МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Лекция 19.

Тема: Закон Био-Савара-Лапласа. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции.

Учебник:

Трофимова Т.И. Курс физики : учеб. пособ. для вузов / Т. И. Трофимова. - М.: Академия, 2007.- с. **202-206**, с. **214-217**.

к.ф.-м.н.
Курочкин А.

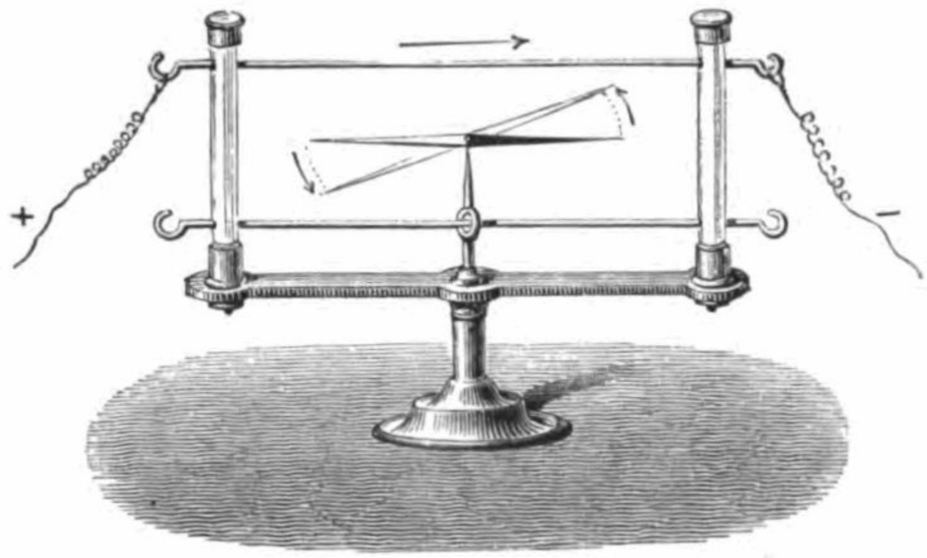
Электрическое поле – одна из сторон электромагнитного поля, создаваемая

- **электрическими зарядами** и
- **изменяющимся магнитным полем** и передающая действие электрических сил.

1. **Электростатика** изучает взаимодействие **неподвижных зарядов** и свойства постоянного электрического поля.

2. **Электродинамика** – рассматривает явления и процессы, обусловленные **движением электрических зарядов**.

Опыт Эрстеда

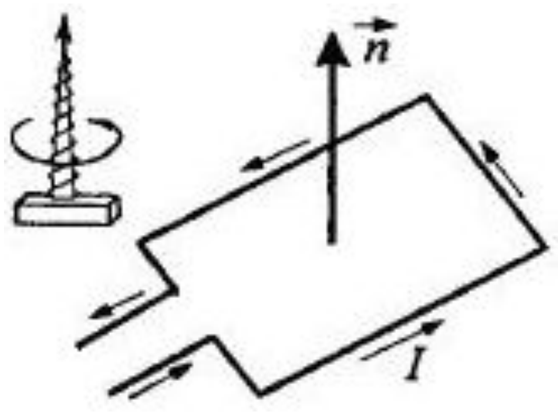


Эрстед Ханс Кристиан 1777-1851

- Эрстед помещал над магнитной стрелкой прямолинейный металлический проводник, направленный параллельно стрелке.
- При пропускании через проводник электрического тока магнитная стрелка поворачивалась почти перпендикулярно проводнику.
- При изменении направления тока стрелка разворачивалась на 180°.
- Аналогичный разворот наблюдался, если провод переносился на другую сторону, располагаясь не над, а под стрелкой.

1. Ориентация контура в пространстве характеризуется направлением **нормали** к контуру.

2. В качестве **положительного направления нормали** принимается направление, связанное с током правилом правого винта (**правилом правого буравчика**).

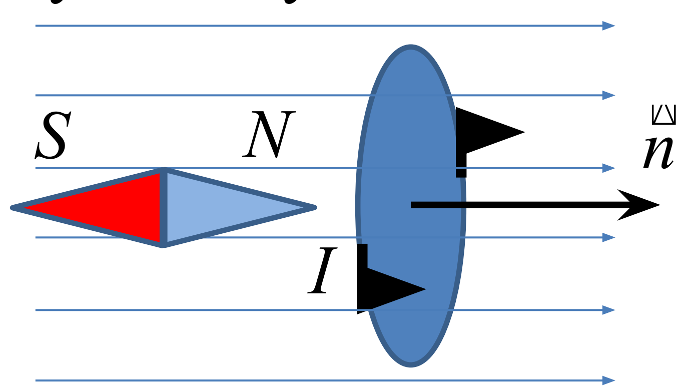


3. Магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие, поворачивая её определённым образом.

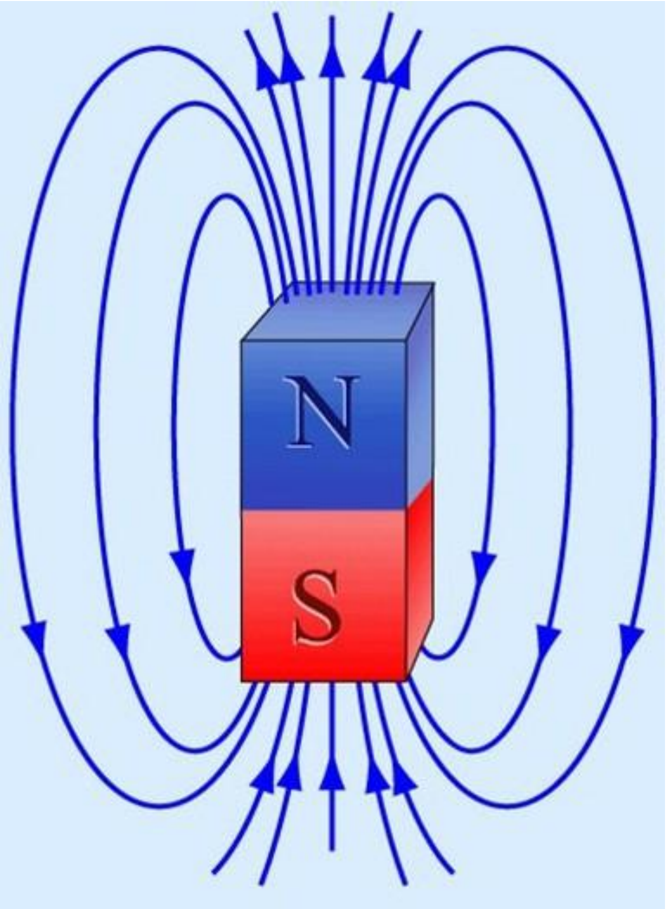
4. <u>За направление магнитного поля в данной точке принимается направление:</u>

а. вдоль которого располагается **положительная нормаль** к свободно подвешенной **рамке с током**,

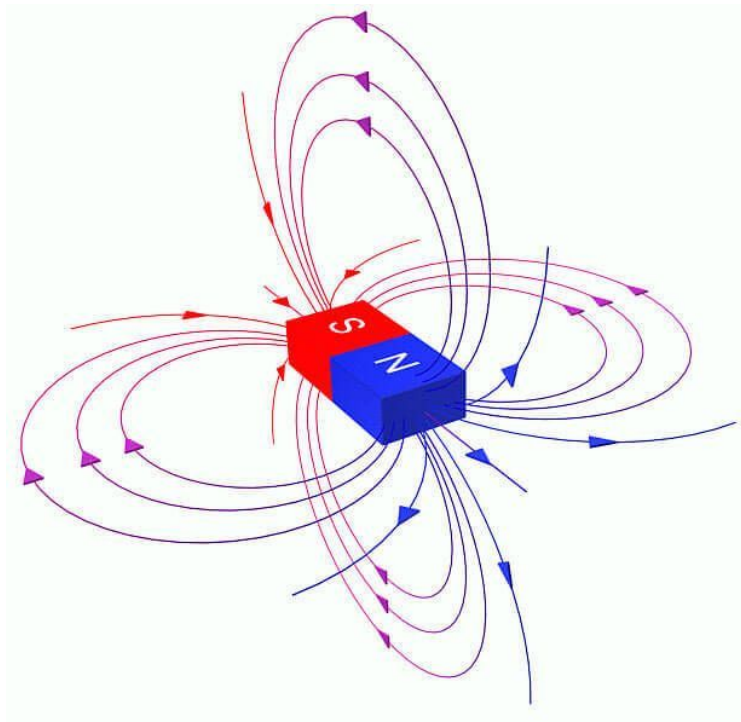
б. направление, совпадающее с направлением силы, действующей на северный полюс магнитной стрелки, помещенный в данную точку поля.

