

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Лекция 19.

Тема: Закон Био-Савара-Лапласа. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции.

Учебник:

Трофимова Т.И. Курс физики : учеб. пособ. для вузов / Т. И.
Трофимова. - М.: Академия, 2007.- с. **202-206**, с. **214-217**.

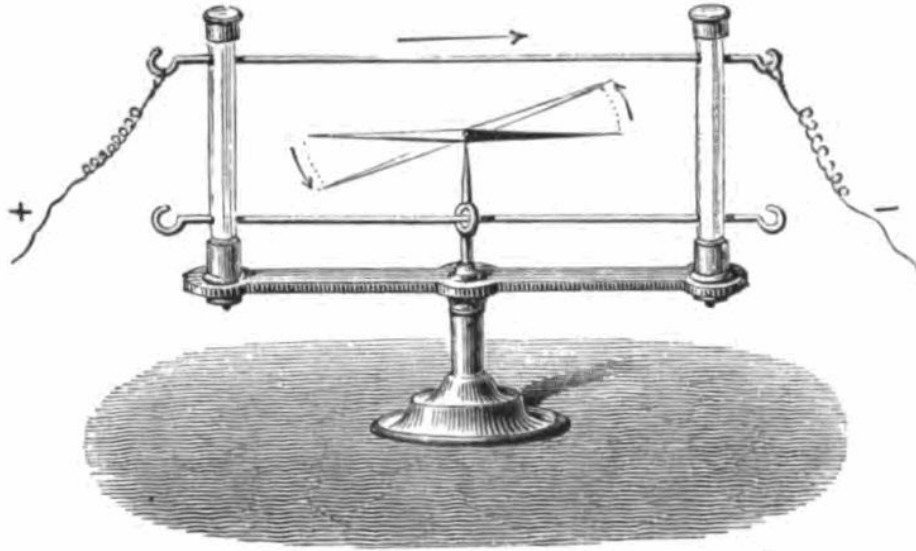
к.ф.-м.н.
Курочкин А.

Электрическое поле – одна из сторон электромагнитного поля, создаваемая

- электрическими зарядами и
- изменяющимся магнитным полем и передающая действие электрических сил.

1. **Электростатика** изучает взаимодействие **неподвижных зарядов** и свойства постоянного электрического поля.
2. **Электродинамика** — рассматривает явления и процессы, обусловленные **движением электрических зарядов**.

Опыт Эрстеда

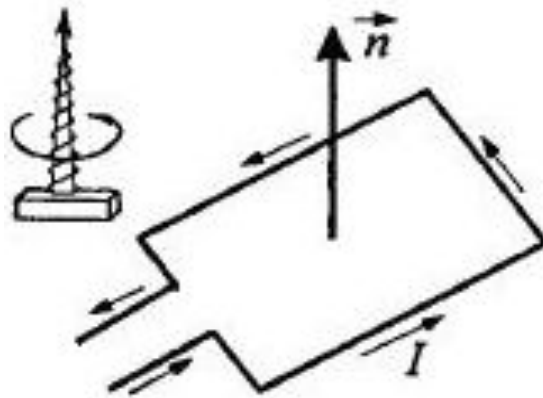


Эрстед
Ханс
Кристиан

- Эрстед помещал над магнитной стрелкой ~~прямой~~ нейный металлический проводник, направленный параллельно стрелке.
- При пропускании через проводник электрического тока магнитная стрелка поворачивалась почти перпендикулярно проводнику.
- При изменении направления тока стрелка разворачивалась на 180° .
- Аналогичный разворот наблюдался, если провод переносился на другую сторону, располагаясь не над, а под стрелкой.

1. Ориентация контура в пространстве характеризуется направлением **нормали** к контуру.

2. В качестве **положительного направления нормали** принимается направление, связанное с током правилом правого винта (**правилом правого буравчика**).

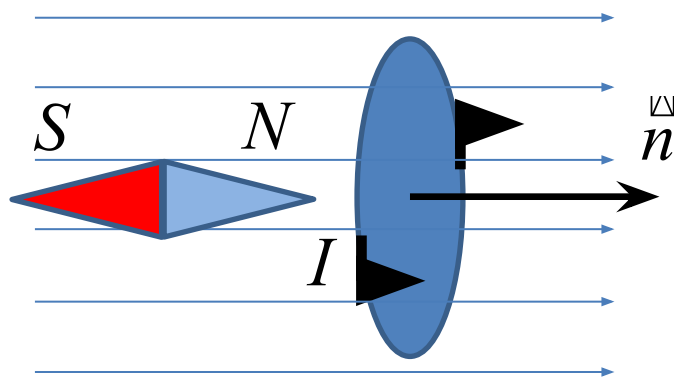


3. Магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие, поворачивая её определённым образом.

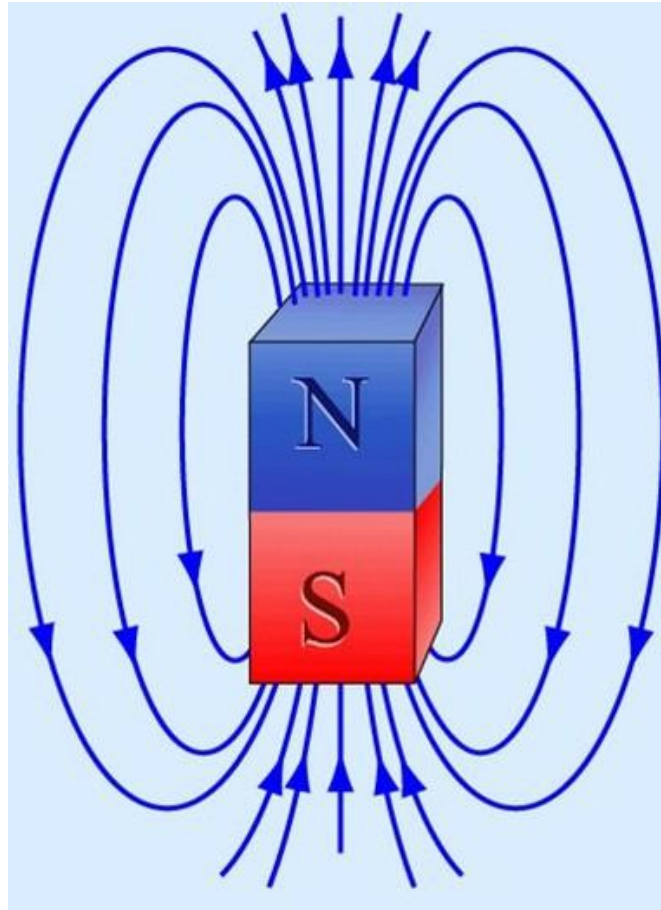
4. За направление магнитного поля в данной точке принимается направление:

а. вдоль которого располагается **положительная нормаль** к свободно подвешенной **рамке с током**,

