ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

ЧАСТЬ 3

Кафедра низких температур - Центр высоких технологий

НИУ МЭИ

ПРИНЦИПЫ ФИЗИКИ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СИСТЕМ

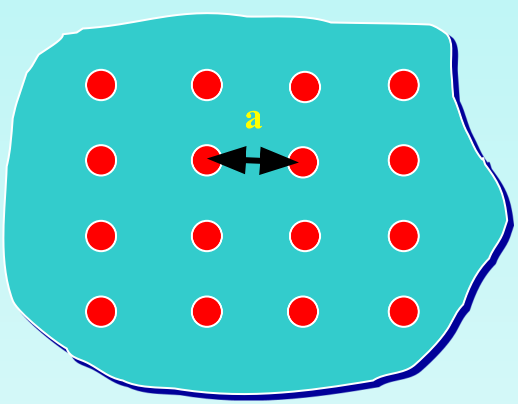
1.1. Что такое конденсированное тело?

О П Р Е Д Е Л Е Н И Е:

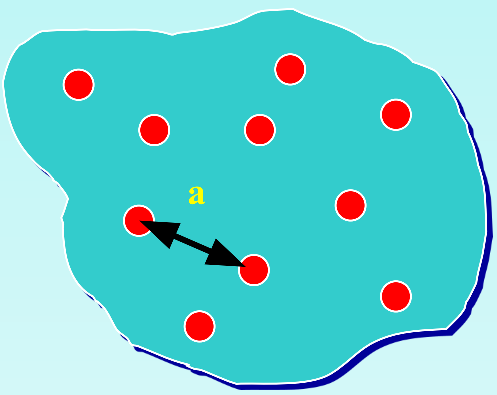
Конденсированное тело - система частиц, взаимодействием между которыми пренебречь нельзя (система сильно взаимодействующих частиц)

Кристаллы – конденсированные тела с дальним порядком (металлы, NaCl и т.п.)

Аморфные тела - конденсированные тела с ближним порядком (смолы, стекла и т.д.)

