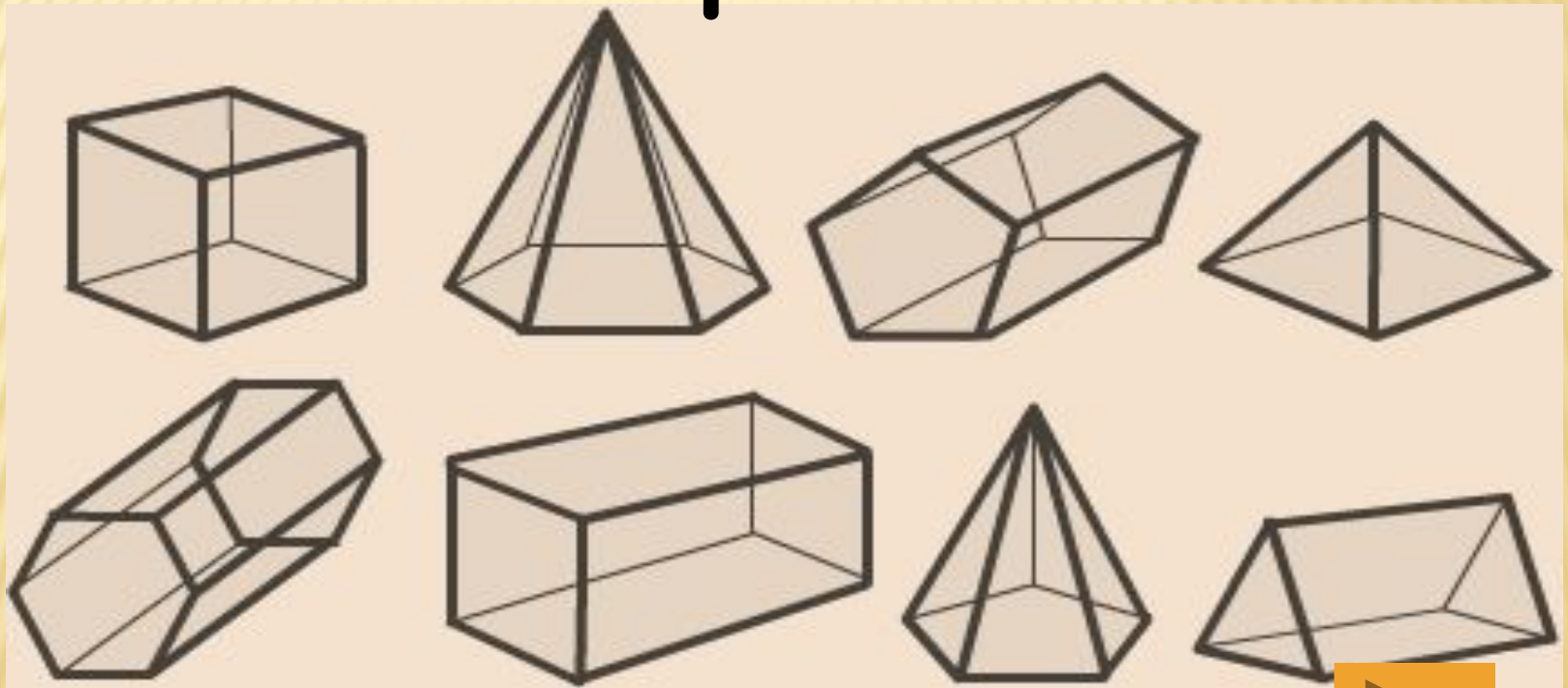


# Построение сечений многогранников



Лисятникова О.В.- учитель математики г.Н.  
Новгород



# Понятие сечения

Секущая плоскость тетраэдра (параллелепипеда) любая плоскость, по обе стороны от которой имеются точки данного тетраэдра (параллелепипеда). Секущая плоскость пересекает грани тетраэдра (параллелепипеда) по отрезкам. Многоугольник, сторонами которого являются эти отрезки, называется **сечением тетраэдра (параллелепипеда)**.

Так как тетраэдр имеет четыре грани, то его сечениями могут быть только треугольники (рис. 1 и 2) и четырёхугольники (рис. 3 и 4). Параллелепипед имеет шесть граней. Его сечениями могут быть треугольники (рис. 5), четырёхугольники (рис. 6 и 7), пятиугольники (рис. 8) и шестиугольники (рис. 9).

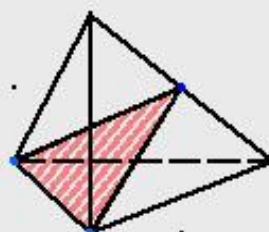


Рис. 1

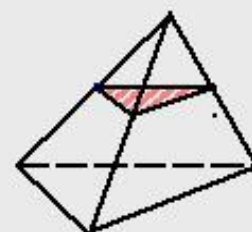


Рис. 2

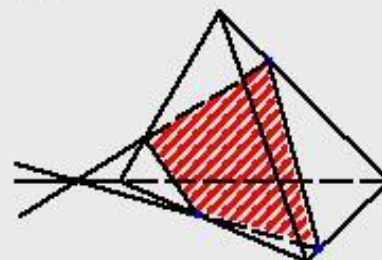


Рис. 3

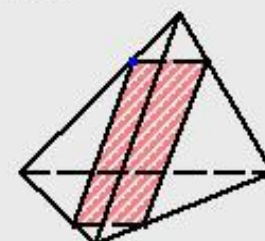


Рис. 4

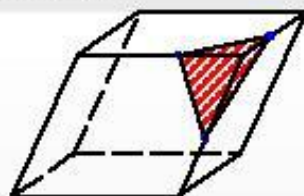


Рис. 5

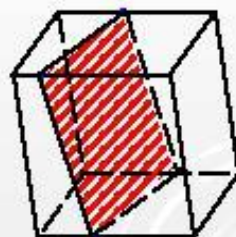


Рис. 6

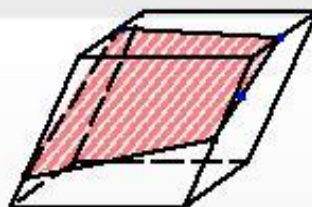


Рис. 7

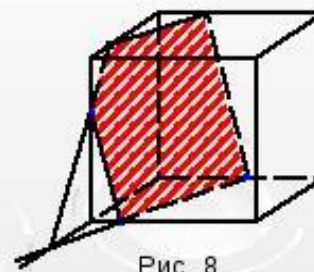


Рис. 8

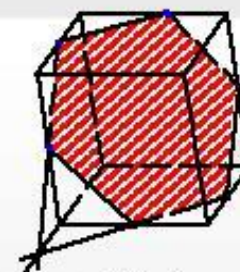


Рис. 9

Содержанием работы является построение сечений по точкам, заданным на рёбрах многогранников:

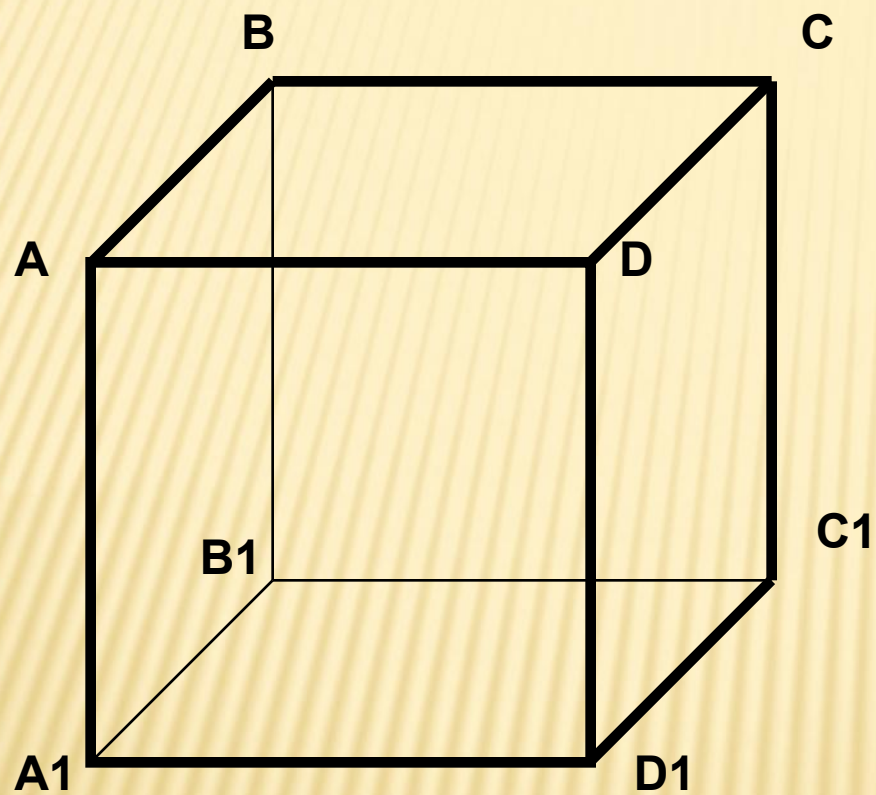
1. Куба

2. Пирамиды

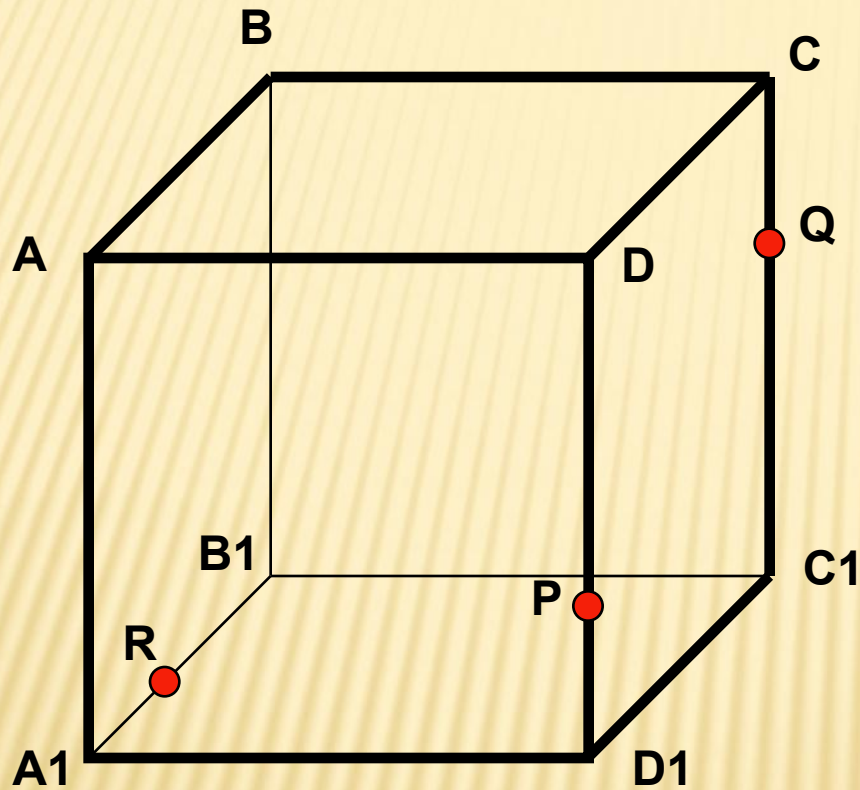
3. Призмы

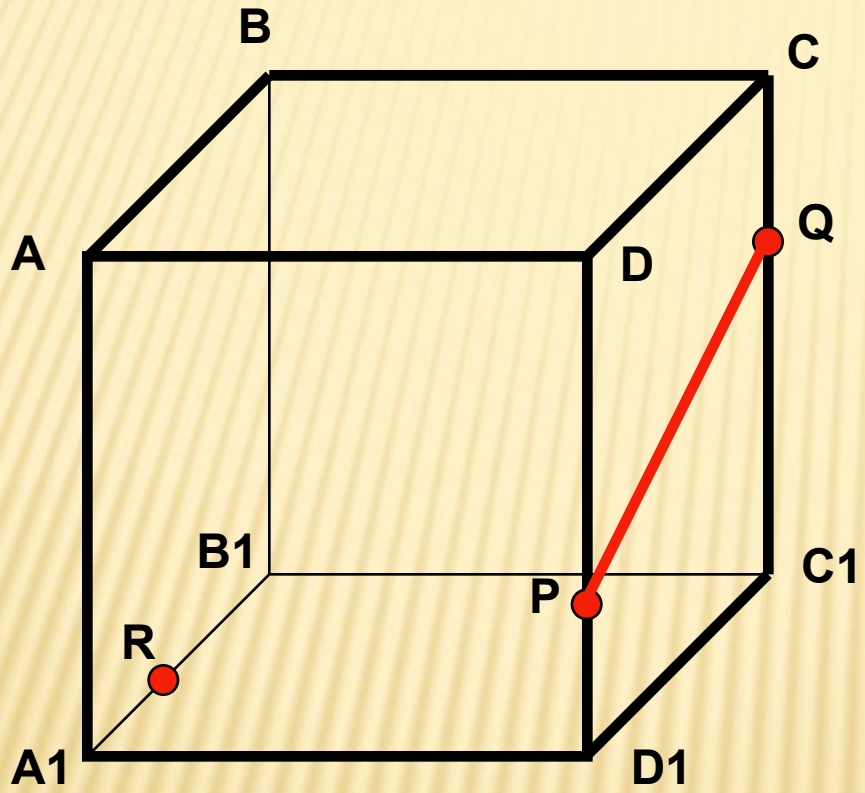


Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$



На гранях куба заданы точки R, P, Q. Требуется построить сечение куба плоскостью, проходящей через заданные точки.

