МИНОБРНАУКИ России
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
Высшего образования «Югорский государственный университет»
Сургутский нефтяной техникум (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«Югорский государственный университет»

ОП.05. Техническая механика

Преподаватель
Шалухина Мария Юрьевна

Основные разделы курса

- Механика – наука о механическом движении и взаимодействии материальных тел.
- Теоретическая механика – раздел механики, в котором изучаются законы движения тел и общие свойства этих движений.

✓ Статика

✓ Кинематика

✓ Динамика

✓ Сопротивление материалов

✓ Детали машин

Раздел 1. Теоретическая механика. Статика

- **Глава 1. Основные положения и аксиомы статики**
- **Тема 1.1. Основные понятия и аксиомы статики**
- Основные понятия и аксиомы статики
- Материальная точка, абсолютно твердое тело.
- Сила, система сил, эквивалентные системы сил.
- Равнодействующая и уравновешивающая силы.
- Аксиомы статики.
- Связи и реакции связей.
- Определение направления реакций связей

Основные понятия и аксиомы статики

- **Статика** есть часть теоретической механики, изучающая условия, при которых тело находится в равновесии.
- **Абсолютным механическим равновесием** будем считать такое состояние, когда тело находится в покое или движется прямолинейно и равномерно, причем все точки тела движутся одинаково.

Основные понятия и аксиомы статики

- **Тело называют абсолютно твердым(или абсолютно жестким**), еслирасстояние между любыми его точками неменяется при действии нанего других тел.

Материальной точкойназывается точка, имеющая массу.

Материальной точкоймы будем считать не только тело, имеющее очень малые размеры, но и любое тело, размерами которого в условиях даннойзадачи можно пренебречь.

Основные понятия и аксиомы статики

- Абсолютно твердое тело представляет собой неизменяемую систему материальных точек.
- Тело - называется **свободным**, если никакие другие тела не препятствуют его перемещению в любом направлении, в противном случае тело называется **несвободным, или связанным.**

Основные понятия и аксиомы статики

- **Сила -** есть мера механического взаимодействия тел.
- **Сила характеризуется тремя элементами:** числовым значением,

  направлением и точкой приложения
- Таким образом, **сила — величина векторная.**
- Числовое значение силы называется **модулем вектора силы.**
- Прямая линия, по которой направлен вектор силы, называется **линией действия силы.**

Основные понятия и аксиомы статики

- В соответствии с Международной системой единиц (СИ) в **качестве единицы силы принят ньютон (Н).**
- Ньютон есть сила, сообщающая телу массой 1 кг ускорение 1 м/с2 в направлении действия силы.
- Кратные и дольные единицы силы образуются путем умножения или деления основной единицы на 10 в некоторой степени.
- Их названия образуются присоединением десятичных приставок:
- **мега (М) ....106 деци (д) . . . . 10-1 кило (к) ....103 санти (с) . . . . 10-2 гекто (г) ....102 милли (м) . . . . 10-3 дека (да) ....101 микро (мк) 10-6**

Основные понятия и аксиомы статики

- Например,
- 1 килоньютон (кН) = 103 Н,
- 1 меганьютон (МН) = 106 Н,
- 1 миллиньютон (мН) = 10-3 Н.

