

# Численное исследование течений газа в каналах

## Проект: плазменные ускорители

Дмитрий Мастеров

Юнес Тихомиров

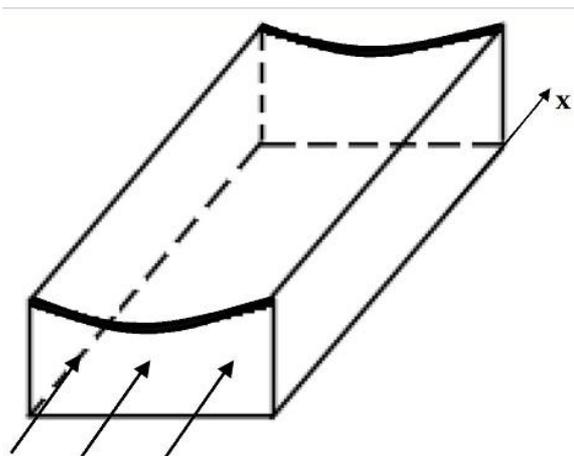
Научный руководитель: Е.В. Степин



## Достигнутые результаты

- Построение математической модели течения газа
- Построение классификации режимов течения относительно скорости звука: сверхзвуковой, дозвуковой, трансзвуковой с замедлением / с ускорением
- Исследование зависимости параметров трансзвукового режима течения с ускорением:
  1. От геометрии канала
  2. От состава газа

## Математическая модель течения газа в плоском канале



$$\begin{cases} \rho \cdot v \cdot S = \text{const} = C_1 \\ \frac{v^2}{2} + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p}{\rho} = C_2 \\ \frac{p}{\rho^k} = C_3 \end{cases}$$

$$\frac{C_1^2}{2 \cdot S^2} + \frac{k}{k-1} \cdot C_3 \cdot \rho^{k+1} - C_2 \cdot \rho^2 = 0$$

# Разработка и реализация численного алгоритма

## Численное нахождение плотности

```

S := x → 2 · (x - 0.5)² + 0.5 :
with(plots) :
k := 1.67 : p0 := 1 : u0 := 1 : u0 := 3.4 :
C1 := p0 · u0 · S(0) : C2 :=  $\frac{u0^2}{2} + \frac{k \cdot p0}{(k-1) \cdot p0}$  : C3 :=  $\frac{p0}{p0^k}$  :
Phi := (p, x) →  $\frac{C3 \cdot k}{k-1} \cdot p^{(k+1)} - C2 \cdot p^2 + \frac{C1^2}{2 \cdot S(x)^2}$  :
g := 100 :
A := array(0..g) :
A[0] := 1 :
for i from 1 to g by 1 do A[i] := solve(Phi(p,  $\frac{i}{g}$ ) = 0, p = A[i-1]) end do :

```

```

display(listplot(A), tickmarks = [[0 = 0, 20 = 0.2, 40 = 0.4, 60 = 0.6, 80 = 0.8, 100 = 1], default], color = "Blue", title
= "График зависимости плотности газа от координаты", view = [0..100, 0..2.6], size = [500, 500], labels = ["x", "Значения плотности"]);

```

## Метод Ньютона

```

S := x → 2 · (x - 0.5)² + 0.5 :
k := 1.67 :
x := 0.2 :
p0 := 1 :
p0 := 1 : u0 := 0.2 :
C2 :=  $\frac{u0^2}{2} + \frac{p0 \cdot k}{(k-1) \cdot p0}$  :
C1 := p0 · u0 · S(0) :
C3 :=  $\frac{p0}{p0^k}$  :
Phi := (p, x) →  $\frac{C3 \cdot k}{k-1} \cdot p^{(k+1)} - C2 \cdot p^2 + \frac{C1^2}{2 \cdot S(x)^2}$  :
P := (p, x) →  $\frac{k \cdot C3 \cdot (k+1)}{k-1} \cdot p^k - 2 \cdot \left( \frac{u0^2}{2} + \frac{p0 \cdot k}{(k-1) \cdot p0} \right) \cdot p$  :
rho1 := 1 :
rho2 := 1 -  $\frac{\Phi(1, x)}{P(1, x)}$  :
for i from 1 by 1 to 1000 do
if P(rho2, x) = 0 then break end if :
rho3 := rho2 -  $\frac{\Phi(rho2, x)}{P(rho2, x)}$  :
q :=  $\frac{(rho3 - rho2)}{rho2 - rho1}$  :
p :=  $\frac{1}{1 - q}$  :
if abs( $\frac{(rho3 - rho2)}{1 - q}$ ) < 0.001 then break end if :
rho1 := rho2 :
rho2 := rho3 :
end do :
rho3 :

