



Исследование функций и построение графиков

Прочие картинки (всякая всячина)

Система Вольфрам Альфа известна тем, что кроме прочего **по запросу предоставляет разнообразные изображения известных персонажей**, представленные, как математические кривые в прямоугольной декартовой системе координат, вместе с соответствующими параметрическими уравнениями этих кривых.

КОТИКИ и др

First cat **curve image** Second cat **curve image**
Cat-**like curve image**, Cheshire Cat-like curve image
Garfield-like curve image Maneki-Neko curve image
Tardar Sauce curve image Longcat curve image
Puss in Boots-like curve image Rose-like curve image

randomly colored image

Santa-like curve randomly colored image

christmas tree curve

Прочие картинки Фракталы

Снежинка Коха

Koch snowflake

Koch anti-snowflake

Pentaflake

Hexaflake

triangle ice fractal anti-triangle ice fractal

square ice fractal anti-square ice fractal

Другое

menger sponge

Исследуйте также возможности построения других фракталов. Постройте фракталы в тетрадке

Построение графиков

plot sin(sqrt(7)x)+19cos(x) for x between -20 and 20

Одновременно в Wolfram | Alpha можно строить графики нескольких функций

plot 2x+1,1-x^2,1-x-x^2/3

- $\sin(\sqrt{7}x)+19\cos(x)$ для x от -5 до 5
- $\sin(\sqrt{-7}x)+19\cos(x)$ для x от -5 до 5
- $(1-4x-x^3/17)\sin(x^2)$
- $\sqrt{|x-2|} - \sqrt[3]{|x+2|}$
- $\sin(x)\sin(\cos(x))$
- $\exp(2x+3x-7x^3)$
- $y^2 \cos(x)$ для x от -6 до 6 и y от -2 до 2
- $\sin(x \cos(y))$
- $(x^5 - 4x^4y^2 + xy - 1)/(y^{11} - x^{11} + 34x^3y + 1)$
- $(1-x)/(2x+7y), 5x^2 - 3y^2 + 7xy, (x+2y)^4$
- $\sqrt{1+xy}, \sqrt{x^2 - y^2 + 2xy}$
- $\sin(x + iy)$
- $\sqrt{y^2 + 4y} - \sqrt{-ix^3 + 3x}$

Построение графиков

Параметрические графики

• second heart curve Cartesian equation

plot $x(t)=\sin(t)\cos(t)\log(\text{abs}(t))$, $y(t)=(t^2)^{(3/20)}\sqrt{\cos(t)}$, $t=-1..1$

изменяя числовые коэффициенты в указанных параметрических уравнениях, можно легко придавать "сердцу" самые различные формы.

Например, вы можете проверить, что за выразительность "крыльев" сердца отвечает показатель степени над $\cos(t)$ под корнем во втором уравнении

plot $x(t)=\sin(t)\cos(t)\log(\text{abs}(t))$, $y(t)=(t^2)^{(3/20)}\sqrt{(\cos(t))^{(5/2)}}$,
 $t=-1..1$

"полноту" сердца регулирует четный показатель степени над t в том же уравнении. Если его увеличивать, сердце приобретает более округлые формы

plot $x(t)=\sin(t)\cos(t)\log(\text{abs}(t))$, $y(t)=(t^4)^{(3/20)}\sqrt{(\cos(t))^{(5/2)}}$,
 $t=-1..1$

То же самое делает число в знаменателе дроби, которая стоит в показателе степени над t^2 . Этот знаменатель, наоборот, надо уменьшать

plot $x(t)=\sin(t)\cos(t)\log(\text{abs}(t))$, $y(t)=(t^2)^{(3/5)}\sqrt{(\cos(t))^{(5/2)}}$,
 $t=-1..1$

plot $5*(x^2+y^2-1)^3 < 6*x^2y^3$, pink

Исследование функций

1. Область определения функции в Wolfram | Alpha
2. Как найти область определения функции $f(x)$ и точки ее разрыва в Wolfram | Alpha
3. Точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью Ox
4. Как найти точку пересечения графика функции $f(x)$ с осью Oy в Wolfram | Alpha
5. Как найти множество значений функции $f(x)$ с помощью Wolfram | Alpha
6. Как найти асимптоты графика функции $f(x)$
7. Координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с ее асимптотами
8. Поведение функции $f(x)$ возле ее вертикальных асимптот
9. Как найти критические точки первого рода функции $f(x)$
10. Как найти интервалы монотонности функции $f(x)$ в Wolfram | Alpha
11. Как найти точки экстремума функции $f(x)$ в Wolfram | Alpha
12. Как вычислить значения функции в точках ее экстремума в WolframAlpha
13. Как найти критические точки второго рода функции $f(x)$ в Wolfram | Alpha

Область определения функции в Wolfram | Alpha

Найти область определения функции:

$$\frac{\sqrt{16 - x^2}}{\sin(x)}$$

domain sqrt(16-x^2)/sin(x))

