . Сопротивление  $R$  зависит от формы и размеров проводника, свойств материала, температуры, распределения тока по объему проводника.

Так для однородного цилиндрического проводника имеем:  $R = \rho \cdot l / S$ , где  $\rho$  – удельное электрическое сопротивление материала проводника в  $[\text{Ом}\cdot\text{м}]$ ,  $l$  – его длина, а  $S$  – сечение проводника.

- **Электродвижущая сила (Э.Д.С.)** – физическая величина, равная работе, которую совершают сторонние силы источника тока при перемещении единичного положительного заряда.

$$\mathcal{E} = \frac{A_{cm}}{Q_0}$$

**Разность потенциалов** между концами однородного участка цепи  $1 - 2$  – это величина, равная работе, которую совершают электростатические силы при перемещении единичного положительного заряда на этом участке цепи

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{Q_0}$$

## Определение напряжения:

**Напряжение** – это физическая величина, характеризующая действие электрического поля на заряженные частицы.

$$U = \frac{A}{q}$$

**U** – напряжение

**A** – работа тока

**q** – электрический заряд

Закон Джоуля-Ленца  
в интегральной форме

$$Q = \int_0^t UI dt = UI t = \frac{U^2}{R} t = I^2 R t.$$

Количество теплоты, которое выделяется в проводнике с током, пропорционально квадрату силы тока, времени его протекания и сопротивлению проводника

Закон Джоуля-Ленца в  
интегральной форме

$$A = Q = I^2 R t$$

Закон Джоуля-Ленца в  
дифференциальной форме

$$w = \rho j^2 = \sigma E^2; \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \text{с}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$$

**w – удельная тепловая мощность  
(плотность тепловой мощности тока)**

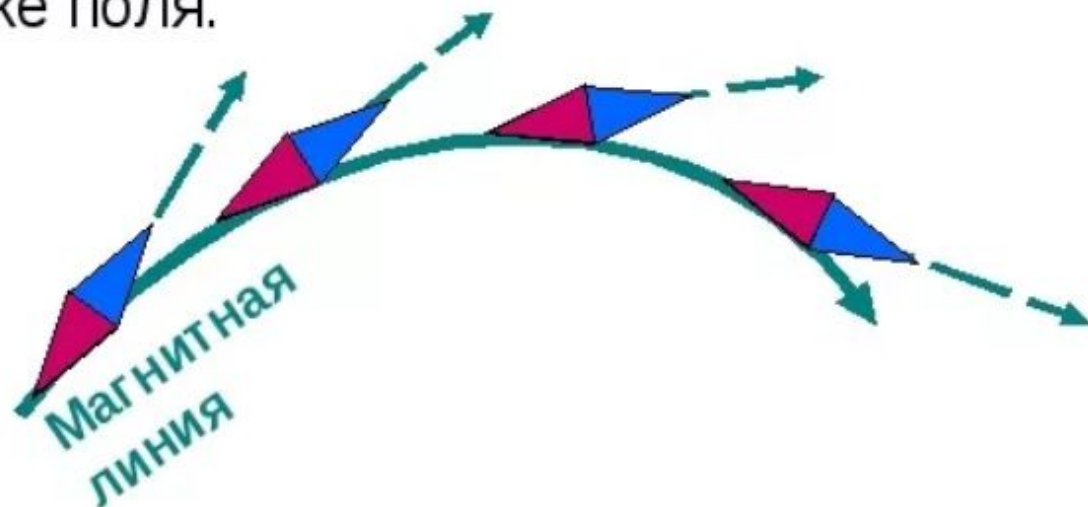


# Вектор магнитной индукции

Векторная характеристика магнитного поля – **магнитная индукция**  $\vec{B}$

Магнитное поле графически изображается с помощью **линий магнитной индукции (магнитных линий)** – это линии, касательные к которым в любой их точке совпадают с вектором магнитной индукции в данной точке поля.

