Тема лекции 8. **Законы распределения - II.**

Трансгрессия.

Биноминальное распределение.

Распределение Пуассона.

Асимметрия и эксцесс.

Трансгрессия. При выяснении различий между группами объектов – разновидностями одного вида, сортами, штаммами – почти всегда исследователь наблюдает захождение одного распределения в пределы другого. Очень часто две разновидности, сравниваемые по развитию какого-нибудь одного признака, дают такие распределения его, при котором максимум меньшего признака заходит за минимум большего. Такое явление называется трансгрессией (табл.8.1). Различают малую и большую трансгрессию нормальных распределений. Степень трансгрессии двух распределений можно охарактеризовать показателем трансгрессии, который рассчитывается по формуле:

$$T = \frac{n_1 p_1 + n_2 p_2}{n_1 + n_2} \qquad (32)$$

где Т – показатель трансгрессии; n – общее число дат в первом и втором распределении;

p – доля трансгрессирующих дат в первом и втором распределении. Следовательно, показатель трансгрессии есть средняя доля трансгрессирующих дат, взвешенная численностью сравниваемых групп, т.е. доля трансгрессирующих дат в сумме обоих распределений. Доли трансгрессирующих дат определяются по формулам

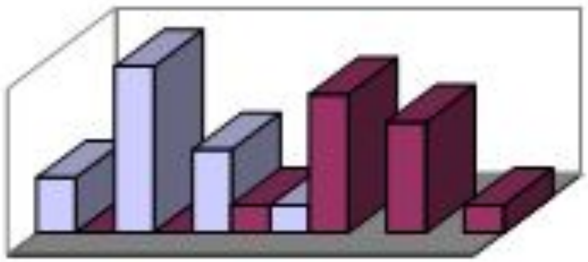
$$p_1 = 0{,}5 \pm \varphi(x_1) \qquad (33)$$

где $x_1 = \frac{\min_2 - M_1}{\sigma_1}; \min_2 = M_2 - 3\sigma_2$

$$p_2 = 0{,}5 \pm \varphi(x_2) \qquad (34)$$

где $x_2 = \frac{\max_1 - M_2}{\sigma_2}; \max_1 = M_1 - 3\sigma_1$

Таблица 8.1
Трансгрессивное распределение

График	Общая характеристика
	Используют при составлении вариационных рядов, которые имеют друг с другом определенные соотношения. Для них средние арифметические достоверно различимы. Чем больше величина общей площади у обеих кривых, тем больше между ними трансгрессия.

Биноминальное распределение. Группа особей может изучаться не только по количественным признакам, которые могут иметь различную степень своего проявления и измеряются именованными величинами — в килограммах, литрах, сантиметрах и других единицах измерения.

Есть признаки, которые обычно не имеют градаций (мужской пол, цветкожи и др.). У каждой отдельной особи такой признак может или быть, или не быть. Такие признаки называются *качественными* или *альтернативными*.

Принципиальной разницы между количественными и качественными признаками нет. У большинства признаков, которые считаются качественными, при более тщательном изучении может быть найдена и измерена степень его проявления, и тогда качественный признак станет количественным.

Характеристика группы по качественному признаку заключается в указании, сколько в этой группе имеется особей с наличием данного признака, и у скольких особей его нет. Для такой характеристики употребляются следующие обозначения:

n — общее количество особей в группе (например, 200),

n_+ — количество особей, имеющих изучаемый признак (120),

n_- — количество особей, не имеющих данного признака (80),

$p = \frac{n_+}{n}$ - доля особей, имеющих признак (120/200=0,60);

$p = \frac{n_-}{n}$ - доля особей, не имеющих признака (80/200=0,40)

Очевидны следующие равенства: $n_+ + n_- = n$ (120 + 80 = 200);

$p + q = 1$ q =1- p (0,60+0,40=1,00; 0,40=1—0,60).

Если изучается несколько (r) групп, одинаковых по числу входящих в них особей (n), то можно составить распределение таких групп по числу особей, имеющих изучаемый признак.