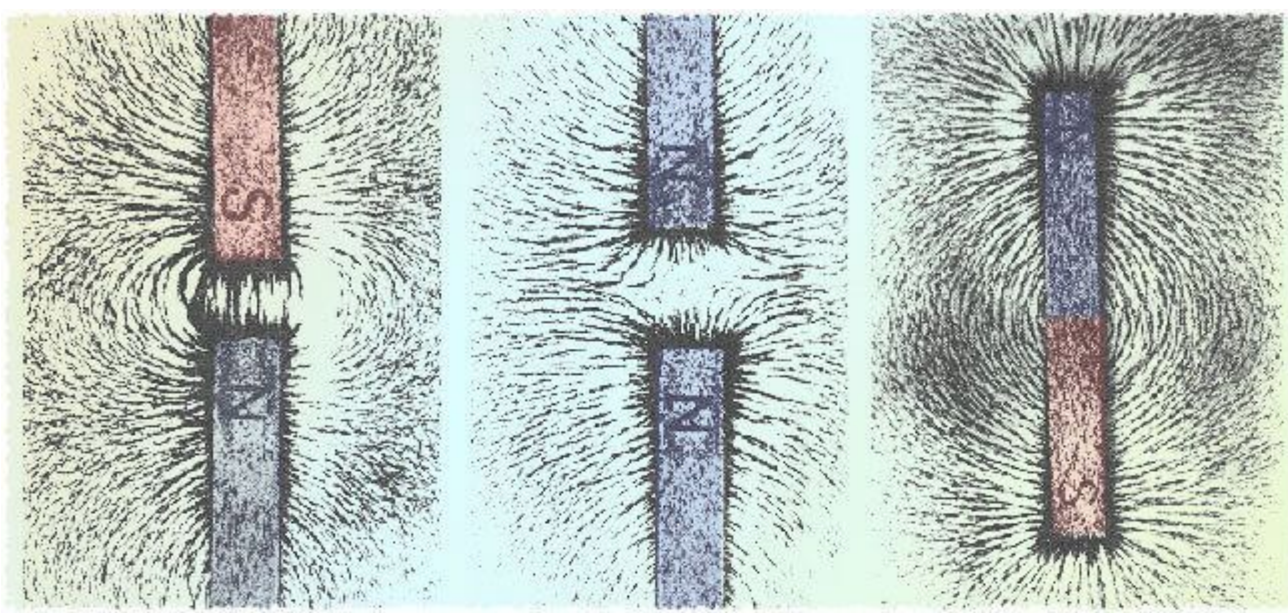


Силовых линий магнитного поля вокруг постоянного магнита.



Силовые линии **выходят из северного полюса** магнита и входят в южный полюс.

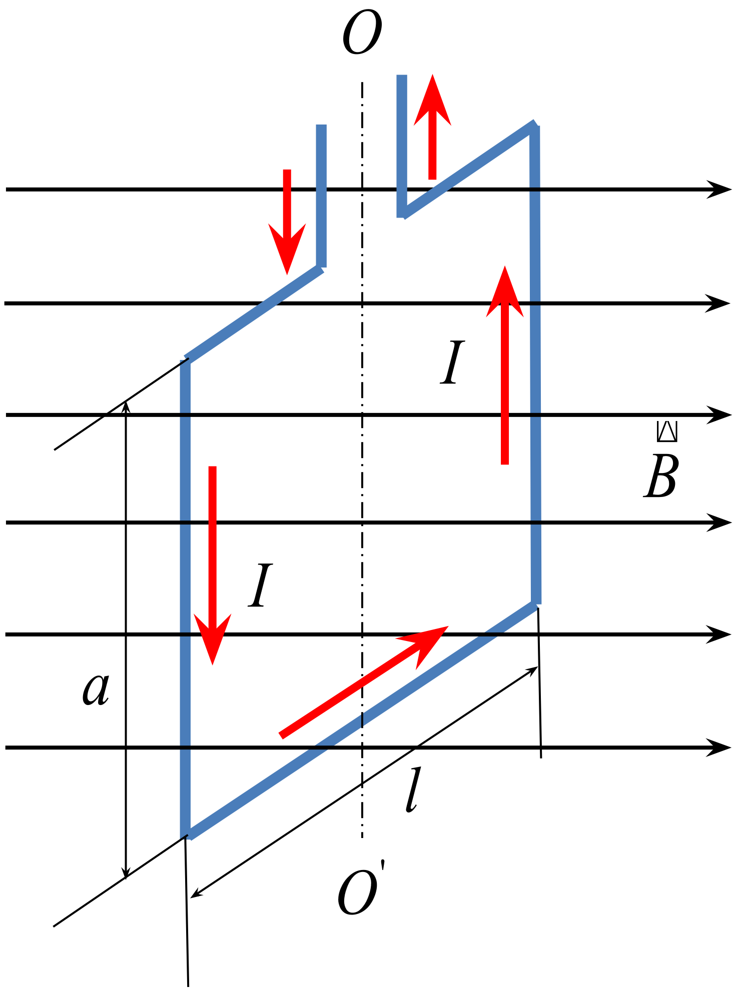

S
N


S
N
N
N
N
S

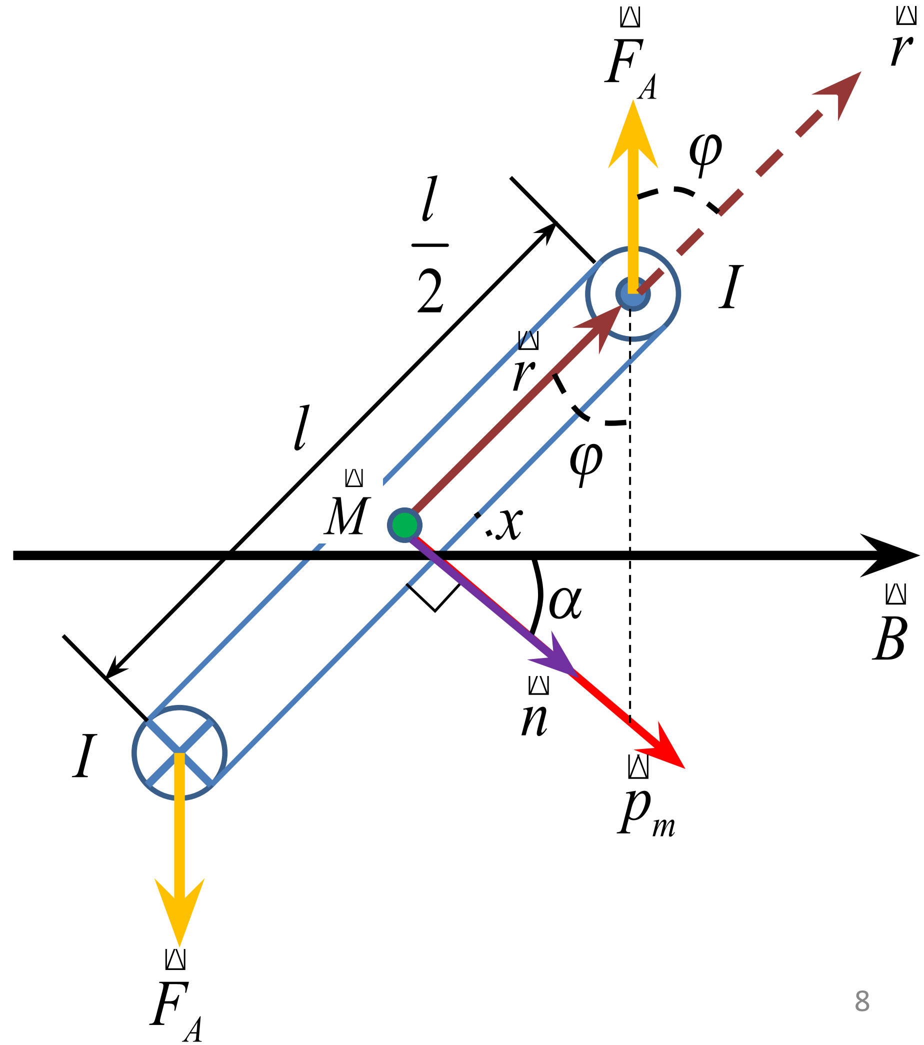
Рамка с током в магнитном поле

Пусть <u>**контур с током помещён в магнитное поле**</u>, причём он может вращаться вокруг вертикальной оси OO’.

