

Сегодня мы с вами повторим множества

- ✓ натуральных чисел
- ✓ целых чисел
- ✓ рациональных чисел
- ✓ действительных чисел

1) Что такое число?

Число — абстракция, используемая для количественной характеристики объектов.

2) Когда возникли числа?

Числа возникли еще в первобытном обществе в связи с потребностью людей считать предметы. С течением времени по мере развития науки число превратилось в важнейшее математическое понятие.

3) Какие виды чисел вам известны?

Натуральные, целые, рациональные, действительные

А) Как появились натуральные числа?

Их появление связано с необходимостью ведения счета предметов.

Множество натуральных чисел обозначается латинской буквой $N = \{1, 2, 3, \dots\}$

Б) Как появились **целые** числа?

Чтобы любое уравнение $\underline{x+a=v}$ имело корни, положительных чисел недостаточно и поэтому возникает потребность ввести отрицательные числа и нуль.

Человек пришел к выводу, что необходимо расширение понятия числа.

Множество целых чисел состоит из трех частей – натуральных чисел, отрицательные целые числа (противоположные натуральным числам) и число 0.

Целые числа обозначаются латинской буквой $Z = \{ \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$.

В) Как появились **рациональные** числа?

Одна из причин введения рациональных чисел обусловлена требованием, чтобы всякое линейное уравнение $ax = b$ было разрешимо т.к. в области целых чисел линейное уравнение разрешимо лишь в том случае, когда b делится нацело на a .

Рациональные числа – это числа, представимые в виде дроби $\frac{m}{n}$, где m — целое число, а n — натуральное число. Для обозначения рациональных чисел используется латинская буква Q . Все натуральные и целые числа – рациональные.

Г) Как появились действительные числа?

Одна из причин расширения множества рациональных чисел

до множества действительных чисел была связана с тем, чтобы выразить длину диагонали квадрата со стороной 1. Известно, что она равна $\sqrt{2}$

Действительные (вещественные) числа – это числа, которое применяются для измерения непрерывных величин. Множество действительных чисел обозначается латинской буквой R . Действительные числа включают в себя рациональные числа и иррациональные числа. Иррациональные числа – это числа, которые получаются в результате выполнения различных операций с рациональными числами (например, извлечение корня, вычисление логарифмов), но при этом не являются рациональными.

Вывод: Для перечисленных выше множеств чисел справедливо следующее высказывание:

Его можно проиллюстрировать с помощью кругов Эйлера.

$$N \subset Z \subset Q \subset R$$



Первичное усвоение знаний

(Исторические сведения
развития понятия числа)

Кроме привычных действительных (буквально – «реально существующих») чисел нам приходится рассматривать еще числа вида – положительное действительное.



Что это за числа, как их «потрогать руками» – все это вопросы, не имеющие ответа. Мы просто договорились считать, что они есть. И вполне естественно, что такие числа были названы в 1637 г. французским математиком Декартом *мнимыми*, т.е. «нереальными».

$$\sqrt{-1}$$

Число , играющее роль «строительного блока» в мире мнимых чисел, называют *мнимой единицей.*

В 1777 г. Л.
Эйлер, предложил
использовать первую
букву французского
слова (*imaginaire*) –
мнимый для обоз-
начения числа
(мнимой единицы $\sqrt{-1}$)



Эйлер

Этот символ вошел во всеобщее употребление благодаря К.Гауссу.

Термин «*комплексные числа*» также был введен Гауссом в 1831 году.

Слово комплекс (от латинского *complexus*) означает связь, сочетание, совокупность понятий, предметов, явлений и т.д., образующих единое целое.



К.Гаусс

Изложение нового материала

Комплексным числом Z называется число

вида $z = a + bi$,

где a и b – действительные числа,

i – мнимая единица;

число a называется действительной частью

$(\text{Re } z)$ комплексного числа z ,

число b называется мнимой частью $(\text{Im } z)$

комплексного числа z .

$z = a + bi$ – это ЕДИНОЕ ЧИСЛО, а не

сложение

Определение: Два комплексных числа равны тогда и только тогда, когда равны их действительные части и коэффициенты при мнимой единице.

$$z_1 = a_1 + b_1 i \quad \text{и} \quad z_2 = a_2 + b_2 i$$

$$z_1 = z_2 \quad a_1 + b_1 i = a_2 + b_2 i,$$

$$\text{если} \quad a_1 = a_2, \quad b_1 = b_2$$

Равенство комплексного числа нулю:

$$z = a + bi = 0, \quad \text{если} \quad a = 0, \quad b = 0$$

Определение: Два комплексных числа называются сопряженными, если они отличаются только знаками коэффициента при мнимой единице.

$$z = a + bi \quad z = a - bi$$

Определение: Два комплексных числа называется противоположными, если они в сумме дают нуль.