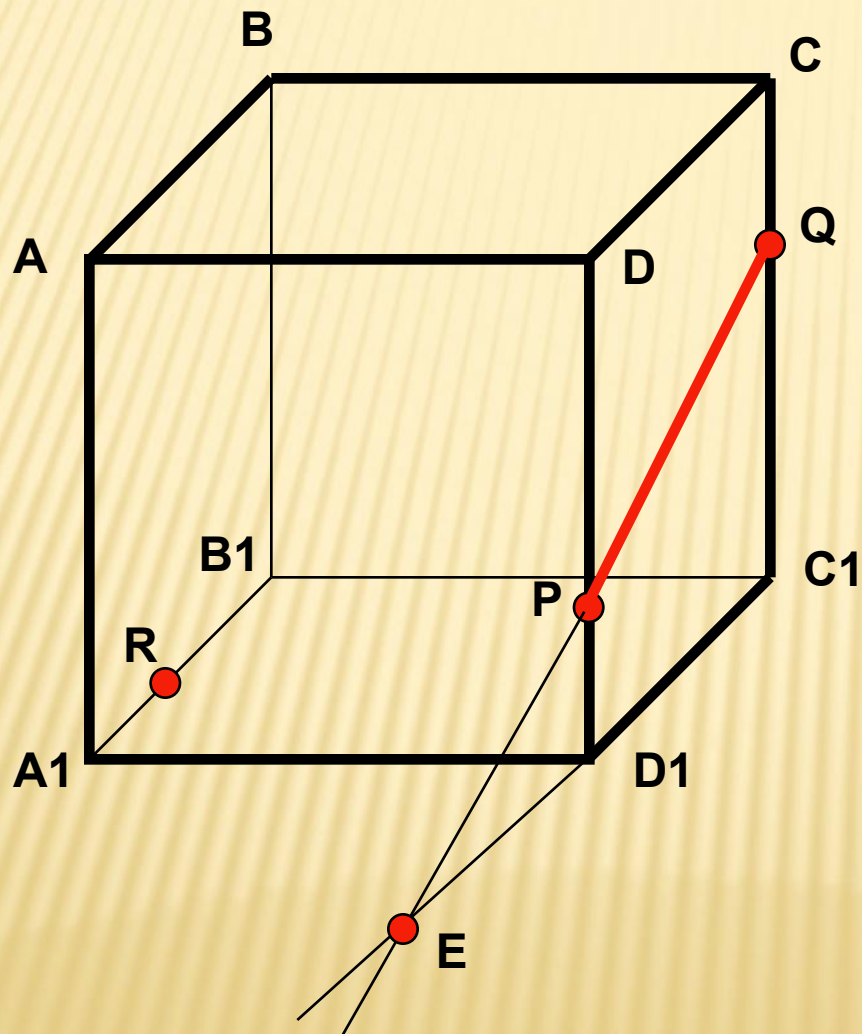




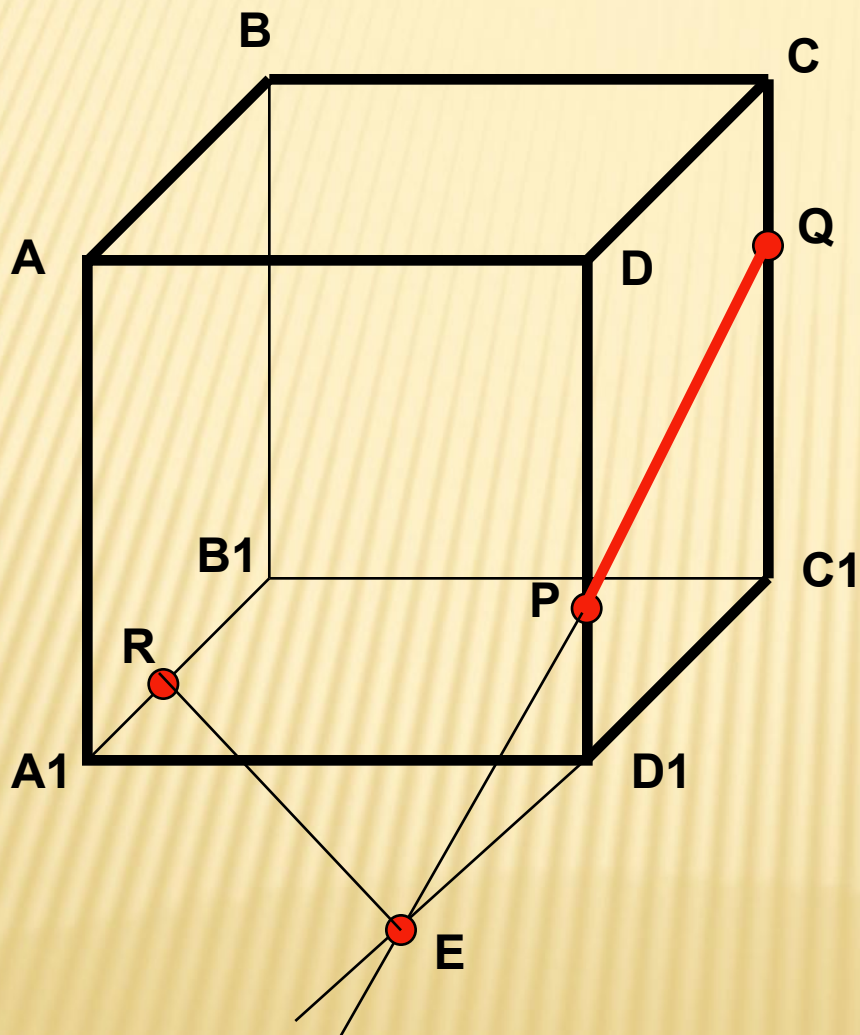
Точки Р и Q заданы, как принадлежащие плоскости сечения. В то же время эти точки принадлежат плоскости грани C D D1 C1, следовательно линия PQ является линией пересечения этих плоскостей



Линии  $PQ$  и  $C_1D_1$  лежат в плоскости грани  $CC_1D_1D$ .  
Найдем точку  $E$  пересечения линий  $PQ$  и  $C_1D_1$ .

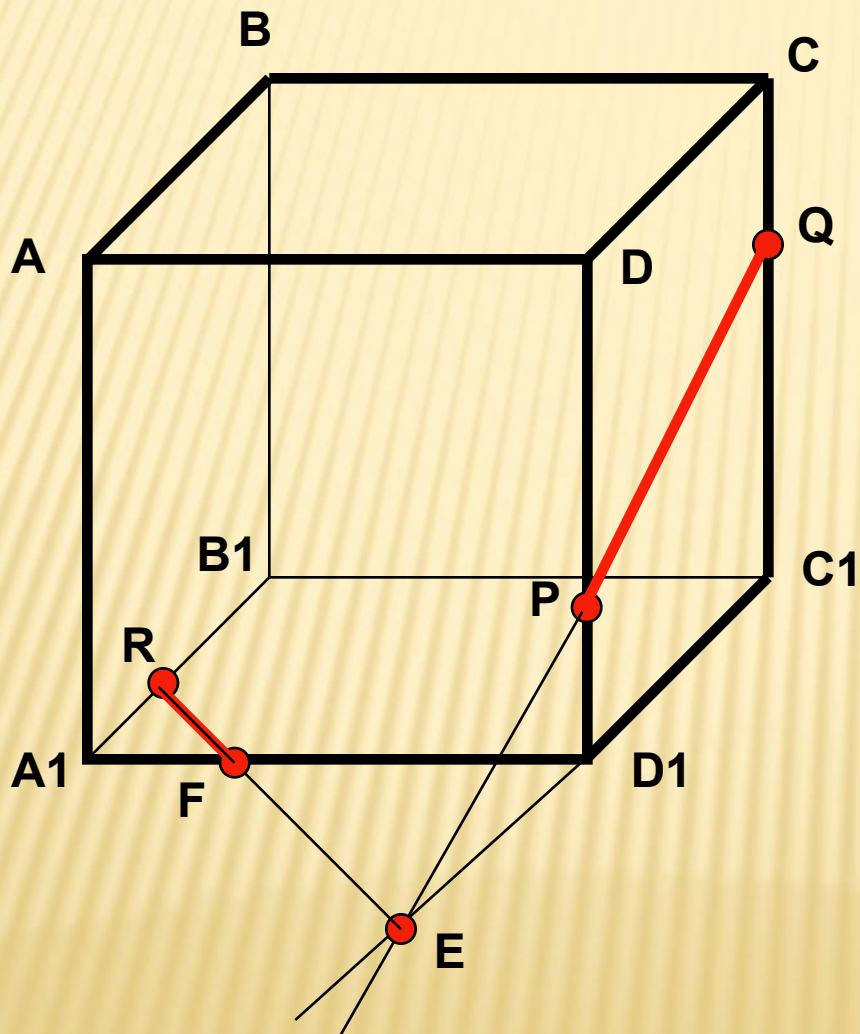


Точки R и E принадлежат плоскости сечения и плоскости основания куба, следовательно линия RE, соединяющая эти точки будет линией пересечения плоскости сечения и плоскости основания куба .