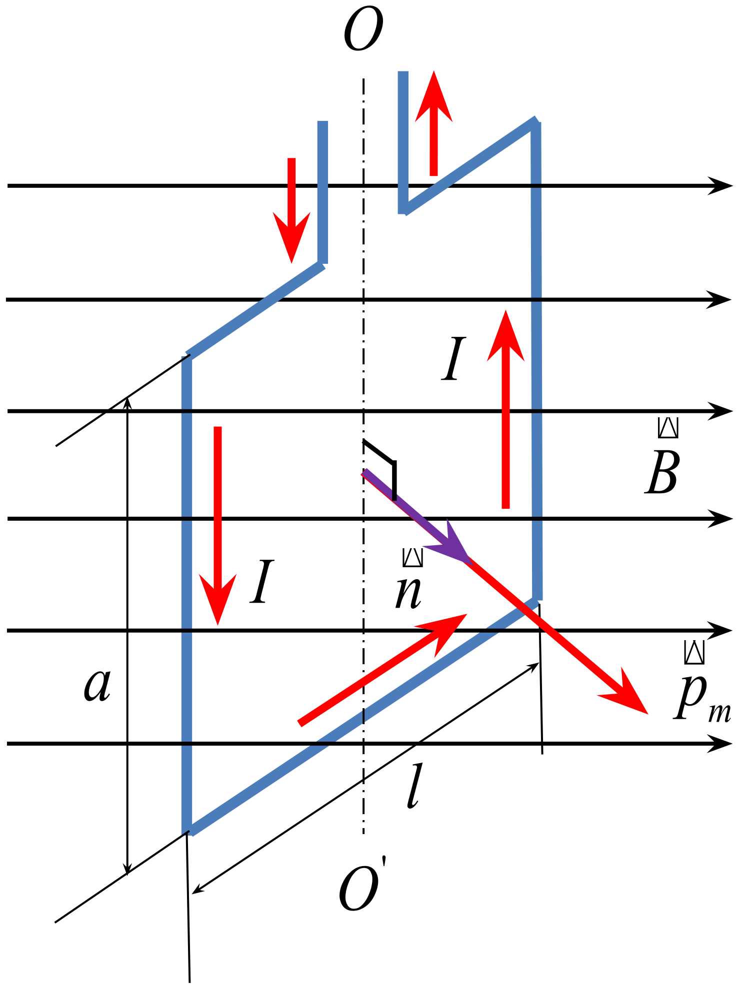
Вид с боку



Вид сверху



Вектор магнитного момента рамки с током



$$\vec{p}_m = I\vec{S} = IS\vec{n},$$

Направление $\vec{p}_m$ совпадает с направлением **положительной нормали!**

S – площадь поверхности контура (рамки);

I – сила тока в рамке;

$\vec{n}$ – единичный вектор **нормали** к поверхности рамки.

- На боковые стороны рамки с током со стороны магнитного поля будут действовать **силы АМПЕРА**

$$F_A = IaB\sin\theta = IaB$$

- Эти силы стремятся повернуть рамку так, чтобы вектор магнитного момента стал сонаправлен с вектором магнитной индукцией $\vec{p}_m \uparrow\uparrow \vec{B}$

- Возникает вращающий момент

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 \qquad \vec{M} = \left[\vec{r} \times \vec{F}\right]$$

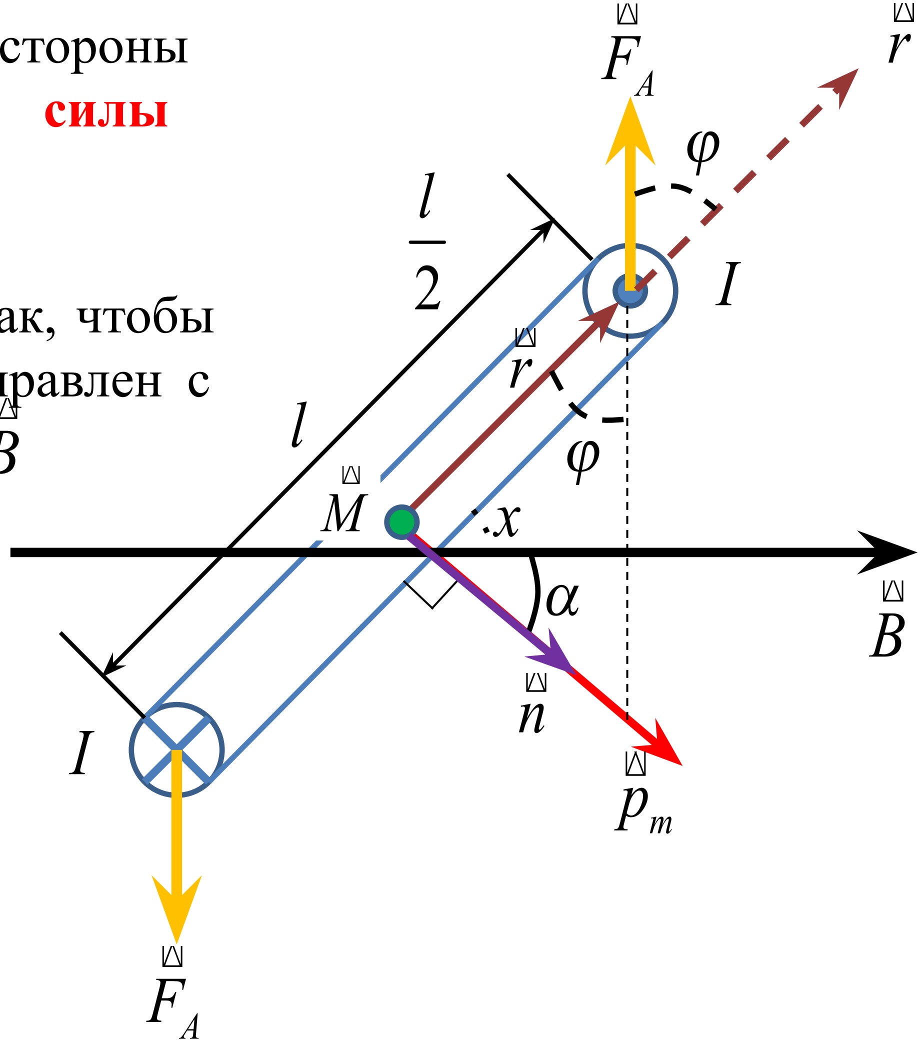
$$M = M_1 + M_2$$

$$M_1 = M_2 = \frac{l}{2} F_A \sin\varphi = \frac{l}{2} IaB \sin\varphi$$

$$x = 180^\circ - (90^\circ + \varphi) = 90^\circ - \varphi$$

$$\alpha = 90^\circ - x = 90^\circ - (90^\circ - \varphi) = \varphi$$

$$M = M_1 + M_2 = IB\underbrace{la}_{S}\sin\alpha = \underbrace{IS}_{p_m}B\sin\alpha = p_m B\sin\alpha$$



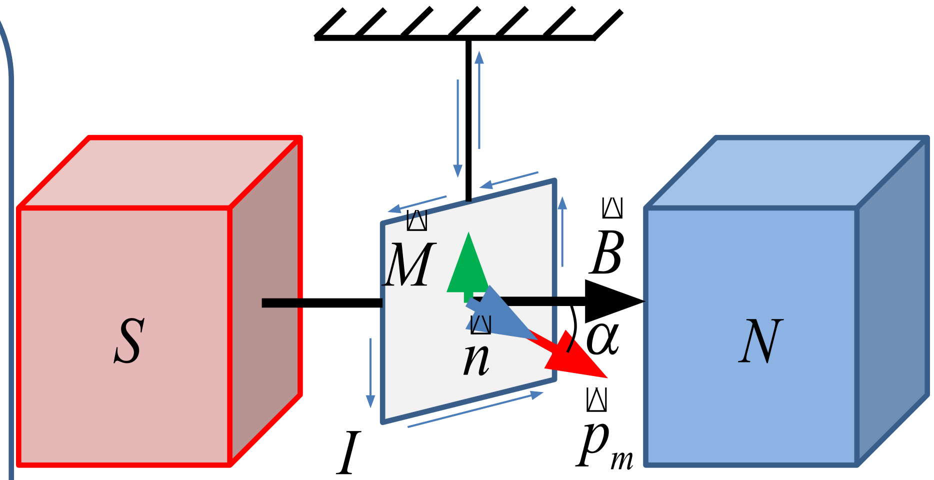
<u>Вращающий момент сил</u> действующий на виток с током в однородном магнитном поле

$$\boxed{\vec{M} = \left[\vec{p}_m \times \vec{B}\right]}$$

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки **с различными магнитными моментами**, то на них действуют различные вращающие моменты, но отношение

$$\frac{M_{\max}}{p_m} = const = B$$

для всех контуров одно и то же.



$M_{\max}$ при $\alpha = 90^{\circ}$

Магнитная индукция – ВФВ, $[B] =$ Тл

- **модуль которой определяется выражением** $B = \dfrac{M_{\max}}{p_m}$
- **Направление задаётся равновесным положением положительной нормали к контуру.**

Магнитная индукция в данной точке однородного магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля.