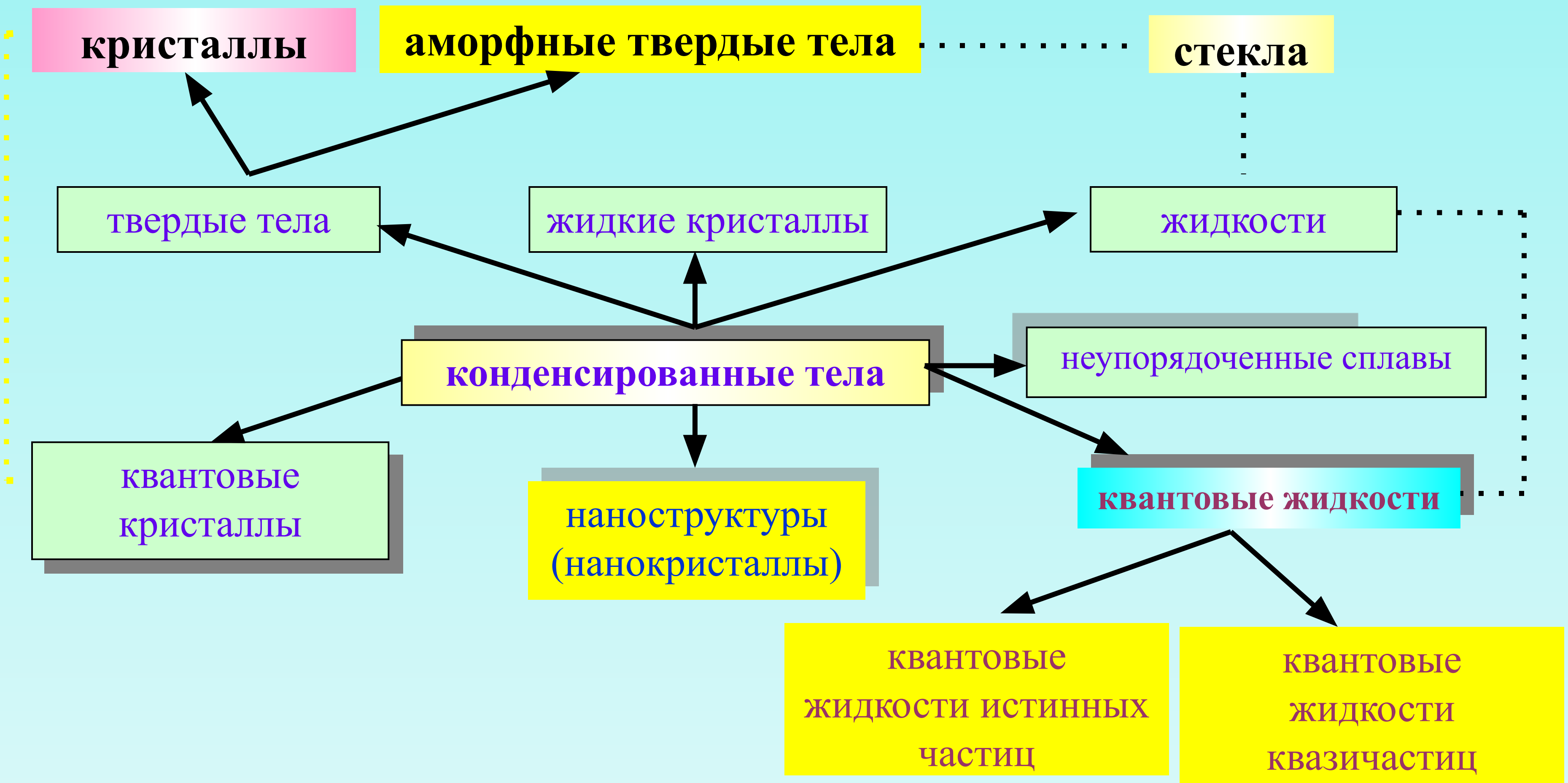


Дальний порядок - кристаллы



Ближний порядок – аморфные тела

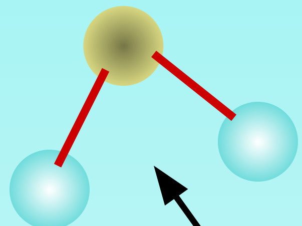
Классификации конденсированных систем



ТИПЫ КОНДЕНСИРОВАННЫХ ТЕЛ
(ПО ХАРАКТЕРУ СВЯЗЕЙ ЧАСТИЦ)

А. Классификация связей частиц

МОЛЕКУЛЯРНЫЕ



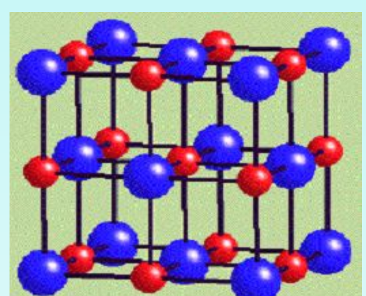
МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ

КОВАЛЕНТНЫЕ

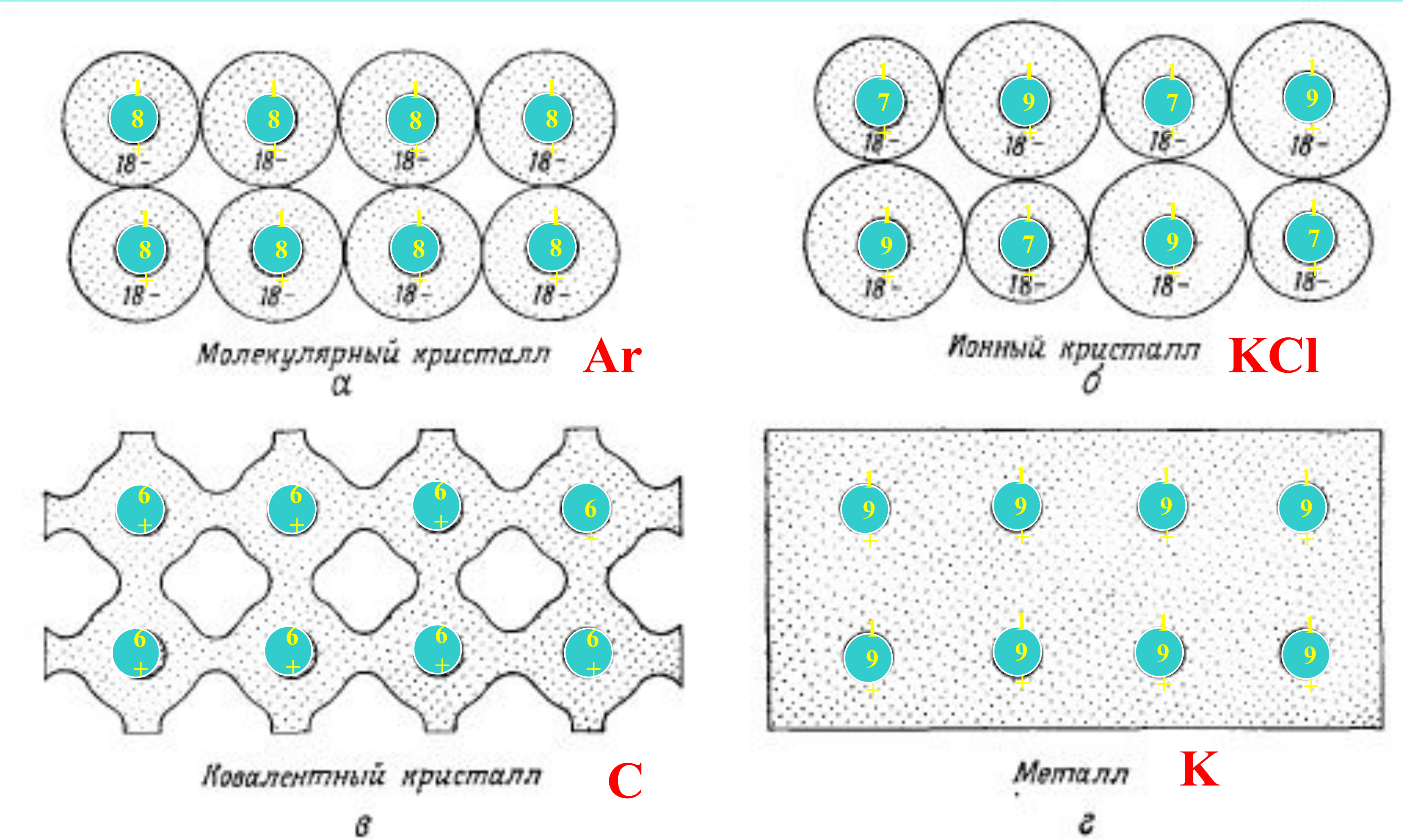
ВОДОРОДНЫЕ

Все виды связей связаны с различной электронной структурой атомов и молекул и изменением такой структуры после конденсации и образования твердого тела

ИОННЫЕ



Б. Виды конденсированных тел по типу распределения электронного заряда



Параметры конденсированных тел

Параметр взаимодействия

$$\mu = \frac{U}{K} = \begin{cases} \ll 1,\ U \ll K - \text{газы} \\ \geq 1,\ U \geq K - \text{конденсированные тела} \end{cases}$$

Параметр де Бройля

$$\varepsilon_T = \frac{3}{2} k_B T \approx \varepsilon_{кин} = p^2/2m$$

$$p^2/2m = \hbar^2 k^2/2m = 4\pi^2\hbar^2/2m\lambda^2 = 2\pi^2\hbar^2/m\lambda^2$$

$$\lambda = 2\pi/|\vec{k}|$$

$$\lambda_B = (4\pi^2\hbar^2/3mk_B T)^{1/2}$$

$\alpha = \lambda_B / a$

если $\alpha \ll 1 (a \gg \lambda_B)$ – классический объект,

если $\alpha \geq 1 (a \leq \lambda_B)$ – квантовый объект.