статики

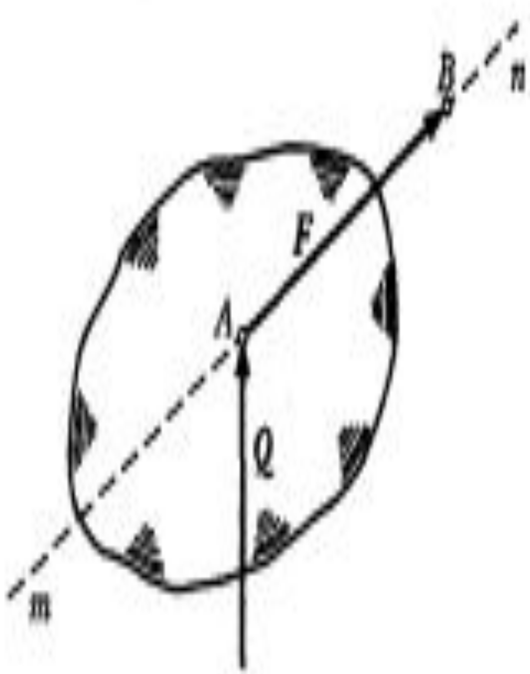


Рис. 1.1

- Графически силу изображают отрезком прямой со стрелкой;
- Длина отрезка в определенном масштабе равна модулю вектора силы (рис.1.1).
- На рис.1.1 изображена сила, приложенная в точке A и действующая по линии mn.
- Вектор силы обозначим прописной латинской жирной буквой **F**, а модуль силы — той же буквой, но светлой F*.
- Для вектора силы **F** точка A будет называться началом, а точка B — концом вектора.
- Нередко удобно изображать вектор силы так, чтобы стрелка, стоящая в конце вектора, упиралась в точку приложения силы (сила Q на рис. 1.1).

Основные понятия и аксиомы статики

- Совокупность тел (в том числе материальных точек), каким – то образом связанных между собой, назовем **системойтел.**
- Силы взаимодействия между телами, входящими в данную систему, называют **внутренними**, а силы, с которыми действуют на данную систему другие тела — **внешними.**

Основные понятия и аксиомы статики

- Основные аксиомы статики сформулированы английским ученым И. Ньютоном (1642 — 1727) и поэтому названы его именем.

Аксиома I (аксиома инерции, или первый закон Ньютона).

Всякое тело сохраняет свое состояние покоя или прямолинейного равномерного движения, пока какие -нибудь силы не выведут тело из этого состояния.

Основные понятия и аксиомы статики

- **Аксиома II (аксиома взаимодействия, или третий закон Ньютона).**

Силы взаимодействия между собой двух тел всегда равны по модулю и направлены по соединяющей их прямой в противоположные стороны.

Основные понятия и аксиомы статики

- **Аксиома III (условие равновесия двух сил).** Для равновесия свободного твердого тела, находящегося под действием двух сил, необходимо и достаточно, чтобы эти силы были равны по модулю и действовали по одной прямой в противоположные стороны.

- **Аксиома IV. Равновесие** (как и любое другое механическое состояние) твердого

Основные понятия и аксиомы статики

- **Аксиома V (аксиома параллелограмма).** Равнодействующая двух сил, приложенных к телу в одной точке, равна по модулю и совпадает по направлению с диагональю параллелограмма, построенного на данных силах, и приложена в той же точке.

Связи и реакции связей

- Тело, ограничивающее свободу движения твердого тела, является по отношению к нему *связью.*
- Тело, которое может совершать любые перемещения в пространстве, называется *свободным;*
- Тело, которое не может совершать любые перемещения в пространстве, называется не*свободным;*

Связи и реакции связей

- По аксиоме 4 статики связь будет действовать на тело с такой же силой, но противоположно направленной.
- Сила, с которой данная связь действует на тело, препятствуя тому или иному перемещению, называется *силой реакции* связи.

