

**ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО  
СОСТОЯНИЯ  
ЧАСТЬ 3**

**Кафедра низких температур - Центр высоких технологий  
НИУ МЭИ**

# ПРИНЦИПЫ ФИЗИКИ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СИСТЕМ

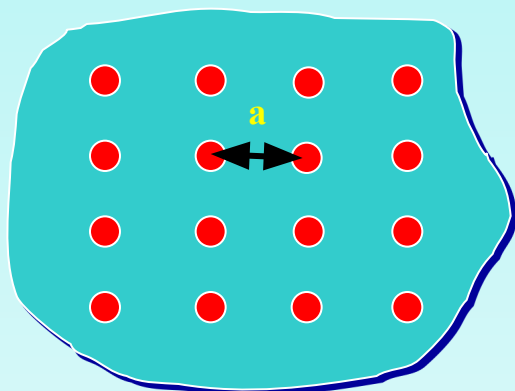
## 1.1. Что такое конденсированное тело?

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

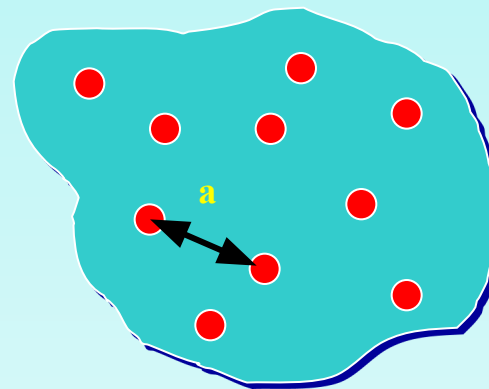
Конденсированное тело - система частиц, взаимодействием между которыми пренебречь нельзя (система сильно взаимодействующих частиц)

