Сегодня мы с вами повторим множества

- натуральных чисел
- целых чисел
- рациональных чисел
- действительных чисел

1) Что такое число?

Число — абстракция, используемая для количественной характеристики объектов.

2) Когда возникли числа?

Числа возникли еще в первобытном обществе в связи с потребностью людей считать предметы. С течением времени по мере развития науки число превратилось в важнейшее математическое понятие.

3) Какие виды чисел вам известны?

Натуральные, целые, рациональные, действительные

А) Как появились **натуральные** числа?

Их появление связано с необходимостью ведения счета предметов.

Множество натуральных чисел обозначается латинской буквой $N = \{1,2,3,....\}$

Б) Как появились **целые** числа?

Чтобы любое уравнение x+a=в имело корни, положительных чисел недостаточно и поэтому возникает потребность ввести отрицательные числа и нуль.

Человек пришел к выводу, что необходимо расширение понятия числа.

Множество целых чисел состоит из трех частей – натуральные числа, отрицательные целые числа (противоположные натуральным числам) и число 0.

Целые числа обозначаются латинской буквой ***Z***={…-3,-2,-1,0,1,2,3,....}.

В) Как появились **рациональные** числа?

Одна из причин введения рациональных чисел обусловлена требованием, чтобы всякое линейное уравнение $ax = b$ было разрешимо т.к. в области целых чисел линейное уравнение разрешимо лишь в том случае, когда b делится нацело на a.

Рациональные числа – это числа, представимые в виде дроби , где m — целое число, а n — натуральное число. Для обозначения рациональных чисел используется латинская буква $\boldsymbol{Q}$. Все натуральные и целые числа – рациональные.

Г) Как появились **действительные** числа?

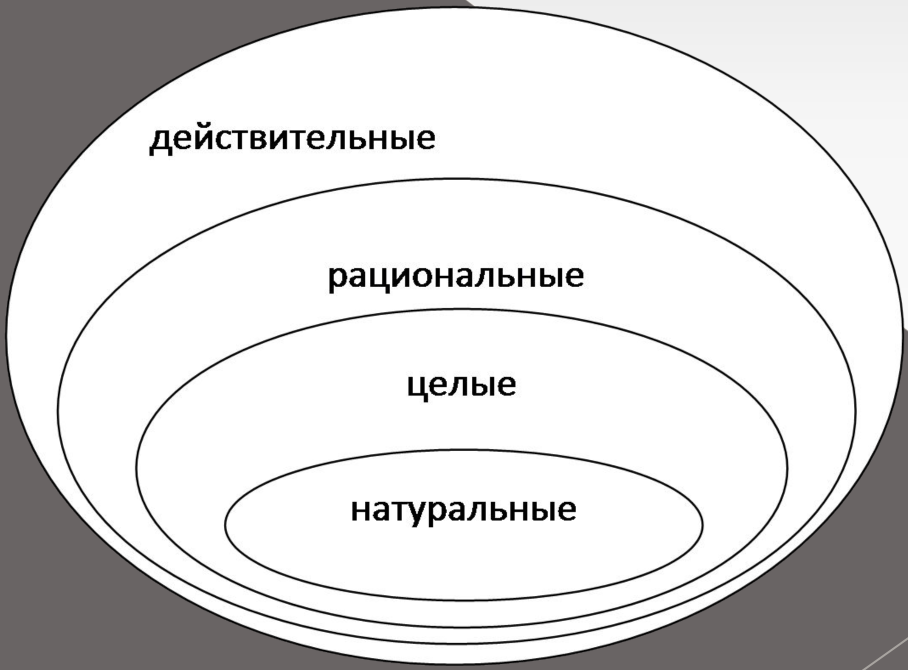
Одна из причин расширения множества рациональных чисел

до множества действительных чисел была связана с тем, чтобы выразить длину диагонали квадрата со стороной 1. Известно, что она равна $\sqrt{2}$

Действительные (вещественные) числа – это числа, которое применяются для измерения непрерывных величин. Множество действительных чисел обозначается латинской буквой R. Действительные числа включают в себя рациональные числа и иррациональные числа. Иррациональные числа – это числа, которые получаются в результате выполнения различных операций с рациональными числами (например, извлечение корня, вычисление логарифмов), но при этом не являются рациональными.