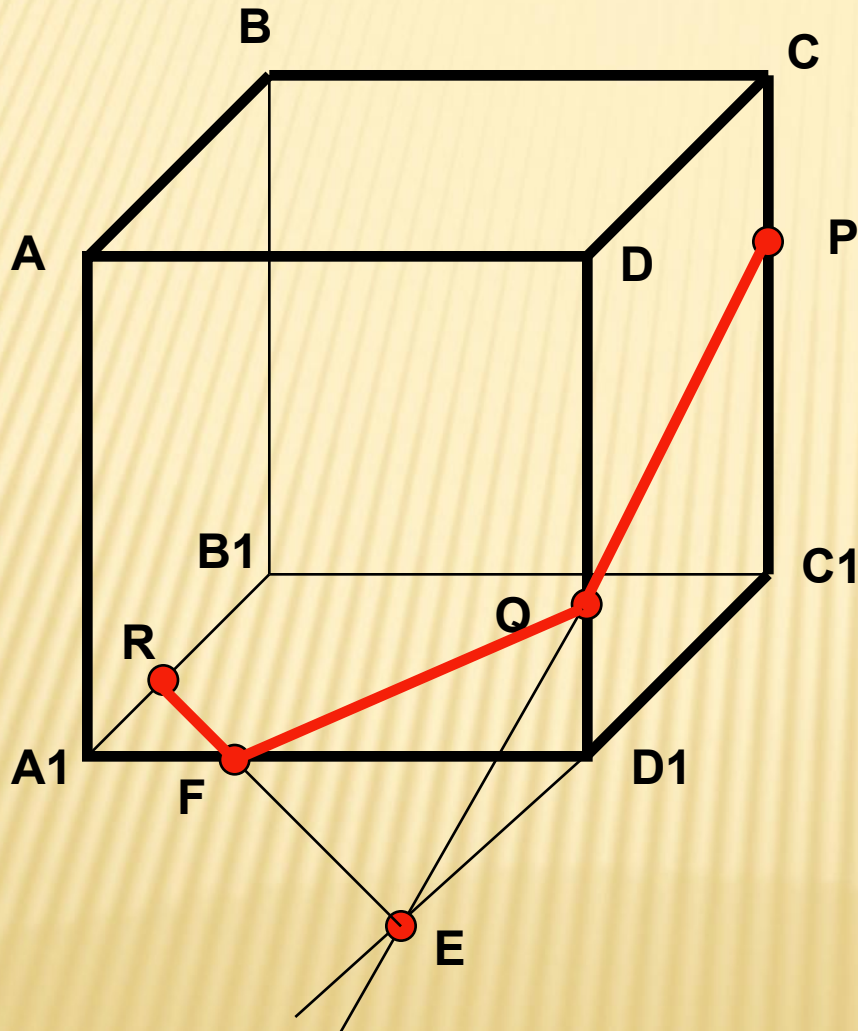




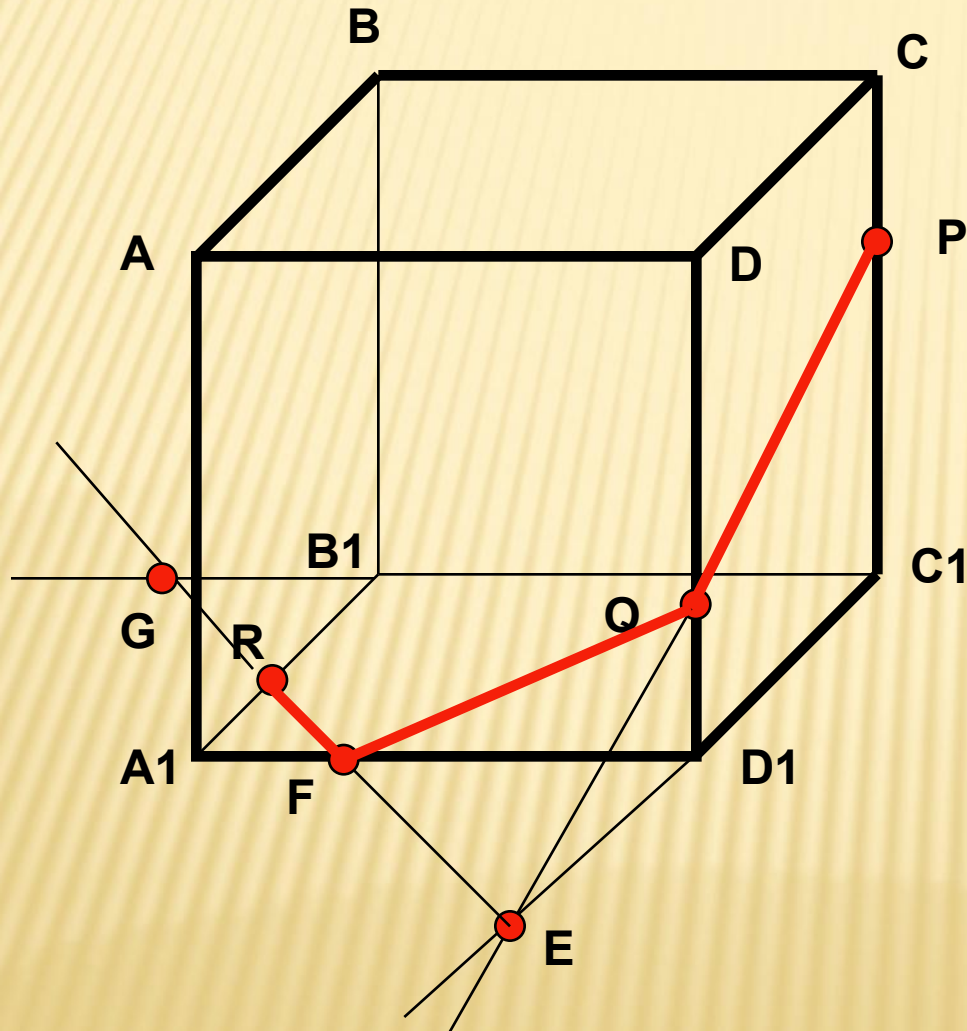
RE пересекает A1 D1 в точке F  
и линия RF будет линией  
пересечения плоскости  
сечения и плоскости грани  
A1 B1 C1 D1.



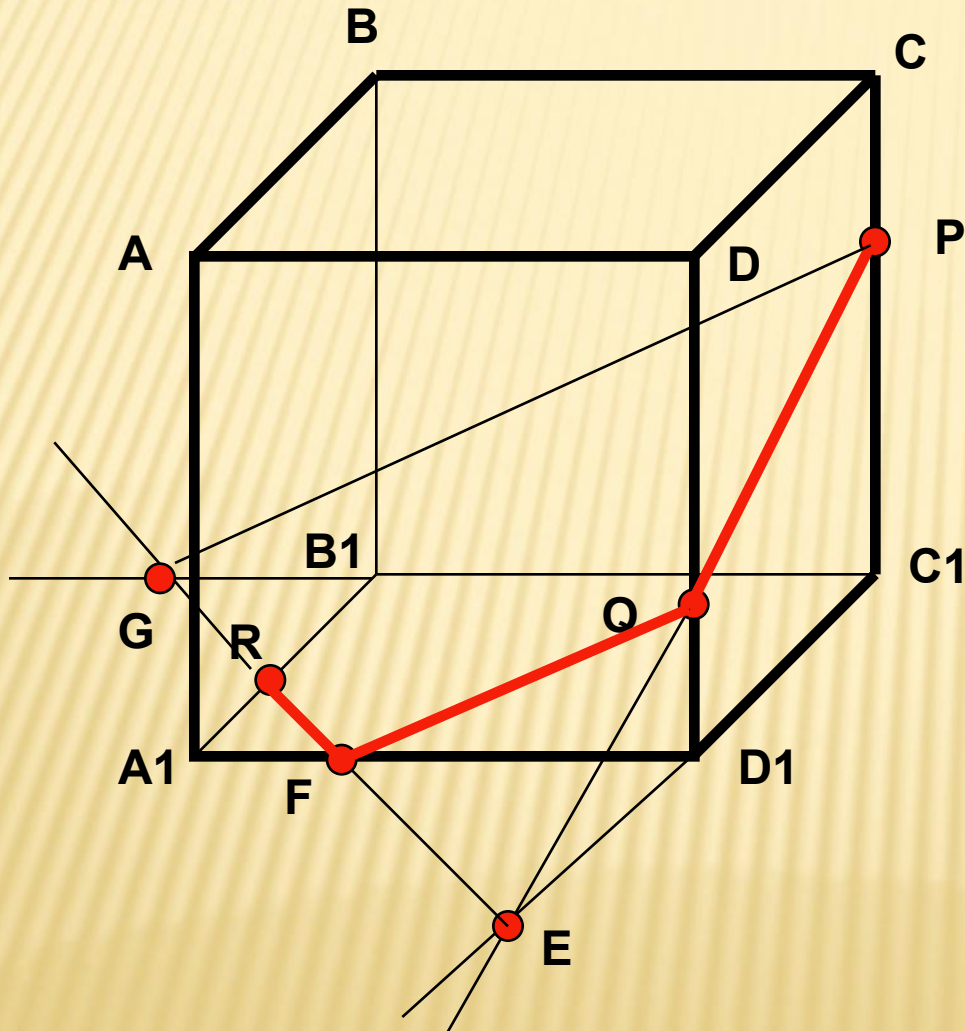
Точки  $Q$ , и  $F$  принадлежат плоскости сечения и плоскости грани  $A A_1 D_1 D$ , следовательно линия  $QF$  будет линией пересечения этих плоскостей.



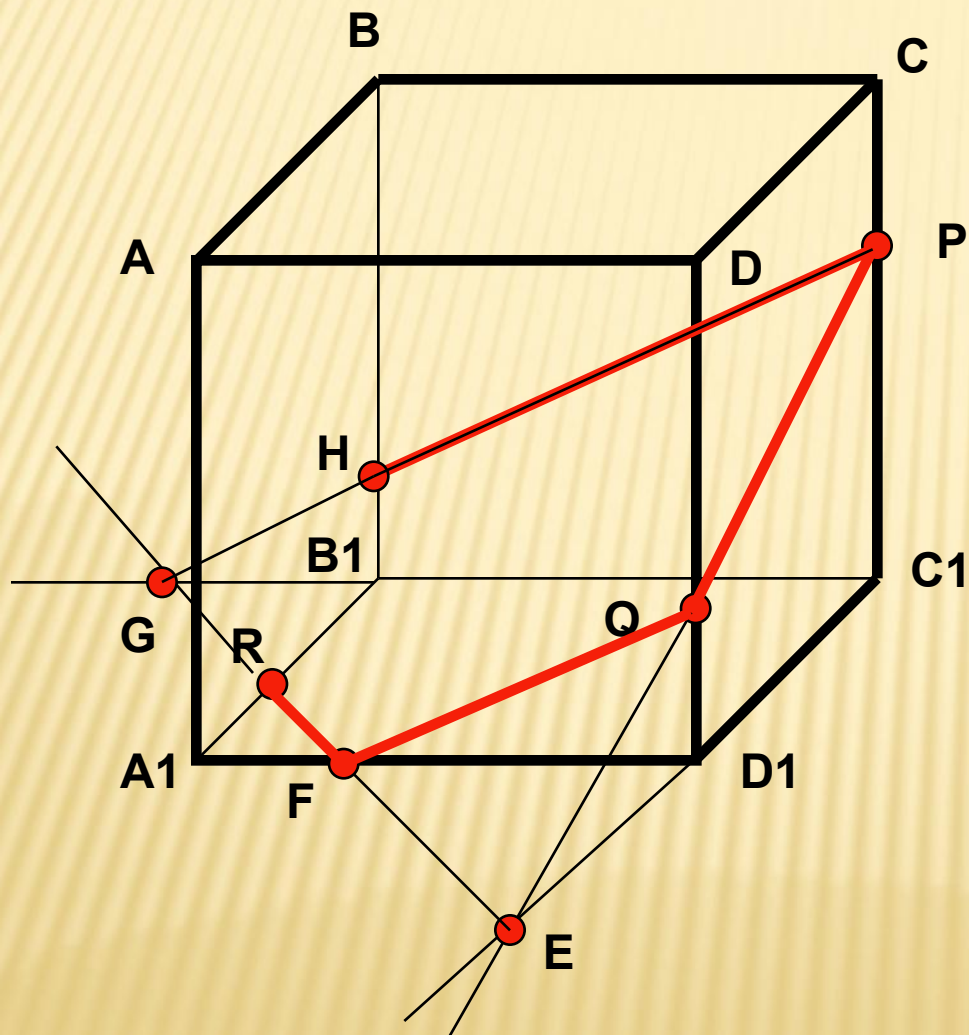
Линии RE и B1C1, лежащие в плоскости основания куба пересекаются в точке G.



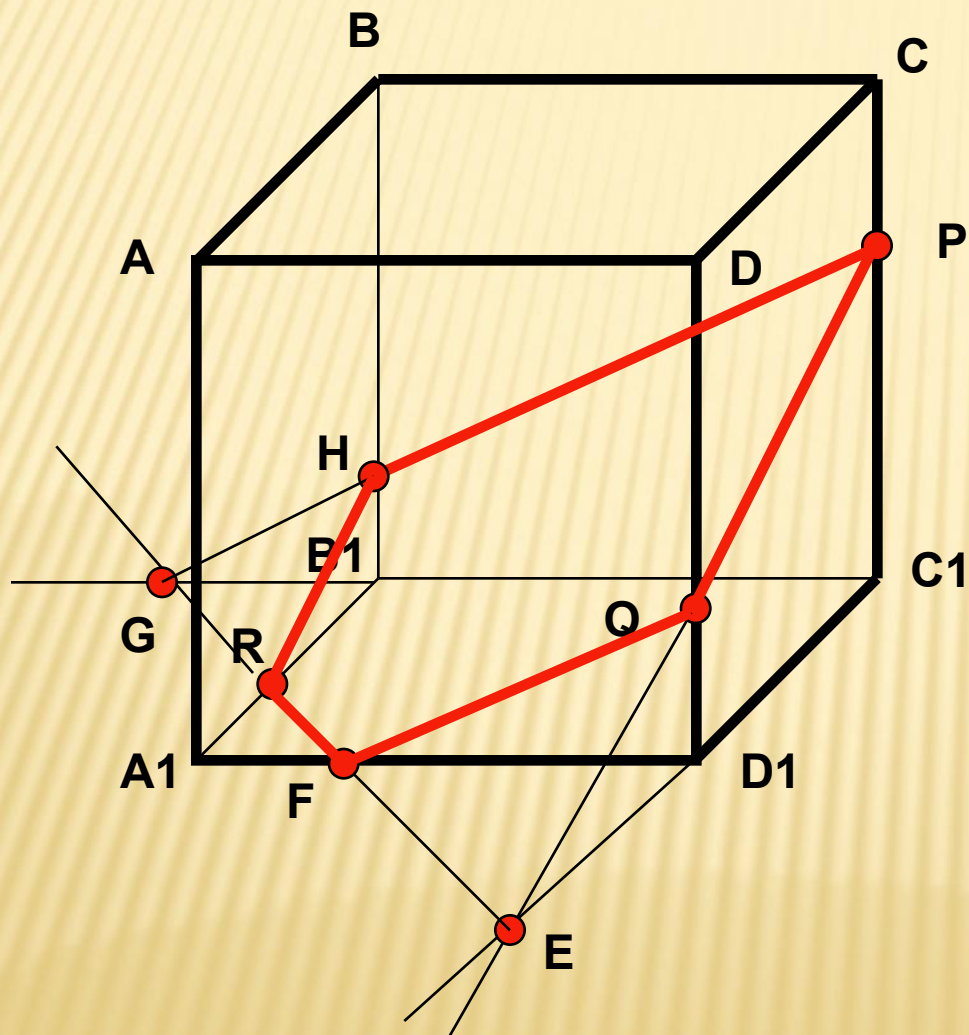
Точки Р и G принадлежат плоскости сечения и плоскости грани В В1 С1 С, следовательно линия РG является линией пересечения этих плоскостей