**Кристаллы** – конденсированные тела с дальним порядком (металлы, NaCl и т.п.)

**Аморфные тела** - конденсированные тела с ближним порядком (смолы, стекла и т.д.)

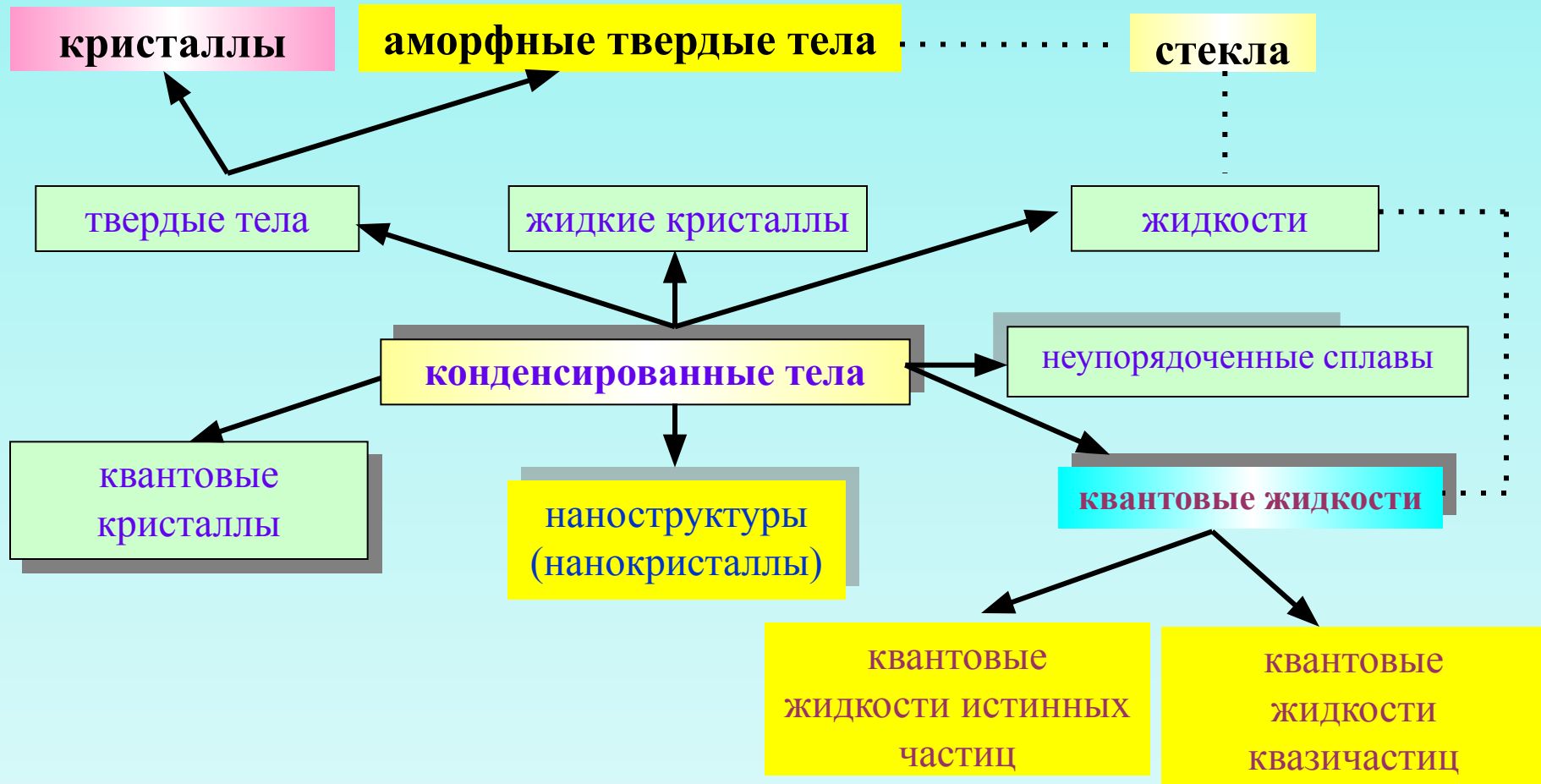


Дальний порядок -  
кристаллы



Ближний порядок –  
аморфные тела

# Классификации конденсированных систем

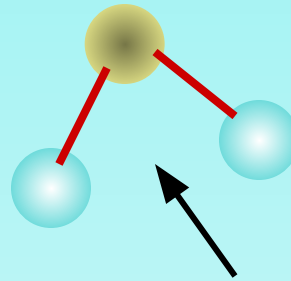
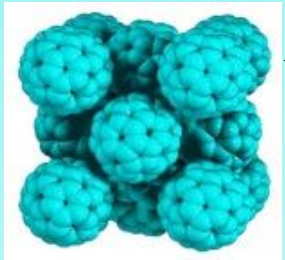


# ТИПЫ КОНДЕНСИРОВАННЫХ ТЕЛ (ПО ХАРАКТЕРУ СВЯЗЕЙ ЧАСТИЦ)

## А. Классификация связей частиц

МОЛЕКУЛЯРНЫЕ

МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ



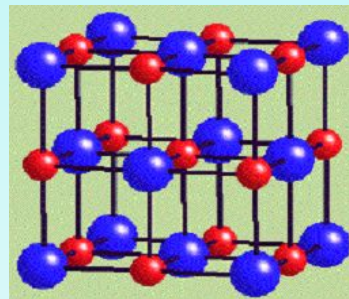
КОВАЛЕНТНЫЕ

ВОДОРОДНЫЕ

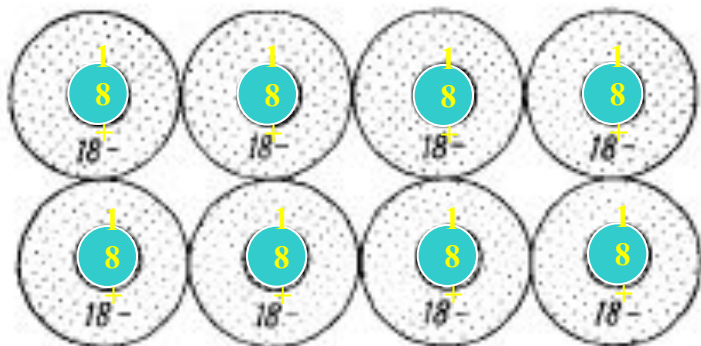
Все виды связей связаны с различной электронной структурой атомов и молекул и изменением такой структуры после конденсации и образования твердого тела