Вывод: Для перечисленных выше множеств чисел справедливо следующее высказывание:
Его можно проиллюстрировать с помощью кругов Эйлера.

$$N \subset Z \subset Q \subset R$$



Первичное усвоение знаний

(Исторические сведения развития понятия числа)

Кроме привычных действительных (буквально – «реально существующих») чисел нам приходится рассматривать еще числа вида – положительное действительное.

Что это за числа, как их «потрогать руками» – все это вопросы, не имеющие ответа. Мы просто договорились считать, что они есть. И вполне естественно, что такие числа были названы в 1637 г. французским математиком Декартом *мнимыми*, т.е. «нереальными».

$$\sqrt{-1}$$

Число , играющее роль «строительного блока» в мире мнимых чисел, называют ***<u>мнимой единицей</u>***.

В 1777 г. Л. Эйлер, *предложил использовать* первую букву французского слова (imaginare) – мнимый для обозначения числа (мнимой единиц $\sqrt{-1}$)

Эйлер

Этот символ вошел во всеобщее употребление благодаря К.Гауссу. Термин «*комплексные числа*» также был введен Гауссом в 1831 году.

Слово комплекс (от латинского *complexus*) означает связь, сочетание, совокупность понятий, предметов, явлений и т.д., образующих единое целое.

Изложение нового материала

Комплексным числом Z называется число вида $z = a+bi$,

где $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ – действительные числа,

$\boldsymbol{i}$ *–мнимая единица*;

число $\boldsymbol{a}$ называется *действительной частью* **(Re** z**)** комплексного числа z,

число $\boldsymbol{b}$ называется *мнимой частью* **(Im** z**)** комплексного числа z.

$z = \boldsymbol{a+bi}$ – это ЕДИНОЕ ЧИСЛО, а не сложение

Определение: Два комплексных числа равны тогда и только тогда, когда равны их действительные части и коэффициенты при мнимой единице.

$z_1 = a_1+b_1i$ и $z_2 = a_2+b_2i$

$z_1 = z_2 \quad a_1+b_1i = a_2+b_2i$,

если $a_1= a_2, \; b_1= b_2$

Равенство комплексного числа нулю:

$z = a+bi=0$, *если* $a=0$, $b=0$

Определение: Два комплексных числа называются сопряженными, если они отличаются только знаками коэффициента при мнимой единице.

$$z = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{bi} \qquad z = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{bi}$$

Определение: Два комплексных числа называется противоположными, если они в сумме дают нуль.

Действия над комплексными числами в алгебраической форме

Сложение комплексных чисел

Для того чтобы сложить два комплексных числа нужно сложить их действительные и мнимые части

$$z_1 + z_2 = (a_1 + b_1 i) + (a_2 + b_2 i) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) * i$$

Вычитание комплексных чисел

Для того чтобы вычесть из одного комплексного числа другое, нужно вычесть действительные и мнимые части соответственно

$$z_1 - z_2 = (a_1 + b_1 i) - (a_2 + b_2 i) = (a_1 + a_2) - (b_1 + b_2) * i$$

Умножение комплексных чисел

Комплексные числа перемножаются как двучлены, при этом учитывается, что

$$i^2 = -1.$$

$$z_1 * z_2 = (a_1+b_1 i) * (a_2+b_2 i)$$

Деление комплексных чисел

Деление чисел осуществляется ***методом умножения знаменателя и числителя на сопряженное знаменателю выражение***

$$z_1 / z_2 = z_1 * z_2 / z_2 * z_2 =$$

$$(a_1+b_1 i) * (a_2-b_2 i) / (a_2+b_2 i) * (a_2-b_2 i)$$

Рассмотрим примеры

Пример 1

Сложить два комплексных числа

$$z_1 = 2+5i, \quad z_2 = 4-3i,$$

$z = 6+2i$

Пример 2

Найти разности комплексных чисел, если

$$z_1 = 10-25i, \quad z_2 = 1-3i$$

Действие аналогично сложению,
единственная особенность состоит в том,
что вычитаемое нужно взять в скобки,
а затем – стандартно раскрыть эти скобки со сменой знака:
$z = 10-25i - (1-3i) = 9-22i$

