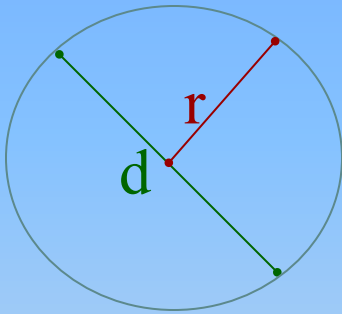


СФЕРА И ШАР

Липатова Е.Ю. – учитель математики
МБОУ гимназии №17

Геометрия –11 класс

Окружность и круг

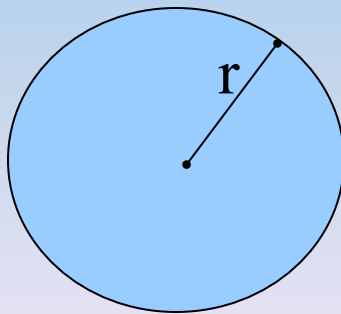


Окружностью называется геометрическая фигура,

состоящая из всех точек плоскости, расположенных на заданном расстоянии r от данной точки.

r – радиус

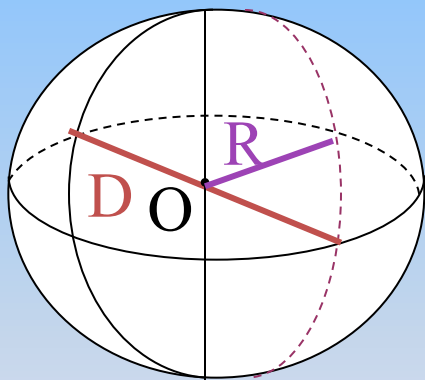
d – диаметр



Кругом называется часть плоскости, ограниченная окружностью.

Определение сферы

Сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии (R) от данной точки (центра O).

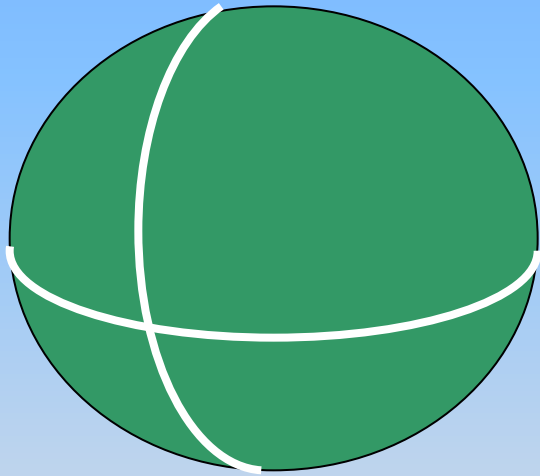


т. O – центр сферы

R – радиус сферы – отрезок, соединяющий любую точку сферы с центром.

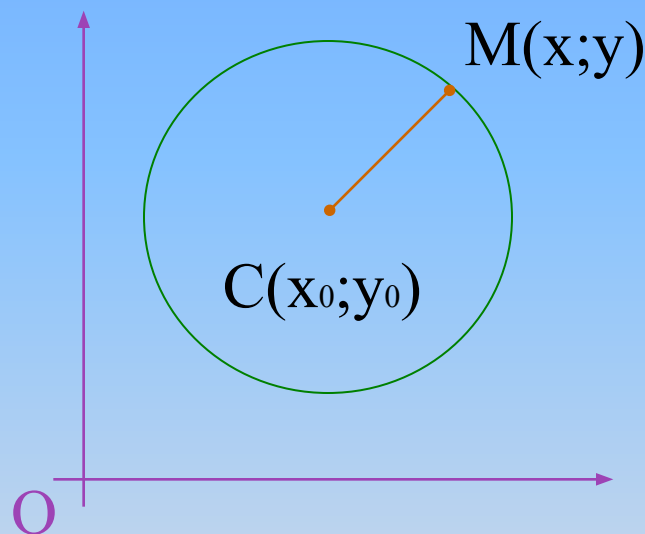
D – диаметр сферы – отрезок, соединяющий любые 2 точки сферы и проходящий через центр.

Шар



- Шаром называется тело, ограниченное сферой.
- Центр, радиус и диаметр сферы являются также центром, радиусом и диаметром шара.
- Шар радиуса R и центром O содержит все точки пространства, которые расположены от т. O на расстоянии, не превышающем R .