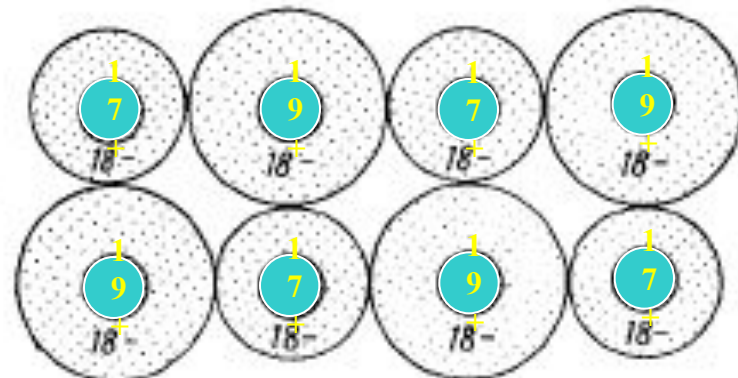
ИОННЫЕ



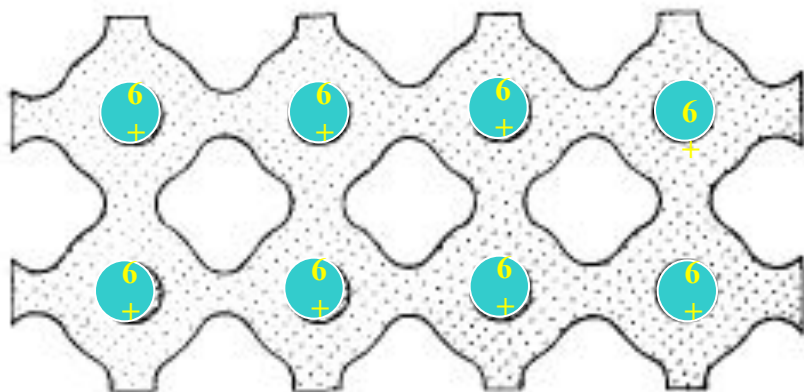
## Б. Виды конденсированных тел по типу распределения электронного заряда



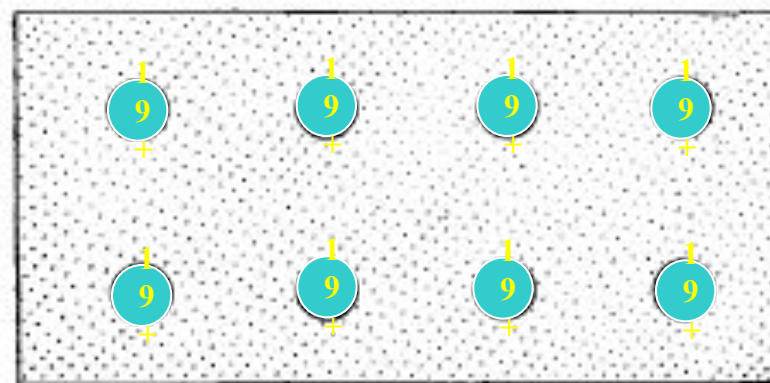
Молекулярный кристалл **Ar**  
 $\alpha$



Ионный кристалл **KCl**  
 $\beta$



Ковалентный кристалл **C**  
 $\beta$



Металл **K**  
 $\beta$

# Параметры конденсированных тел

## Параметр взаимодействия

$$\mu = \frac{U}{K} = \begin{cases} \ll 1 & \text{газы} \\ \ll K & - \\ \geq 1 & \text{конденсированные тела} \end{cases}$$

## Параметр де Бройля

$$\varepsilon_T = \frac{3}{2} k_B T \approx \varepsilon_{\text{кин}} = p^2/2m \quad p^2/2m = \hbar^2 k^2/2m = 4\pi^2 \hbar^2/2m\lambda^2 = 2\pi^2 \hbar^2/m\lambda^2$$

$$\lambda_B = (4\pi^2 \hbar^2/3mk_B T)^{1/2}$$

$$\alpha = \lambda_B / a$$

если  $\alpha \ll 1$  ( $a \gg \lambda_B$ ) – классический объект,

если  $\alpha \geq 1$  ( $a \leq \lambda_B$ ) – квантовый объект.

