

ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ РАСКРЫТИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ

Ащеулова Алена Сергеевна,
кандидат физико-математических наук



РАСКРЫТИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ

◆ Раскрытие неопределенности $\frac{0}{0}$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 14x - 32}{x^2 - 6x + 8} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+16)}{(x-2)(x-4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+16}{x-4} = \frac{18}{-2} = -9$$

Если $f(x)$ - дробно-рациональная функция, необходимо разложить на множители числитель и знаменатель дроби

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+1}-1) \cdot (\sqrt{x+1}+1)}{x \cdot (\sqrt{x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x \cdot (\sqrt{x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+1}+1} = \frac{1}{2}$$

Если $f(x)$ - иррациональная дробь, необходимо умножить числитель и знаменатель дроби на выражение, сопряженное числителю.



РАСКРЫТИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ

◆ Раскрытие неопределенности $\infty - \infty$

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}) = [\infty - \infty] \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot (\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 1})}{(\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 1) - (x^2 - 1)}{(\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 1})} \\ &= \frac{2}{\infty} = 0 \end{aligned}$$

Умножим и разделим функцию на сопряженное выражение



ПЕРВЫЙ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЙ ПРЕДЕЛ

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

Формула справедлива также при $x < 0$

Следствия:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg} x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{kx} = 1$$



ПЕРВЫЙ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЙ ПРЕДЕЛ

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2} &= \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 2x}{x^2} = 2 \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{x} \right)^2 \\ &= 2 \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} \right)^2 = 2 \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x}{2x} \right)^2 = \\ &= 2 \left(2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \right)^2 = 2(2 \cdot 1)^2 = \mathbf{8}\end{aligned}$$



ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 5x^2 + 3}{3x^3 - 4x^2 + 1}$

2.

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{7+x} - 3}{x - 2}$

4.

5. $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 + 5x - 6}{x^2 - 36}$

6.

7. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 3x + 2}$

8.

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} 4x}$

10.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 - 3x - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 + 6x + 8}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{3x^2 - x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x \sin 8x}{x^2}$$