Уравнение окружности

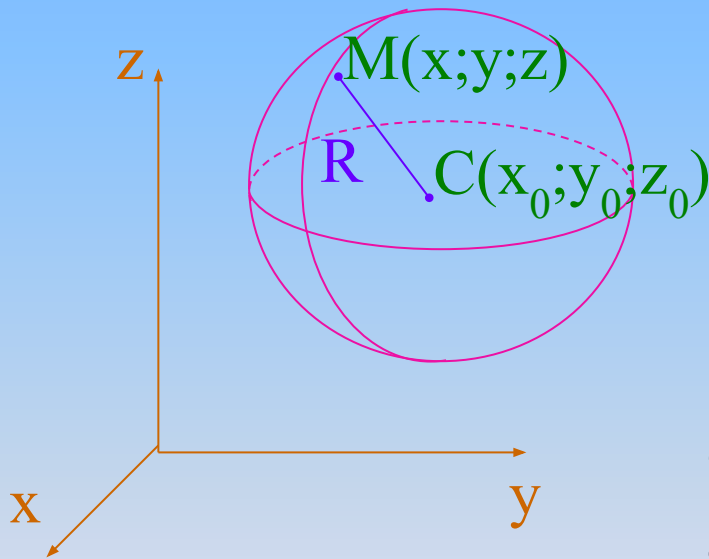


Уравнение окружности:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

Уравнение сферы

Зададим прямоугольную систему координат $Oxyz$



$$MC = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

$$MC = R$$

Следовательно, уравнение сферы имеет вид:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

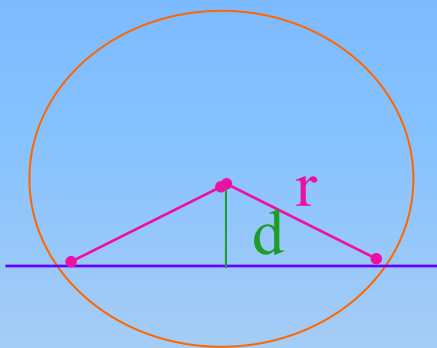
Задача 1.

Зная координаты центра $C(2;-3;0)$ и радиус сферы $R=5$, записать уравнение сферы.

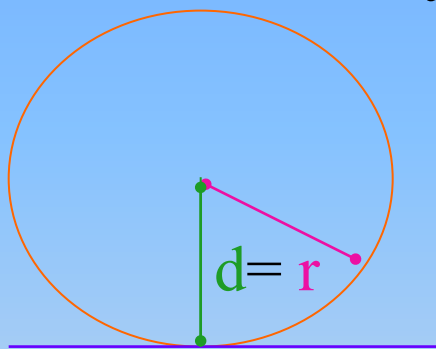
Ответ: $(x-2)^2 + (y+3)^2 + z^2=25$

Взаимное расположение окружности и прямой

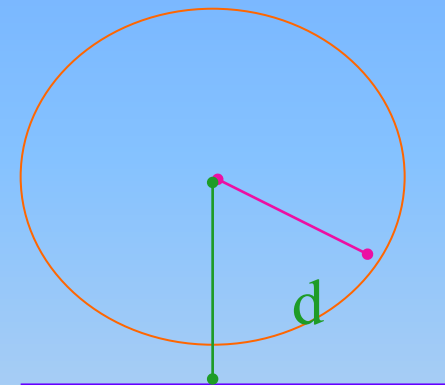
Возможны 3 случая:



Если $d < r$, то
прямая и
окружность имеют
2 общие точки.