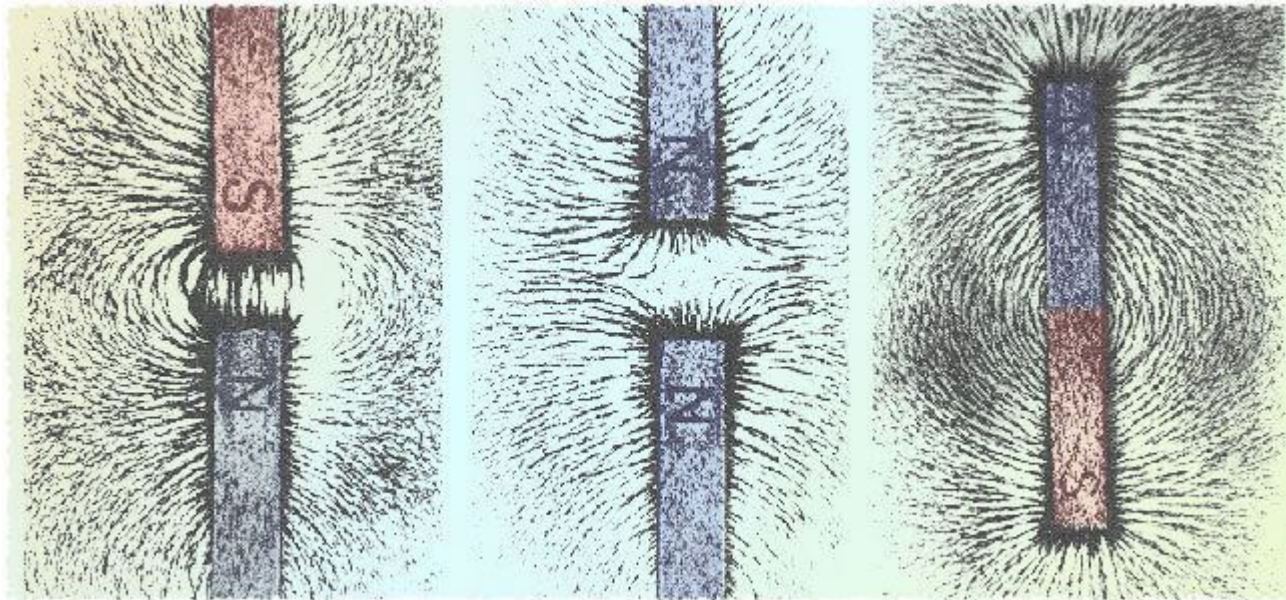
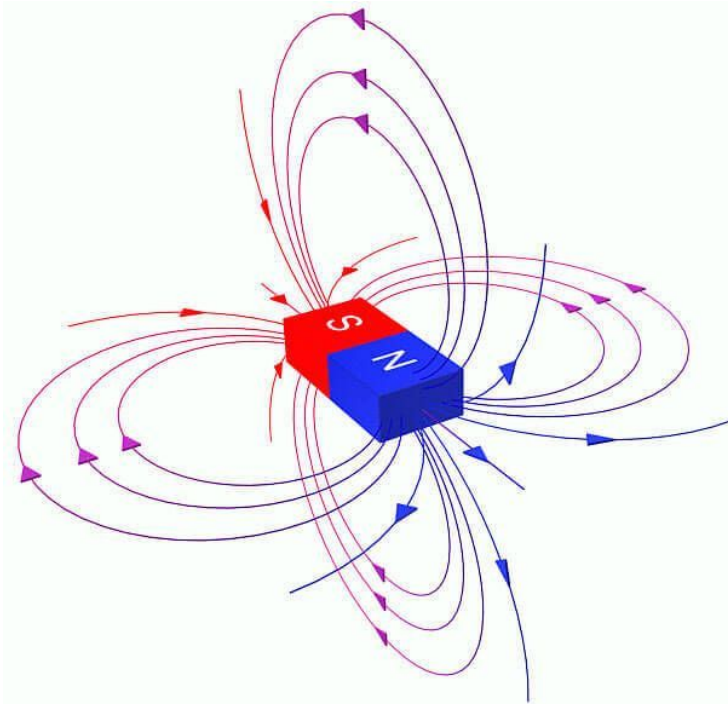
б. **направление, совпадающее с направлением силы, действующей на северный полюс магнитной стрелки, помещенный в данную точку поля.**



Силовых линий магнитного поля вокруг постоянного магнита.



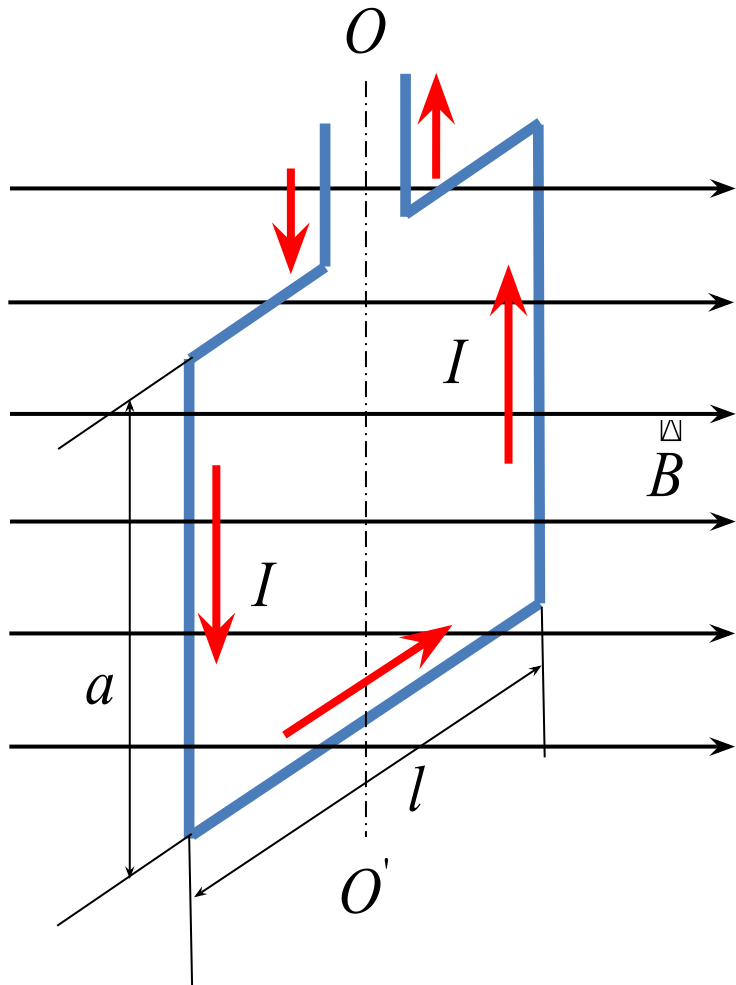
Силовые линии **выходят из северного полюса** магнита и входят в южный полюс.



