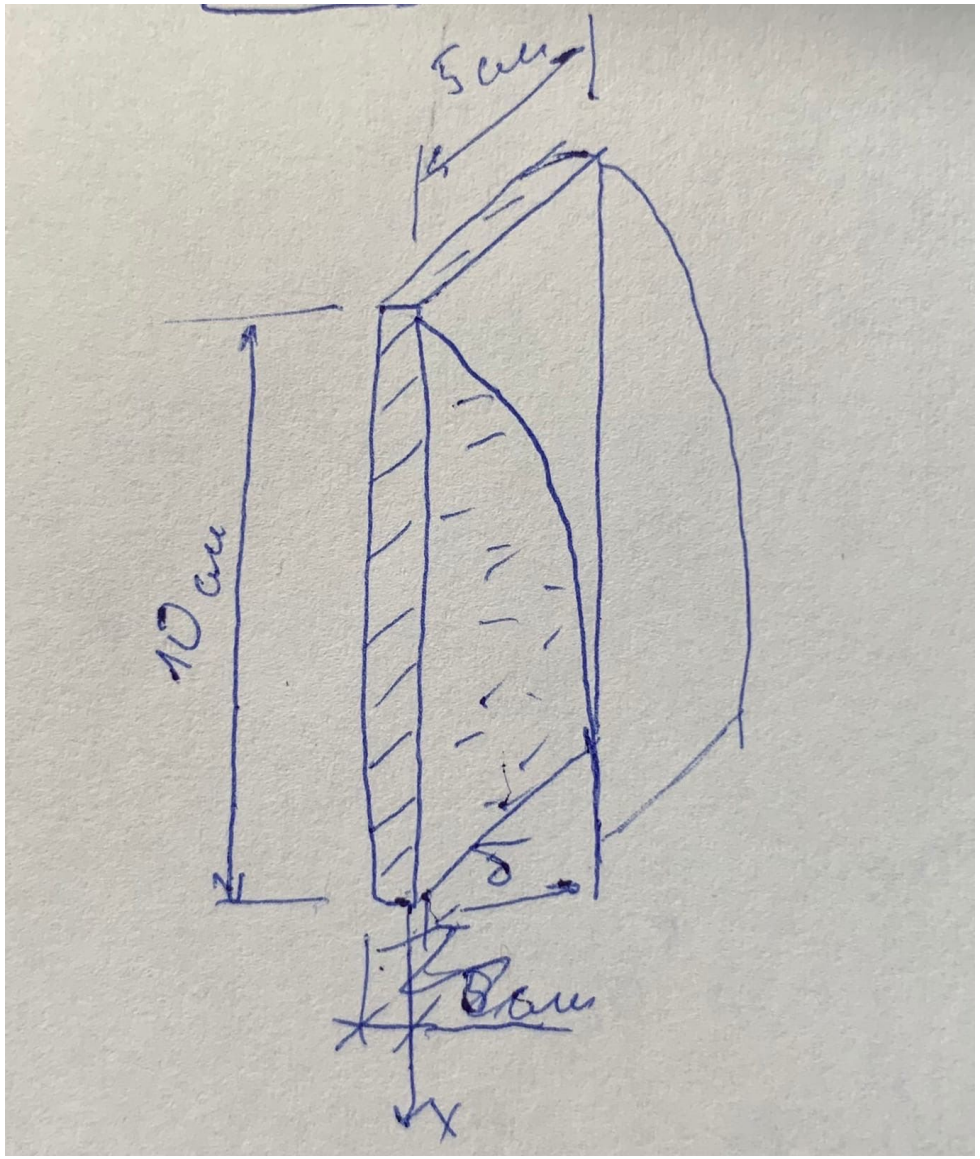
Условие задачи

На вертикальной поверхности тонкой медной пластины длиной 10 см и шириной 5 см криогенной холодильной машиной поддерживается режим постоянства отводимого теплового потока. Производительность машины – 50 Вт. На внешней поверхности пластины осуществляется пленочная ламинарная конденсация аргона при атмосферном давлении. Определите толщину пленки конденсата в нижней части пластины и распределение температуры вдоль нее.
Найдите скорости движения пара и жидкости вблизи границы раздела фаз.