Связи и реакции связей

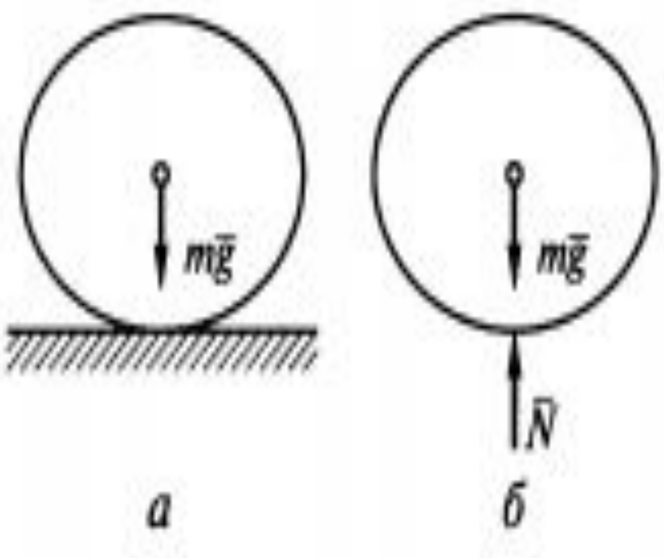


Рис. 1.6

- Из изложенного следует **принцип освобождаемости** твердого тела от связи, или **аксиома связи:** всякое несвободное тело (рис. 1.6, *а)* можно рассматривать как свободное, если мысленно отбросить наложенные на тело связи и приложить вместо них силы реакции этих связей (рис. 1.6, *б).*
- На рис. 1.6 *mg — вес* тела, *N* — реакция связей.

Связи и реакции связей

- Модуль и направление каждой *активной силы* известны заранее и не зависят от действия других приложенных к данному телу
  сил.
- Примерами активных сил могут служить мускульная сила человека, сила тяжести, сила сжатой пружины.

Связи и реакции связей

- Реакции связи на покоящееся тело возникают лишь в тех случаях, когда это тело под действием активных сил оказывает давление на связь, поэтому они и называются *пассивными силами.*

Плоская система сходящихся сил

Система сил, линии действия которых лежат в одной плоскости, называется ***плоской***.

***Сходящимися* называются силы,** линии действия которых пересекаются в одной точке (рис. 1.13, *а*).

Существуют два способа сложения сходящихся сил:

геометрический (рис. 1.13, *б*)

аналитический (рис. 1.13, *в*).