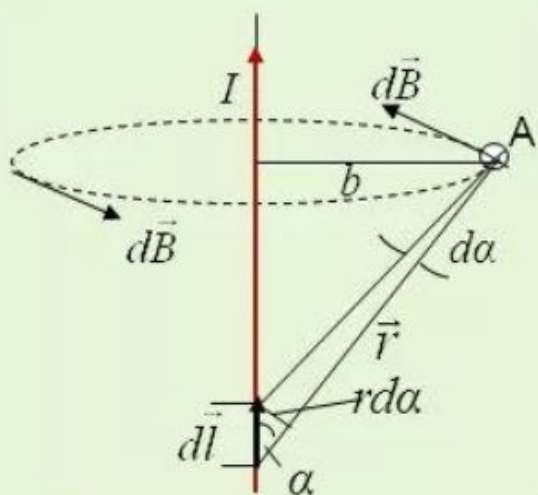
Магнитные линии – воображаемые линии, вдоль которых расположились бы магнитные стрелки, помещённые в магнитное поле.





# Применение закона Био – Савара – Лапласа к расчету полей

## Магнитное поле прямого тока



Все векторы  $d\vec{B}$  от произвольных элементарных участков  $dl$  имеют одинаковое направление, Поэтому сложение векторов можно заменить сложением модулей.

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}$$

$$r = \frac{b}{\sin \alpha}; \quad dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \sin \alpha d\alpha \quad 0 \leq \alpha \leq \pi$$

$$B = \int_0^\pi dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b} \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

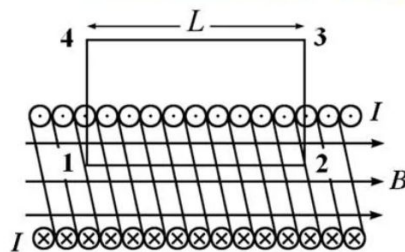
Магнитное поле бесконечно длинного проводника с током

## Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля

**в интегральной форме:** циркуляция вектора индукции магнитного поля в вакууме по произвольному замкнутому контуру равна сумме токов, охватываемых этим контуром, умноженной на магнитную постоянную

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i \quad (5.9)$$

### • Магнитное поле длинного соленоида



Возьмем замкнутый прямоугольный контур 1-2-3-4.

$$\left. \begin{aligned} \oint_L \vec{B} d\vec{l} &= \int_1^2 \vec{B} d\vec{l} + \int_2^3 \vec{B} d\vec{l} + \int_3^4 \vec{B} d\vec{l} + \int_4^1 \vec{B} d\vec{l} = BL. \\ \left. \begin{aligned} \int_1^2 \vec{B} d\vec{l} &= \int_1^2 B \uparrow d\vec{l} \\ \int_2^3 \vec{B} d\vec{l} &= \int_2^3 B \perp d\vec{l} \\ \int_3^4 \vec{B} d\vec{l} &= \int_3^4 B = 0 \\ \int_4^1 \vec{B} d\vec{l} &= \int_4^1 B \perp d\vec{l} \end{aligned} \right\} \\ \oint_L \vec{B} d\vec{l} &= \mu_0 N_L I. \end{aligned} \right\}$$

$$BL = \mu_0 N_L I \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 N_L I}{L} = \mu_0 n I$$

## Закон полного тока для магнитного поля в веществе:

Циркуляция вектора напряженности магнитного поля вдоль произвольного замкнутого контура равна полному току через поверхность, ограниченную этим контуром:

$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{l}) = I_{\text{пров}} + I_{\text{смещ}} = I_{\text{пров}} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

Полный ток  $I_{\text{полн.}} = I_{\text{пров}} + I_{\text{смещ}}$

## Закон Ампера:

На проводник с током в магнитном поле действует сила, модуль которой равен:

$$F_A = IBl \sin \alpha$$

*I* – сила тока в проводнике

*B* – модуль вектора магнитной индукции

*l* – длина части проводника, находящейся в магнитном поле

*α* – угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции



# Сила Лоренца -

это сила, с которой магнитное поле действует на заряженные частицы

Модуль силы Лоренца прямо пропорционален:

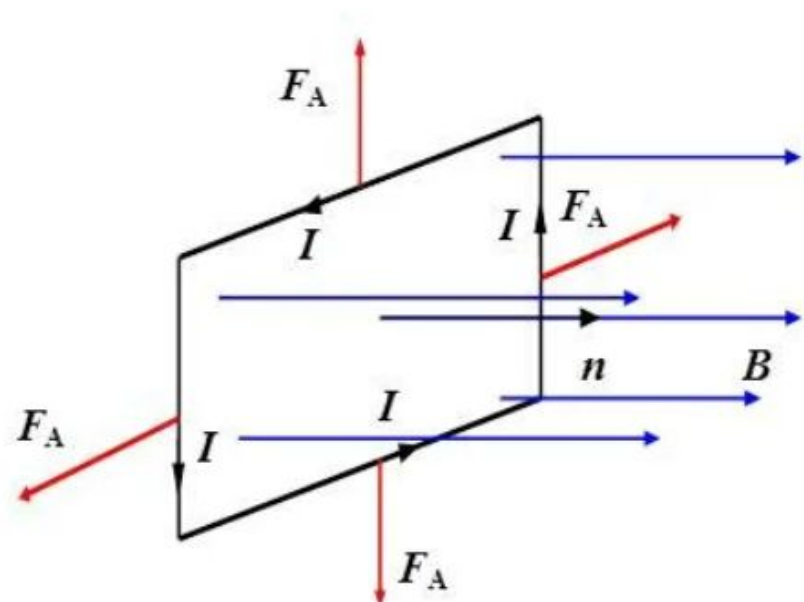
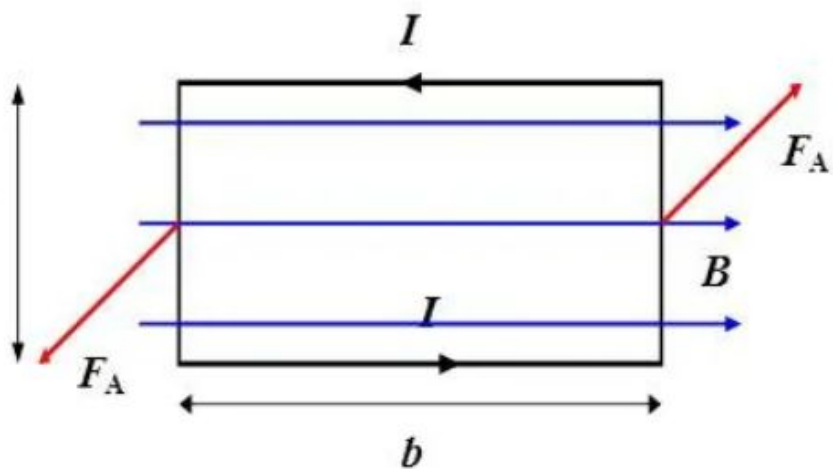
- индукции магнитного поля  $B$  (в Тл);
- модулю заряда движущейся частицы  $|q_0|$  (в Кл);
- скорости частицы  $v$  (в м/с)

$$F_{\text{Л}} = q_0 \cdot B \cdot v \cdot \sin \alpha$$

где угол  $\alpha$  – это угол между вектором магнитной индукции и направлением вектора скорости частицы

# Действие магнитного поля на контур с током

- Прямолинейный контур в магнитном поле



Вектор магнитной индукции  $\mathbf{B}$  находится в плоскости контура

$$F_A = I a B \sin \alpha,$$

$$\alpha = 90^\circ.$$

$$M = F_A \cdot b = I a b B = I S B = p_m B.$$

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$$

Контур поворачивается таким образом, что его положительная нормаль  $n$  совпадает с вектором  $\mathbf{B}$



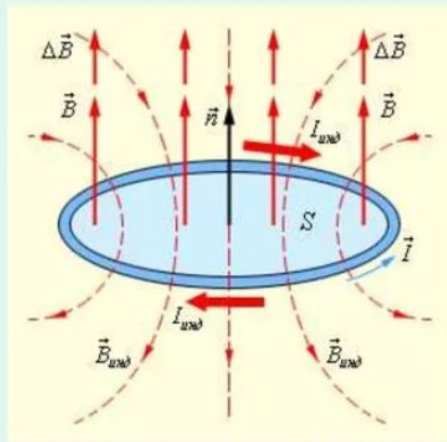






# Электромагнитная индукция.

- Это явление возникновения (*индуцирования*) электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур.
- Направление индукционного тока определяется **правилом Ленца**.