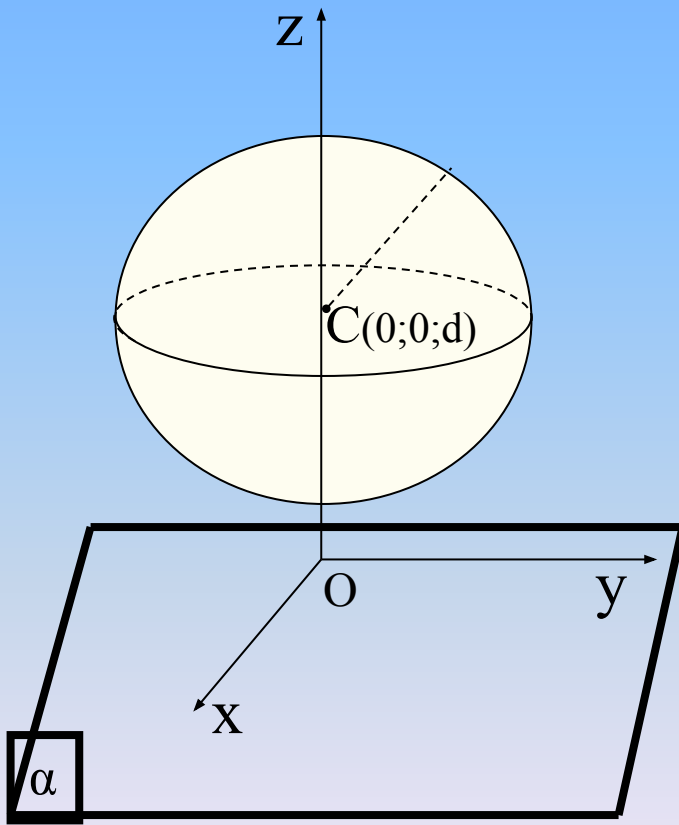


Если $d = r$, то
прямая и
окружность имеют
1 общую точку.



Если $d > r$, то
прямая и
окружность не
имеют общих точек.

Взаимное расположение сферы и плоскости



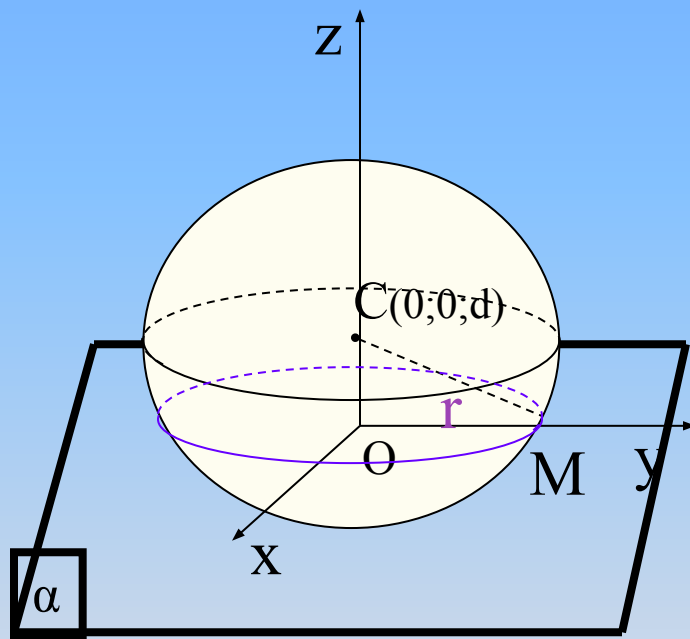
Введем прямоугольную систему координат $Oxyz$

Построим плоскость α , совпадающую с плоскостью Oxy

Изобразим сферу с центром в т.С, лежащей на положительной полуоси Oz и имеющей координаты $(0;0;d)$, где d - расстояние (перпендикуляр) от центра сферы до плоскости α .

В зависимости от соотношения d и R возможны 3 случая...

Взаимное расположение сферы и плоскости



1 случай:

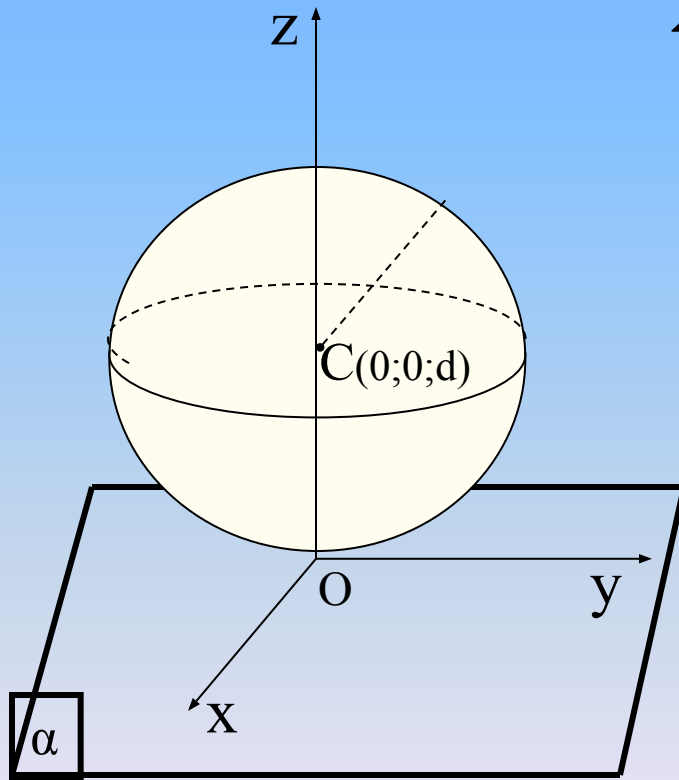
$d < R$, т.е. если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы плоскостью есть окружность радиусом r .

$$r = \sqrt{R^2 - d^2}$$

Сечение шара плоскостью есть круг.