$$\lambda = 2\pi / \left| \frac{\hbar}{k} \right|$$

Для атомов Cu :

$$\lambda_B \approx 10^{-8} \text{ см}, a \approx 5 \cdot 10^{-8} \text{ см}$$

Для электронов :

$$\lambda_B \approx 10^{-7} \text{ см}, a \approx 10^{-8} \text{ см} (\alpha \gg 1)$$

## Параметр де Бюра

$$\varepsilon = \sum_s \varepsilon_s, \quad \varepsilon_s = \hbar \omega \left( \frac{1}{2} + n_s \right), \quad \text{причем } n_s = 0, 1, 2, \dots$$

$\varepsilon_0 = \hbar \omega / 2$  – энергия нулевых колебаний

$$U(x) = kx^2 / 2 \quad m d^2 x / dt^2 = -\partial U(x) / \partial x \quad \omega^2 = k / m$$

$$U(x) \approx m\omega^2 x^2 / 2 \quad m\omega^2 a_0^2 \approx \hbar \omega \quad a_0 \approx (\hbar / m\omega)^{1/2} \quad \Lambda \approx a_0 / a$$

$a$  – межатомное расстояние;  $m$  – масса атома (иона);  $u_0$  – некоторая характерная величина, определяющая силу взаимодействия

$$\Lambda = \frac{\hbar}{a(2mu_0)^{1/2}}$$

$$\Lambda(\text{He}^4) \approx 0,3 \quad \Lambda(\text{Ne}) \approx 0,066; \quad \Lambda(\text{Xe}) \approx 0,007.$$

# КВАНТОВАЯ СТАТИСТИКА

## Статистическое описание систем многих частиц

$$N \geq 10^{23} \text{ см}^{-3}$$

Точное описание требует знания набора  $N$  значений  $\{\overset{\vee}{q}, \overset{\vee}{p}\}$ . Если даже они известны, то через мгновение – необходимо знать снова эти величины - слишком подробное описание!!!

Пусть система находится в различных состояниях с энергией  $\varepsilon_n$ , тогда имеет место распределение Гиббса для вероятности обнаружить систему (в целом) в состоянии  $n$ :

$$w_n(\varepsilon) = A \exp(-\varepsilon_n / k_B T)$$

где  $A$  определяется условием нормировки:

$$\sum_n w_n = 1 \quad A^{-1} = \sum_n \exp(-\varepsilon_n / k_B T)$$

Для систем

классических частиц:  $\varepsilon = \varepsilon(\overset{\vee}{q}, \overset{\vee}{p}) = K(\overset{\vee}{p}) + U(\overset{\vee}{q}) \Rightarrow K(p) + U(q)$

$$dw = A \exp\{-[K(p) + U(q)]/k_B T\} dq dp = A \exp\{-K(p)/k_B T - U(q)/k_B T\} dq dp$$

$$dw_p = a \exp\{-K(p)/k_B T\} dp$$

$$dw_q = b \exp\{-U(q)/k_B T\} dq$$

Следовательно, вероятности распределения по импульсам и по координатам – *независимы!*



## Квантовая статистика

В системе многих квантовых частиц возникают новые типы статистик. Несмотря на отсутствие прямого взаимодействия в системе квантовых частиц, имеют место так называемые *обменные эффекты*, связанные со спином частиц. Если имеется  $N$  квантовых частиц в заданном объеме при температуре  $T$ , то их равновесное распределение описывается соотношением:

$$n = \left\{ \exp[\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu] / k_B T \pm 1 \right\}^{-1}$$

Знак «+» соответствует частицам с полуцелым спином (фермионам), знак «-» - частицам с целым спином (бозонам),  $\mu$  - химический потенциал, определяемый из условия:

$$\frac{N}{V} = \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{d^3\mathbf{p}}{\left\{ \exp[\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu] / k_B T \right\} \pm 1} = \int_0^\infty \frac{v(\varepsilon) d\varepsilon}{\left\{ \exp[\varepsilon - \mu] / k_B T \right\} \pm 1}$$

Энергия системы квантовых частиц и их термодинамический потенциал выражаются соотношениями