## Закон Фарадея. Правило Ленца

- **Открытие Фарадея**  
В 1831 г. Майкл Фарадей обнаружил, что в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока (т. е. потока вектора  $\mathbf{B}$ :  $\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S}$ ), охватываемого этим контуром, возникает электрический ток – последний назвали **индукционным током** ( $I_i$ ). Само это явление было названо **электромагнитной индукцией**.  
Появление индукционного тока означало, что при изменении магнитного потока – в контуре возникает **э.д.с. индукции**  $\mathcal{E}_i$ . При этом было отмечено, что величина э.д.с. совершенно не зависит от того, каким образом произошло изменение потока  $\Phi$ , и определяется лишь скоростью его изменения, т. е. величиной  $d\Phi/dt$ , и, соответственно, закон Фарадея получил аналитическое выражение:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (1)$$

## ИНДУКТИВНОСТЬ. САМОИНДУКЦИЯ

Электрический ток текущий в контуре создает вокруг себя электромагнитное поле, индукция которого пропорциональна току. Поэтому, сцепленный с контуром магнитный поток пропорционален току в контуре.

$$\Phi = LI$$

$L$  – **индуктивность контура** (коэффициент индукции)

При изменении силы тока в контуре будет изменяться так же и сцепленный с ним магнитный поток, а значит в контуре будет индуцироваться ЭДС.

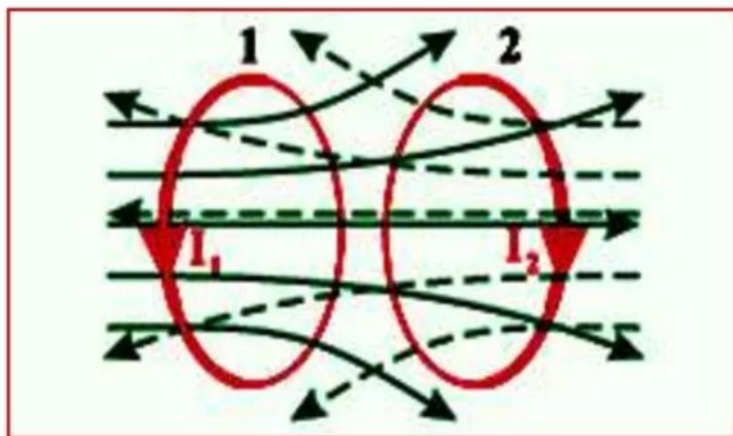
Возникновение ЭДС индукции в проводящем контуре, при изменении в нем силы тока называется – **САМОИНДУКЦИЕЙ**.



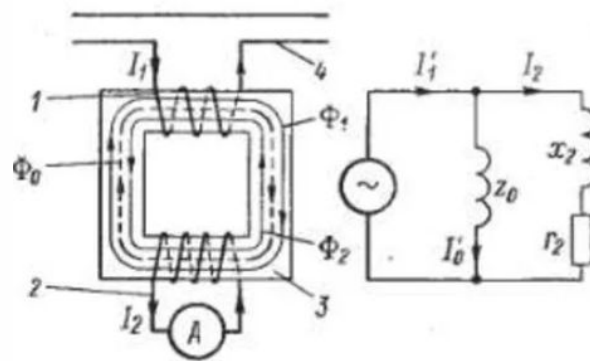
# Взаимная индукция

## Взаимная индукция

– явление возникновения ЭДС в одном контуре при изменении силы тока в другом, близко расположенном контуре.



## Схема трансформаторов тока



Как видно из схемы, основными элементами ТТ, участвующими в преобразовании тока, являются первичная обмотка 1 и вторичная обмотка 2, намотанные на один и тот же магнитопровод 3. Первичная обмотка включается последовательно (в рассечку токопровода высокого напряжения 4), т.е. обтекается током линии  $I_1$ . Ко вторичной обмотке подключаются измерительные приборы или реле. При работе трансформатора тока вторичная обмотка всегда замкнута на нагрузку.