Взаимное расположение сферы и плоскости

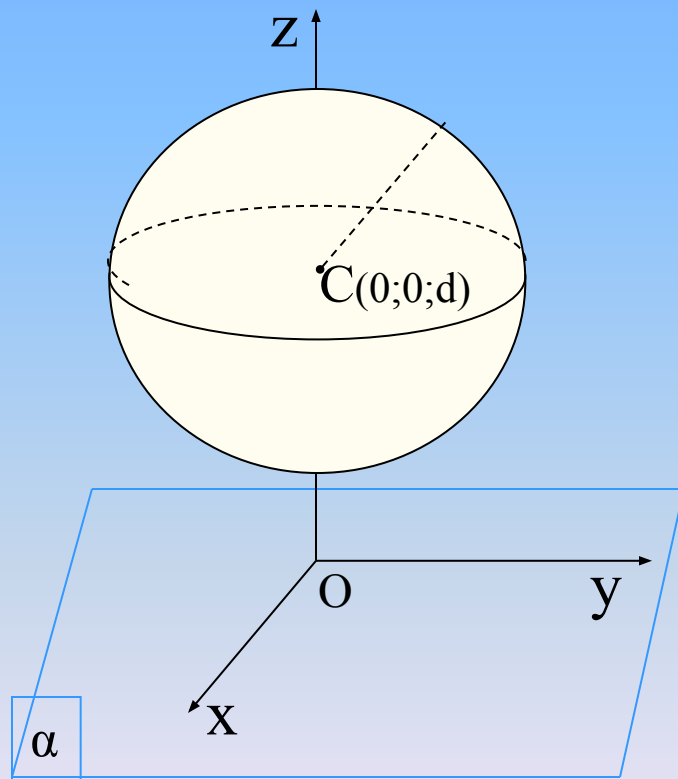
2 случай:



$d = R$, т.е. если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют одну общую точку

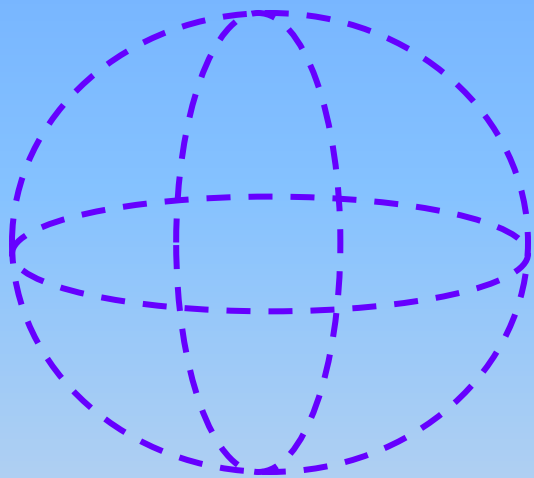
Взаимное расположение сферы и плоскости

Рассмотрим 3 случай:



$d > R$, т.е. если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то сфера и плоскость не имеют общих точек.

Площадь сферы и объём шара



Площадь сферы радиуса R:

$$S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$$

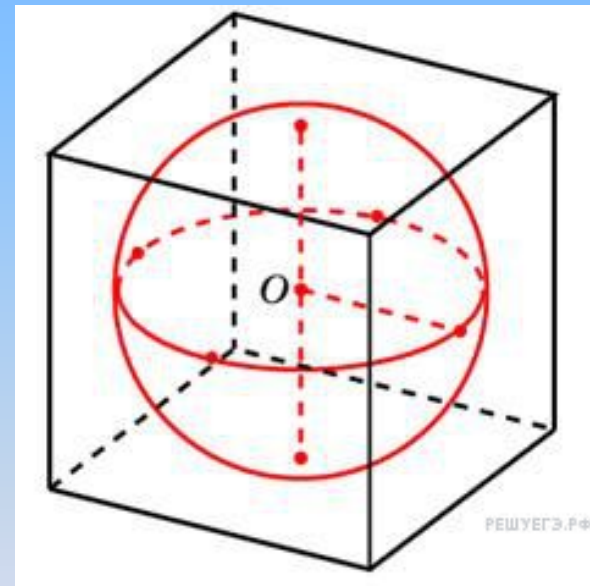
$$S_{\text{шара}} = 4 S_{\text{круга}}$$

$$V_{\text{шара}} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Радиусы трех шаров равны 6, 8 и 10. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.