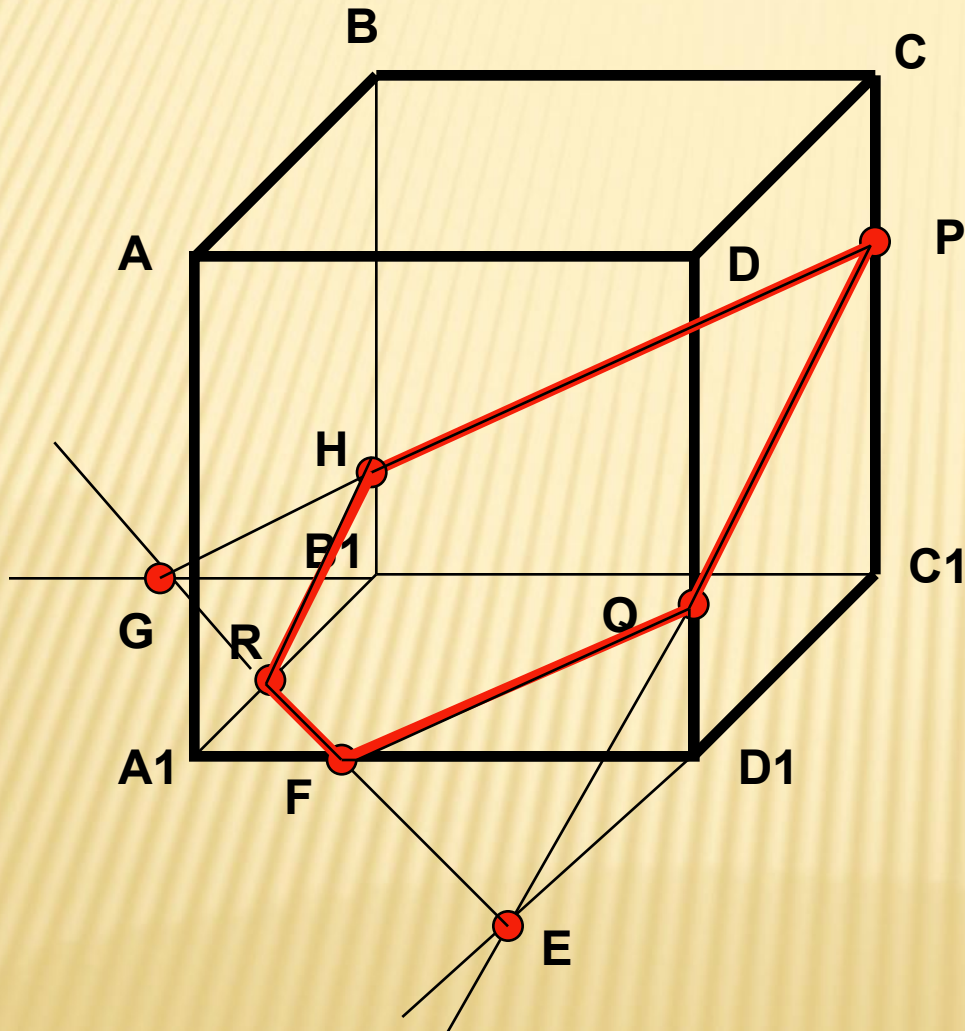
РГ пересекает В В1 в точке Н и линия РН будет линией пересечения плоскости сечения и плоскости грани В В1 С1 С.



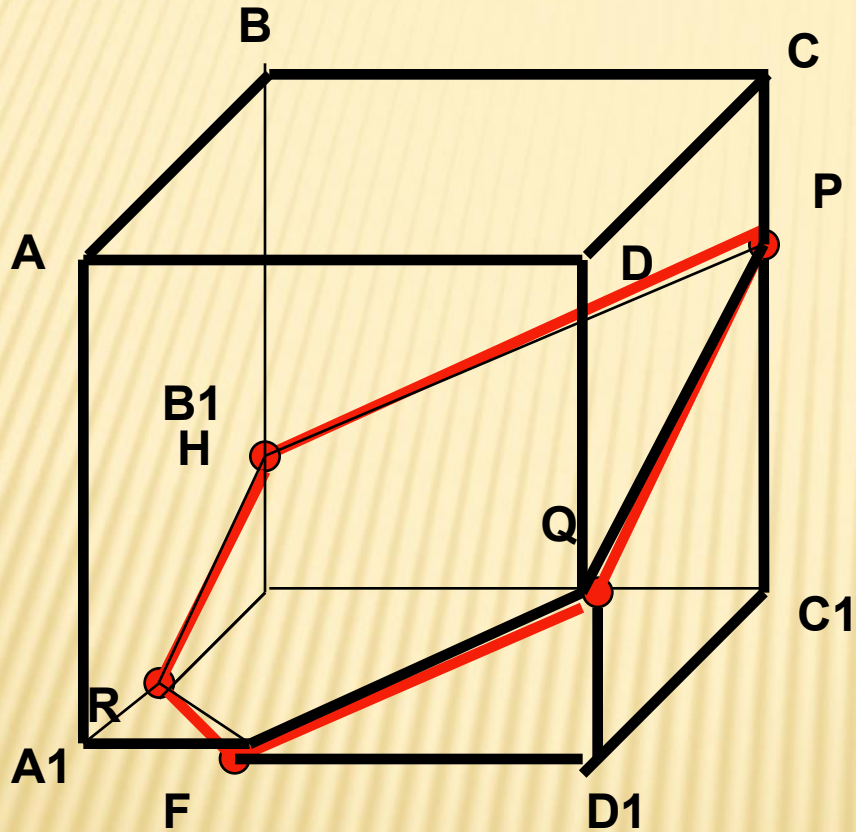
Точки R и H принадлежат плоскости сечения и плоскости грани  $AA_1B_1B$  и следовательно линия RH будет линией пересечения этих плоскостей.



А пятиугольник RHPQF будет  
искмым сечением куба  
плоскостью, проходящей  
через точки R, P, Q.

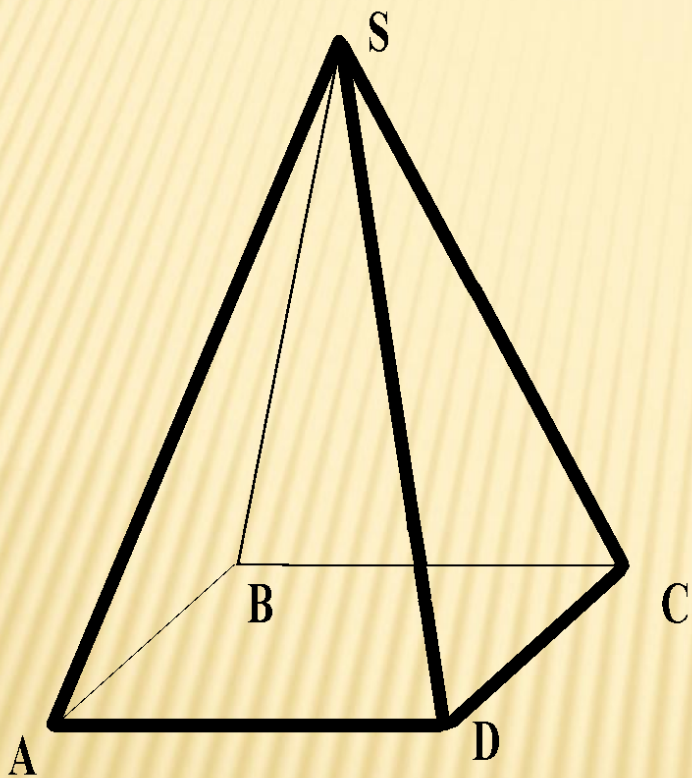


А пятиугольник RHPQF будет  
искмым сечением куба  
плоскостью, проходящей  
через точки R, P, Q.

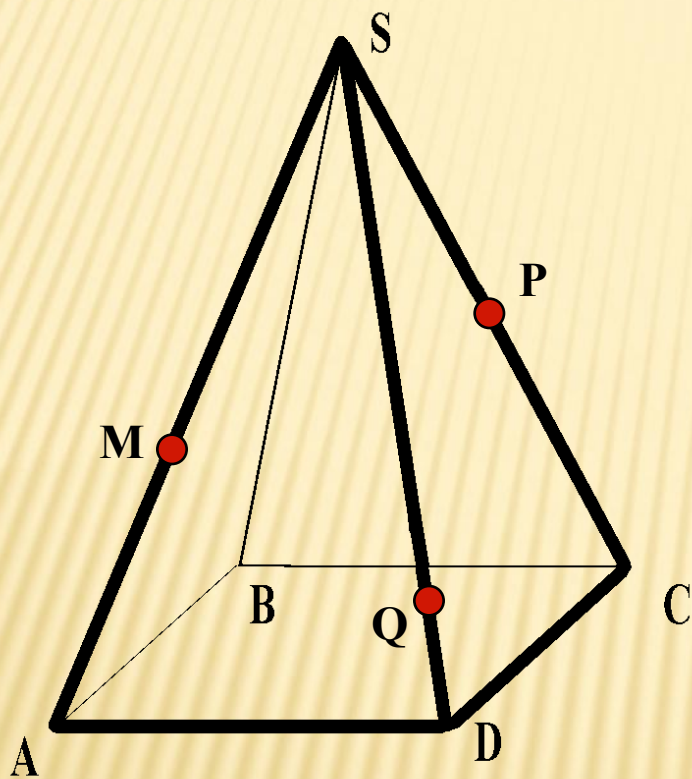




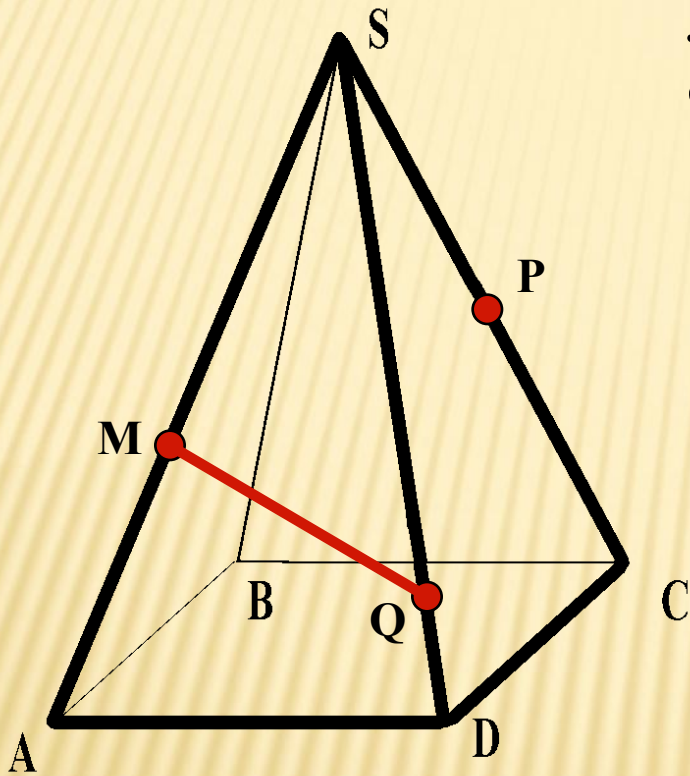
Дана пирамида  $SABCD$ .

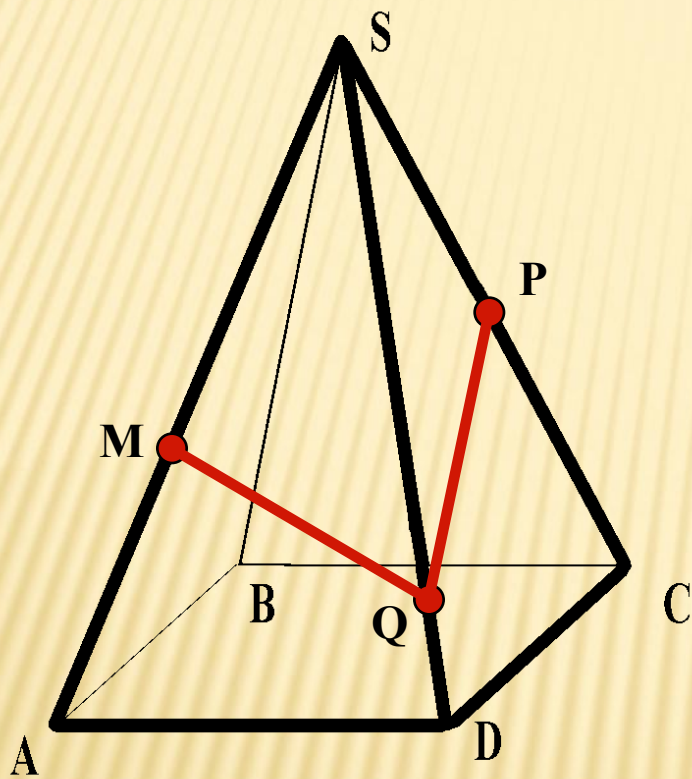


Требуется построить сечение заданной пирамиды плоскостью, проходящей через точки:  
M на ребре AS, P на ребре CS и Q на ребре DS.