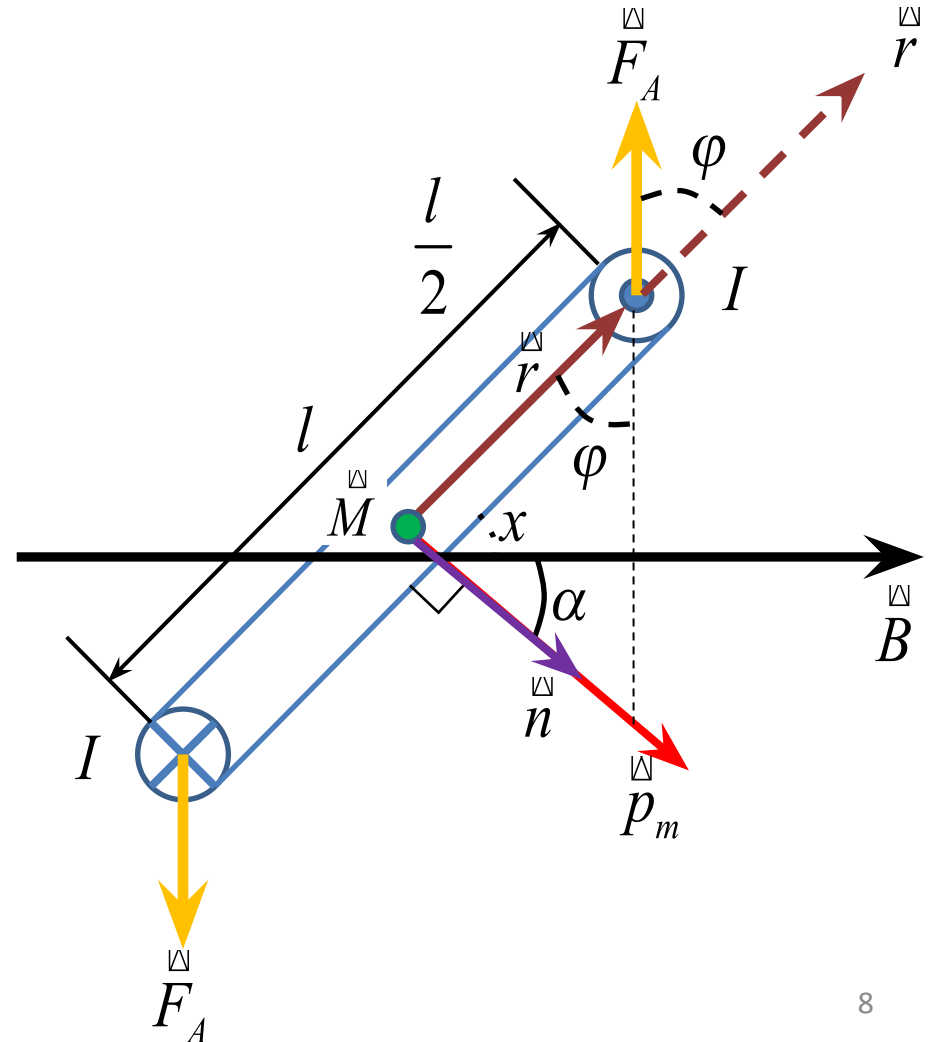
Рамка с током в магнитном поле

Пусть контур с током помещён в магнитное поле, причём он может вращаться вокруг вертикальной оси OO' .

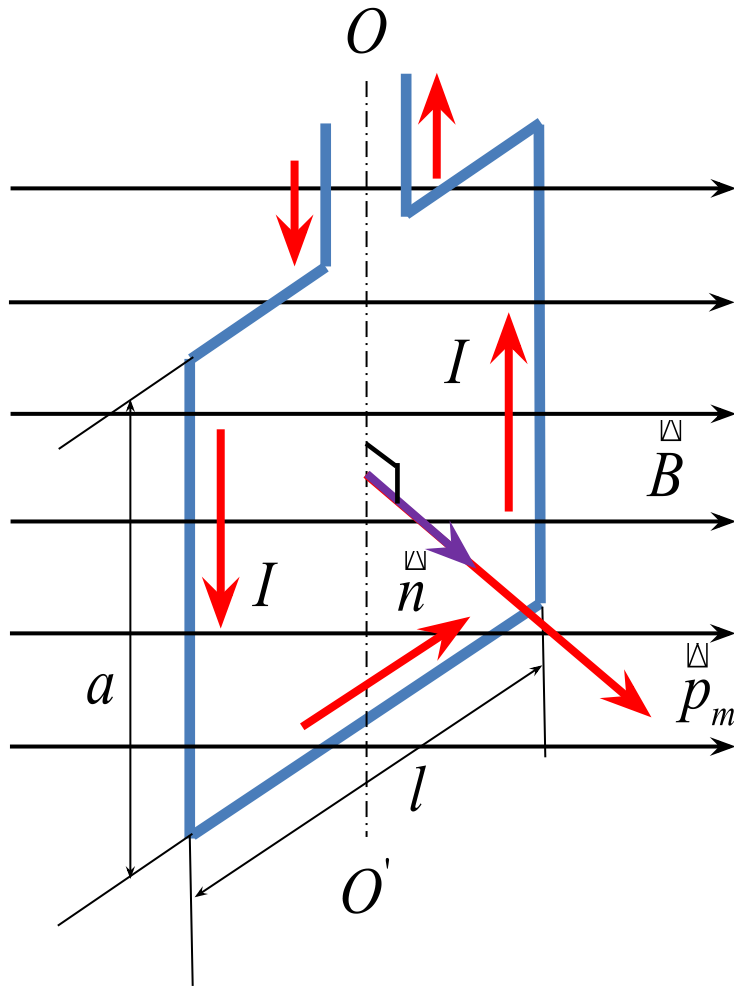
Вид с боку



Вид сверху



Вектор магнитного момента рамки с током



$$\vec{p}_m = IS = IS\vec{n},$$

Направление \vec{p}_m совпадает с направлением **положительной нормали!**

S – площадь поверхности контура (рамки);

I – сила тока в рамке;

\vec{n} – единичный вектор **нормали** к поверхности рамки.

- На боковые стороны рамки с током со стороны магнитного поля будут действовать **СИЛЫ АМПЕРА**

$$F_A = I a B \sin \theta = I a B$$

- Эти силы стремятся повернуть рамку так, чтобы вектор магнитного момента стал сонаправлен с вектором магнитной индукции $\vec{p}_m \uparrow \uparrow \vec{B}$

- Возникает вращающий момент

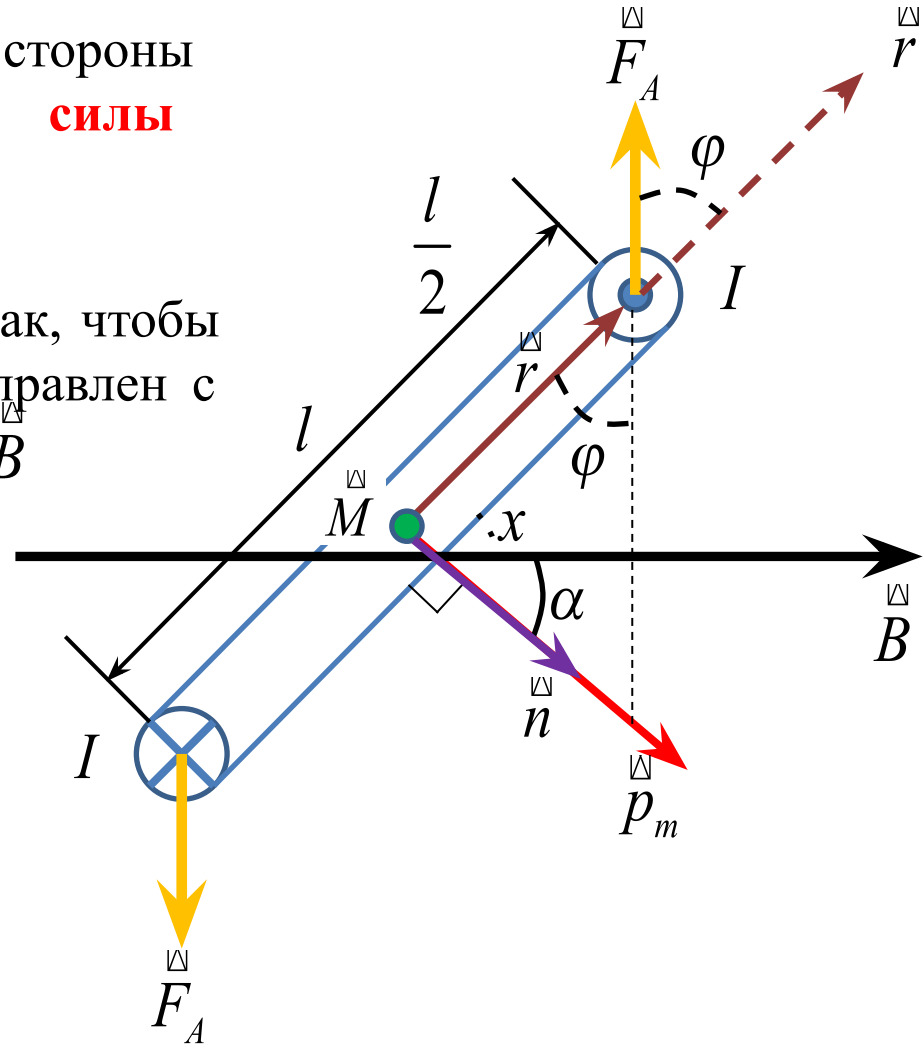
$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 \quad \vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]$$

