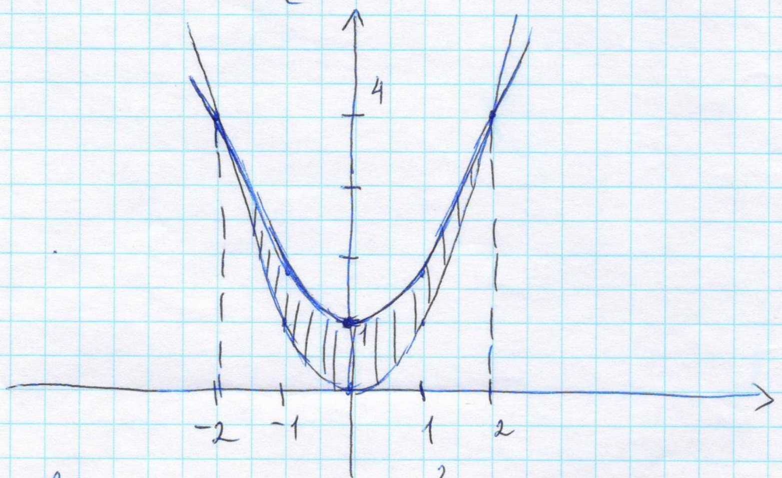
11.46

$y = x^2$, $y = 1 + \frac{3}{4}x^2$

Найдём точки пересечения:

$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 1 + \frac{3}{4}x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} y = x^2 \\ 1 + \frac{3}{4}x^2 = x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} y = x^2 \\ \frac{1}{4}x^2 = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} y = x^2 \\ x_1 = -2 \end{cases}$ или $\begin{cases} y = x^2 \\ x_2 = 2 \end{cases}$ $\Rightarrow (-2; 4), (2; 4)$



$$S = \int_{-2}^{2}\left(1 + \frac{3}{4}x^2 - x^2\right)dx = \int_{-2}^{2}\left(1 - \frac{1}{4}x^2\right)dx =$$

$$= \left(x - \frac{1}{4}\cdot\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-2}^{2} = 2 - \frac{2^3}{12} - \left(-2 - \frac{1}{4}\cdot\frac{(-2)^3}{3}\right) =$$

$$= 2 - \frac{8}{12} + 2 - \frac{8}{12} = 4 - \frac{16}{12} = 4 - \frac{4}{3} = 4 - 1\frac{1}{3} = 2\frac{2}{3}$$

* Тема урока: Матрицы и действия над матрицами

Преподаватель: Шеметова Ирина Геннадьевна

Матрицей размера m x n называется прямоугольная таблица чисел (элементов матрицы), содержащая m строк и n столбцов. Если m=n, то матрицу называют *квадратной* матрицей порядка n.

Обозначения:

A =
(размера m×n)
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Элемент матрицы - a_{ij}

где i – номер строки, j – номер столбца

Например, матрица А размера 2х3

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

Матрица В размера 3х2

Две матрицы А и В называются ***равными***, если они совпадают поэлементно

Виды матриц

$$-A = \begin{bmatrix} -a_{11} & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & -a_{22} & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{m1} & -a_{m2} & \dots & -a_{mn} \end{bmatrix}$$

- матрица ***противоположная*** матрице А

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12 \dots\dots} & a_{1n} \end{bmatrix}$$

- Матрица –строка (состоящая из одной ст

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ . \\ a_{m1} \end{bmatrix}$$

- Матрица-столбец (состоящая из одного столбца)

Виды матриц

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix}$$

- ***нулевая матрица*** (все элементы равны 0)

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & a_{22} & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

- ***диагональная матрица*** (если все недиагональные элементы квадратной матрицы равны 0)

Элементы матрицы , у которых номер столбца равен номеру строки (i=j) называются диагональными и образуют главную диагональ.