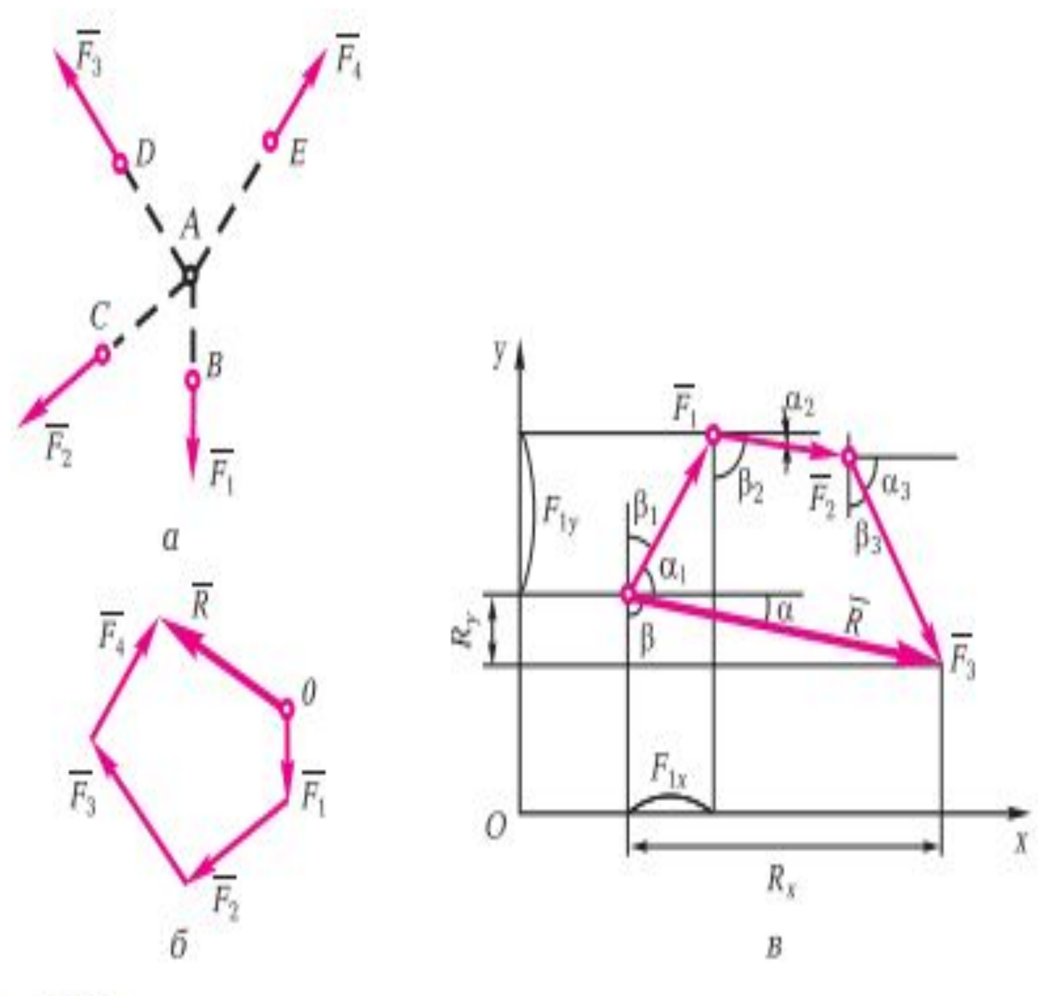


Рис. 1.13

Плоская система сходящихся сил

Теорема. *Плоская система сходящихся сил в общем случае эквивалентна равнодействующей, которая равна векторной сумме этих сил; линия действия равнодействующей проходит через точку пересечения линий действия составляющих.*

Пусть дана плоская система трех сил $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$ и $\boldsymbol{F}_3$, линии действия которых сходятся в точке *A*. На основании следствия из аксиом III и IV перенесем эти силы вдоль линий их действия в точку *A*. Сложив первые две силы $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$ по правилу параллелограмма, получим их равнодействующую $\boldsymbol{R}$ (рис. 2.1, *а*):