$$M_1 = M_2 = \frac{l}{2} F_A \sin \varphi = \frac{l}{2} I a B \sin \varphi$$

$$x = 180^\circ - (90^\circ + \varphi) = 90^\circ - \varphi$$

$$\alpha = 90^\circ - x = 90^\circ - (90^\circ - \varphi) = \varphi$$

$$M = M_1 + M_2 = I B \underbrace{a}_{S} \sin \alpha = \underbrace{I S}_{p_m} B \sin \alpha = p_m B \sin \alpha$$



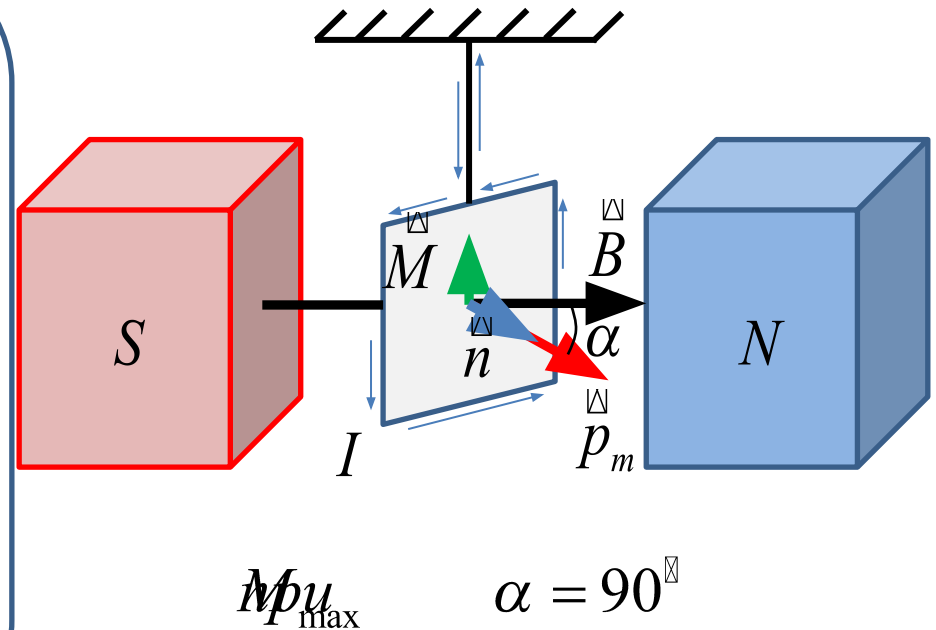
Вращающий момент сил действующий на виток с током в однородном магнитном поле

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$$

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них действуют различные вращающие моменты, но отношение

$$\frac{M_{\max}}{P_m} = \text{const} = B$$

для всех контуров одно и то же.



Магнитная индукция – ВФВ,

$$[B] =$$

• модуль которой определяется выражением $B = \frac{M_{\max}}{P_m}$

• Направление задаётся равновесным положением положительной нормали к контуру.

Магнитная индукция в данной точке однородного магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля.

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}$$

$$[B] =$$

Силовой характеристикой

электрического поля

магнитного поля

является

вектор напряжённости \vec{E}

вектор магнитной индукции \vec{B}

Силовые линии

электрического поля

магнитного поля

это линии,

касательные к которым
совпадают с направлением
вектора напряжённости \vec{E} .

касательные к которым в
каждой точке совпадают с
направлением вектора
магнитной индукции \vec{B} .

Линии напряжённости

всегда разомкнуты

(они начинаются на
положительных и
заканчиваются на
отрицательных зарядах).

Линии магнитной индукции

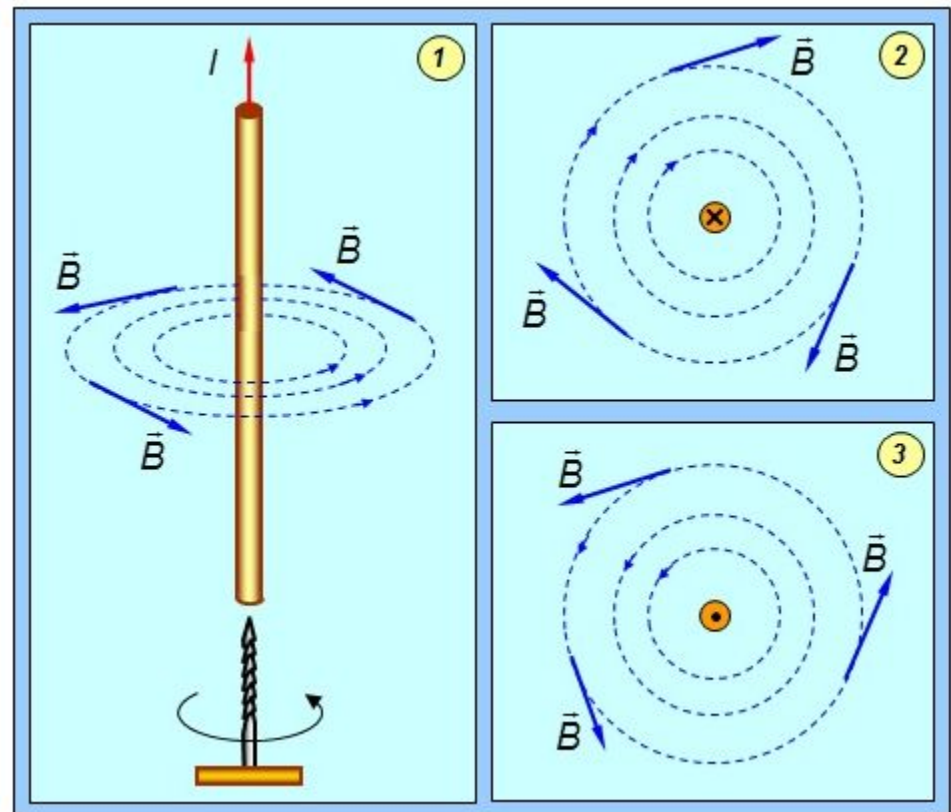
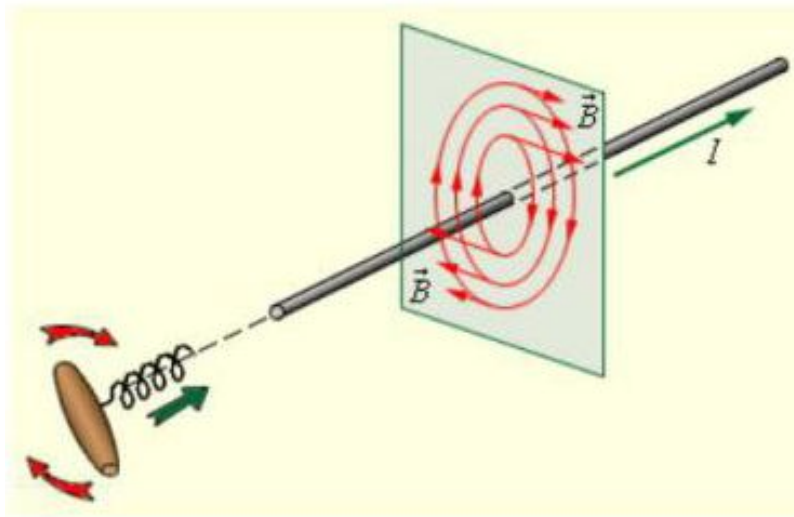
всегда замкнуты

и охватывают проводники с
током.