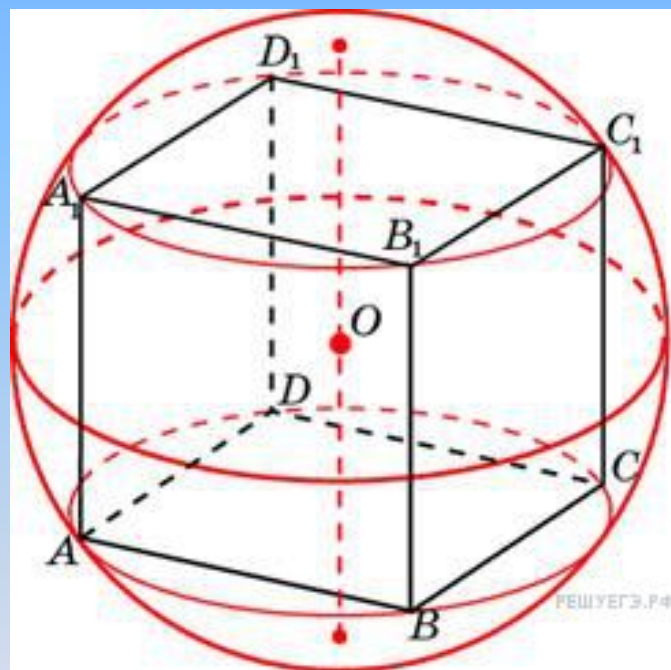
Ответ: 12

***В куб с ребром 3 вписан шар.
Найдите объем этого шара, деленный на π .***



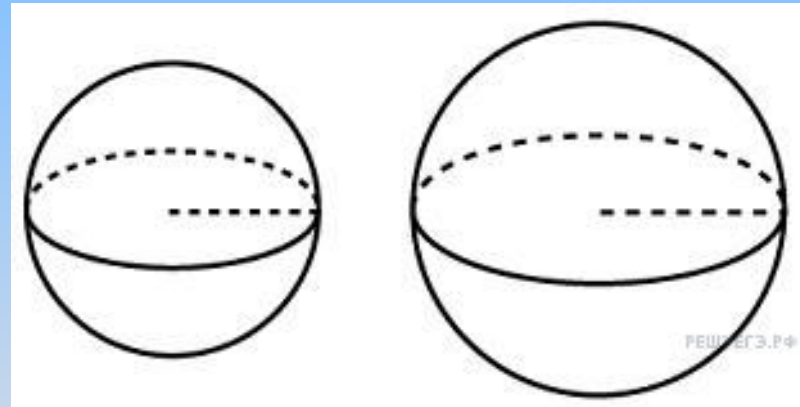
Ответ: 4,5

**Около куба с ребром $\sqrt{5}$ описан шар.
Найдите объем этого шара, деленный
на π .**



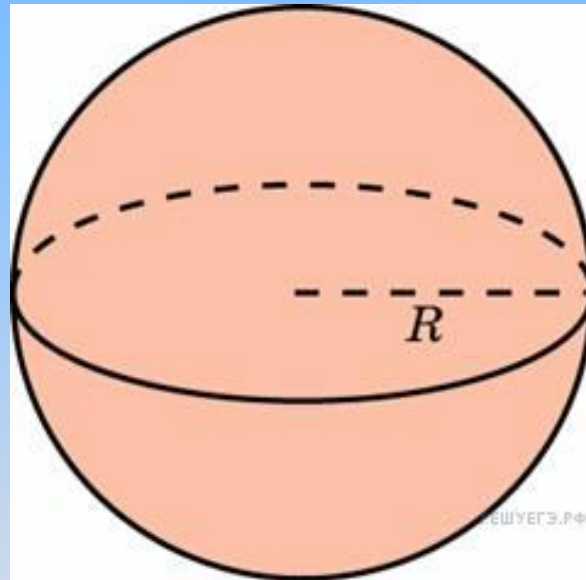
Ответ: 4,5

**Радиусы двух шаров равны 6, 8.
Найдите радиус шара, площадь
поверхности которого
равна сумме площадей их поверхностей.**