Например, в каждом десятке выловленных рыб могут встретиться 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6; 7; 8; 9 и все 10 особей, пораженных какой-нибудь глистной инвазией. Несколько десятков не будут иметь в своем составе пораженных рыб, несколько десятков будут иметь только по одной больной рыбе, несколько десятков - по 2 рыбы и т. д.

В результате составится распределение, в котором вариациями будут величины n_+— число особей, имеющих изучаемый признак в отдельных равночисленных частных группах, а частотами r_i - количество соответствующих групп.

Пример распределения 20 десятков выловленных карпов по числу рыб, пораженных глистной инвазией, представлен в таблице 8.2.

Таблица 8.2

Число больных рыб в каждом десятке (n_+)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего десятков
Число десятков (r_i)	1	3	4	5	3	2	1	1	0	0	0	20

Такие распределения частных равночисленных групп по значению n_+ (по числу особей в каждой группе, имеющих изучаемый признак) называются *биномиальными.*

Такое название объясняется, во-первых, тем, что признак может иметь всегда только два варианта: он есть или его нет; во-вторых, закономерности таких распределений имеют количественное выражение, связанное с коэффициентами разложения бинома Ньютона (табл.8.3).

Распределение Пуассона. События, происходящие редко. Один или небольшое число раз на 1000, 10000 и больше обычных явлений, могут быть сведены в особое распределение, в кором вариациями является различное число редких случаев, а частотами – количество больших групп, среди которых редкое событие произошло определенное число раз.

Распределение таких редких, случайных событий обычно подчиняются определенному закону, который выражается формулой, предложенной Пуассоном:

$$r_x = r \cdot e^{-a} \cdot \frac{a^x}{x!} \qquad (35)$$

где r_x теоретическая частота распределения, ожидаемое число больших групп, среди которых редкое событие произошло x раз;

e = 2,71828;

x - число редких событий, происшедших в каждой большой группе; обычно x равно небольшому целому числу: 0, 1, 2, 3 и т. д.;

$x!$ - произведение натуральных чисел от 1 до x (факториал). Считается, что факториал нуля равен единице 0! = 1;

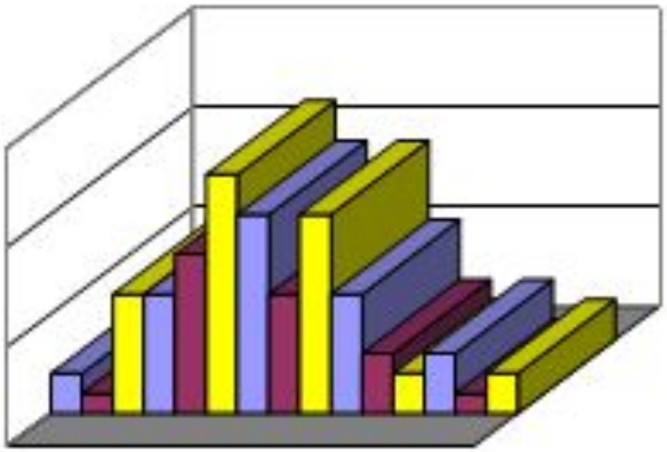
a - среднее число редких случаев на каждую большую группу.

Теоретическое распределение редких событий имеет одну особенность: в нем значение средней величины примерно равно квадрату сигмы (девиате). Из этой особенности распределения редких событий вытекают два следствия.

Во-первых, все теоретическое распределение может быть построено на основании только одной средней, полученной для изучаемого эмпирического распределения.

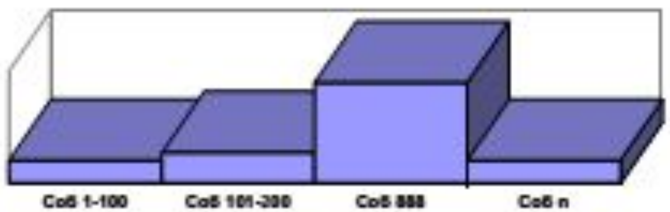
Во-вторых, при определении достоверности отличия теоретического распределения от эмпирического при помощи критерия хи-квадрат число степеней свободы для этих распределений равно числу классов без одного, так как все распределение редких событий ограничивается одним условием — величиной средней встречаемости.