при 1 атм

$T = 87\ K$

$\rho_п = 5,8\ \frac{кг}{м^3}$

$\rho_ж = 1391\ \frac{кг}{м^3}$

$r = 159,6\ \frac{кДж}{кг}$

$\lambda_п = 5,78 \cdot 10^{-3}\ \frac{Вт}{м \cdot К}$

$\lambda_ж = 0,1752\ \frac{Вт}{м \cdot К}$

$\nu_п = 7,6 \cdot 10^{-6}\ Па \cdot с$

$\nu_ж = 8,4 \cdot 10^{-5}\ Па \cdot с$

$$Q = qF$$

$$q = \alpha \Delta t = \tau \cdot j$$

$$q = \frac{\lambda}{\delta} \Delta T$$

$$\frac{d\delta}{\delta x} = \frac{\lambda \Delta T \nu}{\tau g \cdot \delta^3 \rho} \Rightarrow \frac{\delta^4}{4} = \frac{\lambda \Delta T \nu}{\tau g \rho} + C$$

при $\delta_{x=0} = 0$ .. $\Rightarrow C = 0$

$$\Rightarrow \delta = \sqrt[4]{\frac{4 \lambda \Delta T \nu}{\tau g \rho} x}$$

$$q = \frac{Q}{S} = \frac{50}{0{,}1 \cdot 0{,}05} = 10^4 \frac{Вт}{м^2}$$

$$j = \frac{q}{\tau} = \frac{10^4}{160 \cdot 10^3} = 0{,}0625 \frac{кг}{с \cdot м^2}$$

Т.К $q = const$ $\quad \frac{\Delta T}{\delta} = \frac{q}{\lambda} = \frac{10^4}{0{,}18} = 5{,}5 \cdot 10^4 \ \frac{K}{м}$

$$\Delta T = \frac{q \cdot \delta}{\lambda} = \frac{q}{\lambda} \sqrt[4]{\frac{4 \lambda \Delta T \nu}{\pi g \beta}} \times$$

$$\Rightarrow \Delta T^{3/4} = \frac{q}{\lambda} \sqrt[4]{\frac{4 \lambda \nu}{\pi g \beta}} = \frac{10^4}{0{,}18} \cdot \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 0{,}18 \cdot 8{,}4 \cdot 10^{-5}}{160 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1391}} = 12{,}7 \ K$$

$\Rightarrow \Delta T = 293 \ K$

$\Rightarrow \delta = \frac{\Delta T}{5{,}5 \cdot 10^4} = \frac{293}{5{,}5 \cdot 10^4} = 0{,}00053 = 0{,}53 \cdot 10^{-3} = 0{,}53 \ мм$

ЗСМ: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho w_x}{\partial x_k} = 0 \Rightarrow \rho \frac{\partial w_x}{\partial x_k} = 0$, $j = \rho'' w''$

ЗСИ: $\mu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \rho g = 0$

$$u(y) = \frac{\rho g}{\mu} \cdot y\left(\delta - \frac{y}{2}\right) \Rightarrow u(\delta) = \frac{\rho g \delta^2}{2\mu}$$

$$\bar{u} = \frac{1}{\delta}\int_0^{\delta} u\,dy = \frac{\rho g \delta^2}{3\mu}$$

Массовый расход в плёнке: $G_1 = \rho \bar{u} \delta$

в конденсате: $G_2 = j \cdot \Delta x$

$G_1 = G_2 \Rightarrow dG_1 = dG_2 \Rightarrow \rho \bar{u}\, d\delta = j\, dx$

$$\frac{\rho^2 g \delta^2}{3\mu} d\delta = j\,dx \Rightarrow \delta^2 d\delta = \frac{j \cdot 3\mu}{\rho^2 g} dx \Rightarrow$$