**Точки М и Q лежат в плоскости грани ASD. Линия MQ, соединяющая эти точки является линией пересечения плоскости сечения и плоскости грани ASD.**



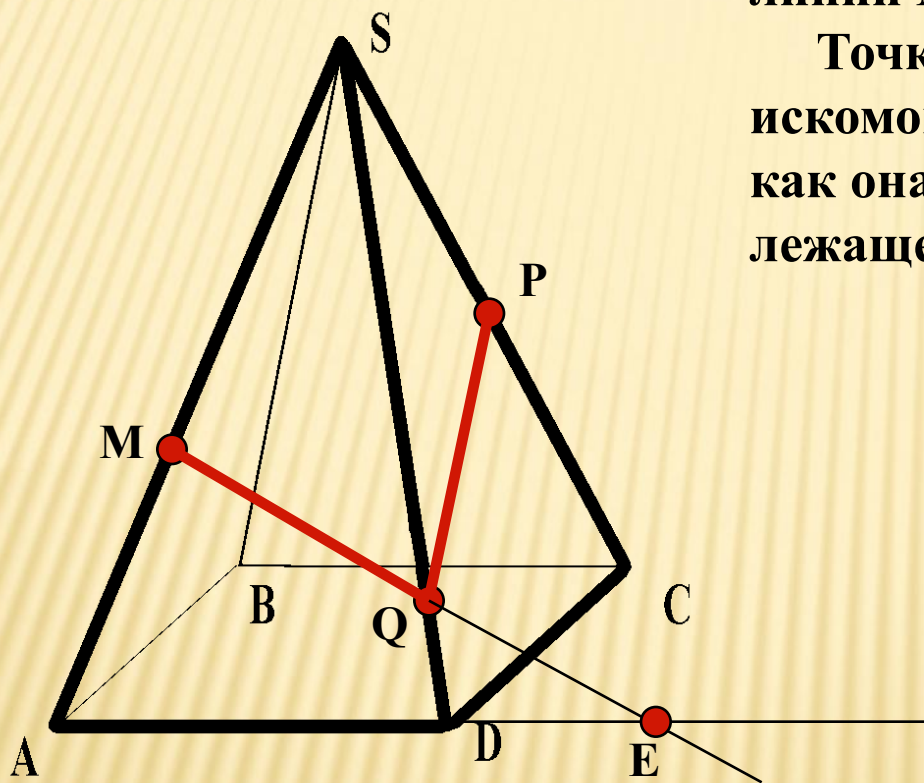


**Линия QP, соединяющая заданные точки Q и P, является линией пересечения плоскости сечения и плоскости грани DSC.**



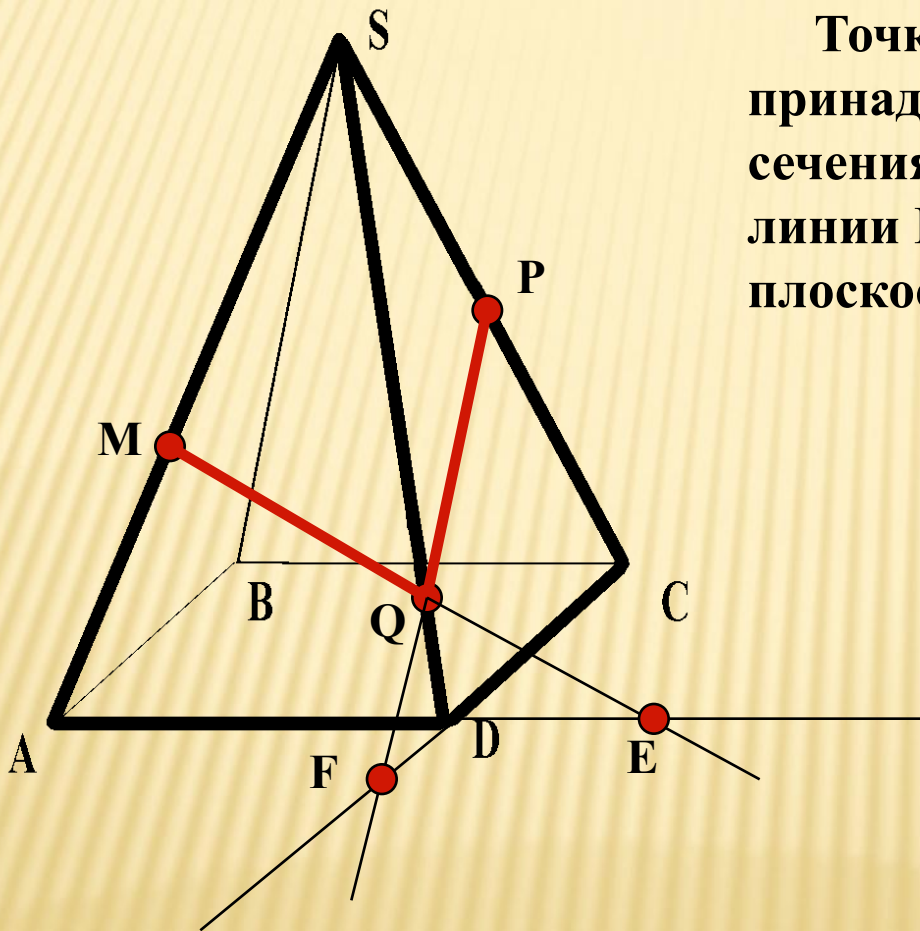
Линии  $MQ$  и  $AD$  лежат в одной плоскости грани  $ASD$ . Найдём точку  $E$ , как точку пересечения линий  $MQ$  и  $AD$ .

Точка  $E$  будет принадлежать искомой плоскости сечения, так как она принадлежит линии  $MQ$ , лежащей в этой плоскости.

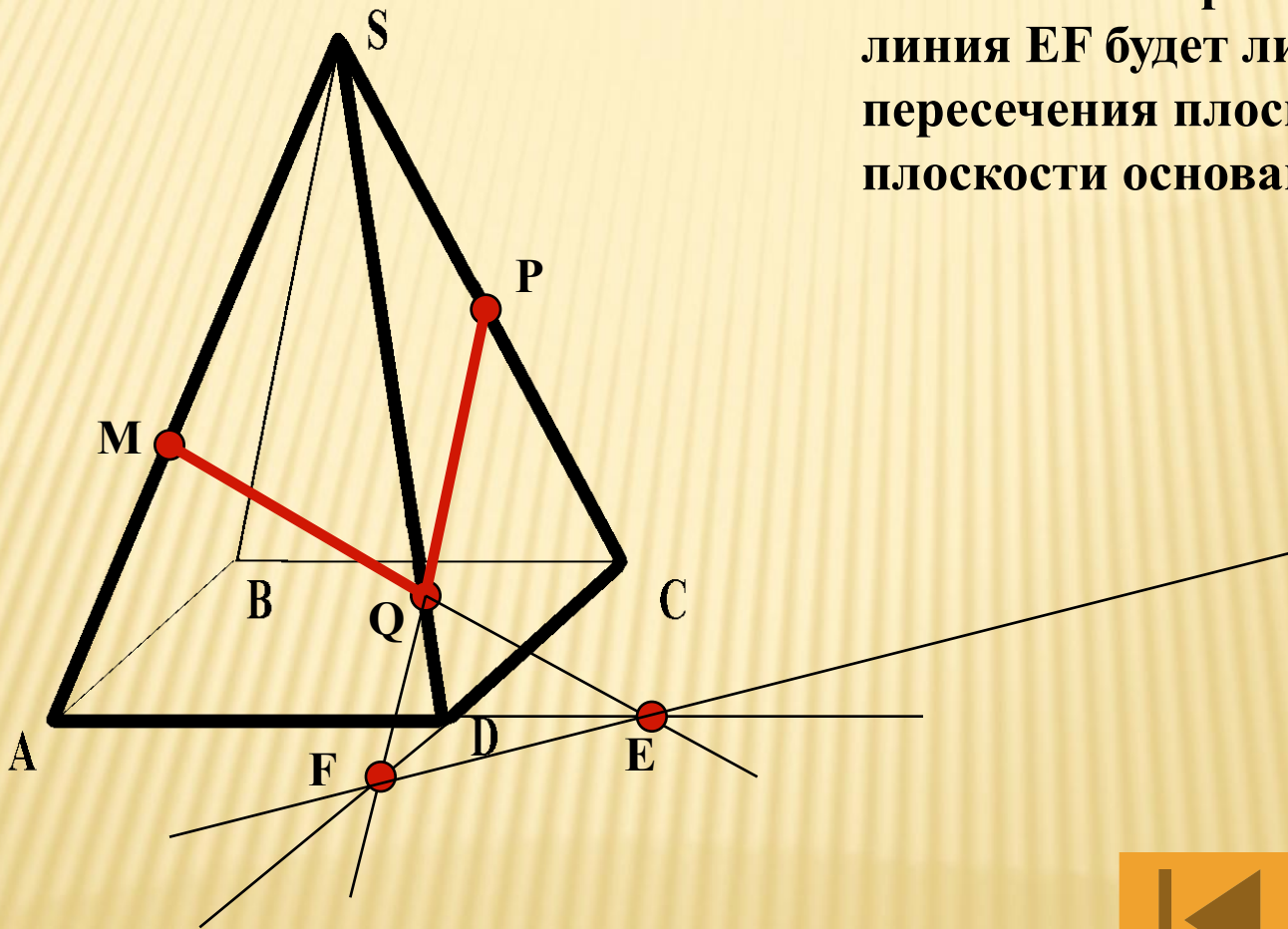


Линии  $PQ$  и  $CD$  лежат в одной плоскости грани  $CSD$ . Найдём точку  $F$ , как точку пересечения линий  $PQ$  и  $CD$ .

Точка  $F$ , как и точка  $E$ , будет принадлежать искомой плоскости сечения, так как она принадлежит линии  $PQ$ , лежащей в этой плоскости.

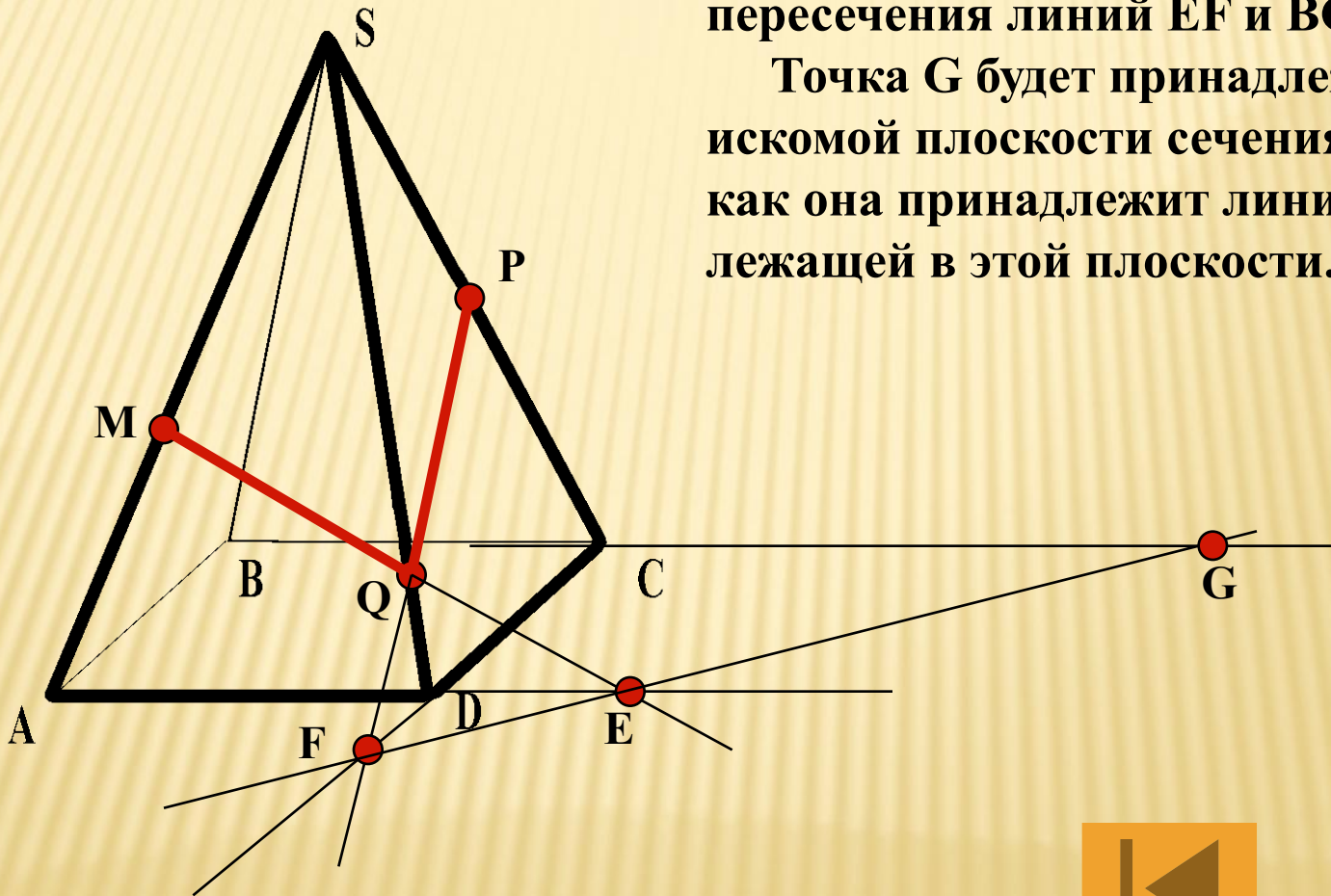


**Точки E и F принадлежат плоскости сечения и плоскости основания пирамиды, поэтому линия EF будет линией пересечения плоскости сечения и плоскости основания пирамиды.**