```

0.9853356510

# Классификация режимов течения. Сверхзвуковой режим

График зависимости плотности газа от координаты

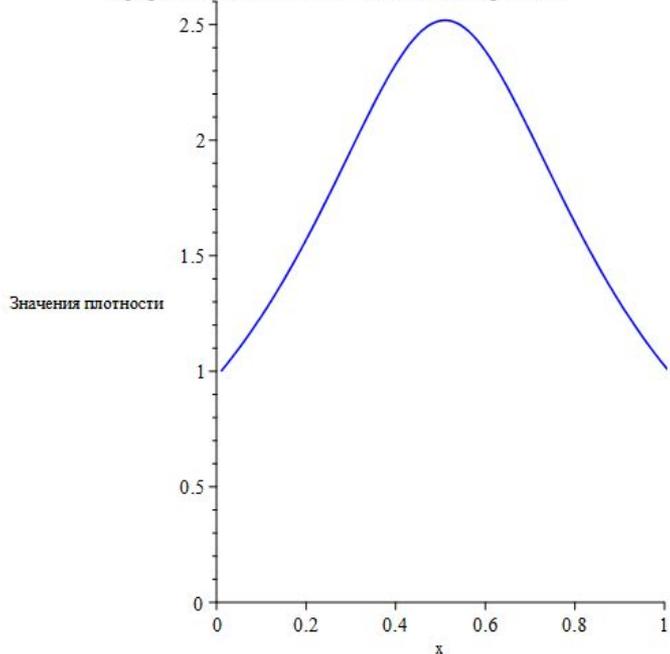
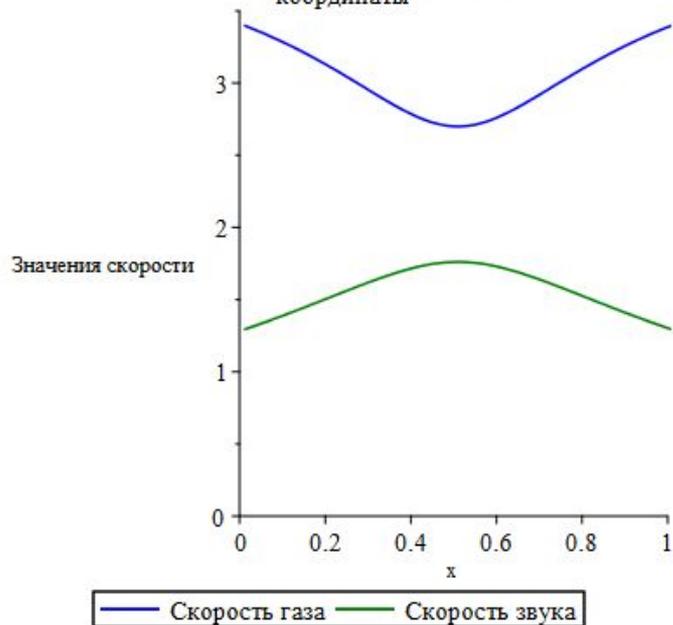