$$\int \delta^2 d\delta = \int \frac{j \cdot 3\mu}{\rho^2 g} dx \Rightarrow \frac{\delta^3}{3} = \frac{3 j \mu}{\rho^2 g} x \Rightarrow \delta = \sqrt[3]{\frac{3 q \mu}{r \rho^2 g} x}$$

$$\Rightarrow \delta(x) = \sqrt[3]{\frac{3 q \mu}{r \rho^2 g}} \cdot \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 10^4 \cdot 8{,}4 \cdot 10^{-5}}{160 \cdot 10^3 \cdot 1391^2 \cdot 10}} \cdot \sqrt[3]{x} = 1{,}93 \cdot \sqrt[3]{x} \cdot 10^{-3}\ м$$

$$\delta(0{,}1) = 1{,}93 \sqrt[3]{0{,}1} \cdot 10^{-3} = 4{,}3 \cdot 10^{-5}\ м$$

$$\bar{\delta} = \frac{1}{L}\int_0^L \delta\,dx = \frac{1}{L}\int_0^L \sqrt[3]{\frac{3 q \mu}{r \rho^2 g}} \cdot \sqrt[3]{x}\,dx = \frac{1}{L} \sqrt[3]{\frac{3 q \mu}{r \rho^2 g}} \cdot \frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4}\Big|_0^L = \frac{3}{4} \sqrt[3]{\frac{3 q \mu}{r \rho^2 g} L} =$$

$$= \frac{3}{4} \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 10^4 \cdot 8{,}4 \cdot 10^{-5}}{160 \cdot 10^3 \cdot 1391^2 \cdot 10} \cdot 0{,}1} = 3{,}25 \cdot 10^{-5}\ м$$

$$q = \frac{\lambda}{\delta} \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{q \cdot \delta}{\lambda} = \frac{q}{\lambda} \sqrt[3]{\frac{3 q \mu}{r \rho^2 g} x} = \frac{10^4}{0{,}18} \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 10^4 \cdot 8{,}4 \cdot 10^{-5}}{160 \cdot 10^3 \cdot 1391^2 \cdot 10} \cdot x} = \frac{2{,}4}{5{,}2} \cdot \sqrt[3]{x}\ K$$

Т-ра стенки: $T_w = T_s - \Delta T = T_s - \frac{q}{\lambda} \sqrt[3]{\frac{3 q \mu}{r \rho^2 g} \cdot x} = 87 - \frac{2{,}4}{5{,}2} \cdot \sqrt[3]{x}\ K$

$\Delta T(0{,}1) = 1{,}1\ K$

$T_w(0{,}1) = 85{,}9\ K$

- Скорость вблизи границы раздела фаз:

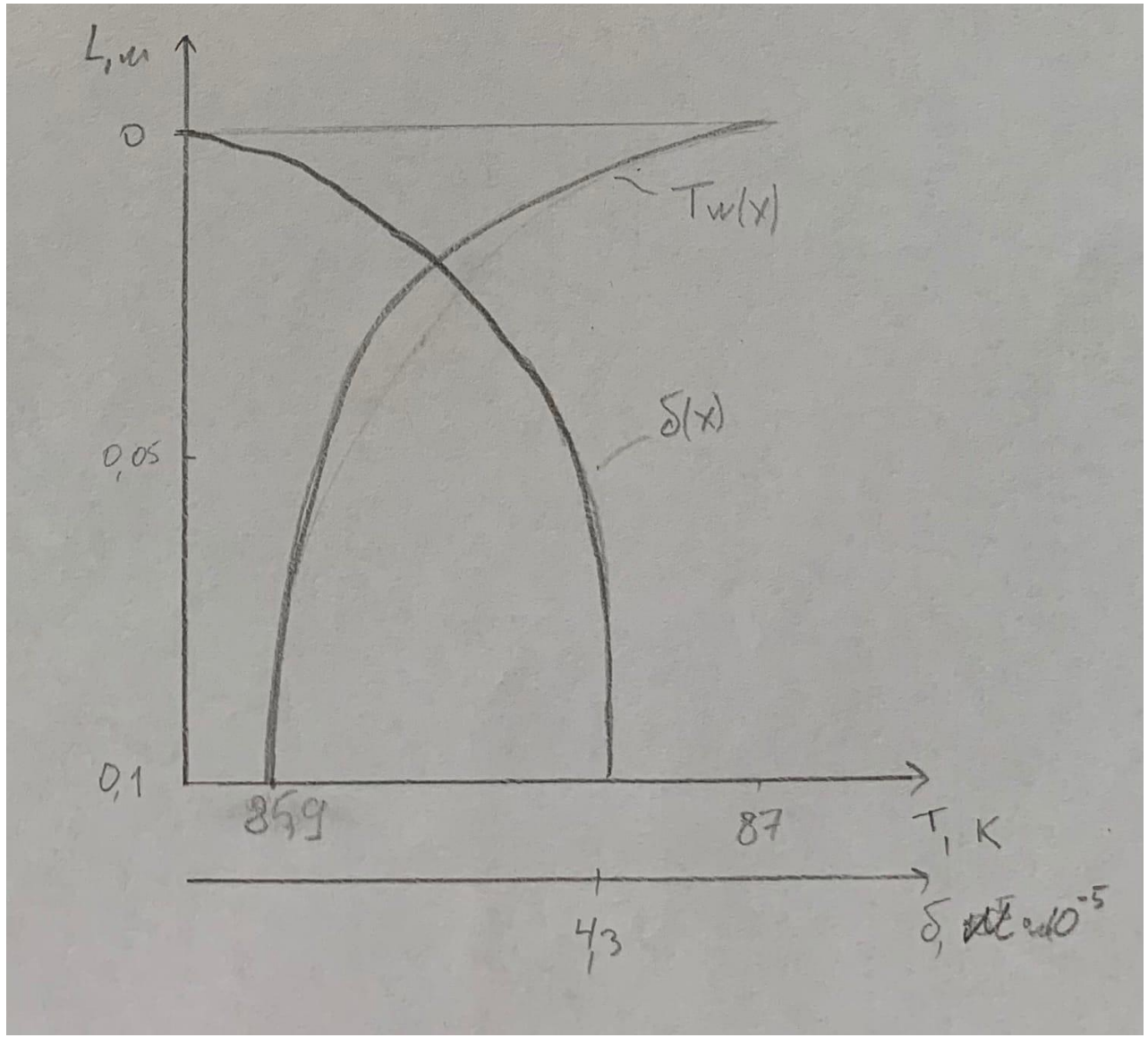
$$u(\bar{\delta}) = \frac{\rho g \bar{\delta}^2}{2\mu} = \frac{1391 \cdot 10 \cdot (3{,}25 \cdot 10^{-5})^2}{2 \cdot 84 \cdot 10^{-5}} = 0{,}09\ \frac{м}{с}$$

в нижней части пластины

$$u(\delta) = \frac{\rho g \delta^2}{2\mu} = \frac{1391 \cdot 10 \cdot (4{,}3 \cdot 10^{-5})^2}{2 \cdot 8{,}4 \cdot 10^{-5}} = 0{,}15\ \frac{м}{с}$$

- Скорость движения пара:

$$w'' = \frac{j}{\rho''} = \frac{0{,}0625}{5{,}8} = 0{,}011\ \frac{м}{с}$$


L, м
0
0,05
0,1
$T_w(x)$
$\delta(x)$
859
87
T, K
4,3
δ, м $\cdot 10^{-5}$

Ответ:

. Толщина плёнки в нижней части пластины $\delta = 4{,}3 \cdot 10^{-5}$ м

. Распределение т-ры вдоль стенки: $T_w(x) = 87 - 2{,}4 \cdot \sqrt[3]{x}$ (от 85,9 К до 87 К)

. Скорость движения пара: $w'' = 0{,}011 \frac{м}{с}$; $w''_{\perp}$

. Скорость движения ж-ти: близи границы раздела фаз: $u = 0{,}09 \frac{м}{с}$

в нижней части пластины: $u = 0{,}15 \frac{м}{с}$

в верхней части пластины и ~~о~~чень мала, $u \approx 0 \frac{м}{с}$