Виды матриц

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

 - ***единичная матрица*** (если у диагональной матрицы n-го порядка все диагональные элементы равны 1)

Запишите диагональную матрицу третьего порядка

Запишите единичную матрицу третьего порядка

Операции над матрицами

1. Сложение матриц

Суммой матриц $A = (a_{ij})$ и $B = (b_{ij})$ одинаковых размеров называется матрица $C = (c_{ij})$ тех размеров, у которой $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$, для любых i, j.
$C = A + B$ (СЛОЖЕНИЕ ВОЗМОЖНО ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА СКЛАДЫВАЮТСЯ МАТРИЦЫ ОДИНАКОВОГО РАЗМЕРА)

Свойства сложения матриц:

$A + B = B + A$

$(A + B) + C = A + (B + C)$

$A + 0 = A$

$A + (-A) = 0$, для любых A, B, C одинаковых размеров.

Пример 1: Найти сумму матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 6 \\ -5 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Пример 2: Найти разность матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

Чтобы вычесть из матрицы A матрицу B, надо к матрице A прибавить матрицу, противоположную матрице B.

A – B = A + (-B)

Пример 3: Найти разность матриц B-A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

Операции над матрицами

2. Умножение матрицы на число

Произведением матрицы $A = (a_{ij})$ на число k называется матрица $C = (c_{ij})$ тех же размеров, у которой $c_{ij} = k \cdot a_{ij}$ для любых i,j.

$C = k \cdot A$

Свойства умножения матрицы на число:

1) $1 \cdot A = A$
2) $\alpha(\beta \cdot A) = (\alpha \cdot \beta) \cdot A$
3) $\alpha \cdot (A + B) = \alpha \cdot A + \alpha \cdot B$
4) $(\alpha + \beta) \cdot A = \alpha \cdot A + \beta \cdot A$

для любых A, B одинаковых размеров, любых действительных чисел α, β

Пример 4:

Дана матрица A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

Найти матрицу C = 2A.

Операции над матрицами

3. Умножение матриц

Произведением *матрицы A = (a_{ik}) размеров mn на матрицу B = (b_{kj})* размеров np называется матрица C = (c_{ij}) размеров mp, у которой

$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + a_{in}b_{nj}$.

C = AB (УМНОЖЕНИЕ ВОЗМОЖНО ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ЧИСЛО СТОЛБЦОВ ПЕРВОЙ МАТРИЦЫ РАВНО ЧИСЛУ СТРОК ВТОРОЙ)

Свойства умножения матриц:

1. AE = EA = A
2. A0 = 0A = 0
3. (AB)D = A(BD)
4. $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$
5. (A + B)D = AD + BD
6. D(A + B) = DA + DB   (при условии, что все указанные операции имеют смысл).Для квадратных матриц AB≠BA

Пример 5: Даны матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & -2 & -1 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Найти произведение матриц А и В.

Пример 6: Даны матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти произведение матриц A*B и B*A (если возможно).

Операции над матрицами

4. Транспонирование матриц

Транспонирование матриц (переход от матрицы **А** к матрице **А**$^{/}$, в которой строки и столбцы поменялись местами)

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \qquad A^{т} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$A^{т}$ – транспонированная матрица.

Свойства транспонирования:

1) $(A^T)^T = A$

2) $(\alpha A)^T = \alpha A^T$

3) $(A+B)^T = A^T + B^T$

4) $(AB)^T = B^T A^T$

Пример 7:

Найти $A+B^T$, если

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 7 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Пример 8:
Даны матрицы:

$$A=\begin{pmatrix}2 & 0 & -1\\ 4 & 3 & 5\\ 0 & 7 & -4\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & -3 & 5\\ 2 & 1 & -7\\ 3 & 4 & 4\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 2 & -2 & 1\\ 3 & 4 & 5\end{pmatrix}$$

Найти: $2A+3B^T-C;$

$$(A-B)^T+2C.$$

Домашнее задание.

1. Учить определения.
2. Учебник Кремера (стр 10-17) читать
3. Выполнить упражнения на предыдущем слайде пример 7 и 8