Первичную обмотку совместно с цепью высокого напряжения называют **первичной цепью**, а внешнюю цепь, получающую измерительную информацию от вторичной обмотки ТТ, называют **вторичную цепью**. Цепь, образуемую вторичной обмоткой и присоединенной к ней вторичной цепью, называют **ветвью вторичного тока**.

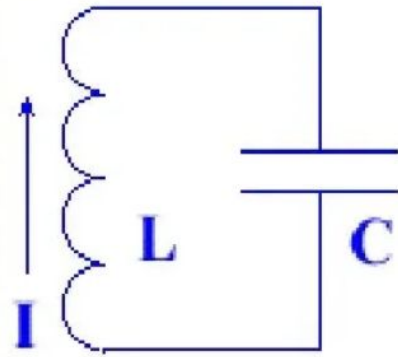
# Энергия магнитного поля катушки с током

$$W = \frac{L \cdot I_m^2}{2}$$



# Колебательный контур

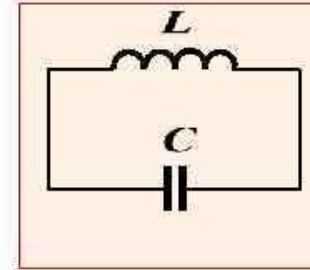
- КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР**, замкнутая электрическая цепь, состоящая из **конденсатора емкостью  $C$**  и **катушки с индуктивностью  $L$** , в которой могут возбуждаться **собственные колебания** с частотой, обусловленные перекачкой энергии из электрического поля конденсатора в магнитное поле катушки и обратно.



**$L$  – индуктивность катушки;**  
 **$C$  – емкость конденсатора**

## Электромагнитные колебания.

Колебательный контур. Свободные гармонические колебания.



Дифференциальное уравнение гармонических колебаний в контуре.

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$$

Подобно уравнению механических колебаний.

Решение:  $q = q_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ - собственная частота контура.}$$

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \text{ - период колебаний (формула Томсона).}$$

Формула для напряжения на конденсаторе:

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_{\max}}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Общая физика. «Физика колебаний и волн»

# Затухающие электромагнитные колебания

Свободные электромагнитные колебания в реальном колебательном контуре, представляющем собой последовательное соединение катушки индуктивности  $L$ , конденсатора емкости  $C$  и электрического сопротивления  $R$  – называются затухающими электромагнитными колебаниями

Уравнение изменения заряда  $q$  на обкладках конденсатора во времени:

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = 0$$

Решение уравнения:  $q = q_0 e^{-\gamma t} \sin(\omega_3 t + \delta)$

$q_0$  – амплитудное значение заряда в момент времени  $t = 0$

$\gamma = \frac{R}{2L}$  – коэффициент затухания

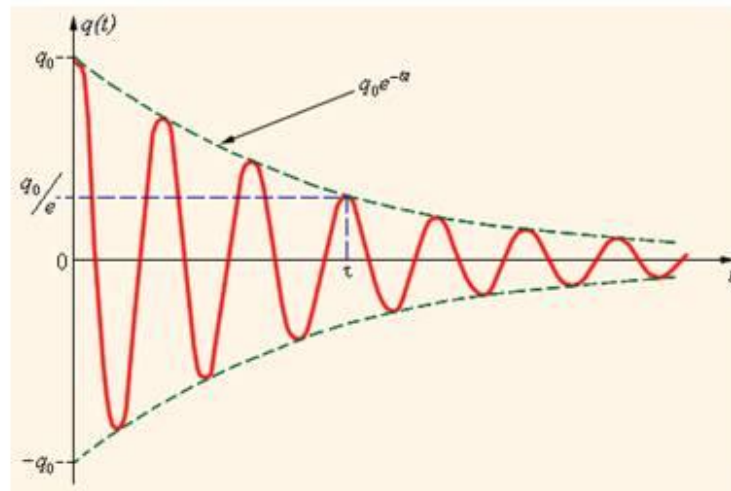
Зависимость заряда от времени при затухающем колебании