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}$$

$$[B] =$$

Силовой характеристикой

электрического поля	**магнитного поля**

является

вектор напряжённости $\vec{E}$	**вектор магнитной индукции** $\vec{B}$

Силовые линии

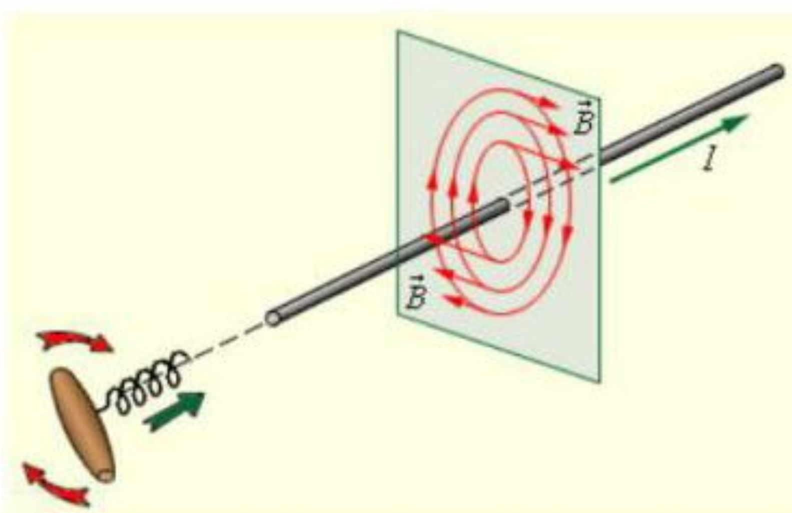
электрического поля	магнитного поля

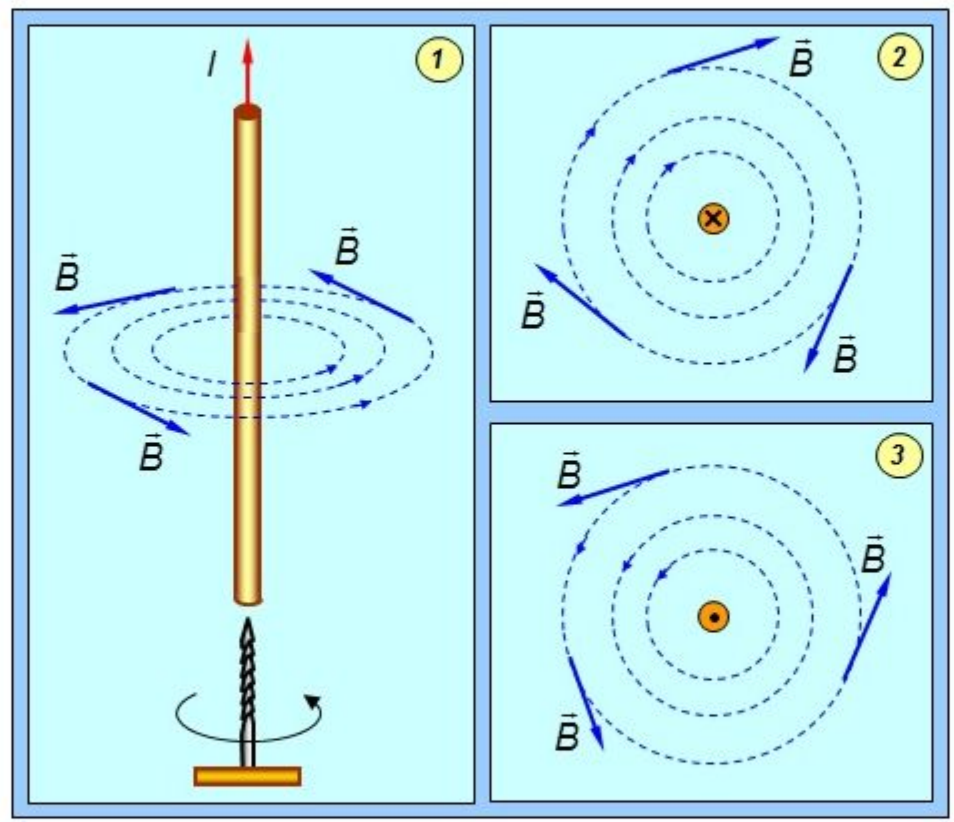
это линии,

касательные к которым совпадают с направлением вектора напряжённости $\vec{E}$.	касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора магнитной индукции $\vec{B}$.
Линии напряжённости **всегда разомкнуты** (они начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных зарядах).	**Линии магнитной индукции** **всегда замкнуты** и охватывают проводники с током.

Направление линий магнитной индукции
Правило правого буравчика

Головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции





Магнитное поле

Из опыта известно:

1. **магнитное поле** действует на **движущиеся** **заряды (электрический ток)**;

2. **движущиеся** **заряды (электрический ток)** создают **магнитное поле**.

Электростатическое поле действует как на **движущиеся**, так и на **неподвижные заряды**.

Опыт показывает, что характер воздействия **магнитного поля** на ток зависит от:

1) формы проводника, по которому течёт ток;

2) расположения проводника;

3) направления тока.

При исследовании

ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ	**МАГНИТНОГО ПОЛЯ**

используется

точечный пробный заряд	**замкнутый плоский контур с током (рамка с током)**

Принцип суперпозиции магнитных полей

Магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами (движущимися зарядами), равна векторной сумме магнитных индукций полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом.

$$\vec{B}_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{N} \vec{B}_i$$

Однородное магнитное поле – поле, во всех точках которого вектор магнитной индукции равен по модулю и направлению.

$$\left(\vec{B} = const\right)$$

Закон Био-Савара-Лапласа

Рассмотрим элемент проводника $d\vec{l}$ с током I, который создаёт в некоторой точке индукцию поля $d\vec{B}$.

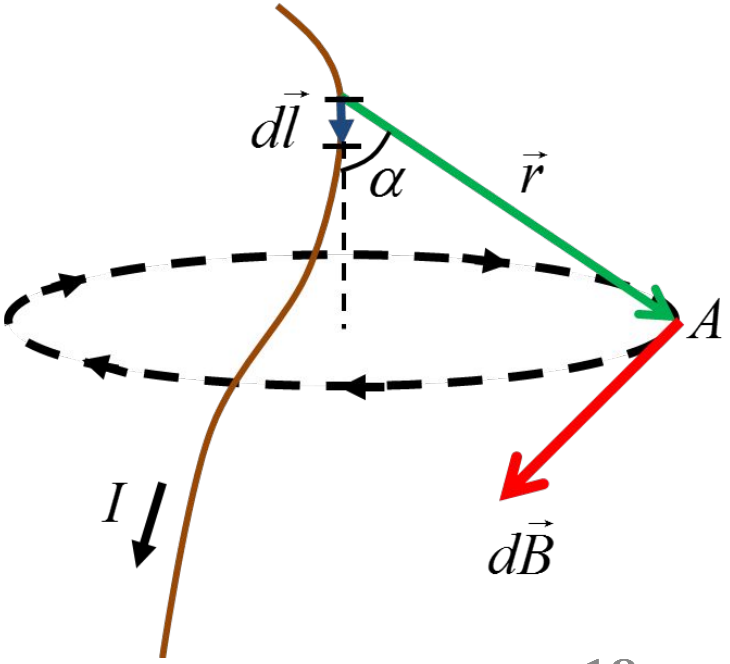
$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\left[d\vec{l} \times \vec{r}\right]}{r^3},$$

Направление $d\vec{l}$ **всегда совпадает** с направлением тока I

$\vec{r}$ – радиус-вектор, *проведённый из элемента проводника в точку А*;

μ – магнитная проницаемость;

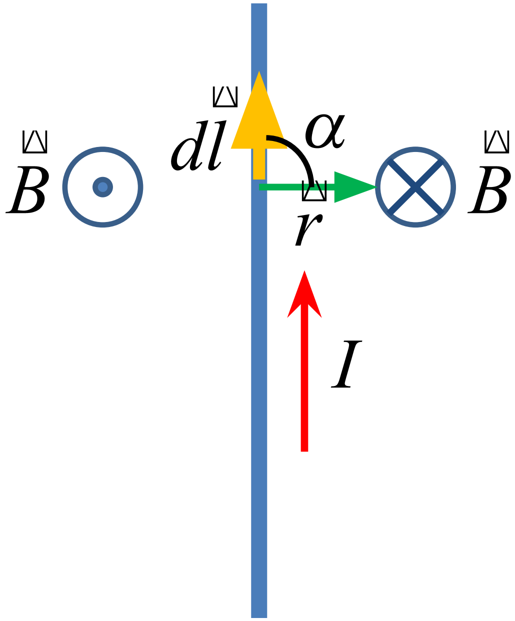
μ_0 – магнитная постоянная.



Направление $d\vec{B}$ **перпендикулярно** $d\vec{l}$ и $\vec{r}$ и совпадает с **касательной** к **линии магнитной индукции**.

Проанализируем формулу

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Idlr\sin\alpha}{r^3} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}$$



1. $B(\max)$, если $\alpha = 90^\circ$

2. $B(\min)$, если или $\alpha = 0^\circ$ $\alpha = 180^\circ$

$B = 0$

Модуль вектора $d\vec{B}$ определяется выражением

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idlr\sin\alpha}{r^3} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl\sin\alpha}{r^2}$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \ \frac{Гн}{м};$$

$\mu = 1$ (для вакуума).

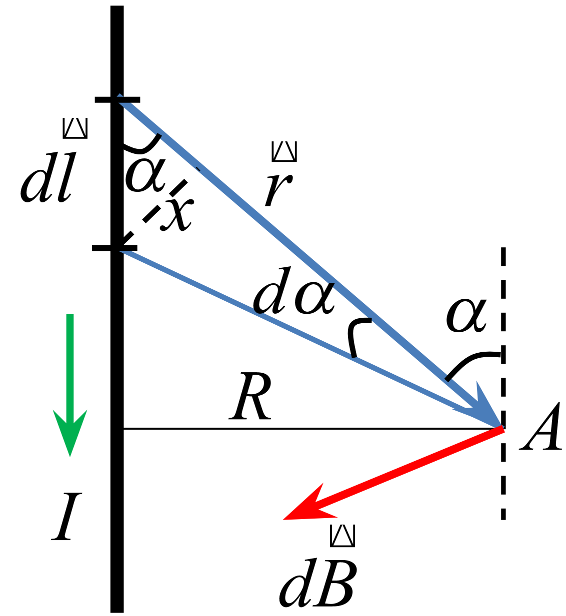
Био
Жан Батист
1774 - 1862

Лаплас
Пьер Симон
1749 - 1827

Примеры расчёта некоторых магнитных полей

1. Магнитное поле прямого тока

Прямой проводник **бесконечной длины** создаёт магнитное поле вокруг себя.
Рассчитаем величину магнитного поля в точке ***A***.