Пример 3

Найти произведение комплексных чисел $z_1=1-i$ $z_2=3+6i$

Ответ: $z=9+3i$

Пример 4

Найти отношение $z_1=3+i$ и $z_2=4+i$

$$\frac{3+i}{4+i}$$

Умножаем числитель и знаменатель на $(4-i)$

$$\frac{13}{17}+\frac{i}{17}$$

Решение квадратных уравнений в поле комплексных чисел

$$ax^2 + bx + c = 0$$

1 случай: $D>0$, 2 корня, $x_{1,2} = \frac{-в \pm \sqrt{D}}{2a}$

2 случай $D=0$, 1 коре нь, $x = \frac{-в}{2a}$

3 случай: $D<0$, 2 корня, $x_{1,2} = \frac{-в \pm \sqrt{D}}{2a}$

1. Решите уравнение $x^2 - 4x + 5 = 0$.

Решение. $D = -4 < 0$,

$$\sqrt{D} = \pm 2i,$$

уравнение имеет мнимые корни: $2+i$, $2-i$

2. Решите уравнение $x^2 - x + 10 = 0$.

Решение. $D = -39 < 0$,

$\sqrt{D} = \pm\sqrt{39}i$, уравнение имеет мнимые корни:

$$\frac{1 \pm \sqrt{39}i}{2}$$

Решить самостоятельно

Пример 1

Сложить два комплексных числа:

$z_1=-4+10i \quad z_2=5+3i$

Пример 2

Найти разности комплексных чисел:

$z_1=-5+10i \quad z_2=1+3i$

Пример 3

Найти произведение комплексных чисел:

$z_1=5-2i \quad z_2=1-4i$

Решите уравнения:

1. Решите уравнение $x^2 - 4x + 13 = 0$

2. Решите уравнение $x^2 - 2x + 15 = 0$.

Домашнее задание

1. Даны два комплексных числа $z_1 = (4 + 2i)$ и $z_2 = (1 - 3i)$.

Найти их сумму, разность, произведение и частное.

2. Даны два комплексных числа $z_1 = (5 + 2i)$ и $z_2 = (2 - 5i)$.

Найти их сумму, разность, произведение и частное.

3. Решить уравнения:

1. $x^2 + (5 - 2i)\,x + 5(1 - i) = 0$;

2. $x^2 + (1 - 2i)\,x - 2i = 0$;

Рефлексия

1.Как вы оцениваете свою работу на занятии?

- Мне больше всего удалось…
- Для меня было открытием то, что …
- За что ты можешь себя похвалить?
- Что на ваш взгляд не удалось? Почему? Что учесть на будущее?
- Мои достижения на уроке

2. Подберите выражение (их может быть несколько), которое характеризует вашу работу на занятии

НА УРОКЕ Я:

- ВКЛАДЫВАЛ ДУШУ
- ПРОСИЖИВАЛ ШТАНЫ
- ХЛОПАЛ УШАМИ
- РАБОТАЛ НЕ ПОКЛАДАЯ РУК
- ШЕВЕЛИЛ МОЗГАМИ
- РАБОТАЛ ТЯП-ЛЯП
- СЧИТАЛ ВОРОН
- РАБОТАЛ В ПОТЕ ЛИЦА
- СЛЫШАЛ КРАЕМ УХА
- СТАРАЛСЯ ИЗО ВСЕХ СИЛ
- БИЛСЯ КАК РЫБА ОБ ЛЁД