Циклическая частота свободных электромагнитных колебаний в контуре:

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

Период затухающих колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_3} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$$





# Вынужденные электромагнитные колебания

Незатухающие колебания в цепи под действием внешней, периодически изменяющейся ЭДС – называются вынужденными электромагнитными колебаниями

$$e = E_m \sin \omega t$$

$e$  – мгновенное значение ЭДС индукции в данный момент времени)

$E_m$  – амплитудное значение ЭДС

$\omega$  – циклическая частота переменной ЭДС

Магнитный поток  $\Phi$  сквозь плоскость рамки:

$$\Phi = BS \cos \alpha$$

$\alpha$  – угол между нормалью  $\vec{n}$  к плоскости рамки и напряжением

вектора магнитной индукции  $\vec{B}$

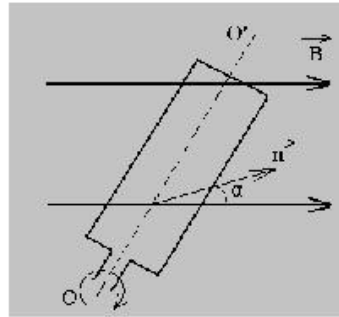
По закону электромагнитной индукции:

$$E = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$  – скорость изменения магнитной индукции

$$e = BS \omega \sin \omega t = E_m \sin \omega t$$

$E_m = BS \omega$  – амплитуда ЭДС индукции

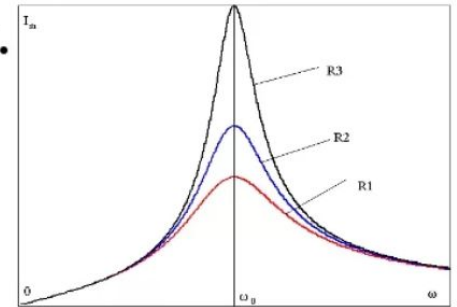


## Резонанс

Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний тока в колебательном контуре, которое происходит при совпадении частоты вынужденных колебаний с собственной частотой колебательного контура – называется резонансом.

Условие резонанса токов:

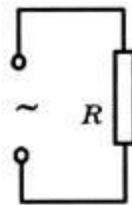
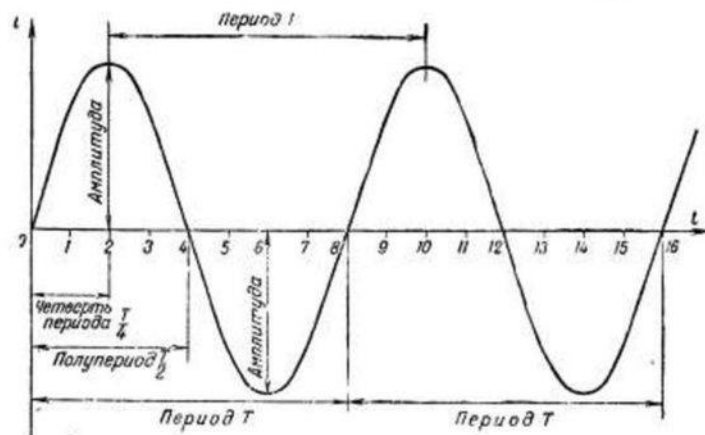
$$\omega \rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



# Переменный ток

**Переменный ток** – это ток, модуль и направление которого периодически (т.е. точно повторяются через равные промежутки времени) меняются во времени.

На рисунке представлен случай **синусоидального тока** и показаны его основные параметры: амплитуда и период.



$$I_m = \frac{U_m}{R}, \quad I = \frac{U}{R}$$

Колебания напряжения и силы тока совпадают по фазе.

Если  $u = U_m \cos \omega t$ , то  $i = I_m \cos \omega t$ .  
Мощность переменного тока (средняя за период), выделяющаяся на активном сопротивлении,  $P = \frac{1}{2} I_m U_m = IU = I^2 R$ .