Направление линий магнитной индукции

Правило правого буравчика

Головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции



Магнитное поле

Из опыта известно:

1. **магнитное поле** действует на **движущиеся** заряды (электрический ток);
2. **движущиеся** заряды (электрический ток) создают **магнитное поле**.

Электростатическое **поле** действует как на **движущиеся**, так и на **неподвижные заряды**.

Опыт показывает, что характер воздействия **магнитного поля** на ток зависит от:

- 1) формы проводника, по которому течёт ток;
- 2) расположения проводника;
- 3) направления тока.

При исследовании

ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

МАГНИТНОГО ПОЛЯ

используется

точечный пробный заряд

замкнутый плоский контур

с током

(рамка с током)

Принцип суперпозиции магнитных полей

Магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами (движущимися зарядами), равна векторной сумме магнитных индукций полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом.

$$\vec{B}_{\Sigma} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i$$

Однородное магнитное поле – поле, во всех точках которого вектор магнитной индукции равен по модулю и направлению.

$$\left(\vec{B} = \text{const} \right)$$

Закон Био-Савара-Лапласа

Рассмотрим элемент проводника $d\vec{l}$ с током I , который создаёт в некоторой точке индукцию поля $d\vec{B}$.

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3},$$

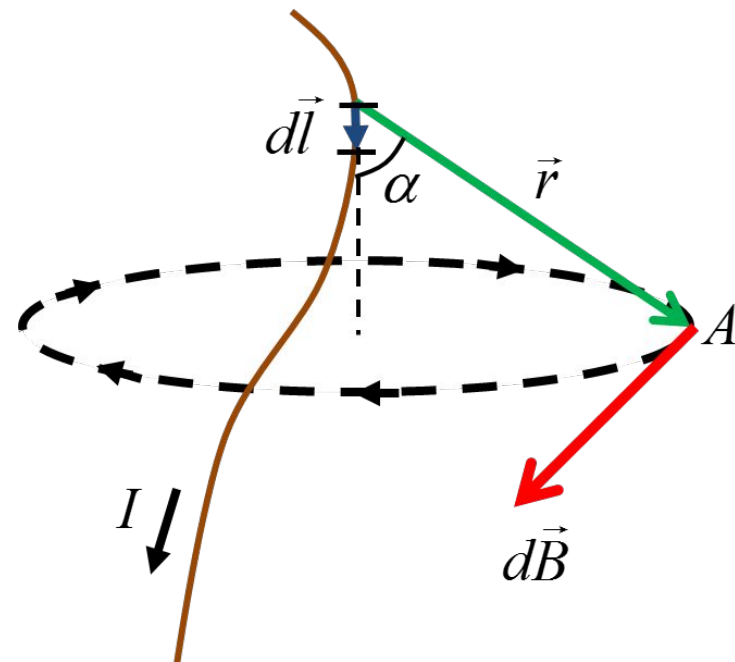
\vec{r} – радиус-вектор, проведённый из элемента проводника в точку A;

μ – магнитная проницаемость;

μ_0 – магнитная постоянная.

Направление $d\vec{B}$ **перпендикулярно** $d\vec{l}$ и \vec{r} и совпадает с **касательной** к **линии магнитной индукции**.

Направление $d\vec{l}$ **всегда совпадает** с направлением тока I



Проанализируем формулу

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl r \sin \alpha}{r^3} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}$$

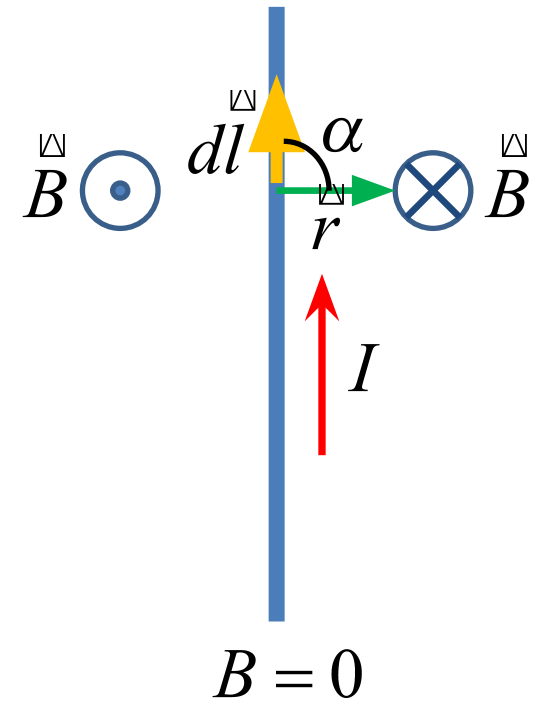
1. $B(\max)$,

$$\alpha = 90^\circ$$

2. $B(\min)$,

или $\alpha = 0^\circ$

$$\alpha = 180^\circ$$



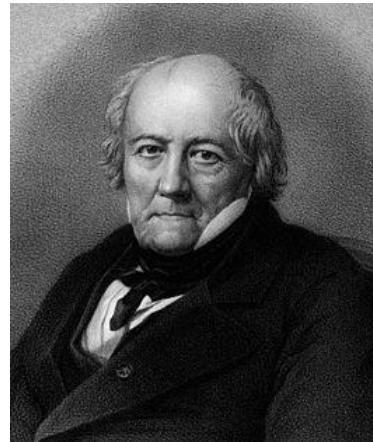
Модуль вектора $d\vec{B}$ определяется выражением

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl r \sin \alpha}{r^3} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{r} .

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}};$$

$$\mu = 1 \text{ (для вакуума).}$$



Био
Жан Батист
1774 - 1862



Лаплас
Пьер Симон
1749 - 1827

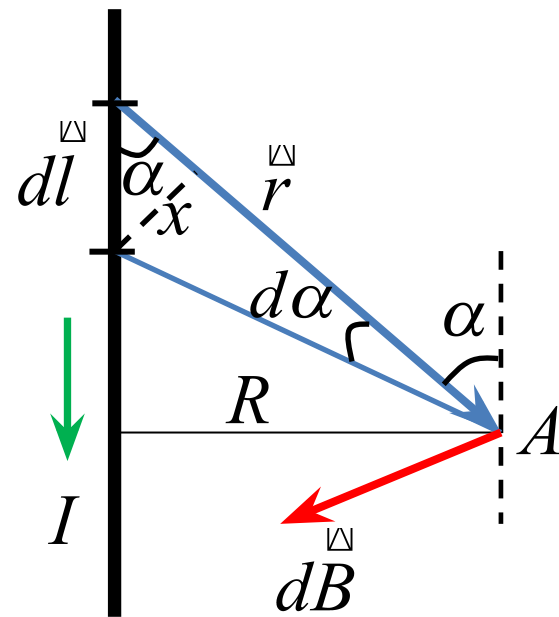
Примеры расчёта некоторых магнитных полей

1. Магнитное поле прямого тока

Прямой проводник бесконечной длины создаёт магнитное поле вокруг себя.