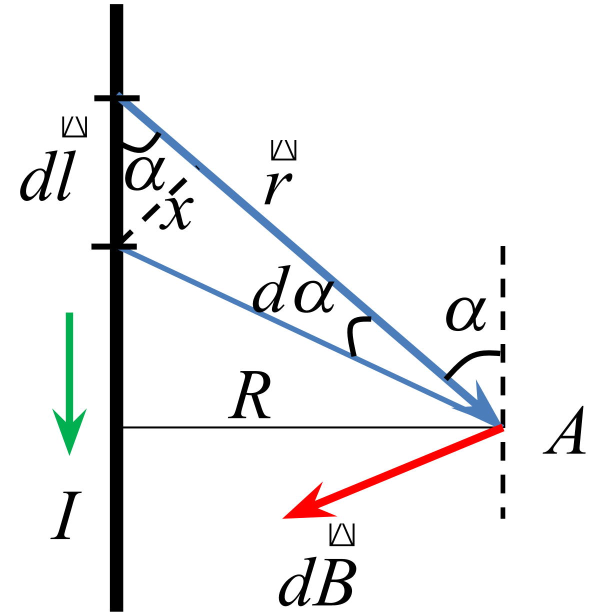
Векторы $d\vec{B}$ от любого элемента длины dl проводника в точке A имеют одинаковое направление, перпендикулярное плоскости чертежа к «нам».

Исходя из принципа суперпозиции, имеем:

$$d\vec{B}_{\Sigma} = d\vec{B}_1 + d\vec{B}_2 + \ldots + d\vec{B}_n$$

$$dB_{\Sigma} = dB_1 + dB_2 + \ldots + dB_n.$$

В качестве переменной интегрирования выберем угол α, выразив через него все остальные величины:



$$\boxed{r} = \frac{R}{\sin\alpha}, \quad \boxed{dl} = \frac{r\,d\alpha}{\sin\alpha}.$$

Подставляем полученные выражения в формулу Био-Савара-Лапласа,

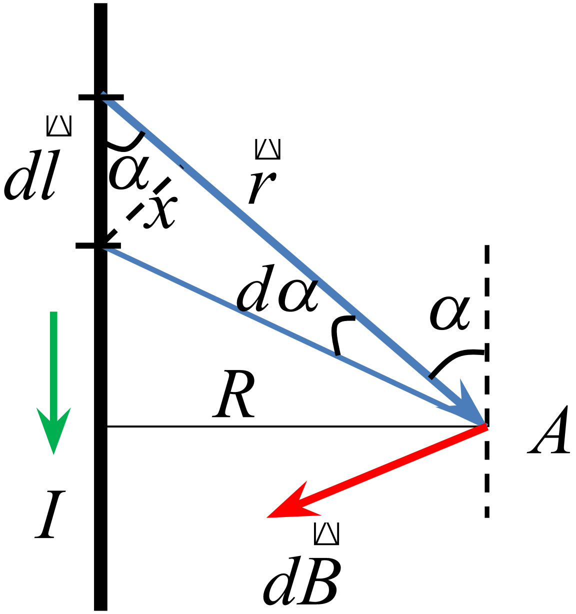
$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Idlr\sin\alpha}{r^3} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\boxed{dl}\sin\alpha}{r^2} =$$

$$= \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\dfrac{r\,d\alpha}{\sin\alpha}\sin\alpha}{r^2} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Id\alpha}{\boxed{r}} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{R}\sin\alpha\,d\alpha$$

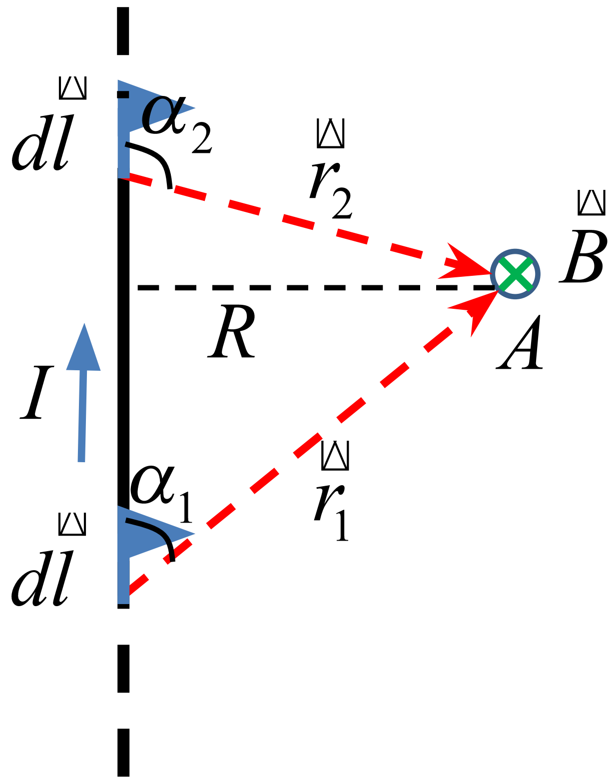
$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R} \sin\alpha\, d\alpha$$

$$B = \int_0^{\pi} \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \sin\alpha\, d\alpha = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} \int_0^{\pi} \sin\alpha\, d\alpha = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R}$$

$$\boxed{B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R}}$$



2. Магнитное поле проводника в виде отрезка

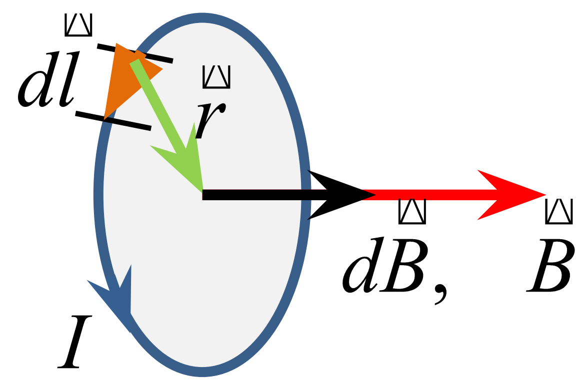


$$B=\frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha\,d\alpha=\frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}\left(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2\right)$$

3. Магнитное поле в центре кругового проводника с током

Круговой проводник создаёт магнитное поле вокруг себя. Рассчитаем величину магнитного поля в центре.

Все элементы кругового проводника с током создают в центре **<u>магнитные поля одинакового направления</u>** – вдоль нормали от витка. Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно заменить сложением их модулей.

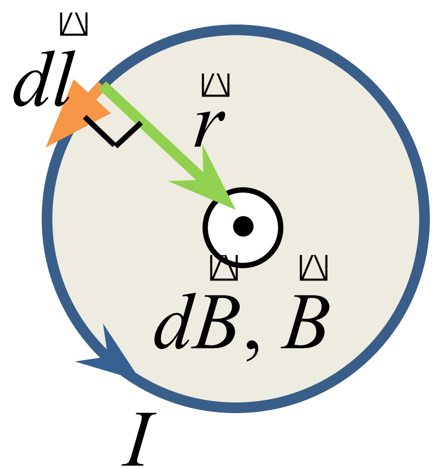


- Все элементы проводника перпендикулярны радиусу-вектору ($sin\alpha$=1) и
- расстояние всех элементов проводника до центра кругового тока одинаково и равно r=R, то

$$dB=\frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Idlr\sin\alpha}{r^3}=\frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}=\frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}dl$$

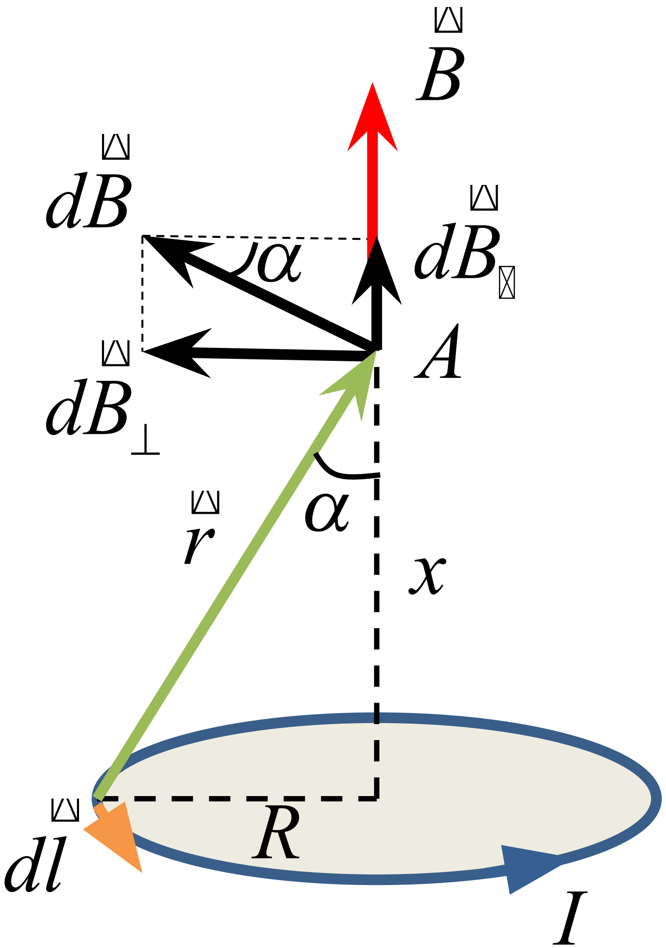
тогда

$$\boxed{B=\frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}\int dl=\frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}2\pi R=\mu\mu_0\frac{I}{2R}}$$



4) Магнитное поле на оси кругового проводника с током

Исходные условия. Круговой проводник создаёт **магнитное поле** вокруг себя. Рассчитаем величину **магнитного поля** в точке ***A***.