График зависимости скорости газа и скорости звука от координаты



# Классификация режимов течения. Дозвуковой режим

График зависимости плотности газа от координаты

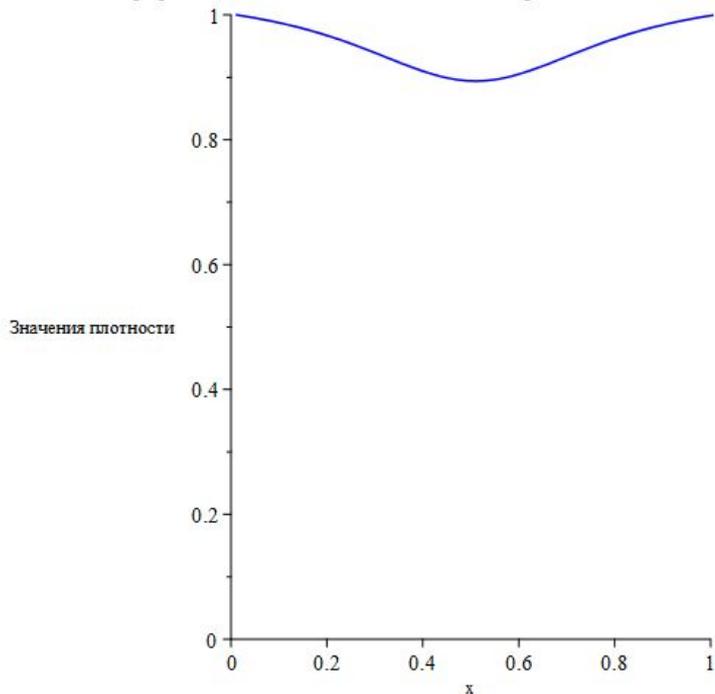
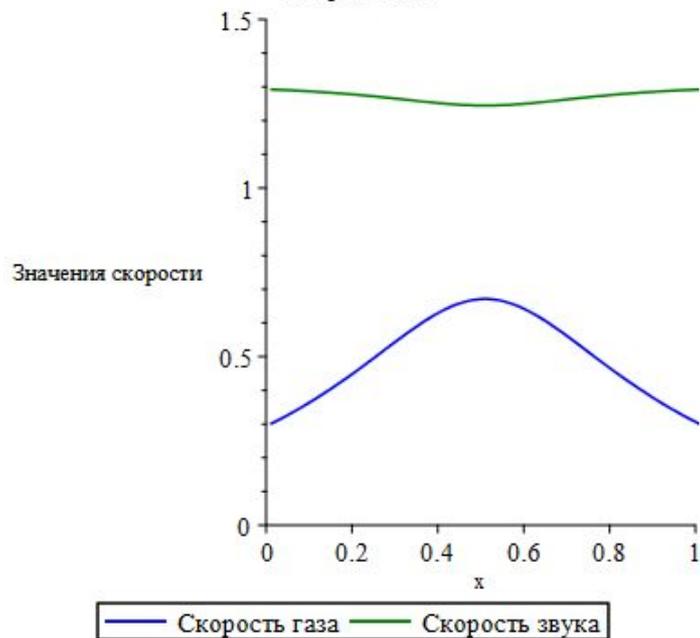