Рассчитаем величину магнитного поля в точке A .

Векторы $d\vec{B}$ от любого элемента длины dl проводника в точке A имеют одинаковое направление, перпендикулярное плоскости чертежа к «нам».



Исходя из принципа суперпозиции, имеем:

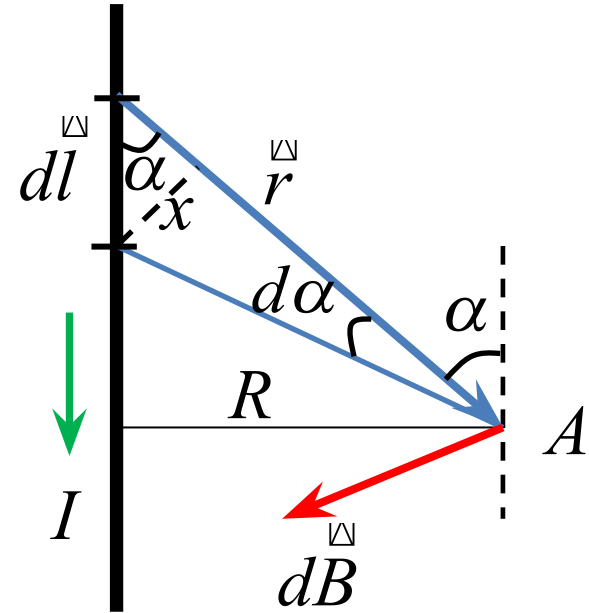
$$d\vec{B}_{\Sigma} = d\vec{B}_1 + d\vec{B}_2 + \dots + d\vec{B}_n$$

$$d\vec{B}_{\Sigma} = d\vec{B}_1 + d\vec{B}_2 + \dots + d\vec{B}_n.$$

В качестве переменной интегрирования выберем угол α , выразив через него все остальные величины:

$$\boxed{r} = \frac{R}{\sin \alpha}, \quad \boxed{dl} = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}.$$

Подставляем полученные выражения в формулу Био-Савара-Лапласа,

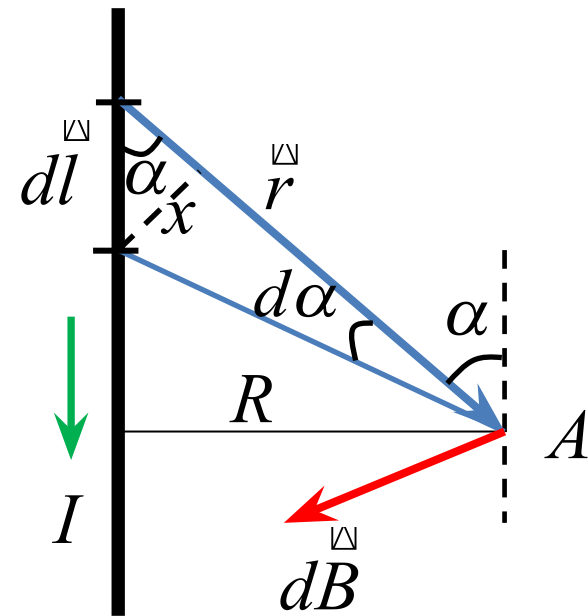


$$\begin{aligned} dB &= \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I dl r \sin \alpha}{r^3} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I dl \sin \alpha}{r^2} = \\ &= \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} \sin \alpha}{r^2} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I d\alpha}{\boxed{r}} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R} \sin \alpha d\alpha \end{aligned}$$

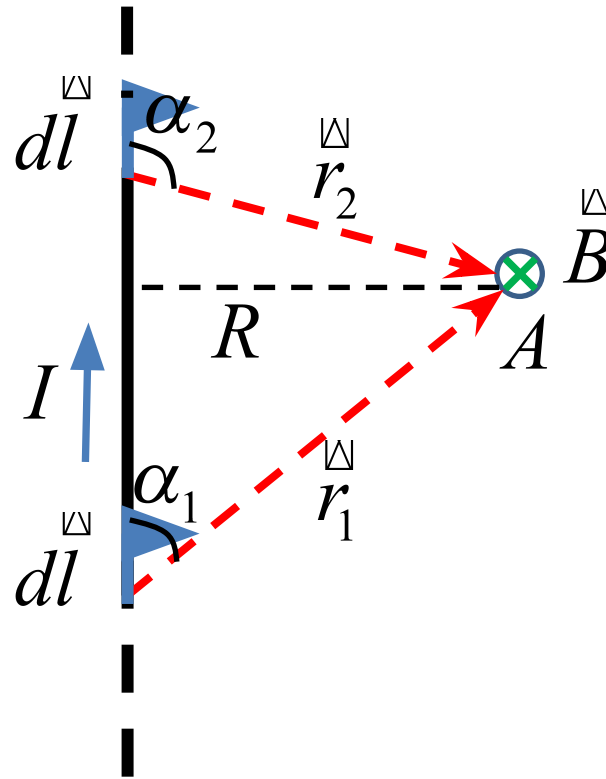
$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R} \sin \alpha d\alpha$$

$$B = \int_0^\pi \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R}$$

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R}$$



2. Магнитное поле проводника в виде отрезка



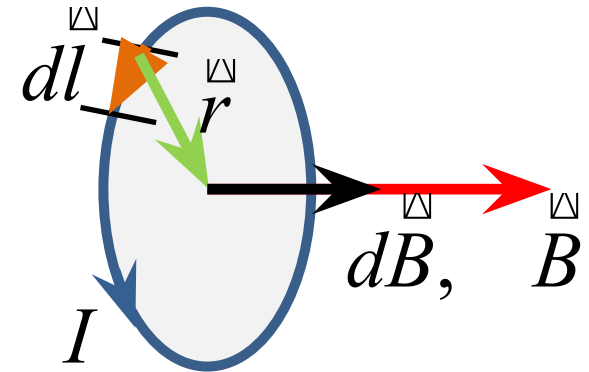
$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

3. Магнитное поле в центре кругового проводника с током

Круговой проводник создаёт магнитное поле вокруг себя. Рассчитаем величину магнитного поля в центре.

Все элементы кругового проводника с током создают в центре **магнитные поля одинакового направления** — вдоль нормали от витка. Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно заменить сложением их модулей.

