ГБПОУ ММТ им. Л.Б. Красина

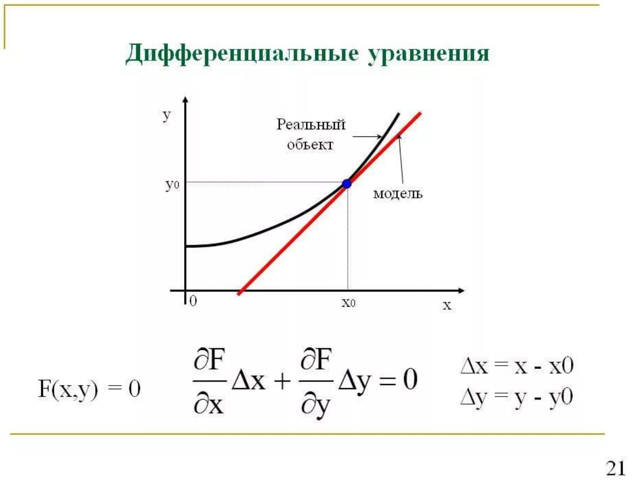
Дифференциальные уравнения

Быченкова Ирина 103-ДП-17

Ноябрь, 2017г

Дифференциальное уравнение

Уравнение, в которое входят производные функции, и может входить сама функция, независимая переменная и параметры. Порядок входящих в уравнение производных может быть различен.



Решением дифференциального уравнения

порядка *n* называется функция *y*(*x*), имеющая на некотором интервале (*a*, *b*) производные y'(x),y''(x),...,y^{(n)}(x)} до порядка *n* включительно и удовлетворяющая этому уравнению.

Процесс решения дифференциального уравнения называется ***интегрированием***

Задача об интегрировании дифференциального уравнения считается решённой, если нахождение неизвестной функции y(x) удается привести к квадратуре, (т.е. к виду f(x)\ dx, где f(x) - элементарная функция) независимо от того, выражается ли полученный интеграл в конечном виде через известные функции или нет.

Виды дифференциальных уравнений

- Обыкновенные
- Уравнения с частными производными
- Стохастические дифференциальные уравнения

Обыкновенные (ОДУ)

это дифференциальные уравнения для функции от одной переменной.

Они имеют вид:

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0,$$

Уравнения с частными производными

это уравнения, содержащие неизвестные функции от нескольких переменных и их частные производные

Общий вид:

$$F\left(x_1, x_2, \ldots, x_m, z, \frac{\partial z}{\partial x_1}, \frac{\partial z}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial z}{\partial x_m}, \frac{\partial^2 z}{\partial x_1^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x_1 \partial x_2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x_2^2}, \ldots, \frac{\partial^n z}{\partial x_m^n}\right) = 0,$$

Стохастическое дифференциальное уравнение (СДУ)

Уравнение ,в котором один член или более имеют стохастическую природу, то есть представляют собой стохастический процесс. Таким образом, решения уравнения также оказываются стохастическими процессами.

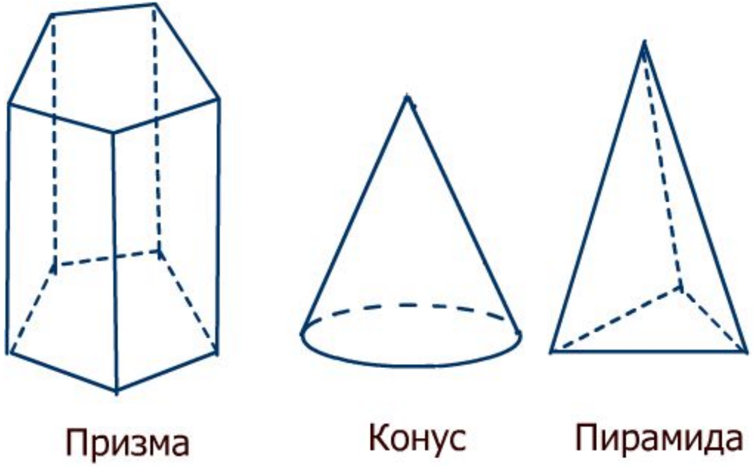
СДУ первого порядка:

$$\dot{x}_i = \frac{dx_i}{dt} = f_i(\mathbf{x}) + \sum_{m=1}^{n} g_i^m(\mathbf{x})\eta_m(t),$$

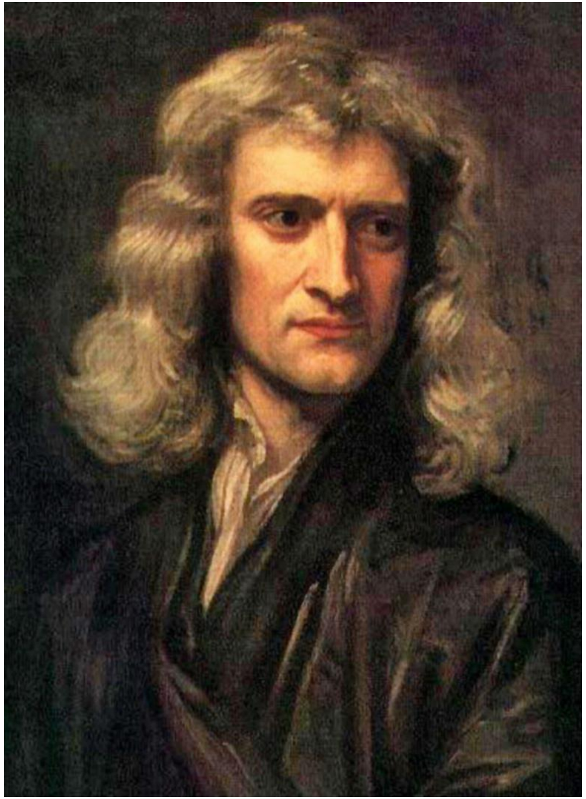
В физике СДУ традиционно записывают в форме уравнения Ланжевена.
И часто, не совсем точно, называют самим уравнением Ланжевина, хотя СДУ можно записать многими другими способами.

История дифференциальных уравнений

Первоначально дифференциальные уравнения возникли из задач механики, в которых требовалось определить координаты тел, их скорости и ускорения, рассматриваемые как функции времени при различных воздействиях. К дифференциальным уравнениям приводили также некоторые рассмотренные в то время геометрические задачи.



Основой теории дифференциальных уравнений стало дифференциальное исчисление, созданное Лейбницем и Ньютоном. Сам термин «дифференциальное уравнение» был предложен в 1676 году Лейбницем.



Из огромного числа работ по дифференциальным уравнениям выделяются работы Эйлера и Лагранжа. В этих работах была прежде развита теория малых колебаний, а следовательно — теория линейных систем дифференциальных уравнений

Новый этап развития теории дифференциальных уравнений начинается с работ Анри Пуанкаре, созданная им «качественная теория дифференциальных уравнений» вместе с теорией функций комплексных переменных легла в основу современной топологии. Качественная теория дифференциальных уравнений, или, как теперь её чаще называют, теория динамических систем, сейчас активно развивается и имеет важные применения в естествознании.