График зависимости скорости газа и скорости звука от координаты



# Классификация режимов течения. Трансзвуковой режим с замедлением

График зависимости плотности газа от координаты

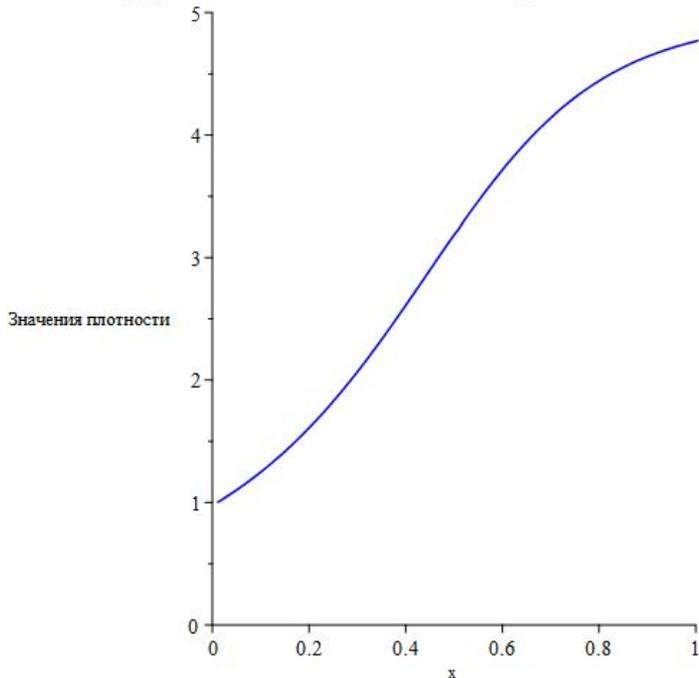
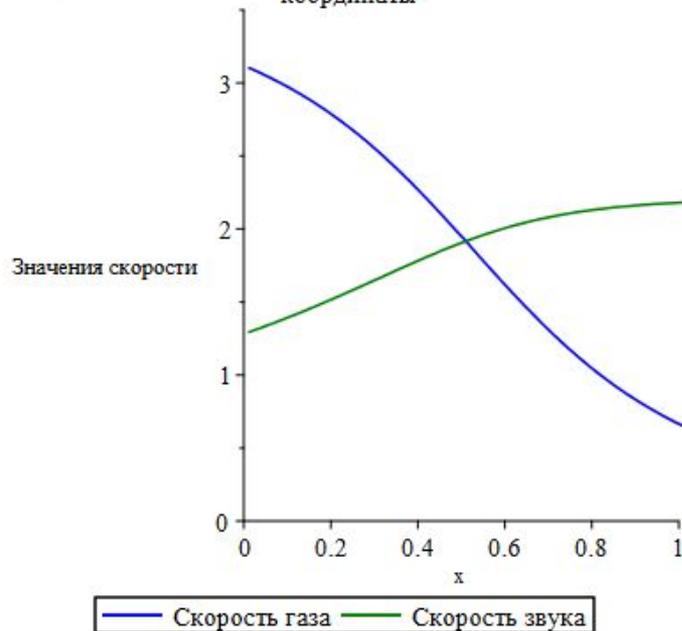


График зависимости скорости газа и скорости звука от координаты



# Классификация режимов течения. Трансзвуковой режим с ускорением

График зависимости плотности газа от координаты

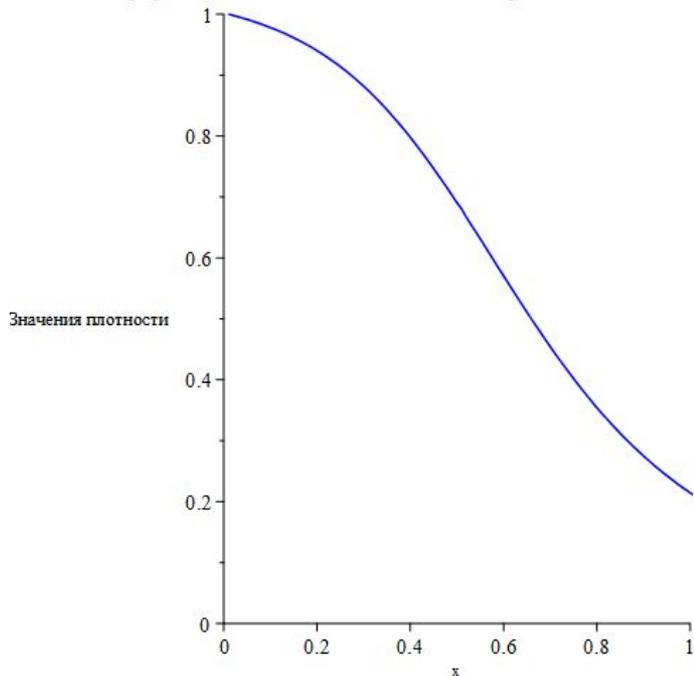
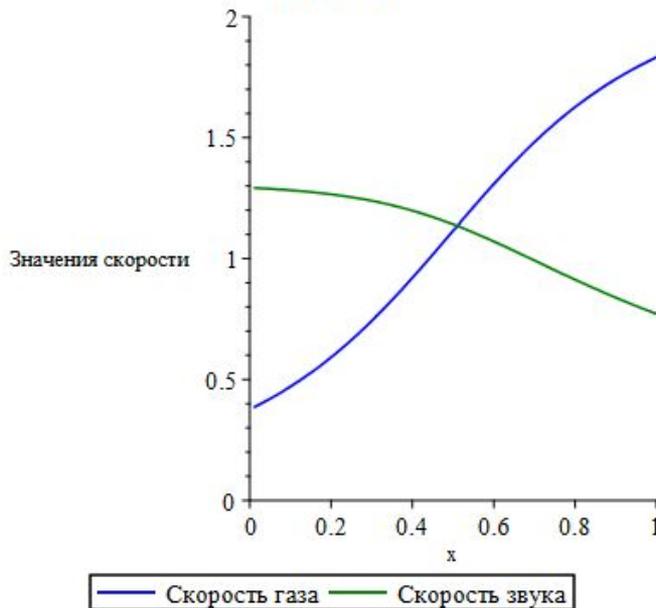
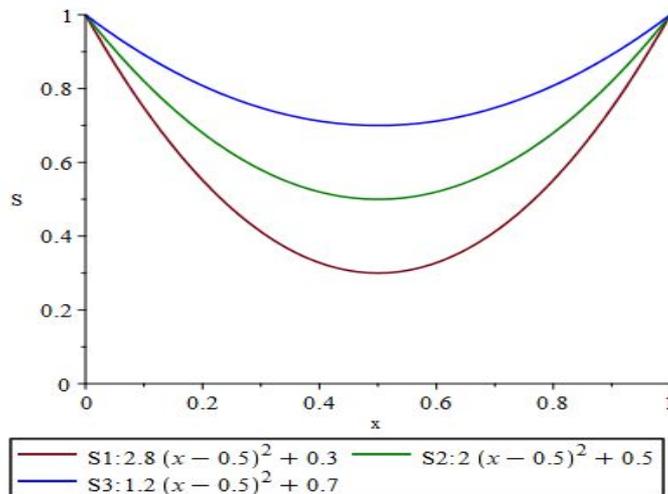