Для атомов Cu:

$\lambda_B \approx 10^{-8}$ см, $a \approx 5 \cdot 10^{-8}$ см

Для электронов:

$\lambda_B \approx 10^{-7}$ см, $a \approx 10^{-8}$ см $(\alpha \gg 1)$

Параметр де Бура

$$\varepsilon = \sum_s \varepsilon_s, \;\; \varepsilon_s = \hbar\omega\left(\frac{1}{2} + n_s\right), \text{ причем } n_s = 0,1,2,\ldots$$

$$\varepsilon_0 = \hbar\omega/2 - \text{энергия нулевых колебаний}$$

$$U(x) = kx^2/2 \qquad md^2x/dt^2 = -\partial U(x)/\partial x \qquad \omega^2 = k/m$$

$$U(x) \approx m\omega^2 x^2/2 \quad m\omega^2 a_0^2 \approx \hbar\omega \quad a_0 \approx (\hbar/m\omega)^{1/2} \qquad \Lambda \approx a_0/a$$

a – межатомное расстояние; m – масса атома (иона); u_0 – некоторая характерная величина, определяющая силу взаимодействия

$$\Lambda = \frac{\hbar}{a(2mu_0)^{1/2}}$$

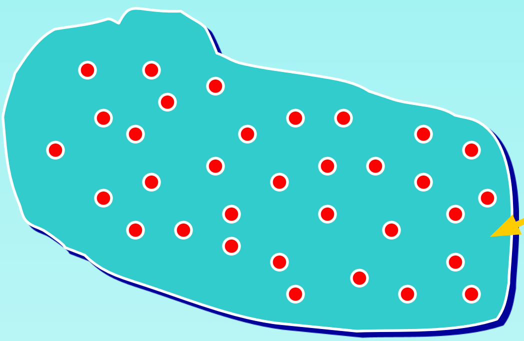
$$\Lambda(He^4) \approx 0{,}3 \quad \Lambda(Ne) \approx 0{,}066; \quad \Lambda(Xe) \approx 0{,}007.$$

КВАНТОВАЯ СТАТИСТИКА

Статистическое описание систем многих частиц

$N \geq 10^{23}\ см^{-3}$

Точное описание требует знания набора N значений $\{\vec{q}, \vec{p}\}$. Если даже они известны, то через мгновение – необходимо знать снова эти величины - слишком подробное описание!!!



Пусть система находится в различных состояниях с энергией ε_n, тогда имеет место распределение Гиббса для вероятности обнаружить систему (в целом) в состоянии n:

$$w_n(\varepsilon) = A\exp(-\varepsilon_n / k_B T)$$

где A определяется условием нормировки:

$$\sum_n w_n = 1 \qquad A^{-1} = \sum_n \exp(-\varepsilon_n / k_B T)$$

Для систем

классических частиц: $\varepsilon = \varepsilon(\vec{q}, \vec{p}) = K(\vec{p}) + U(\vec{q}) \Rightarrow K(p) + U(q)$

$$dw = A\exp\{-[K(p) + U(q)]/k_B T\}dqdp = A\exp\{-K(p)/k_B T - U(q)/k_B T\}dqdp$$

$$dw_p = a\exp\{-K(p)/k_B T\}dp$$

$$dw_q = b\exp\{-U(q)/k_B T\}dq$$

Следовательно, вероятности распределения по импульсам и по координатам – *независимы!*

Квантовая статистика

В системе многих квантовых частиц возникают новые типы статистик. Несмотря на отсутствие прямого взаимодействия в системе квантовых частиц, имеют место так называемые *обменные эффекты*, связанные со спином частиц. Если имеется N квантовых частиц в заданном объеме при температуре T, то их равновесное распределение описывается соотношением:

$$\mathbf{n}=\left\{\exp\left[\varepsilon(\vec{\mathbf{p}})-\mu\right]/k_{B}T\pm 1\right\}^{-1}$$

Знак «+» соответствует частицам с полуцелым спином (фермионам), знак «-» - частицам с целым спином (бозонам), μ - химический потенциал, определяемый из условия:

$$\frac{N}{V}=\frac{g}{(2\pi\hbar)^{3}}\int\frac{d^{3}\vec{p}}{\left\{\exp\left[\varepsilon(\vec{p})-\mu\right]/k_{B}T\right\}\pm 1}=\int_{0}^{\infty}\frac{\nu(\varepsilon)d\varepsilon}{\left\{\exp\left[\varepsilon-\mu\right]/k_{B}T\right\}\pm 1}$$

Энергия системы квантовых частиц и их термодинамический потенциал выражаются соотношениями

