

# Корреляционно- регрессионные МОДЕЛИ

# Представление исходных данных

$Y_{t1}, Y_{t2}, Y_{t3} \dots Y_{tn}$

# Представление исходных данных

- $y_1$
- $y_2$
- ...
- $y_n$

$$\begin{array}{cccc} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1k} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nk} \end{array}$$

$$n > k \sim 3$$

# Представление исходных данных

Объект	Время	Признаки			
Объект 1	$t=1$	$Y_{11}$	$X_{11}$	$Z_{11}$	.....
	$t=2$	$Y_{21}$	$X_{21}$	$Z_{21}$	.....
	.....	.....	.....	.....	.....
	$t=T$	$Y_{1t}$	$X_{1t}$	$Z_{1t}$	.....
Объект 2	$t=1$	$Y_{21}$	$X_{21}$	$Z_{21}$	.....

# Построение корреляционно-регрессионной модели

$$Y = b_0 + b_1 * X_1 + b_2 * X_2 + \dots + b_k X_k + \varepsilon$$

# Оценка параметров модели

- Оценка параметра называется *несмещенной*, если ее математическое ожидание равно оцениваемому параметру
- Оценка параметра называется *состоятельной*, если она сходится по вероятности к оцениваемому параметру при возрастании количества наблюдений
- Оценка параметра называется *эффективной*, если она имеет наименьшую дисперсию среди возможных несмещенных оценок параметра, вычисленных по выборкам одного и того же объема  $n$

# Требования к исходным данным

- Объясняющие переменные  $x_1, x_2, \dots, x_k$  рассматриваются как неслучайные величины
- Величины  $x_1, x_2, \dots, x_k$  не связаны между собой линейной функциональной зависимостью

# Требования к регрессионным остаткам

- Регрессионные остатки  $\varepsilon_i$  есть взаимонезависимые случайные величины с нулевым математическим ожиданием
- Регрессионные остатки  $\varepsilon_i$  имеют постоянную остаточную дисперсию
- Вектор регрессионных остатков подчиняется  $n$ -мерному нормальному закону распределения вероятностей



# Исходная информация

- $B = (X^T X)^{-1} X^T Y$

- $y_1$
- $y_2$
- ...
- $y_n$

$$\begin{array}{ccc} 1 & X_{11} & X_{12} \\ 1 & X_{21} & X_{22} \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} \end{array}$$

# Используемые функции

- $X^T$  транспонированная матрица.
- Копировать, специальная вставка, выбрать окошко «транспонировать», ввод
- МУМНОЖ
- МОБР
- Shift + Alt + Enter

# Оценка значимости уравнения в целом

- $F_{\text{расч}} = \frac{Q_r / (k + 1)}{Q_{\text{ост}} / (n - k - 1)}$

# Сравнение расчетного и табличного значения

- $F_{\text{табл}} = F_{\text{РАСПОБР}}$
- Вероятность = вероятности ошибки
- $V_1 = K+1$
- $V_2 = n-k-1$
- $F_{\text{расч}} > F_{\text{табл}}$       Уравнение значимо

# Оценка значимости регрессоров

- $T_{bj} = b_j/s_{bj}$
- Ковариационная матрица по  $b_j$
- $$S^*(X^T X)^{-1}$$
  - $S^2 = Q_{ост}/(n-k-1)$
- По диагонали этой матрицы находим  $S_{bj}$  в квадрате

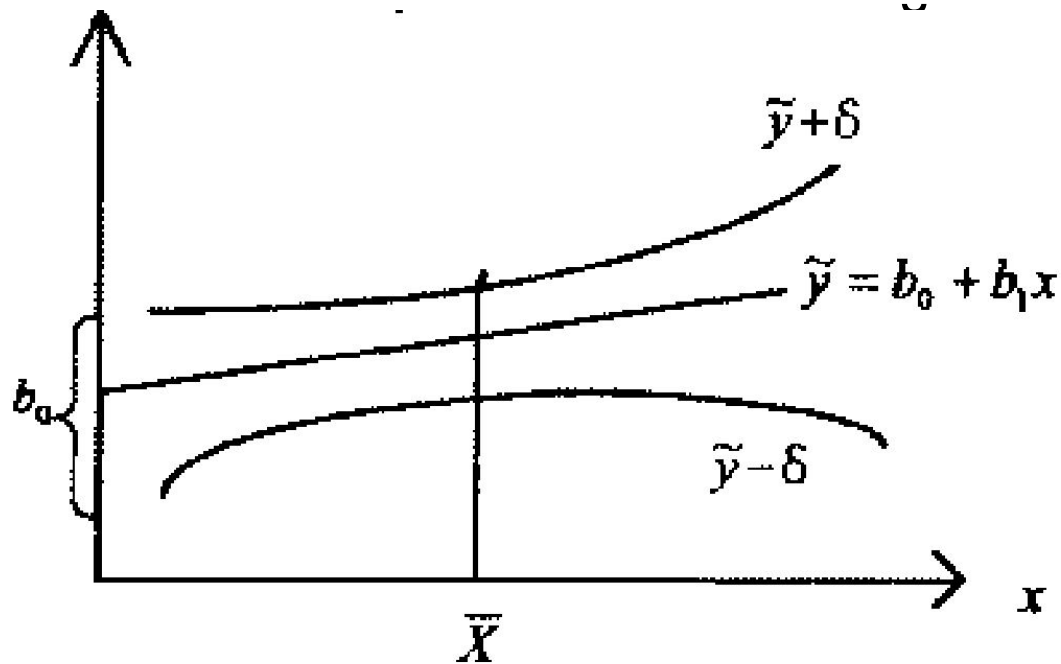
# Определение значимости регрессоров

- $t_{табл} = \text{СТЪЮДРАСПОБР}$
- Вероятность ошибки
- $V1 = n - k - 1$
  
- $t_{расч} > t_{табл}$  по абсолютной величине,  
то регрессор значим

# Множественный коэффициент детерминации

$$R_y^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{\text{mod}})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{\text{cp}})^2}$$

# Точечный и интервальный прогноз



IM



# Расчет интервального прогноза для простейшей модели

- $Y_{n+1} \in Y_{n+1} \pm t_T S \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_{n+1} - x_{cp})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{cp})^2} + 1}$

# Расчет интервального прогноза для множественной модели

- $Y_{n+1} \in Y_{n+1} \pm t_T S \sqrt{(X^0)^T (X^T X)^{-1} X^0 + 1}$