График зависимости скорости газа и скорости звука от координаты



# Исследование зависимости параметров газа от геометрии канала



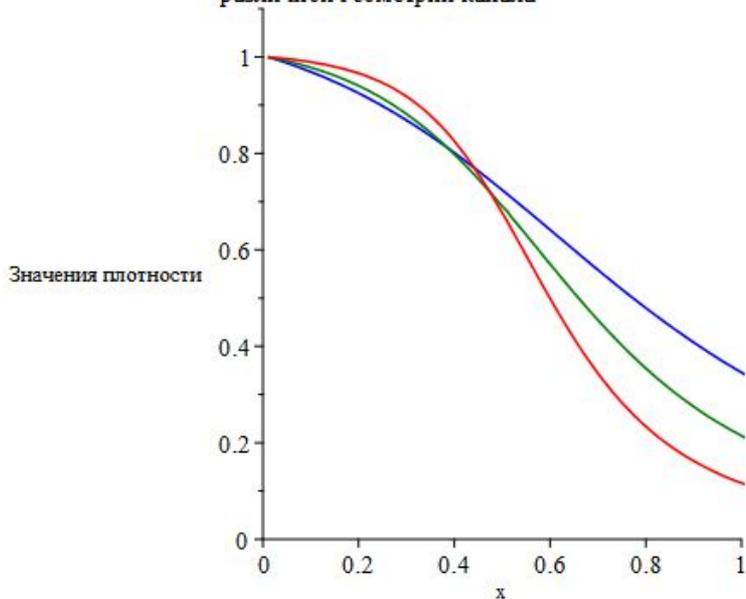
$$S_1(x) = 2.8 \cdot (x - 0.5)^2 + 0.3$$