Действия над комплексными числами в алгебраической форме

Сложение комплексных чисел

Для того чтобы сложить два комплексных числа нужно сложить их действительные и мнимые части

$$z_1 + z_2 = (a_1 + b_1 i) + (a_2 + b_2 i) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) * i$$

Вычитание комплексных чисел

Для того чтобы вычесть из одного комплексного числа другое, нужно вычесть действительные и мнимые части соответственно

$$z_1 - z_2 = (a_1 + b_1 i) - (a_2 + b_2 i) = (a_1 - a_2) - (b_1 - b_2) * i$$

Умножение комплексных чисел

Комплексные числа перемножаются как двучлены, при этом учитывается, что

$$i^2 = -1.$$

$$z_1 * z_2 = (a_1 + b_1 i) * (a_2 + b_2 i)$$

Деление комплексных чисел

Деление чисел осуществляется *методом* умножения знаменателя и числителя на *сопряженное знаменателю выражение*

$$z_1 / z_2 = z_1 * z_2 / z_2 * z_2 =$$

$$(a_1 + b_1 i) * (a_2 - b_2 i) / (a_2 + b_2 i) * (a_2 - b_2 i)$$

Рассмотрим примеры

Пример 1

Сложить два комплексных числа

$$z_1 = 2 + 5i, \quad z_2 = 4 - 3i,$$

$$z = 6 + 2i$$

Пример 2

Найти разности комплексных чисел, если

$$z_1 = 10 - 25i, \quad z_2 = 1 - 3i$$

Действие аналогично сложению,

единственная особенность состоит в том,

что вычитаемое нужно взять в скобки,

а затем – стандартно раскрыть эти скобки со сменой знака:

$$z = 10 - 25i - (1 - 3i) = 9 - 22i$$

Пример 3

Найти произведение комплексных чисел $z_1 = 1 - i$

$$z_2 = 3 + 6i$$

Ответ: $z = 9 + 3i$

Пример 4

Найти отношение $z_1 = 3 + i$ и $z_2 = 4 + i$

$$\frac{3 + i}{4 + i}$$

Умножаем числитель и знаменатель на $(4 - i)$

$$\frac{13}{17} + \frac{i}{17}$$

Решение квадратных уравнений в поле комплексных чисел

$$ax^2 + bx + c = 0$$

1 случай: $D > 0$, 2 корня, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

2 случай $D = 0$, 1 корень, $x = \frac{-b}{2a}$

3 случай: $D < 0$, 2 корня, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

1. Решите уравнение $x^2 - 4x + 5 = 0$.

Решение. $D = -4 < 0$,

$$\sqrt{D} = \pm 2i,$$

уравнение имеет мнимые корни: $2+i, 2-i$

2. Решите уравнение $x^2 - x + 10 = 0$.

Решение. $D = -39 < 0$,

$\sqrt{D} = \pm\sqrt{39}i$, уравнение имеет мнимые корни:

$$\frac{1 \pm \sqrt{39}i}{2}$$

Решить самостоятельно

Пример 1

Сложить два комплексных числа:

$$z_1 = -4 + 10i \quad z_2 = 5 + 3i$$

Пример 2

Найти разности комплексных чисел:

$$z_1 = -5 + 10i \quad z_2 = 1 + 3i$$

Пример 3

Найти произведение комплексных чисел:

$$z_1 = 5 - 2i \quad z_2 = 1 - 4i$$

Решите уравнения:

1. Решите уравнение $x^2 - 4x + 13 = 0$

2. Решите уравнение $x^2 - 2x + 15 = 0$.

Домашнее задание

1. Даны два комплексных числа $z_1 = (4 + 2i)$ и $z_2 = (1 - 3i)$.

Найти их сумму, разность, произведение и частное.

2. Даны два комплексных числа $z_1 = (5 + 2i)$ и $z_2 = (2 - 5i)$.

Найти их сумму, разность, произведение и частное.

3. Решить уравнения:

1. $x^2 + (5 - 2i)x + 5(1 - i) = 0;$

2. $x^2 + (1 - 2i)x - 2i = 0;$

Рефлексия

1. Как вы оцениваете свою работу на занятии?

- Мне больше всего удалось...
- Для меня было открытием то, что ...
- За что ты можешь себя похвалить?
- Что на ваш взгляд не удалось? Почему? Что учесть на будущее?
- Мои достижения на уроке

2. Подберите выражение (их может быть несколько), которое характеризует вашу работу на занятии

НА УРОКЕ Я:

- ВКЛАДЫВАЛ ДУШУ
- ПРОСИЖИВАЛ ШТАНЫ
- ХЛОПАЛ УШАМИ
- РАБОТАЛ НЕ ПОКЛАДАЯ РУК
- ШЕВЕЛИЛ МОЗГАМИ
- РАБОТАЛ ТЯП-ЛЯП
- СЧИТАЛ ВОРОН
- РАБОТАЛ В ПОТЕ ЛИЦА
- СЛЫШАЛ КРАЕМ УХА
- СТАРАЛСЯ ИЗО ВСЕХ СИЛ
- БИЛСЯ КАК РЫБА ОБ ЛЁД