## ИНДУКТИВНОСТЬ В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА



$$I_m = \frac{U_m}{X_L}, \quad I = \frac{U}{X_L}$$

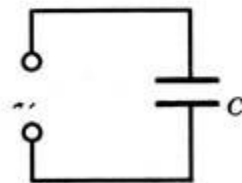
Колебания напряжения опережают по фазе колебания силы тока на четверть периода.

Если  $i = I_m \cos \omega t$ , то

$$u = U_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = -U_m \sin \omega t.$$

Величина  $X_L = \omega L$  называется **индуктивным сопротивлением**.

## ЕМКОСТЬ В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА



$$I_m = \frac{U_m}{X_C}, \quad I = \frac{U}{X_C}$$

Колебания напряжения отстают по фазе от колебаний силы тока на четверть периода.

Если  $i = I_m \cos \omega t$ , то

$$u = U_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) = U_m \sin \omega t.$$

Величина  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  называется **емкостным сопротивлением**.

# Мощность в цепи переменного тока

Действующие значения напряжения и силы тока фиксируются электроизмерительными приборами и позволяют непосредственно вычислять мощность переменного тока в цепи.

Мощность в цепи переменного тока определяется теми же соотношениями, что и мощность постоянного тока, в которые вместо силы постоянного тока и постоянного напряжения подставляют соответствующие действующие значения:

$$P = U \cdot I$$

Когда между напряжением и силой тока существует сдвиг фаз, мощность определяется по формуле:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \phi$$



# Электромагнитная

волна – это процесс распространения в пространстве возмущений электромагнитного поля.

## Свойства электромагнитных волн

- 1. Распространяются как в различных средах, так и в вакууме.
- 2. Скорость ЭМВ в вакууме является фундаментальной физ константой, одинаковой для всех систем отчета.
- 3. Скорость ЭМВ в веществе меньше, чем в вакууме, и определяются из формулы Максвелла. В атмосфере скорость практически можно принять равной скорости света в вакууме.
- 4. Скорость распространения ЭМВ в конкретной среде совпадает со скоростью света в этой среде, что является одним из обоснований электромагнитной природы света.
- 5. При переходе ЭМВ из одной среды в другую частота волны остается неизменной.
- 6. ЭМВ с частотой от 400 до 800 ТГц вызывают у человека ощущение света.
- 7. ЭМВ являются поперечными, т.к. векторы  $E$  и  $H$  в ЭМВ перпендикулярны направлению ее распространения.
- 8. ЭМВ обладают свойством дифракции, т.е. способностью огибать препятствия, размеры которых сравнимы с длиной волны. При этом отклонение направления их распространения от прямолинейного наблюдается у края преграды или при прохождении через отверстие.

## Дифференциальное уравнение электромагнитной волны

- Одним из важнейших следствий уравнений Максвелла является существование электромагнитных волн.
- Для однородной и изотропной среды вдали от зарядов и токов векторы напряженностей  $E$  и  $H$  переменного электромагнитного поля удовлетворяют волновому уравнению:

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Delta \vec{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

Где  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  - оператор Лапласа;

$v$  - фазовая скорость



# Электромагнитная

волна – это процесс распространения в пространстве возмущений электромагнитного поля.

## Вектор Умова-Пойнтинга

Количество энергии, распространяющейся в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению потока энергии, выражается векторной величиной называемой вектором Умова-Пойнтинга (чаще вектором Пойнтинга)

$$\mathbf{P} = [\mathbf{E} \times \mathbf{H}]$$

## Энергия электромагнитной волны

Объемная плотность  $w$  энергии электромагнитной волны складывается из объемных плотностей энергий  $w_{эл}$  и  $w_{маг}$  электрического и магнитного полей:

$$w = w_{эл} + w_{маг} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

Учитывая выражение

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H$$

получим

$$w = 2w_{эл} = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0} EH = \frac{EH}{v}$$

Умножив плотность энергии  $w$  на скорость распространения волны  $v$  в среде, получим модуль плотности потока энергии:

$$S = wv = EH$$