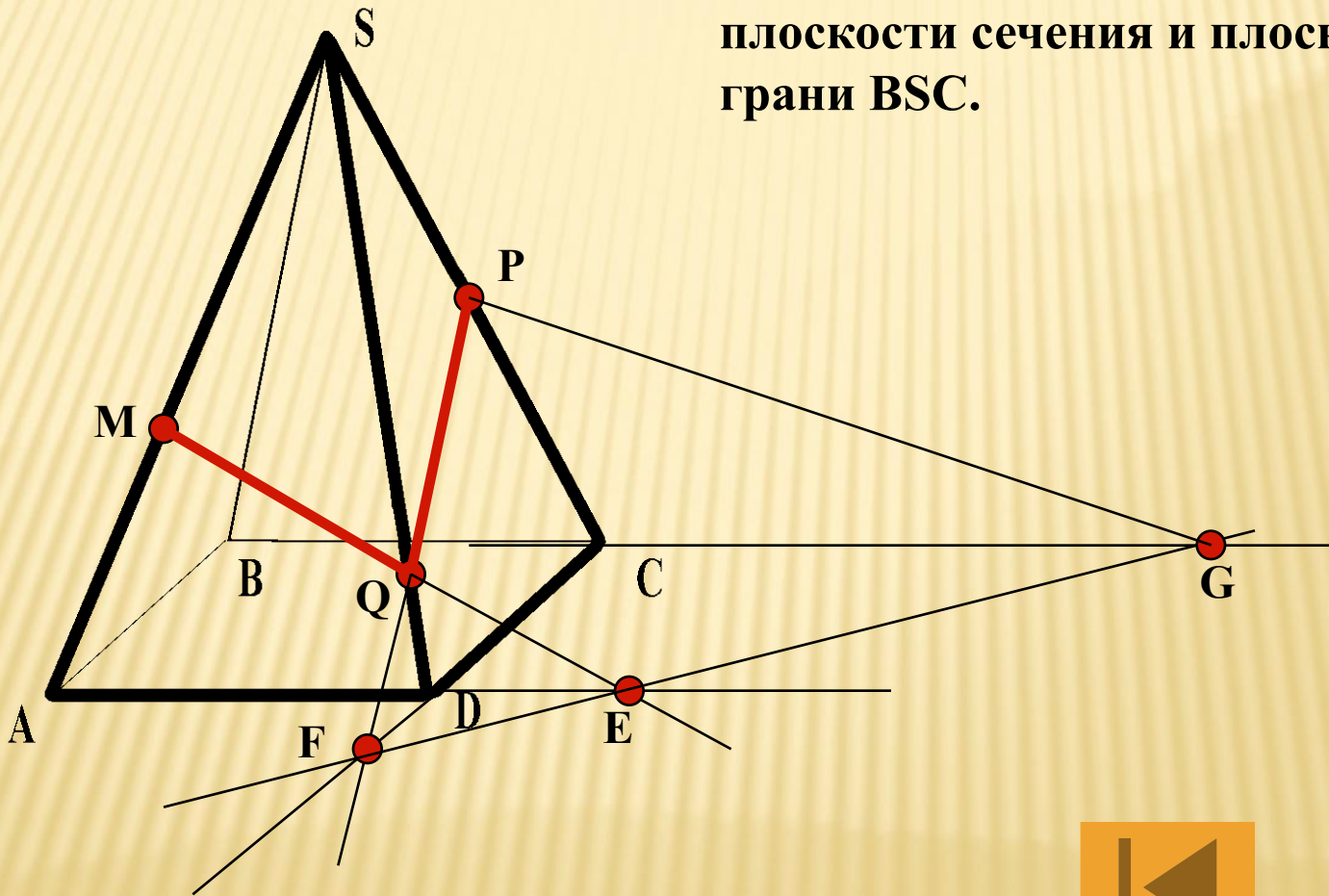
Линии  $EF$  и  $BC$  лежат в одной плоскости основания пирамиды  $ABCD$ . Найдём точку  $G$ , как точку пересечения линий  $EF$  и  $BC$ .

Точка  $G$  будет принадлежать искомой плоскости сечения, так как она принадлежит линии  $EF$ , лежащей в этой плоскости.

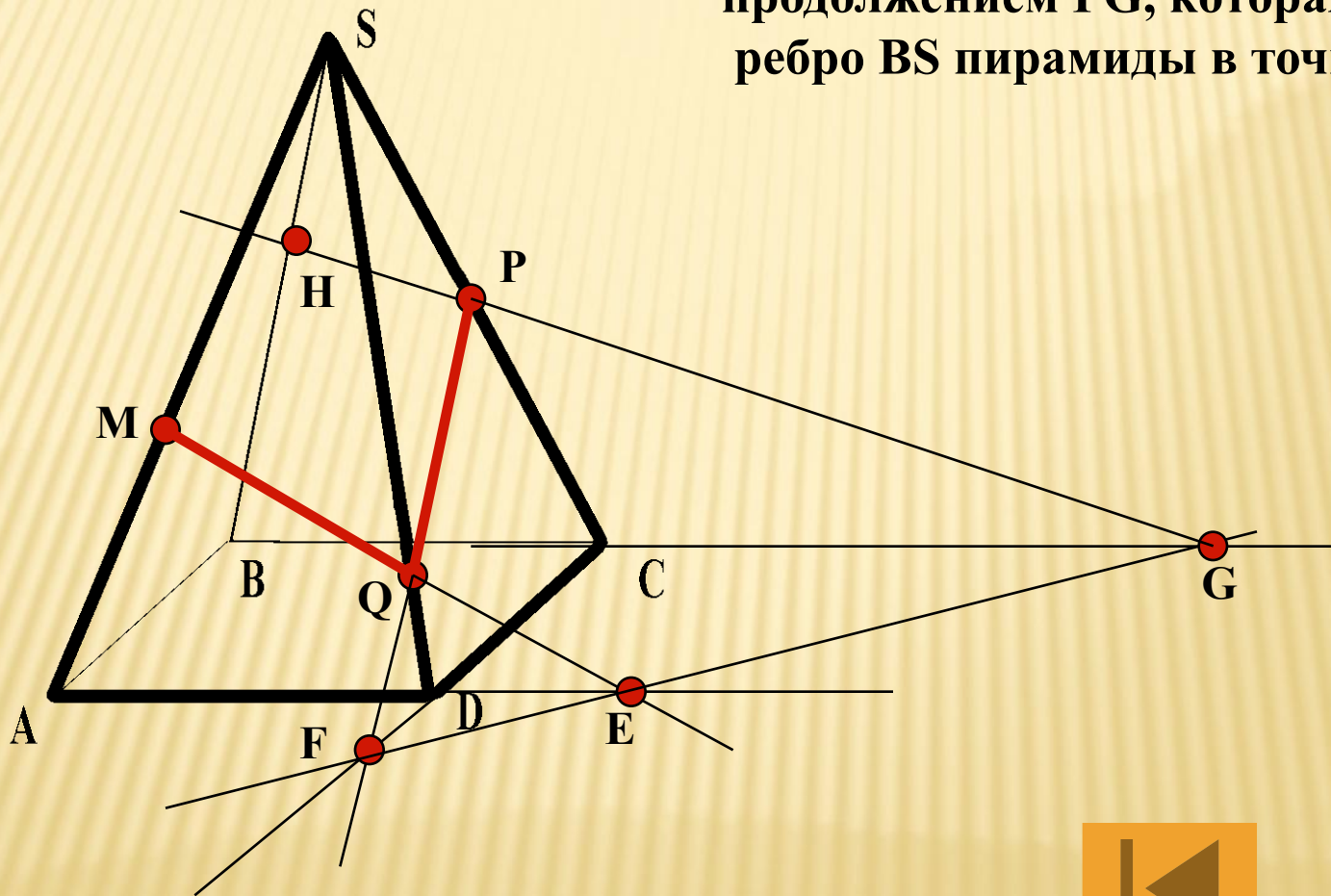




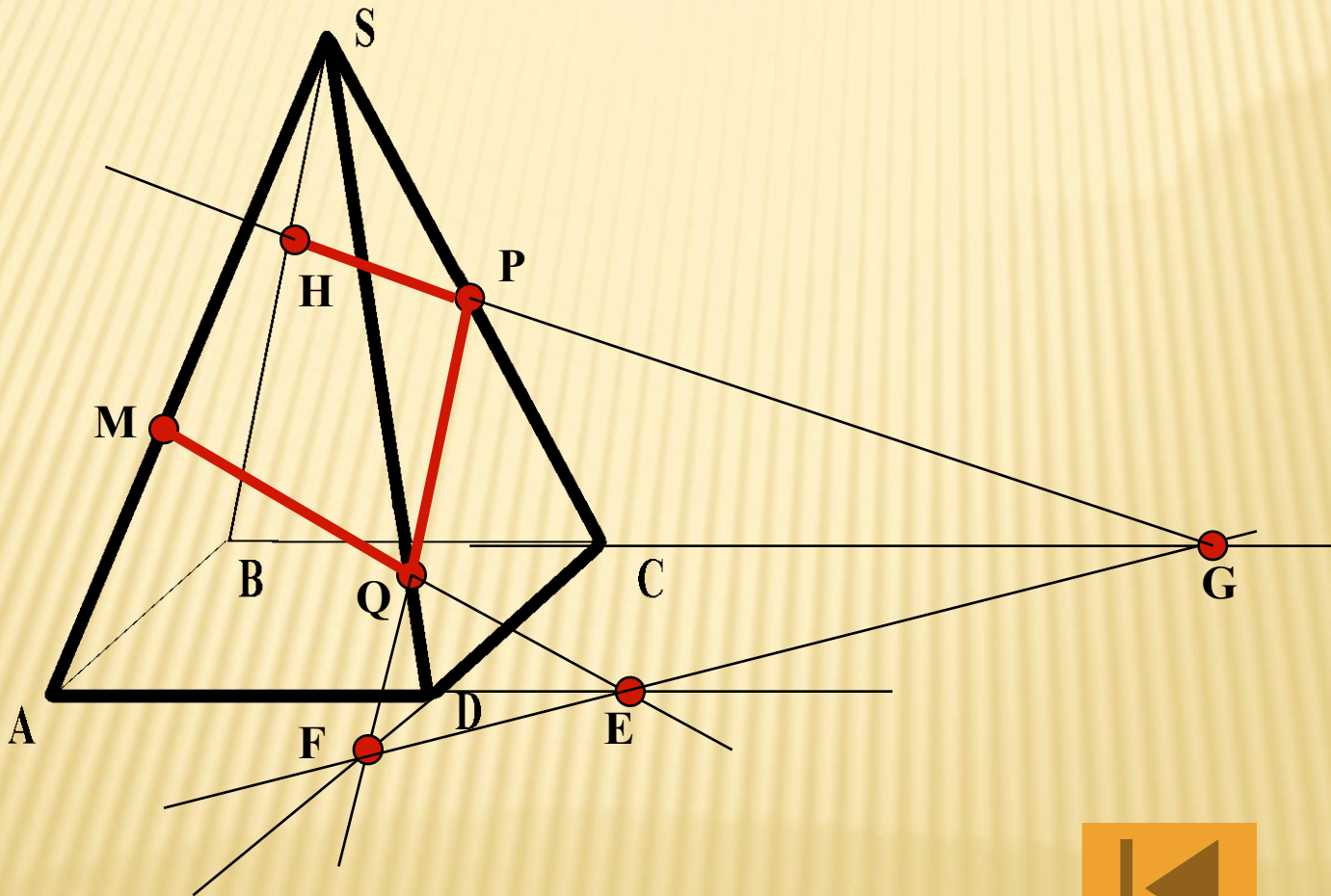
Точки Р и G принадлежат плоскости сечения и плоскости грани BSC, поэтому линия PG будет линией пересечения плоскости сечения и плоскости грани BSC.



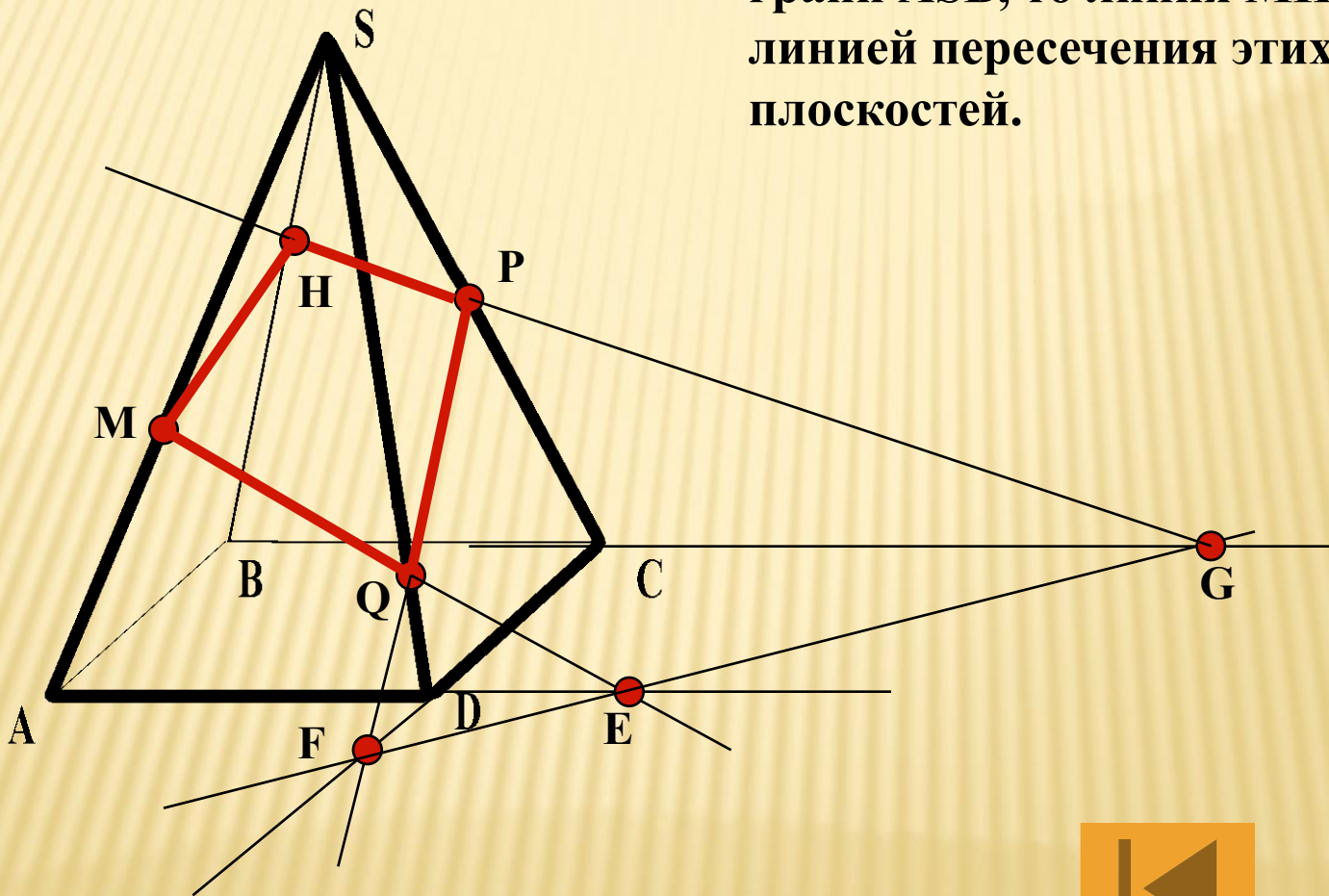
Линией пересечения плоскости сечения и плоскости грани BSC будет линия, являющаяся продолжением PG, которая пересечёт ребро BS пирамиды в точке Н.