R – радиус кругового проводника;
L – длина проводника;
$d\vec{l}$ – элемент длины проводника;

$\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный от $d\vec{l}$ в точку ***A***.
α – угол между ***x*** и $\vec{r}$;
x – расстояние от центра окружности до точки ***A***.

На расстоянии r от центра витка вдоль оси витка, **магнитное поле** будет равно

$$B_{\boxtimes} = \int\limits_L dB = \frac{\mu\mu_0}{2}\frac{IR^2}{\left(R^2 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Вектор напряжённости $\vec{H}$ магнитного поля

Макроскопические токи – электрические токи, протекающие по проводникам в электрических цепях.

Магнитное поле макротока описывается вектором **напряжённости магнитного поля** $\vec{H}\left[\frac{A}{м}\right]$.

Микроскопические токи – электрические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах.

Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ характеризует результирующее магнитное поле, создаваемое **всеми макро- и микротоками**.

Связь между векторами магнитной индукции $\vec{B}$ и напряжённостью $\vec{H}$ магнитного поля

Для **однородной изотропной** среды **вектор магнитной индукции**

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

где μ_0 – **магнитная постоянная**;
μ – **магнитная проницаемость среды**, **безразмерная величина**, показывающая, во сколько раз **магнитное поле макротоков** усиливается за счет поля **микротоков** среды.

Векторные характеристики

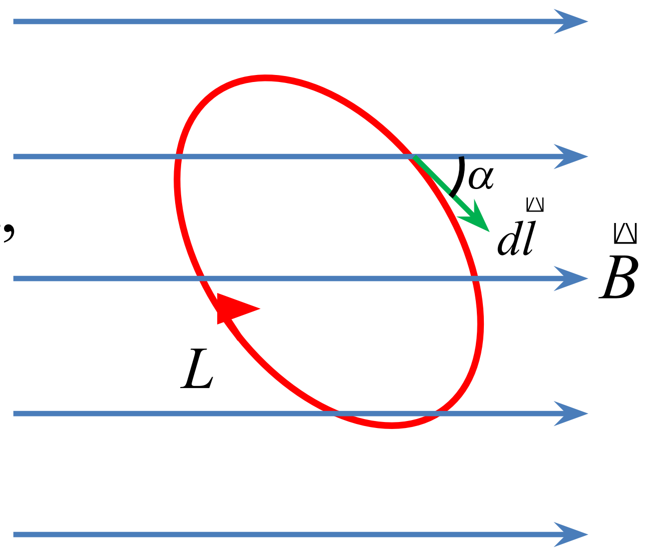
электрического поля	магнитного поля
Вектор напряжённости $\vec{E}$	Вектор магнитной индукции $\vec{B}$
Вектор электрического смещения $\vec{D}$	Вектор напряжённости магнитного поля $\vec{H}$

Циркуляция вектора магнитной индукции

Циркуляцией вектора $\vec{B}$ **по замкнутому контуру** $\boldsymbol{L}$ называется следующий интеграл по этому контуру:

$$Ц_{\vec{B}} = \oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B \cos\alpha \, dl,$$

- $d\vec{l}$ – элемент длины контура, направленный вдоль обхода контура;
- α – угол между векторами $\vec{B}$ и $d\vec{l}$.



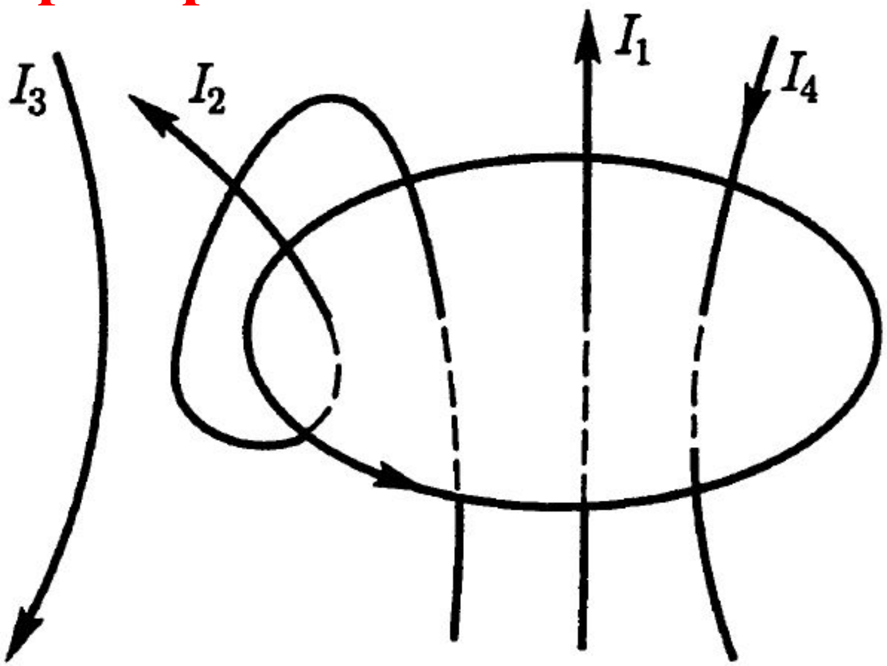
Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции $\vec{B}$ в вакууме

Циркуляция вектора $\vec{B}$ по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром

$$Ц_{\vec{B}} = \oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k$$

n – число проводников с токами, охватываемых контуром произвольной формы.

Пример.



$$\sum_{k=1}^{n} I_k = I_1 + 2I_2 - 0 \cdot I_3 - I_4$$

1) Эта теорема справедлива только для поля **в вакууме**.

2) **Каждый ток учитывается столько раз, сколько он охватывается контуром.**

3) **Положительным считается ток, направление которого связано с направлением обхода по контуру правилом правого винта**.

Циркуляция вектора
по произвольному замкнутому контуру *L*

электрического поля

$$\oint_L \vec{E}\,d\vec{l} = 0$$

поле является **потенциальным**

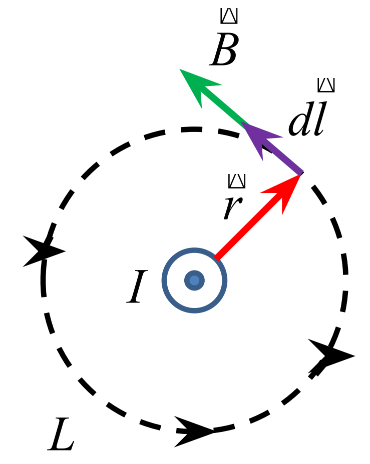
магнитного поля

$$\oint_L \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k$$

поле называется **вихревым**

Примеры применения теоремы о циркуляции вектора $\vec{B}$

1. Магнитное поле прямого тока



- Замкнутый контур представлен в виде окружности радиуса *r*.
- В каждой точке этой окружности вектор магнитной индукции $\vec{B}$ одинаков по модулю и направлен по касательной к окружности:

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L B\cos 0^\circ dl = B\oint_L dl = B\cdot 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow$$

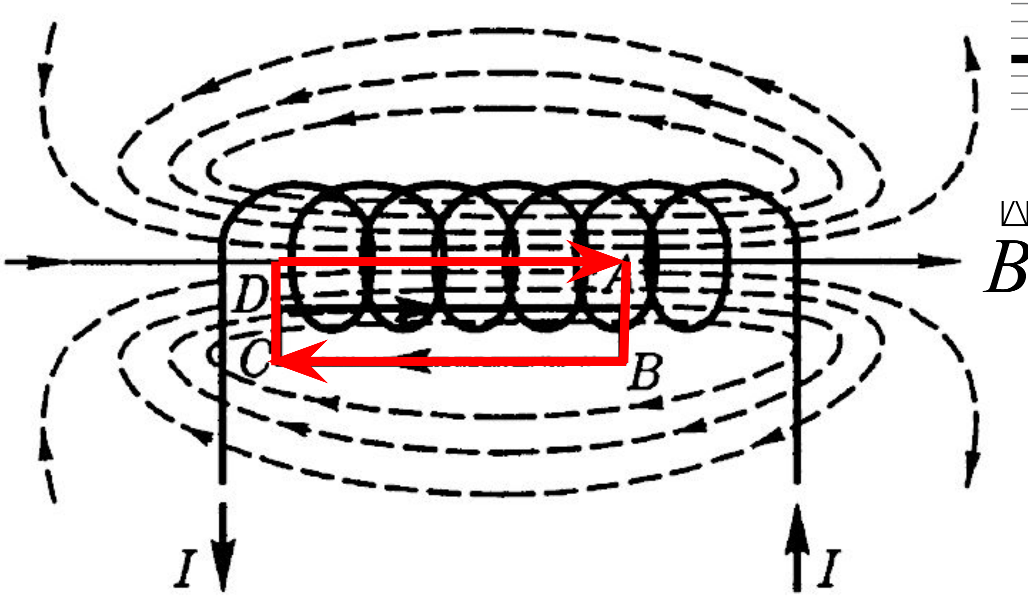
$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$