Таблица 8.3
Биноминальное распределение

График	Общая характеристика
	Это частный случай нормального распределения. Оно отражает распределение членов совокупности, имеющих альтернативные признаки при проведении n-го количества опытов или испытаний. Характер распределения прерывистый; строится по коэффициентам бинома Ньютона; может быть симметричной (при p=q=0,5) и асимметричной. Характеризуется с помощью $\overline{X}$, σ.

Асимметрия и эксцесс. Некоторые признаки живых организмов при объединении особей в группы дают распределения, значительно отличающиеся от нормального. В тех случаях, когда какие-нибудь причины благоприятствуют появлению значений признака, отличающихся от средней величины в сторону уменьшения или в сторону увеличения, образуются *асимметричные распределения.*

Таблица 8.4
Распределение Пуассона

График	Общая характеристика
 	Характеризует распределение редких событий при очень большом числе наблюдений, дискретна. Характеризуется с помощью $\overline{X}$.

При асимметрии эмпирическое распределение имеет увеличенные (против симметричного расположения) частоты или в левой части, или в правой части. В соответствии с этим различают или левую, или правую асимметрии.

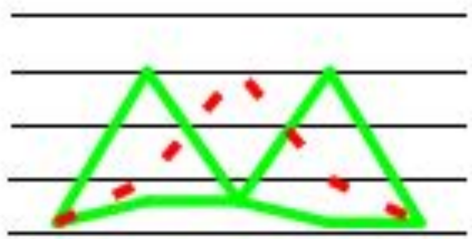
В тех случаях, когда какие-нибудь причины благоприятствуют преимущественному появлению и средних и крайних значений признака, образуются положительные *эксцессивные распределения,* имеющие вид острой пирамиды с расширенным основанием (табл.8.5).

При отрицательном эксцессе в центре распределения имеется не вершина, а впадина, причем распределение становится двумодальным, а вариационная кривая - двувершинной.

В некоторых исследованиях требуется выяснить, действительно ли распределение, изучаемого признака имеет асимметрию или эксцесс.

Таблица 8.5

Асимметрия и эксцесс

Тип	График	Общая характеристика
Асимметрия		$\bar{X}$, Mo, Me у этих рядов не совмещается. Причины возникновения асимметрии: методически неправильно проведен отбор, неоднородность совокупности, специфичность варьирования признаков.
Эксцесс		Положительный эксцесс: крайние варианты ряда выходят за пределы ±3σ от $\bar{X}$. Отрицательный эксцесс: имеется два модальных класса (представлен график), что создает у кривой две вершины; или может иметь уплощенную вершину.

Например, при изучении ареалов распространения морских животных можно предположить, что распределение особей этого вида по глубине обитания должно быть асимметричным, так как свободному распространению его в одном из направлений - вверх - препятствует естественная граница: поверхность моря.

Это предположение можно проверить, исследовав степень асимметричности распределений. Наличие эксцессивного распределения одного из жизненно важных признаков изучаемого вида животных или растений может указать на тенденцию этого вида образовывать не только обычные, типичные формы, но также давать в повышенном количестве новые для него вариации, отклоняющиеся от нормы и стремящиеся стать родоначальниками новых разновидностей.

Литература:

Основная – 1 [6-88]; 2 [т.1-11-78]; 3 [14-17].

Дополнительная – 3 [9-24]; 5 [8-16].

Контрольные вопросы:

1. Что отражает графическое изображение вариационного ряда?
2. Распределение Пуассона: применение и особенность.
3. Биноминальное распределение.
4. Трансгрессия.
5. Асимметрия и эксцесс.