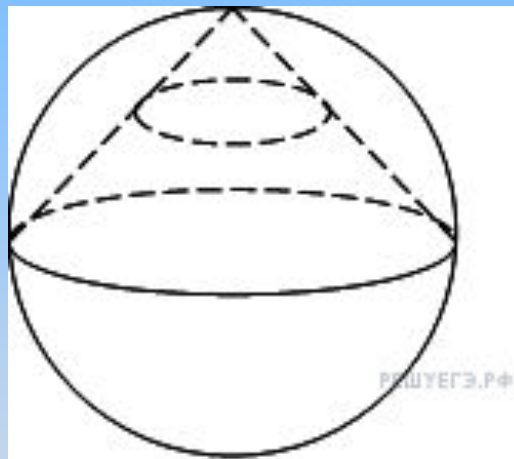
Ответ: 10

**Объем шара равен 288π .
Найдите площадь его поверхности,
деленную на π .**



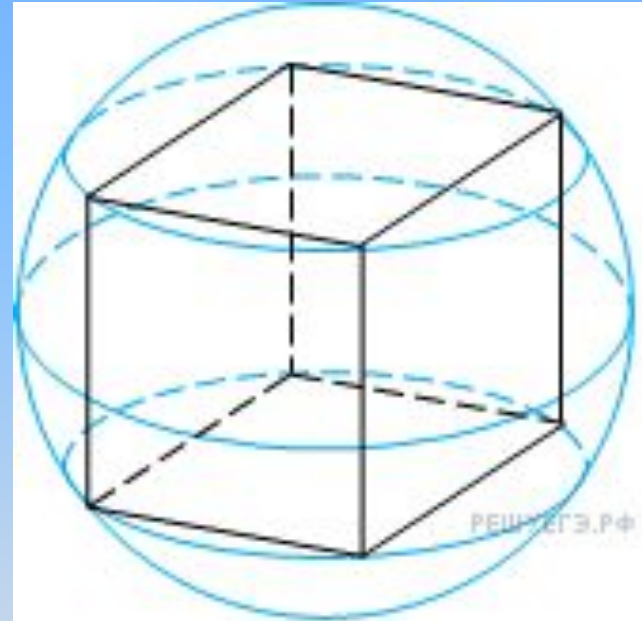
Ответ: 144

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.



Ответ: 24

**Куб вписан в шар радиуса $\sqrt{3}$.
Найдите объем куба.**

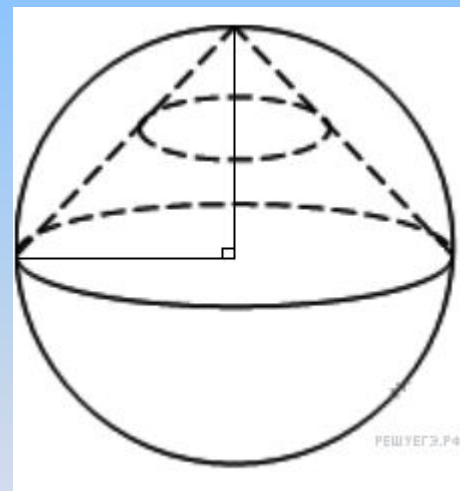


Ответ: 8

**Около конуса описана сфера
(сфера содержит окружность основания
конуса и его вершину).**

Центр сферы находится в центре основания конуса.

**Образующая конуса равна $7\sqrt{2}$.
Найдите радиус сферы.**



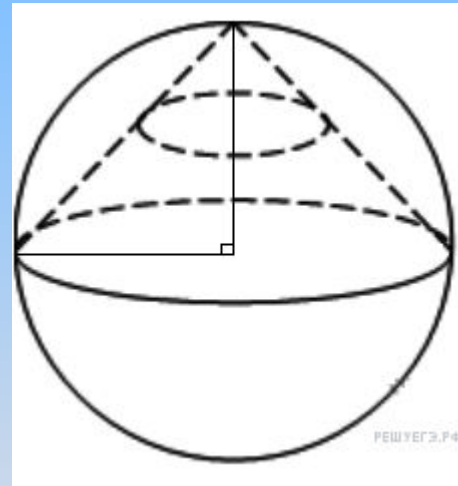
Ответ: 7

Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину).

Центр сферы находится в центре основания конуса.

Радиус сферы равен $28\sqrt{2}$.

Найдите образующую конуса.