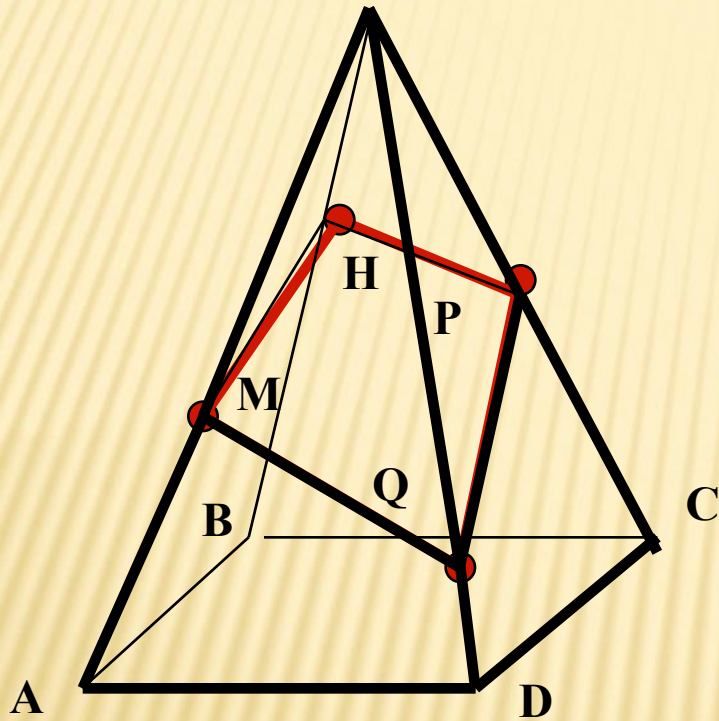
**PH будет линией пересечения  
плоскости сечения и плоскости  
грани BSC.**

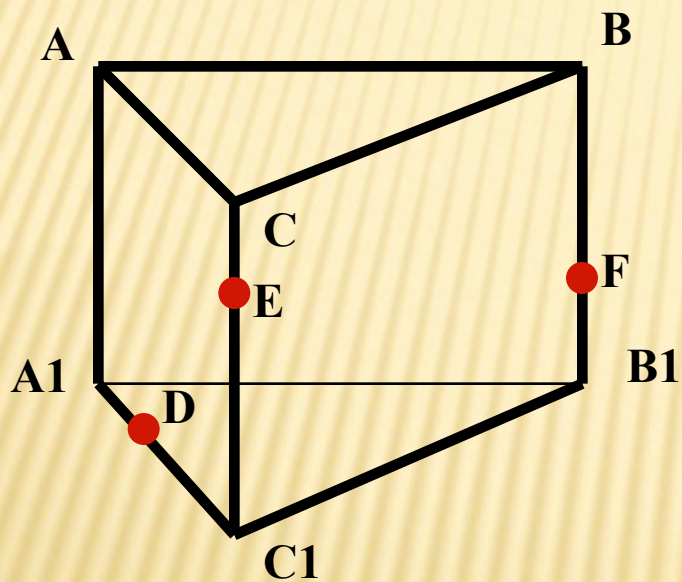


Ну и наконец, так как точки  $M$  и  $H$  одновременно принадлежат и плоскости сечения и плоскости грани  $ASB$ , то линия  $MH$  будет линией пересечения этих плоскостей.



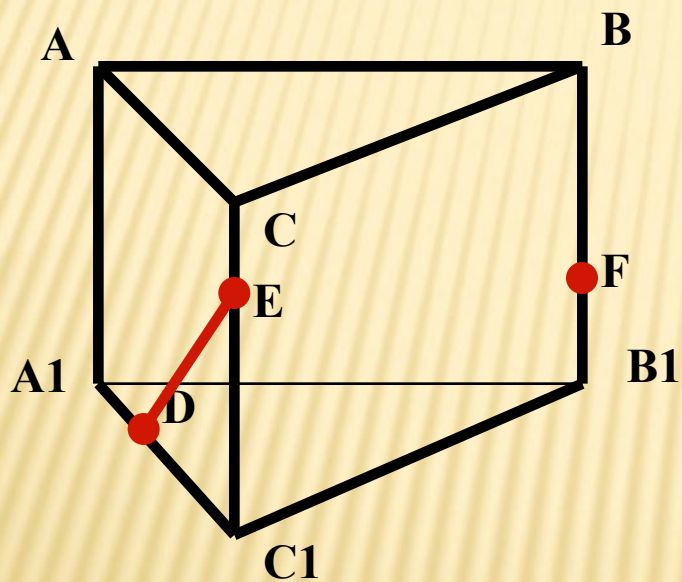
**И четырёхугольник  $MHPQ$   
будет искомым сечением  
пирамиды  $SABCD$  плоскостью,  
проходящей через заданные точки  
 $M, P, Q$ .**





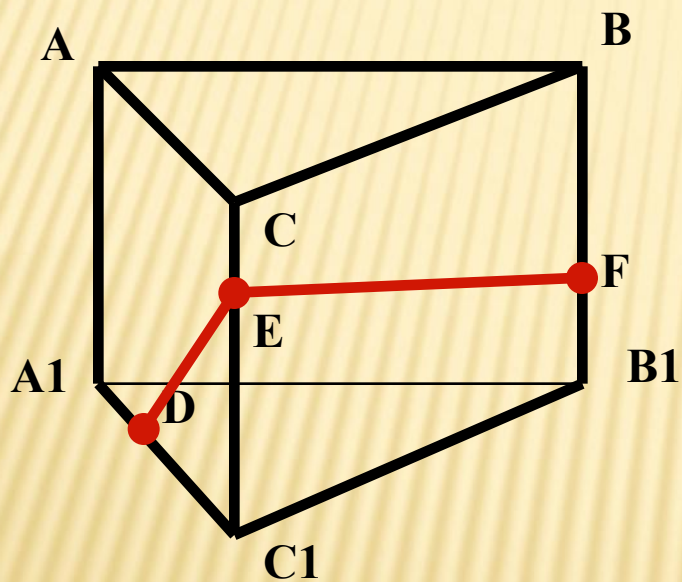
Дана трёхгранная призма  $A B C A_1 B_1 C_1$ . Требуется построить сечение призмы плоскостью, проходящей через три заданные точки  $D, E,$  и  $F$ .





**Точки D и E принадлежат плоскости грани  $A A_1 C_1 C$  и плоскости сечения, следовательно линия DE будет линией пересечения этих плоскостей.**



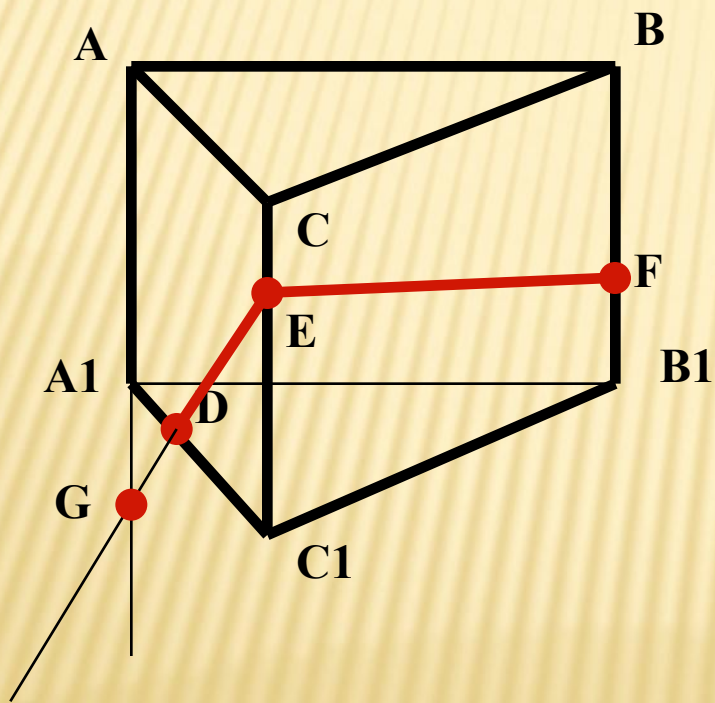


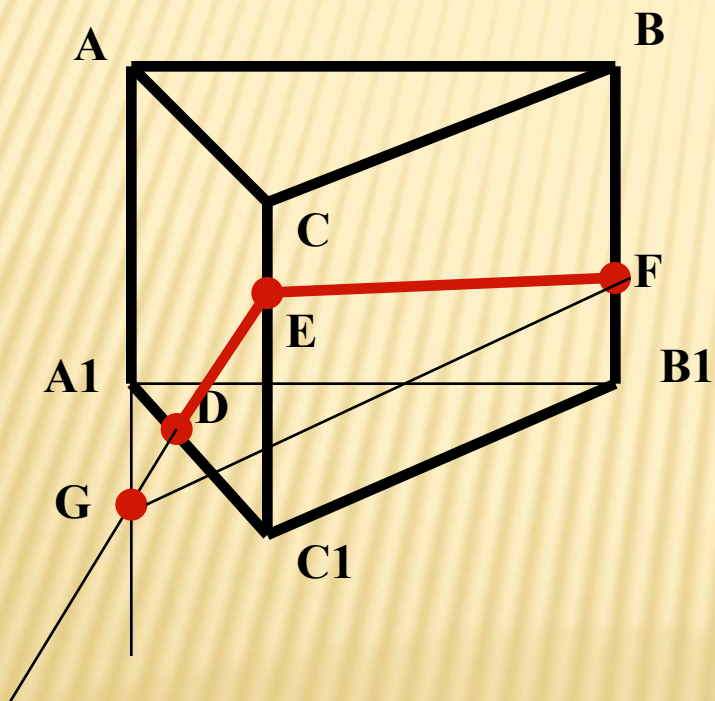
**Точки E и F принадлежат плоскости грани B C C1 B1 и плоскости сечения, следовательно линия EF будет линией пересечения этих плоскостей.**





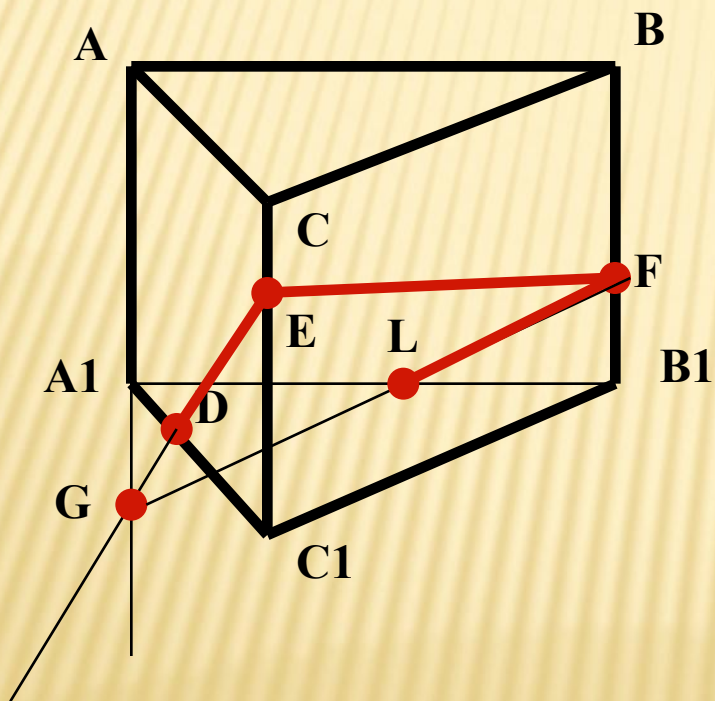
**Линии DE и AA1 лежат в плоскости грани AA1C1C. Найдём точку G, пересечения этих линий.**