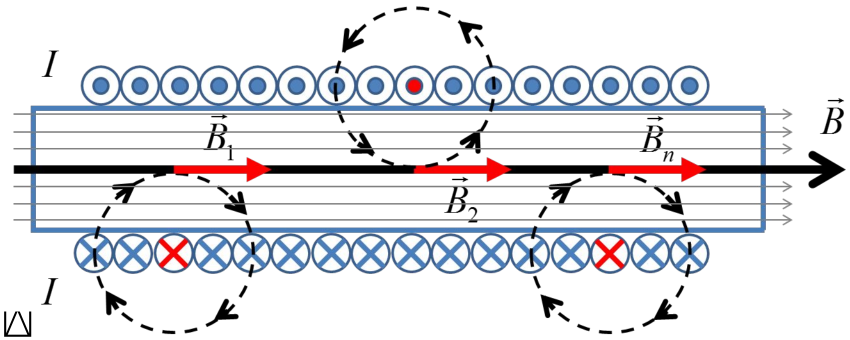
2. магнитное поле соленоида в вакууме

Соленоид – свёрнутый в спираль изолированный проводник, по которому течёт электрический ток.

Соленоид имеет длину l, состоит из N витков.

Циркуляция вектора $\vec{B}$ по замкнутому контуру $ABCDA$, охватывающему все N витков, равна

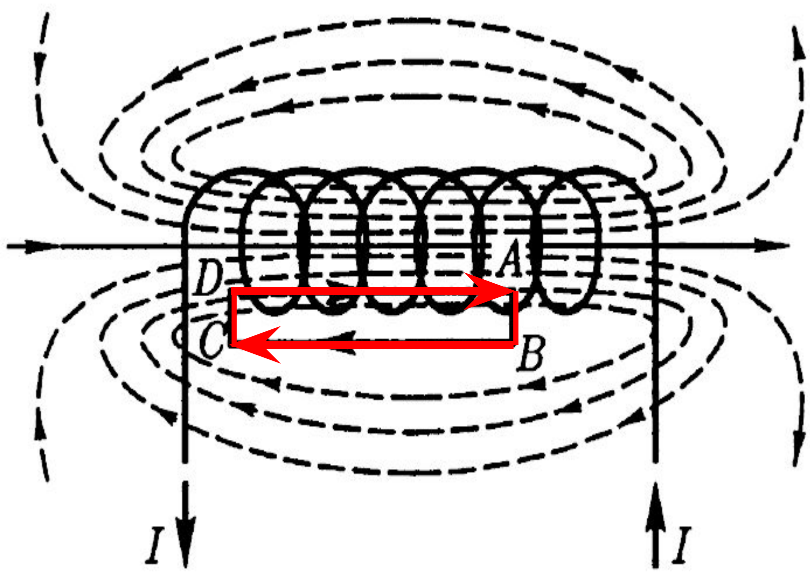




$$\oint_{ABCDA} B_l dl = \mu_0 NI$$

На участках *AB* и *CD* контур **перпендикулярен линиям магнитной индукции**, следовательно, $B\cos 90^0=0$. Можно показать, что вне бесконечного соленоида **магнитное поле *B*=0**. На участке *DA* **контур** совпадает с **линией магнитной индукции**, внутри соленоида поле однородно ($B\cos 0^0=B$), поэтому

$$\oint_{DA} B\cos 0^0\, dl = Bl = \mu_0 \cdot N \cdot I$$



$$B = \frac{\mu_0 N I}{l}$$

3) магнитное поле тороида в вакууме

Тороид - кольцевая катушка с витками, намотанными на сердечник, имеющий форму тора, по которой течет ток.

- Магнитное поле отсутствует вне тороида, а внутри его оно является однородным.

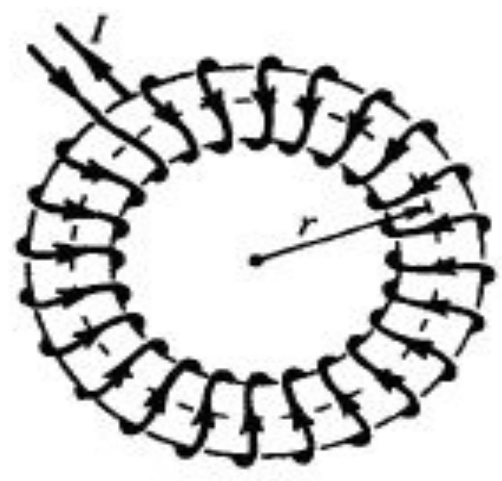
- Линии магнитной индукции есть окружности, центры которых расположены на оси тороида. В качестве контура выберем одну такую окружность радиуса r.

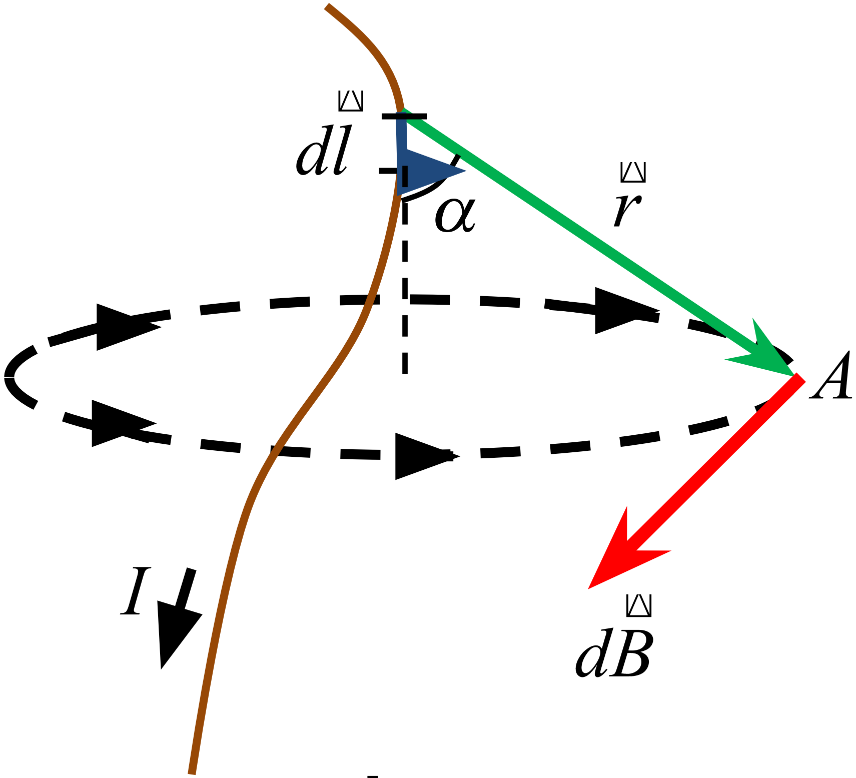
По теореме о циркуляции

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI$$

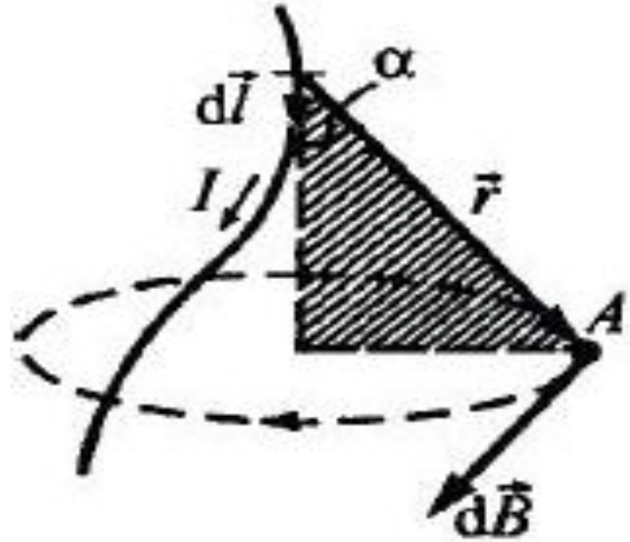
$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