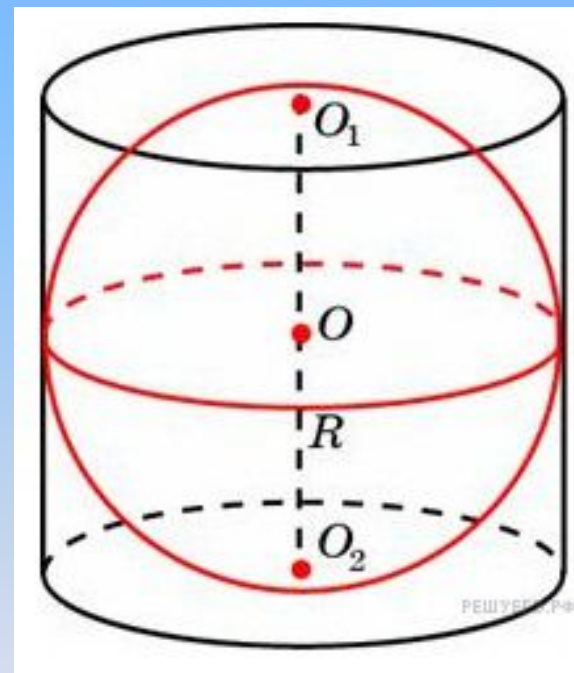


Ответ: 56

Шар вписан в цилиндр.

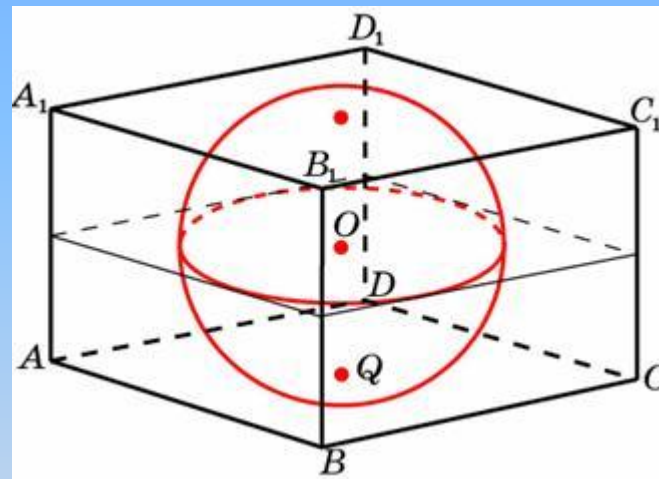
Площадь поверхности шара равна 111.

Найдите площадь полной поверхности цилиндра.



Ответ: 166,5

**Прямоугольный параллелепипед
описан около единичной сферы.
Найдите его площадь поверхности.**



Ответ: 24

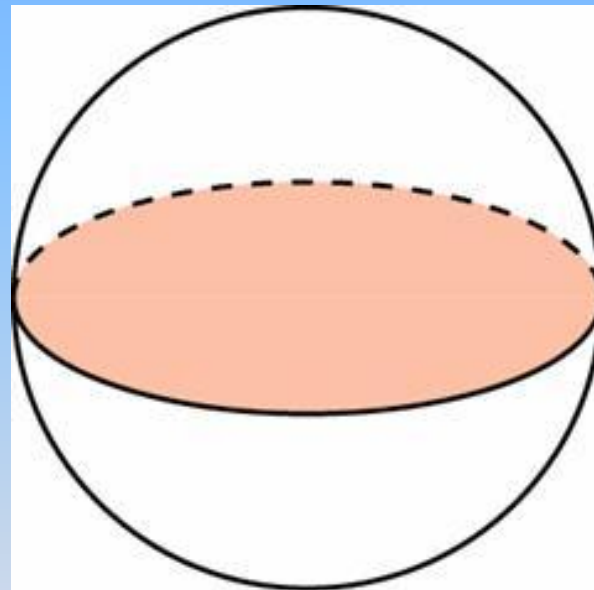
Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем шара равен 28. Найдите объем конуса.

Ответ: 7

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.