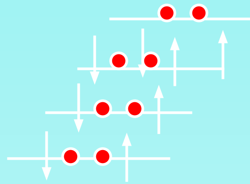
где $\nu(\varepsilon)=gm^{3/2}\varepsilon^{1/2}/\sqrt{2}\pi^{2}\hbar^{3}$ - плотность числа состояний, получаемая интегрированием по сфере $p^{2}=2m\varepsilon$,
где σ - спин частиц (1/2, 3/2,… - для фермионов и 0, 1,2,… - для бозонов).

$$g=2\sigma+1$$

$$\frac{E}{V}=\int_{0}^{\infty}\frac{\varepsilon\nu(\varepsilon)d\varepsilon}{\left\{\exp\left[\varepsilon-\mu\right]/k_{B}T\right\}\pm 1}$$

Квантовая статистика Ферми-Дирака

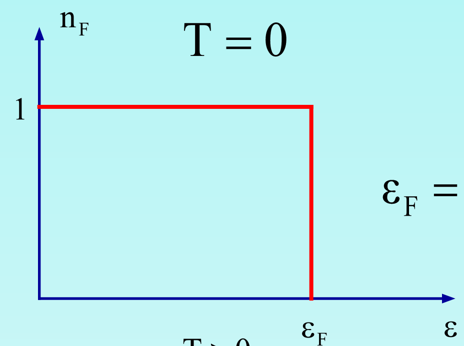
$$n_F = \left\{\exp\left[\varepsilon(\vec{p}) - \mu\right]/k_B T + 1\right\}^{-1}$$



В каждом энергетическом состоянии – две частицы с противоспинами

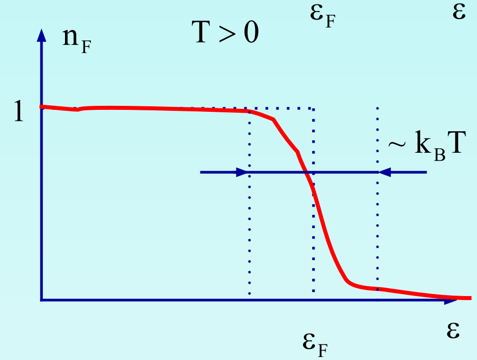
квантовое распределение Ферми-Дирака

Фермионы (ферми-газ) и слабовозбужденные состояния при низких температурах



$$n_F = \begin{cases} 1, & \varepsilon \le \varepsilon_F \\ 0, & \varepsilon > \varepsilon_F \end{cases} \quad \text{при} \quad T = 0$$

$$\varepsilon_F = (6\pi^2 n/g)^{2/3}\hbar^2/2m \qquad \mathbf{p_F = \sqrt{2m\varepsilon_F} = (6\pi^2 n/g)^{1/3}\hbar} \qquad \mathbf{v_F = p_F/m}$$



p_F называют фермиевским импульсом (заметим, что он не зависит от массы ферми-частиц и определяется только средним расстоянием между ними!)

Полная энергия ферми-газа при T=0 есть

$$\mathbf{E_0 = (2/5)N\varepsilon_F}$$

Квантовая статистика Бозе-Эйнштейна

Бозе-газ **– газ частиц с целым спином по своему поведению существенно отличается от ферми-газа. Прежде всего, в одном и том же квантовом состоянии в бозе-газе может находится *любое число частиц***

Среднее число бозе-частиц, находящееся в состоянии с энергией ε_i

$$n_B = \left\{ \exp\left[\varepsilon_i(\vec{p}) - \mu \right] / k_B T - 1 \right\}^{-1}$$

Если основное состояние (минимальное значение энергии) отвечает условию $\varepsilon_0 = 0$

Химический потенциал μ **не может быть положительным, иначе некоторые из чисел заполнения** $n(\varepsilon_i)$ **окажутся отрицательными, что невозможно, поскольку всегда** $n_B(\varepsilon_i) \geq 0$

$\mu \leq 0$ **всегда для бозе-частиц**

если отношение $(-\mu / k_B T)$ **достаточно мало, то число бозе-частиц на уровне** $\varepsilon_0 = 0$ **может иметь порядок** N