**Точка G принадлежит плоскости сечения, так как она принадлежит линии DE. Точки G и F принадлежат плоскости грани AA1B1B и плоскости сечения, следовательно линия GF будет линией пересечения этих плоскостей.**

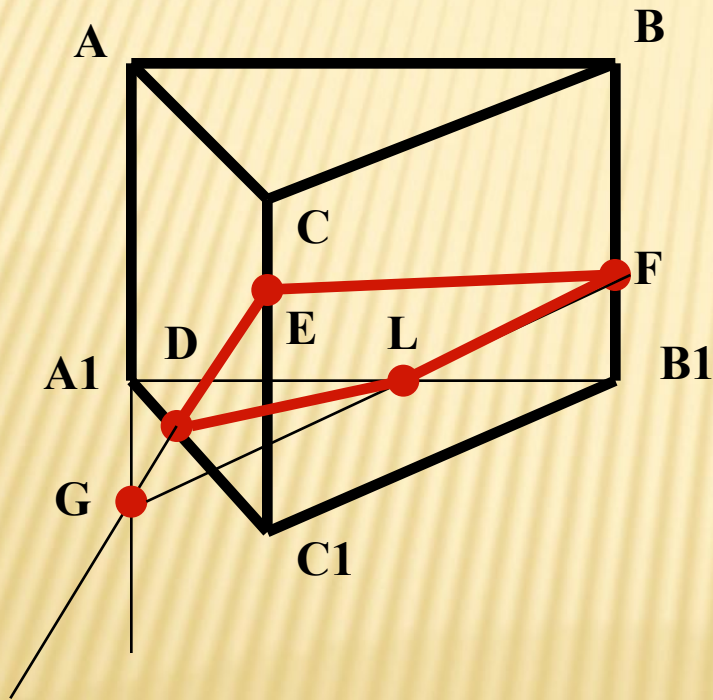




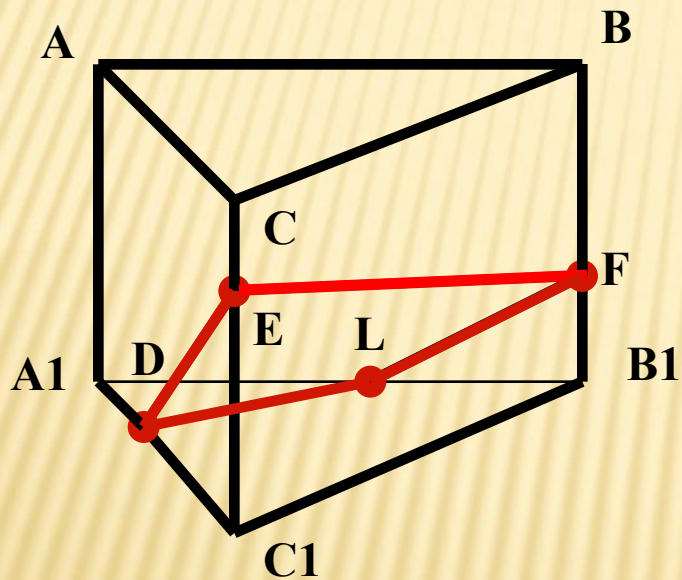
**В плоскости грани  $AA_1B_1B$  линии  $GF$  и  $A_1B_1$  пересекаются в точке  $L$ . Точки  $F$  и  $L$  принадлежат плоскости грани  $AA_1B_1B$  и плоскости сечения, следовательно линия  $FL$  будет линией пересечения этих плоскостей.**



**Точки D и L принадлежат плоскости основания призмы A1 B1 C1 и плоскости сечения, следовательно линия DL будет линией пересечения этих плоскостей.**

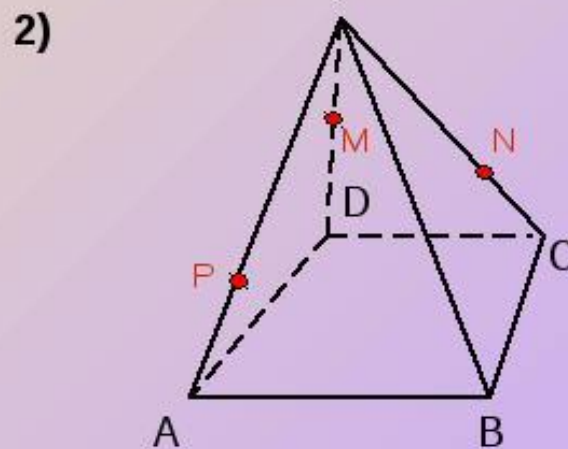
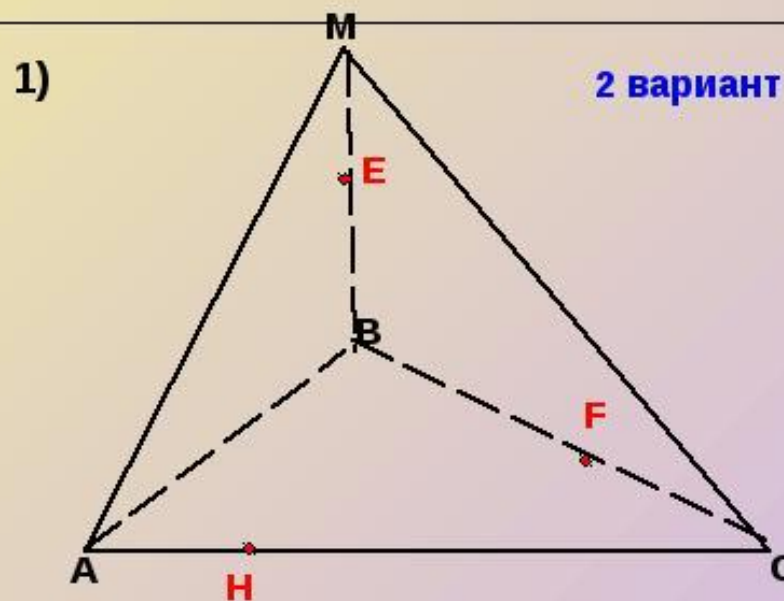
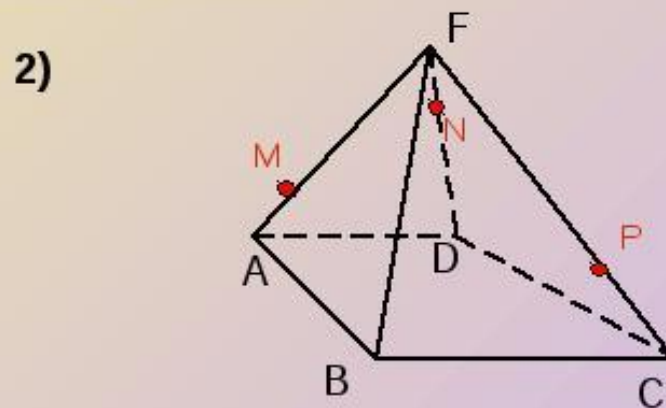
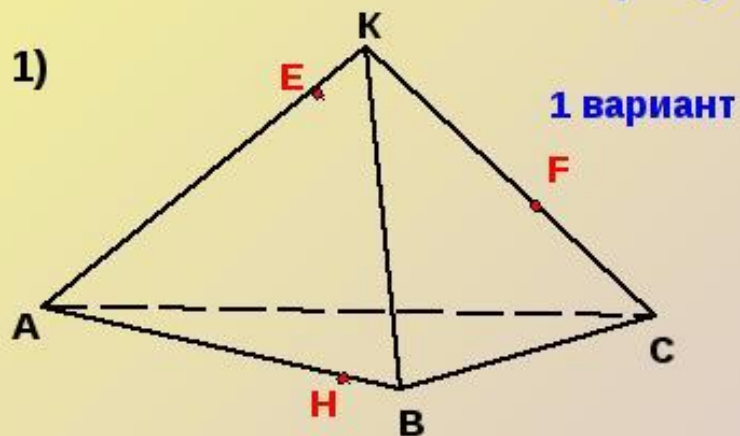


**А четырёхугольник DEFL  
будет искомым сечением  
трёхгранной призмы плоскостью,  
проходящей через три заданные  
точки D, E, F.**



## 6. Самостоятельная работа.

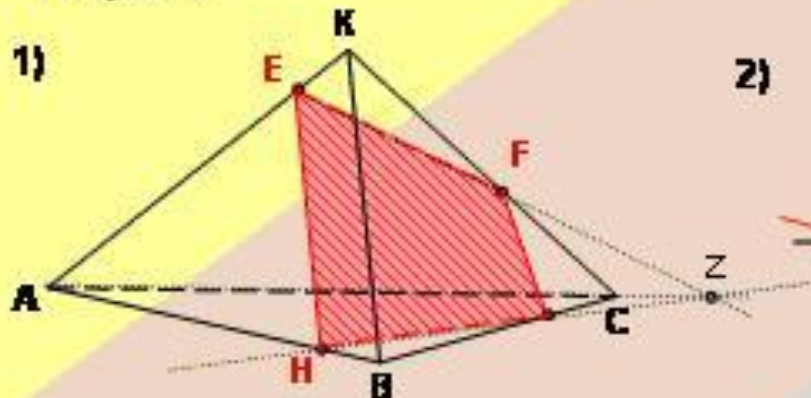
Постройте сечение многогранника плоскостью, проходящей через указанные точки.



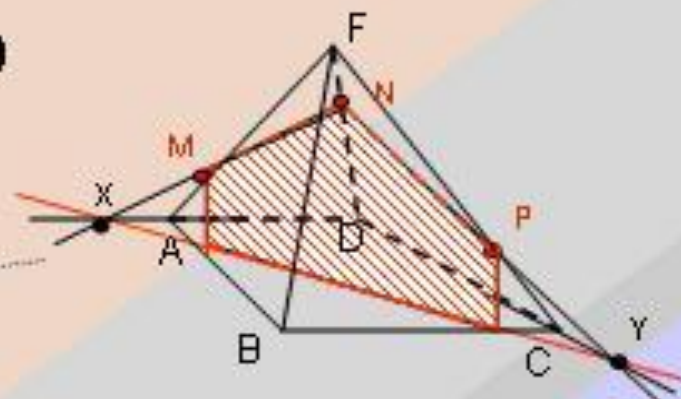
# Проверьте правильность построения сечения.

1 вариант

1)

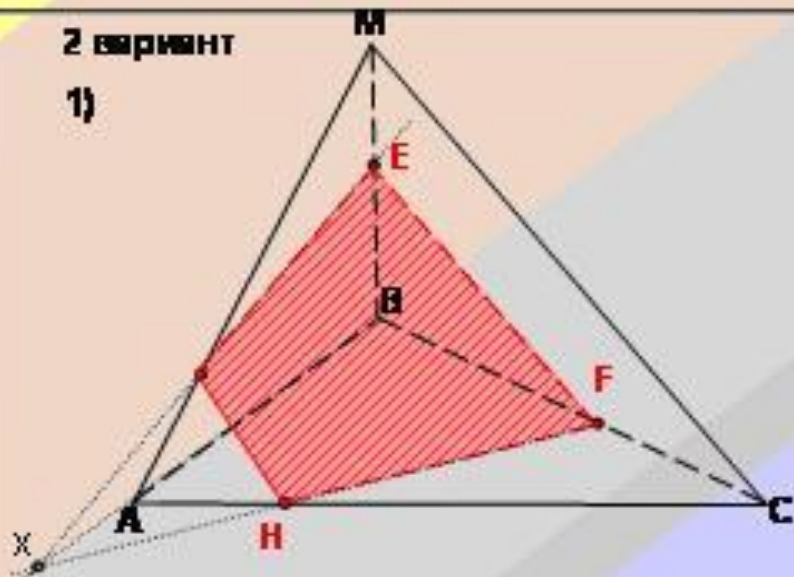


2)

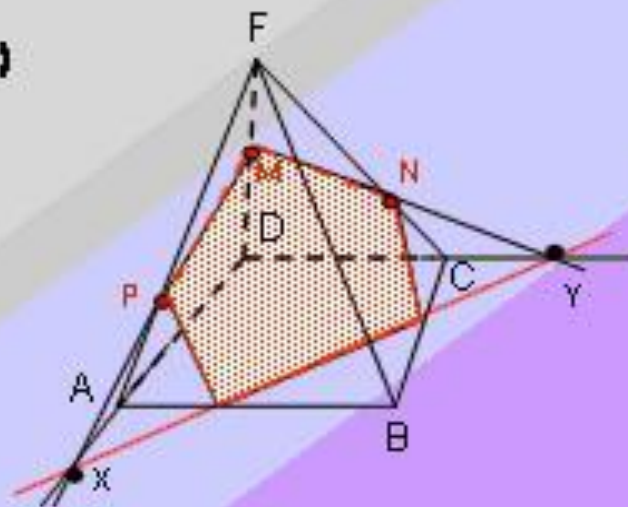


2 вариант

1)



2)



# ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Построить сечение, определенное точками  $P, N, M$ .