$$S_2(x) = 2 \cdot (x - 0.5)^2 + 0.5$$

$$S_3(x) = 1.2 \cdot (x - 0.5)^2 + 0.7$$

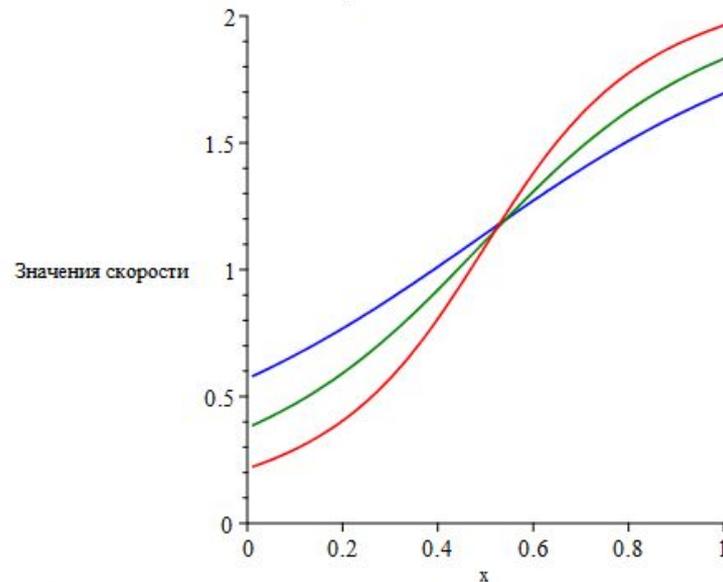
# Исследование зависимости параметров газа от геометрии канала при трансзвуковом режиме течения с ускорением

Графики зависимости плотности газа от координаты при различной геометрии канала



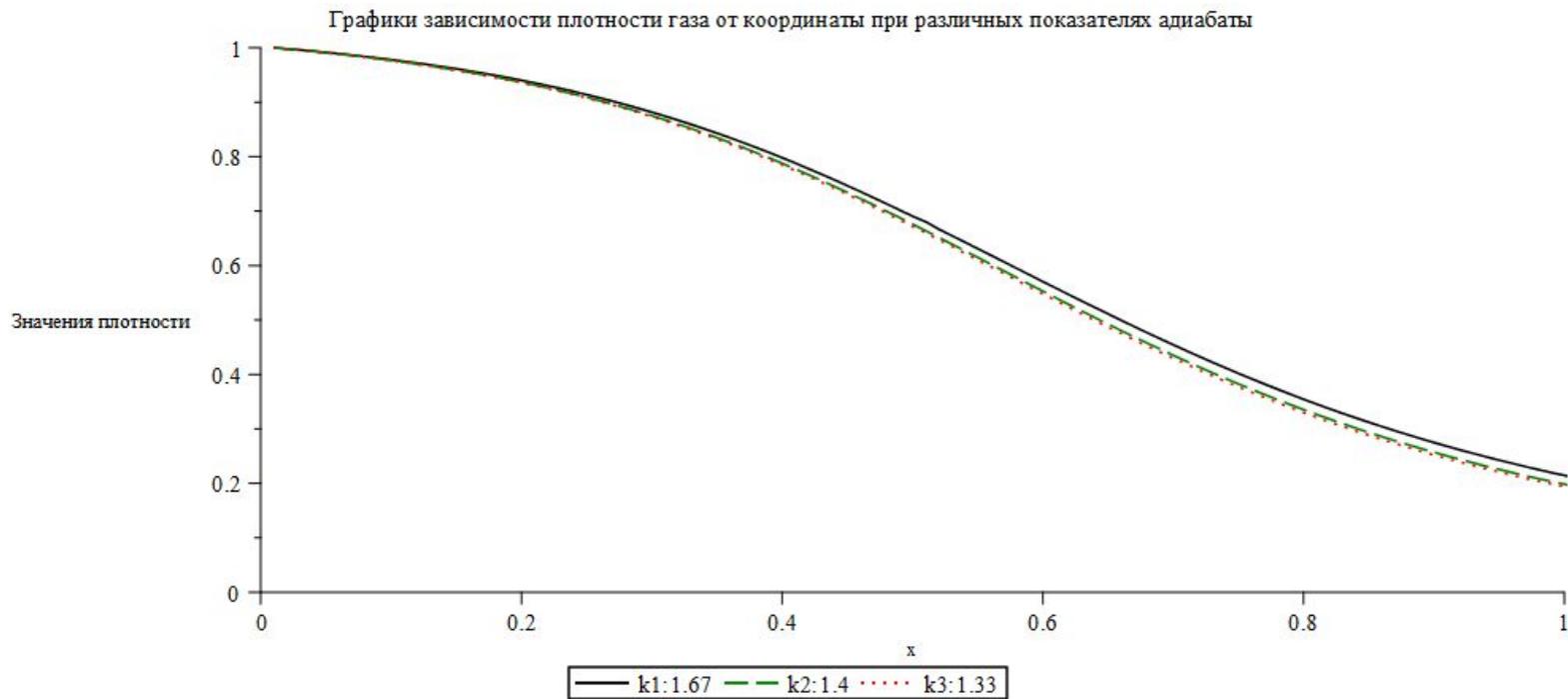
$S1: 1.2(x - 0.5)^2 + 0.7$	$S2: 2(x - 0.5)^2 + 0.5$
$S3: 2.8(x - 0.5)^2 + 0.3$	