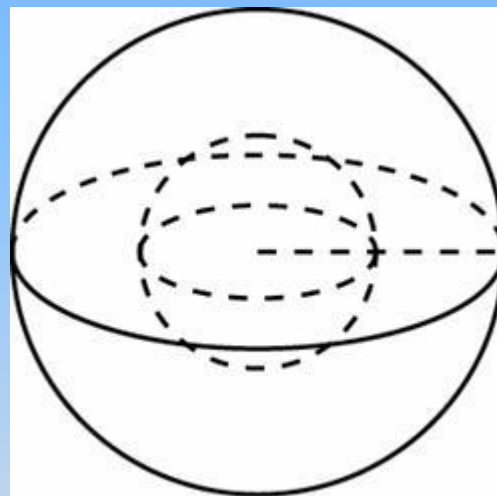
Ответ: 24

**Площадь большого круга шара равна 3.
Найдите площадь поверхности шара.**



Ответ: 12

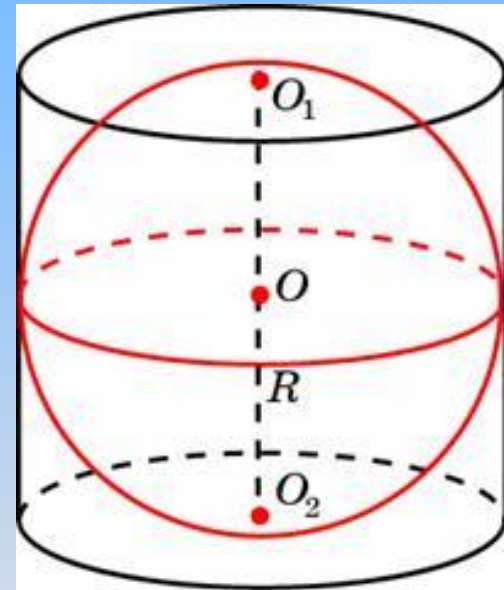
Во сколько раз увеличится площадь поверхности шара, если радиус шара увеличить в 2 раза?



Ответ: 4

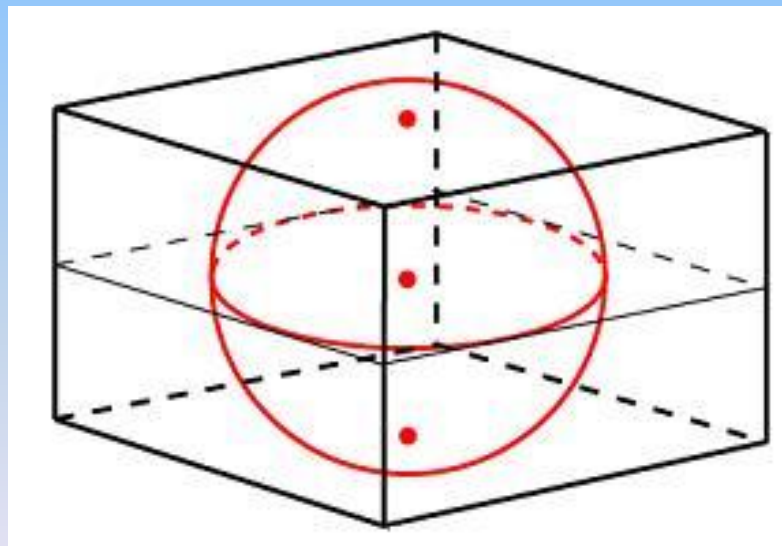
Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 18.

Найдите площадь поверхности шара.



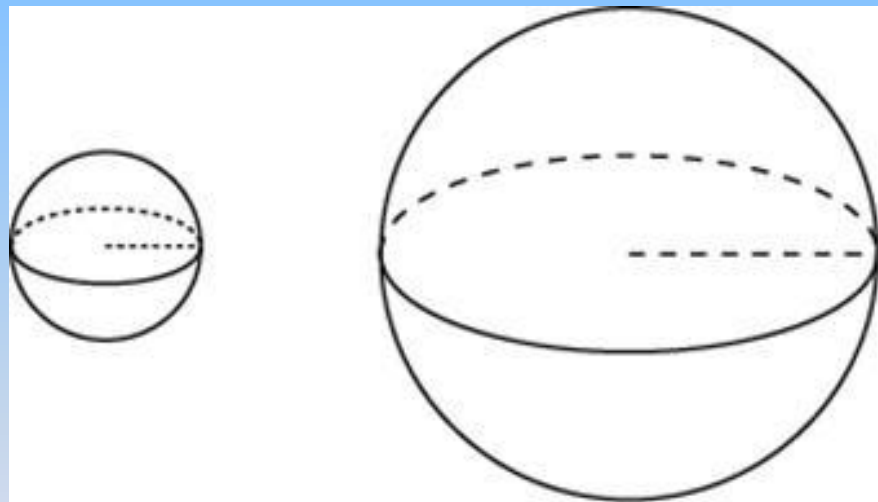
Ответ: 12

Объем прямоугольного параллелепипеда, описанного около сферы, равен 216. Найдите радиус сферы.



Ответ: 3

**Объем одного шара в 27 раз больше объема второго.
Во сколько раз площадь поверхности
первого шара больше площади
поверхности второго?**



Ответ: 9