***N* – число витков тороида.**

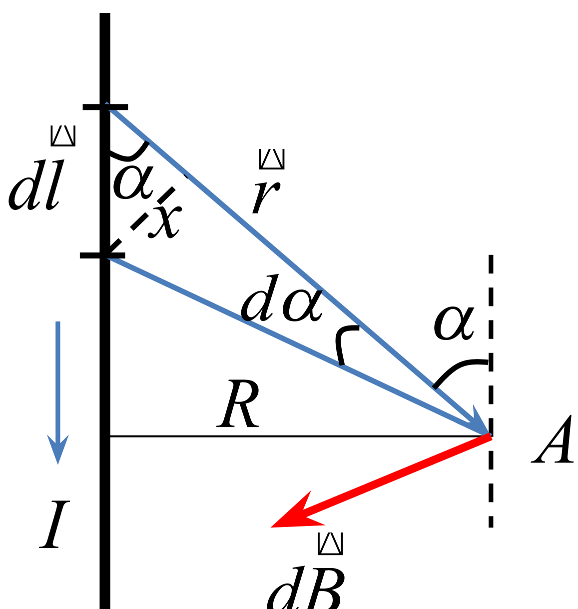




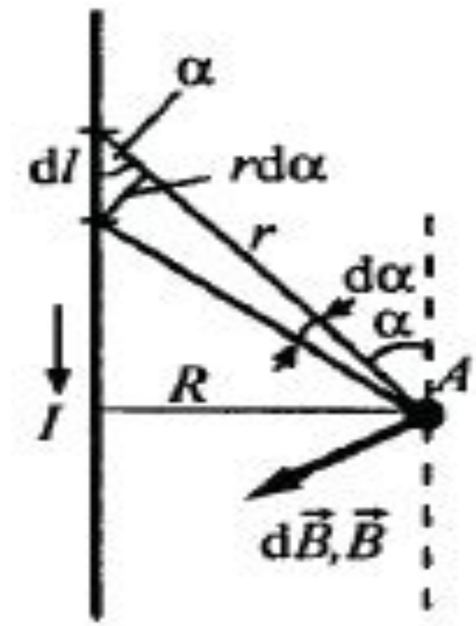
dl
α
r
A
I
dB



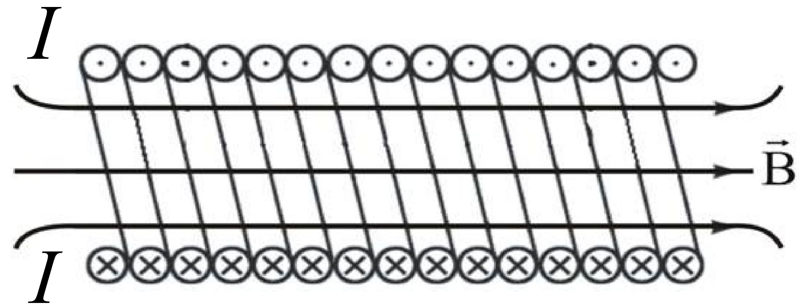
α
dl
I
r
A
dB

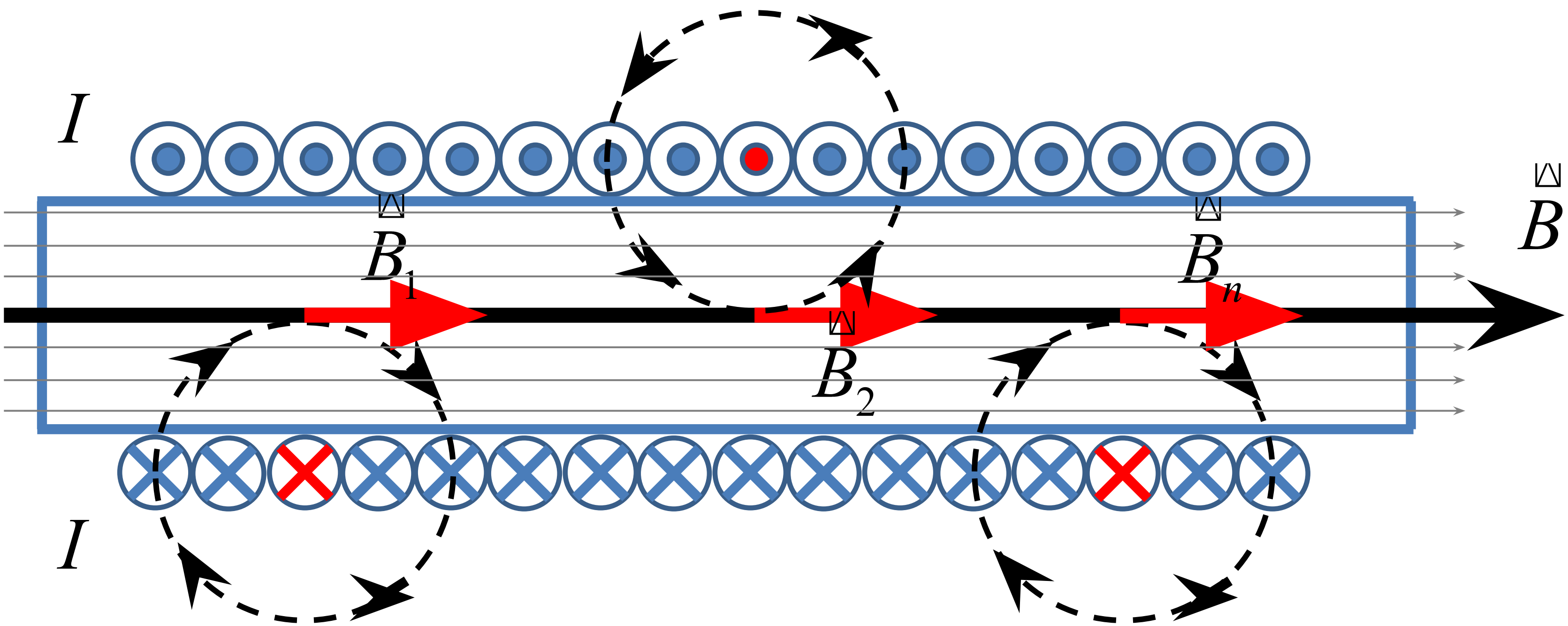


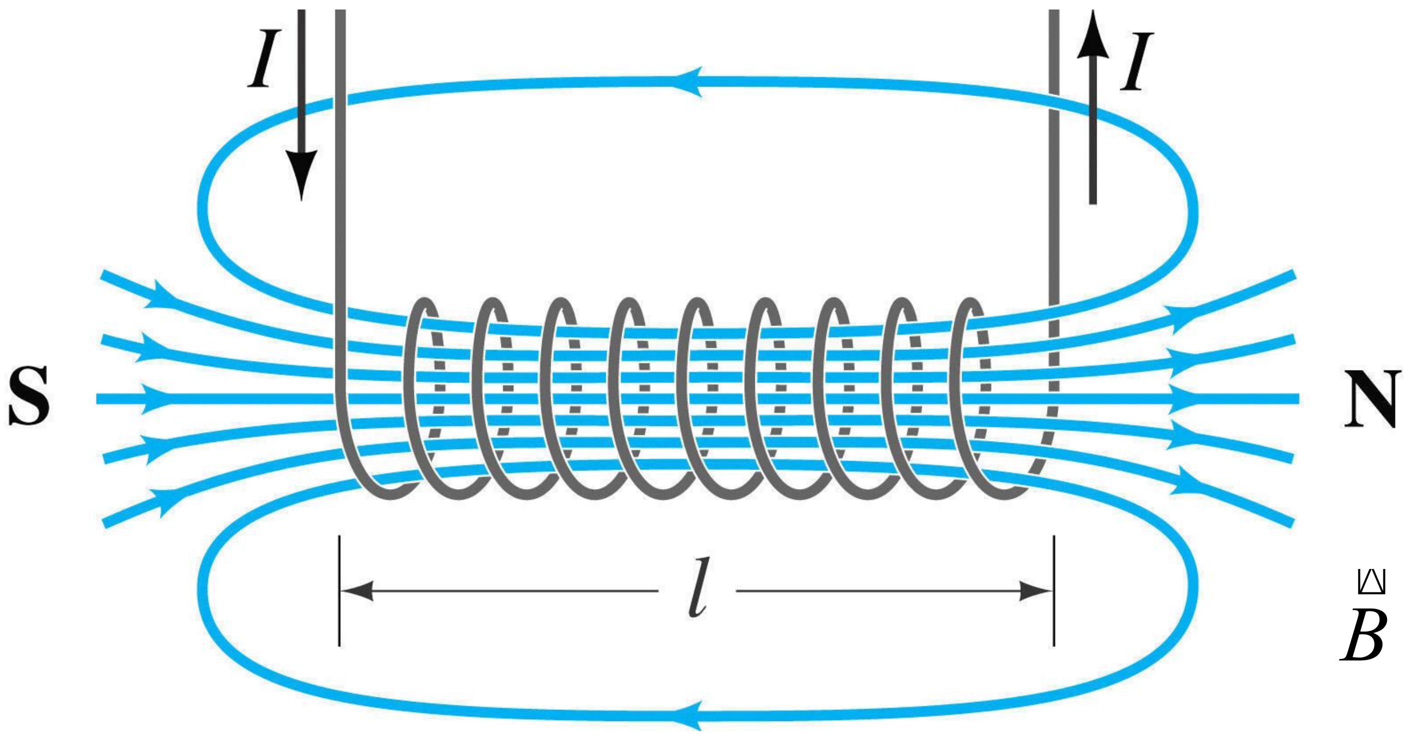
dl
α
x
r
dα
α
R
A
I
dB



α
dl
rdα
r
dα
α
A
R
I
dB,B


I
B
I


I
B_1
B_2
B_n
B
I


I
I
S
N
l
B