где  $v(\varepsilon) = gm^{3/2} \varepsilon^{1/2} / \sqrt{2\pi^2 \hbar^3}$  - плотность числа состояний, получаемая интегрированием по сфере  $p^2 = 2m\varepsilon$ , где  $\sigma$  - спин частиц (1/2, 3/2, ... - для фермионов и 0, 1, 2, ... - для бозонов).

$$g = 2\sigma + 1$$

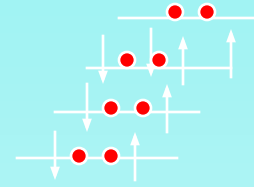
$$\frac{E}{V} = \int_0^\infty \frac{\varepsilon v(\varepsilon) d\varepsilon}{\left\{ \exp[\varepsilon - \mu] / k_B T \right\} \pm 1}$$

# Квантовая статистика Ферми-Дирака

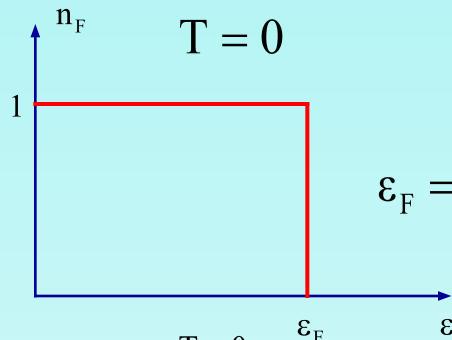
$$n_F = \left\{ \exp[\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu] / k_B T + 1 \right\}^{-1}$$

квантовое распределение Ферми-Дирака

Фермионы (ферми-газ) и слабовозбужденные состояния при низких температурах



В каждом энергетическом состоянии – две частицы с противоспинами

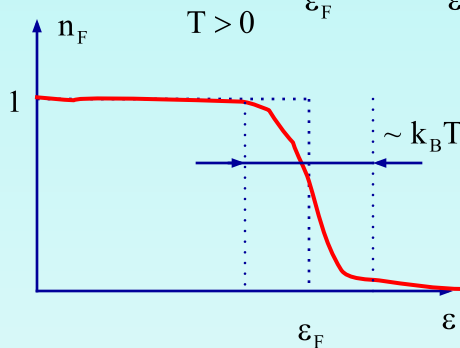


$$\varepsilon_F = (6\pi^2 n/g)^{2/3} \hbar^2 / 2m$$

$$n_F = \begin{cases} 1, & \varepsilon \leq \varepsilon_F \\ 0, & \varepsilon > \varepsilon_F \end{cases} \quad \text{при } T = 0$$

$$\mathbf{p}_F = \sqrt{2m\varepsilon_F} = (6\pi^2 n/g)^{1/3} \hbar \quad \mathbf{v}_F = \mathbf{p}_F / m$$

$\mathbf{p}_F$  называют фермиевским импульсом (заметим, что он не зависит от массы ферми-частиц и определяется только средним расстоянием между ними!)



Полная энергия ферми-газа при  $T=0$  есть

$$E_0 = (2/5) N \varepsilon_F$$

## Квантовая статистика Бозе-Эйнштейна

*Бозе-газ* – газ частиц с целым спином по своему поведению существенно отличается от ферми-газа. Прежде всего, в одном и том же квантовом состоянии в бозе-газе может находиться любое число частиц

Среднее число бозе-частиц, находящееся в состоянии с энергией  $\varepsilon_i$

$$n_B = \left\{ \exp[\varepsilon_i / k_B T - \mu] - 1 \right\}^{-1}$$

Если основное состояние (минимальное значение энергии) отвечает условию  $\varepsilon_0 = 0$

Химический потенциал  $\mu$  не может быть положительным, иначе некоторые из чисел заполнения  $n(\varepsilon_i)$  окажутся отрицательными, что невозможно, поскольку всегда  $n_B(\varepsilon_i) \geq 0$

$$\mu \leq 0 \quad \text{всегда для бозе-частиц}$$

если отношение  $(-\mu/k_B T)$  достаточно мало, то число бозе-частиц на уровне  $\varepsilon_0 = 0$  может иметь порядок  $N$