Графики зависимости скорости газа от координаты при различной геометрии канала



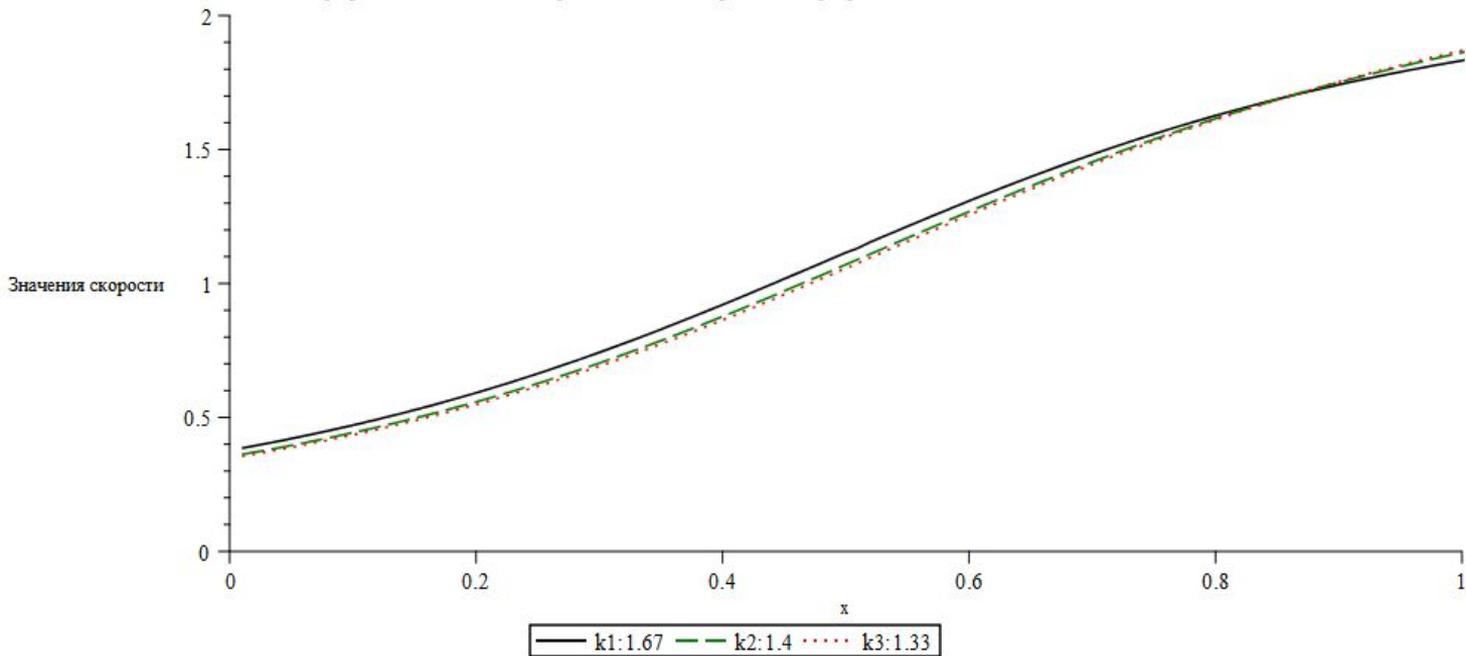
$S1: 1.2(x - 0.5)^2 + 0.7$	$S2: 2(x - 0.5)^2 + 0.5$
$S3: 2.8(x - 0.5)^2 + 0.3$	

# Исследование зависимости параметров газа от состава газа при трансзвуковом режиме течения с ускорением



# Исследование зависимости параметров газа от состава газа при трансзвуковом режиме течения с ускорением

Графики зависимости скорости газа от координаты при различных показателях адиабаты



# Благодарим за внимание!