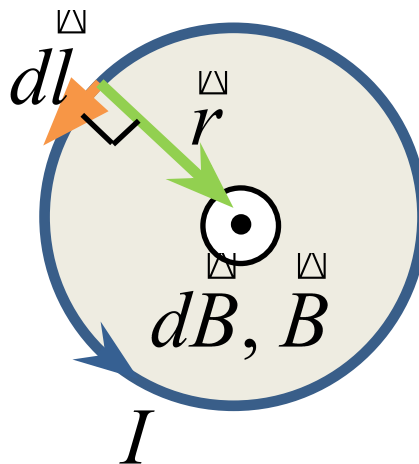
- Все элементы проводника перпендикулярны радиусу-вектору ($\sin\alpha=1$) и
- расстояние всех элементов проводника до центра кругового тока одинаково и равно $r=R$, то



$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl r \sin \alpha}{r^3} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \alpha}{r^2} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} dl$$

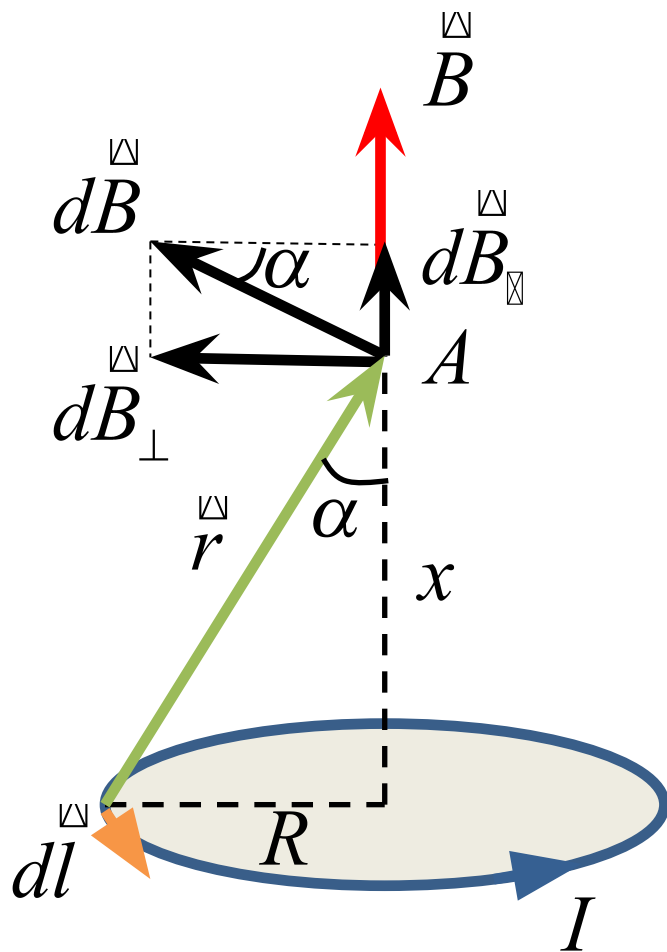
ТОГДА

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int dl = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} 2\pi R = \mu\mu_0 \frac{I}{2R}$$



4) Магнитное поле на оси кругового проводника с током

Исходные условия. Круговой проводник создаёт **магнитное поле** вокруг себя. Рассчитаем величину **магнитного поля** в точке A .



R – радиус кругового проводника;
 L – длина проводника;
 dl – элемент длины проводника;

r – радиус-вектор, проведенный от dl в точку A .
 α – угол между x и r ;
 x – расстояние от центра окружности до точки A .

На расстоянии r от центра витка вдоль оси витка, **магнитное поле** будет равно

$$B_{\boxtimes} = \int_L dB = \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Вектор напряжённости \vec{H} магнитного поля

Макроскопические токи — электрические токи, протекающие по проводникам в электрических цепях.

Магнитное поле макротока описывается вектором **напряжённости магнитного поля** $\vec{H} \left[\frac{A}{m} \right]$.

Микроскопические токи — электрические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах.

Вектор магнитной индукции \vec{B} характеризует результирующее магнитное поле, создаваемое **всеми макро- и микротоками**.

Связь между векторами магнитной индукции \vec{B} и напряжённостью \vec{H} магнитного поля

Для **однородной изотропной** среды **вектор магнитной индукции**

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

где μ_0 – магнитная постоянная;

μ – магнитная проницаемость среды, **безразмерная величина**, показывающая, во сколько раз **магнитное поле макротоков** усиливается за счет поля **микротоков** среды.

Векторные характеристики

электрического поля

магнитного поля

Вектор напряжённости \vec{E}  Вектор магнитной индукции \vec{B}

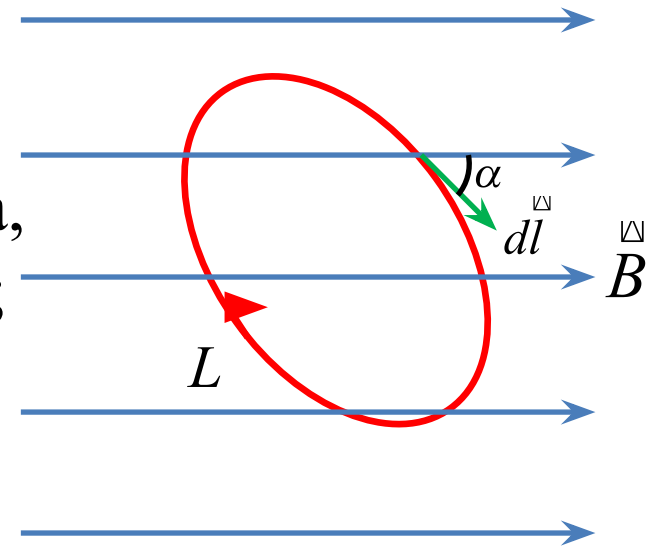
Вектор электрического смещения \vec{D}  Вектор напряжённости магнитного поля \vec{H}

Циркуляция вектора магнитной индукции

Циркуляцией вектора \vec{B} по замкнутому контуру L называется следующий интеграл по этому контуру:

$$\mathcal{C}_B = \oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B \cos \alpha dl,$$

- $d\vec{l}$ — элемент длины контура, направленный вдоль обхода контура;
- α — угол между векторами \vec{B} и $d\vec{l}$.



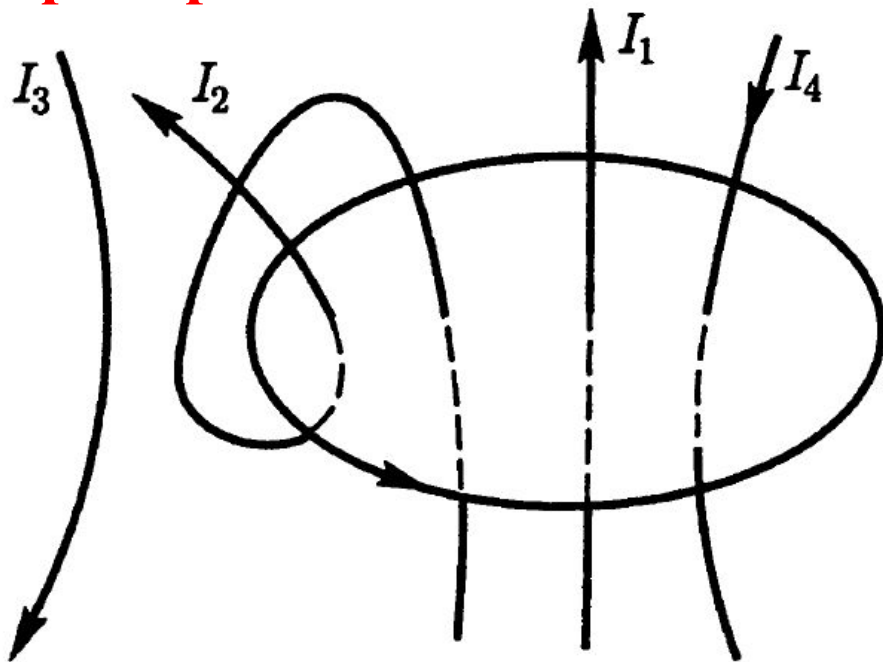
Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции \vec{B} в вакууме

Циркуляция вектора \vec{B} по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k$$

n — число проводников с токами, охватываемых контуром произвольной формы.