Найти область определения функции:

$$y = \frac{5x^7 + 4x^6 - 3}{(3 + 2x - x^2)x^4}$$

Точки разрыва функции

- **discontinuities $f(x)$**
- **real roots of $q(x)$** , где $q(x)$ – знаменатель рациональной дроби
- **$q(x) \neq 0$ over reals** найдутся нули знаменателя

Точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью Ox

- **real roots of $f(x)$**
- **real solve $f(x)$**

Как найти точку пересечения графика функции $f(x)$ с осью Oy

- **solve $f(x)$, $x=0$**

Найти множество значений функции $f(x)$

- **range $f(x)$**

Найти асимптоты графика функции
 $f(x)$

asymptotes $f(x)$

**vertical asymptotes $f(x)$, horizontal asymptotes
 $f(x)$ и oblique asymptotes $f(x)$**

Найти асимптоты графика функции

Горизонтальные асимптоты можно найти вычислив пределы функции $f(x)$ на бесконечности. Для этого служат запросы вида:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ и $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Вместо символа бесконечности можно использовать слово «infinity» или «oo»

Наклонные асимптоты также можно найти пошагово, определившись уравнением наклонной асимптоты

параметрами которого являются угловой коэффициент k и свободный член b

здесь используются такие запросы: для отыскания k служит запрос

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)/x,$$

для отыскания b – запрос

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$$

Координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с ее асимптотами

Сначала найдем **абсциссы точек пересечения
графика функции $f(x)$ и ее асимптоты $g(x)$.**

Для этого используется запрос

real roots of $f(x)=g(x)$

**ординаты точек с найденными абсциссами $x=a,$
 b, c, \dots используем запрос**

$f(x)$ where $x=a, b, c,$

Координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с ее асимптотами

- Сначала найдем абсциссы точек пересечения графика функции $f(x)$ и ее асимптоты $g(x)$. для этого используется запрос **real roots of $f(x)=g(x)$**
- ординаты точек с найденными абсциссами $x=a, b, c, \dots$ используем запрос **$f(x)$ where $x=a, b, c$**

Поведение функции $f(x)$ возле ее вертикальных асимптот

- Чтобы изучить поведение функции возле ее вертикальных асимптот нужно вычислить односторонние пределы функции $f(x)$ во всех точках ее разрыва (п. 1). Здесь используются запросы:
 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ (левосторонний предел) и
 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ (правосторонний предел)

Найти критические точки первого рода функции $f(x)$

На втором этапе для исследования функции уже применяется производная. Цель второго этапа - найти критические точки первого рода, интервалы возрастания и убывания функции, точки экстремума и экстремальные значения функции, угловые точки графика функции (используется первая производная).

Рассмотрим первое задание второго этапа (оно восьмое по счету в общей схеме исследования функции): **найти критические точки первого рода** (точки, где производная функции $f(x)$ равна нулю или не существует).

- Сначала находим производную функции $f(x)$, используется запрос: $d/dx f(x)$
- Далее находим действительные нули производной, используется запрос: **real roots of $f'(x)$**
- **real roots of $d/dx [f(x)]$**

Найти интервалы монотонности функции $f(x)$

- Сначала следует найти производную данной функции
- Затем ищем непосредственно интервалы знакопостоянства производной $f'(x)$, которые и являются интервалами монотонности данной функции, для этого используются запросы на решение неравенств: **solve $f'(x) > 0$** (интервалы возрастания) и **solve $f'(x) < 0$** (интервалы убывания).

Найти точки экстремума функции $f(x)$

extrema $f(x)$ или же запросы
maximize $f(x)$ и **minimize $f(x)$** , которые
позволяют найти экстремальные значения
функции "за один шаг"

Найти критические точки второго рода функции $f(x)$

1. Сначала находим вторую производную функции $f(x)$, используется запрос $d^2/dx^2 f(x)$ или $d2/dx2 f(x)$
2. Далее находим действительные нули второй производной, используется запрос вида **real roots of $f''(x)$** .

** Попробуйте самостоятельно определить интервалы выпуклости и вогнутости функции*

Исследовать функции

$$f(x) = \frac{x^3}{2(x+1)^2} \quad y = \frac{3}{10} \sqrt[3]{(x-1)^2} \cdot (x+2) \quad y = x^3 e^x$$

$$y = \frac{3}{10} \sqrt[3]{x^2} (x-5) \quad y = \frac{3}{10} \sqrt[3]{(x-1)^2} \cdot (x+2) \quad y = \frac{1}{2} (x+2) e^{\frac{1}{3x}}$$

$$y = \frac{3-2x}{(x-2)^2} \quad y = \frac{1}{15} x^3 - \frac{5}{6} \sqrt[5]{x^2} \quad y = \frac{1}{5} (x+1)^2 \sqrt[3]{x-1}$$

$$y = \sqrt[3]{x^2 - 3x + 2} \quad y = \frac{x}{2 \ln x} \quad y = \frac{x^2 + 2x + 1}{6(x-2)}$$

Исследовать функции

$$y = \frac{1}{2}|x + 2|\sqrt[3]{x}$$

$$y = \frac{1}{2}\sqrt[3]{xe^{|x-1|}}$$

$$y = \frac{1}{30}\left(x^3 + 25\sqrt[5]{x^2}\right)$$