Пример.



$$\sum_{k=1}^n I_k = I_1 + 2I_2 - 0 \cdot I_3 - I_4$$

- 1) Эта теорема справедлива только для поля **в вакууме**.
- 2) **Каждый ток учитывается столько раз, сколько он охватывается контуром.**
- 3) **Положительным считается ток, направление которого связано с направлением обхода по контуру правилом правого винта.**

Циркуляция вектора по произвольному замкнутому контуру L

электрического поля

$$\oint_L \vec{E} dl = 0$$



поле является
потенциальным

магнитного поля

$$\oint_L \vec{B} dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k$$

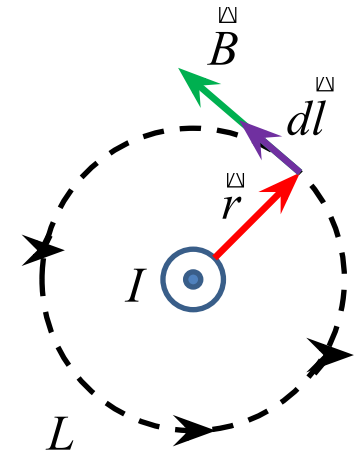


поле называется
вихревым

Примеры применения теоремы о циркуляции вектора \vec{B}

1. Магнитное поле прямого тока

- Замкнутый контур представлен в виде окружности радиуса r .
- В каждой точке этой окружности вектор магнитной индукции \vec{B} одинаков по модулю и направлен по касательной к окружности:



$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B \cos 0^\circ dl = B \oint_L dl = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow$$

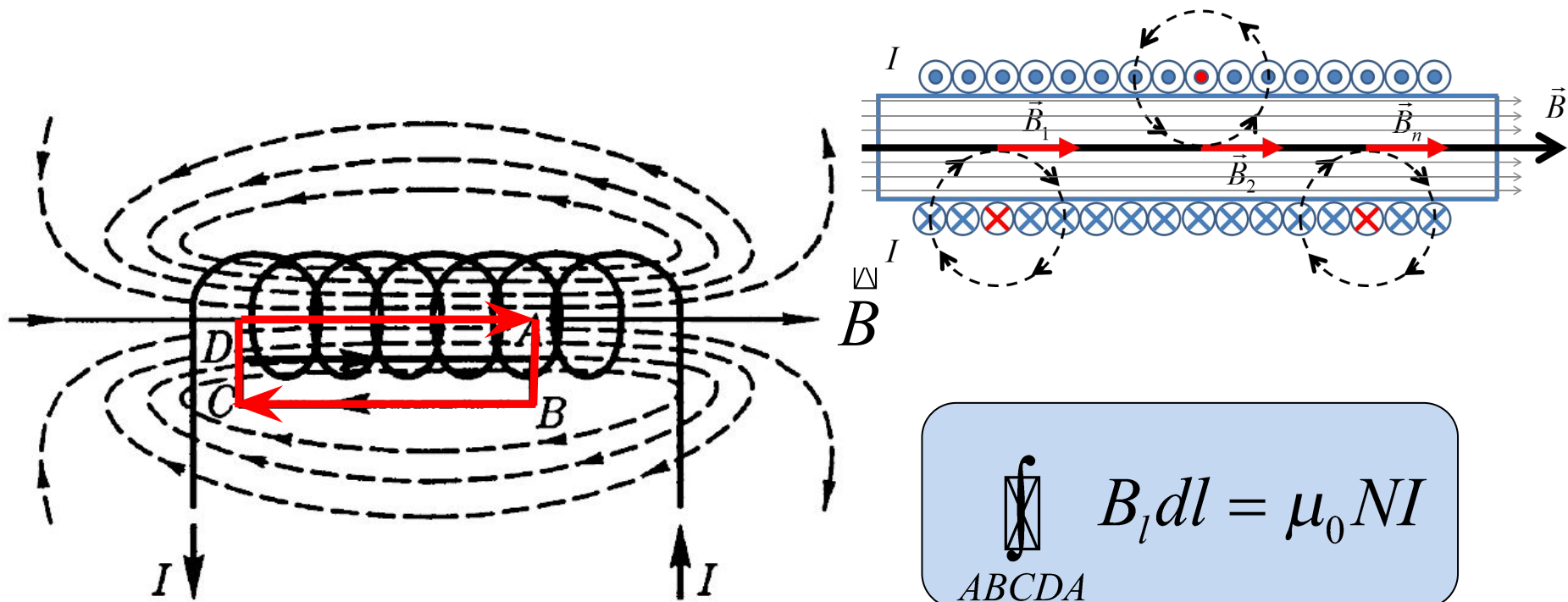
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

2. магнитное поле соленоида в вакууме

Соленоид – свёрнутый в спираль изолированный проводник, по которому течёт электрический ток.

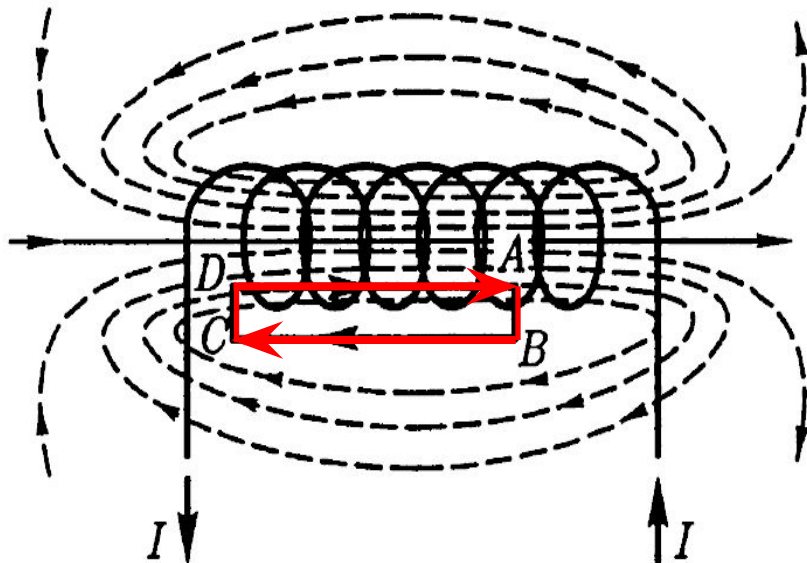
Соленоид имеет длину l , состоит из N витков.

Циркуляция вектора \vec{B} по замкнутому контуру $ABCD$, охватывающему все N витков, равна



На участках AB и CD контур перпендикулярен **линиям магнитной индукции**, следовательно, $B \cos 90^\circ = 0$. Можно показать, что вне бесконечного соленооида **магнитное поле $B=0$** . На участке DA контур совпадает с **линией магнитной индукции**, внутри соленооида поле однородно ($B \cos 0^\circ = B$), поэтому

$$\oint_{DA} B \cos 0^\circ dl = Bl = \mu_0 \cdot N \cdot I$$



$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}$$

3) магнитное поле тороида в вакууме

Тороид - кольцевая катушка с витками, намотанными на сердечник, имеющий форму тора, по которой течет ток.

- Магнитное поле отсутствует вне тороида, а внутри его оно является однородным.
- Линии магнитной индукции есть окружности, центры которых расположены на оси тороида. В качестве контура выберем одну такую окружность радиуса r .

По теореме о циркуляции

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI$$

N – число
витков
тороида.

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