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2.$$

Плоская система сходящихся сил

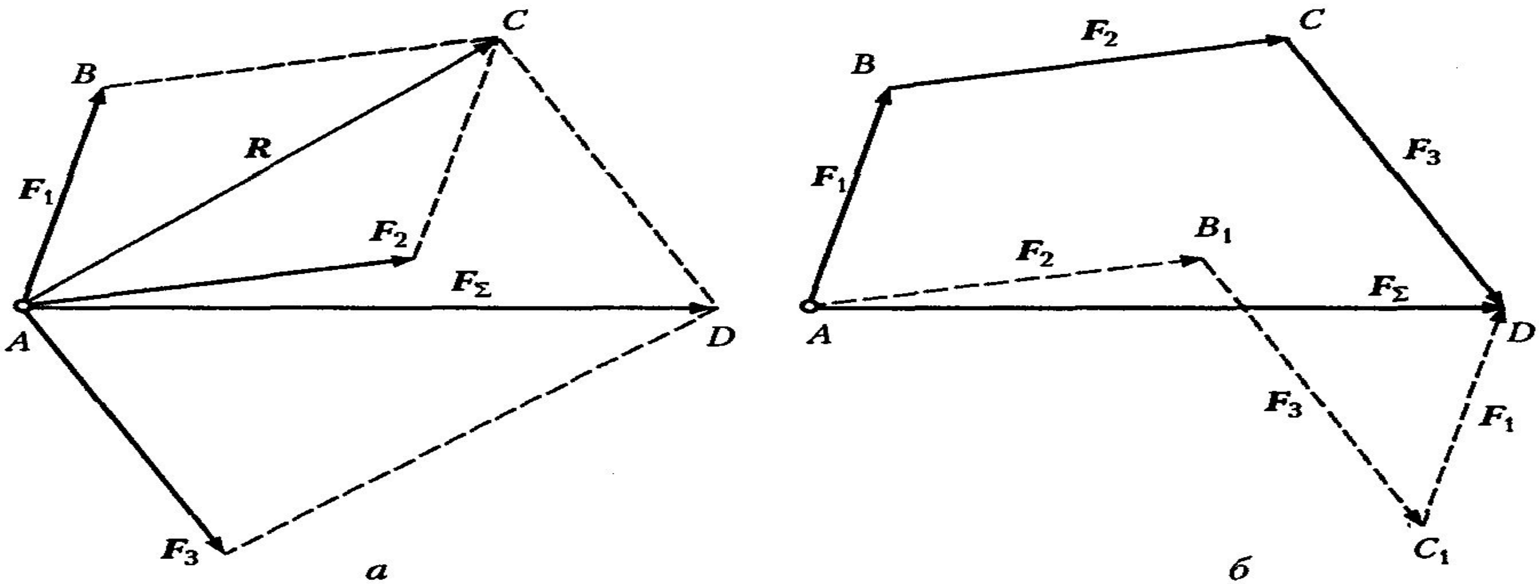


Рис. 2.1

Пользуясь той же аксиомой параллелограмма, сложим равнодействующую $\boldsymbol{R}$ с силой $\boldsymbol{F}_3$:

$$\boldsymbol{F}_\Sigma = \boldsymbol{R} + \boldsymbol{F}_3 = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3,$$

где $\boldsymbol{F}_\Sigma$ — равнодействующая данной системы трех сил.

Аналогичные рассуждения можно провести для любого количества сходящихся сил, в результате чего получим

$$\boldsymbol{F}_\Sigma = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 + \ldots + \boldsymbol{F}_n.$$

Сокращенно это равенство запишем так:

$$\boldsymbol{F}_\Sigma = \sum \boldsymbol{F}_i,$$

где i — все целые числа от 1 до n.

Плоская система сходящихся сил

Очевидно, что построение, выполненное на рис. 2.1, *а*, можно заменить более простым (рис. 2.1, *б*). Многоугольник *ABCD* называется силовым многоугольником. Сторона *AD*, соединяющая начало первого с концом последнего вектора, называется замыкающей стороной.

Плоская система сходящихся сил Геометрический способ

Если определить равнодействующую из силового многоугольника с помощью геометрии и тригонометрии, то такой способ будет называться геометрическим.

Плоская система сходящихся сил Геометрический способ

При построении силового многоугольника возможен случай, когда конец последнего вектора совпадает с началом первого. В этом случае замыкающей стороны не будет, и такой силовой многоугольник называется з а м к н у т ы м.

Очевидно, что равнодействующая $\boldsymbol{F}_\Sigma$ системы сходящихся сил, дающих замкнутый силовой многоугольник, равна нулю, и, следовательно, эта система эквивалентна нулю, т.е. *находится в равновесии*. Отсюда вытекает условие, при котором плоская система сходящихся сил будет находиться в равновесии. Это условие выражается равенством

$$\boldsymbol{F}_\Sigma = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 + \ldots + \boldsymbol{F}_n = \sum \boldsymbol{F}_i = 0$$

и формулируется так: *для равновесия плоской системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы силовой многоугольник был замкнут.*

Условия равновесия, записанные в виде равенств, содержащих неизвестные величины, называются у р а в н е н и я м и р а в н о в е с и я.

Плоская система сходящихся сил

Применяя геометрическое условие равновесия, удобно решать задачи, в которых на тело действуют три силы, так как в этом случае замкнутый силовой многоугольник представляет собой треугольник.

Решение большинства задач статики проводят в три этапа:

1) выбирают тело, равновесие которого будет рассматриваться;

2) отбрасывают связи, заменяя их реакциями, и устанавливают, какая система сил действует на тело;

3) пользуясь условиями равновесия, находят неизвестные величины.

При решении задач технической механики необходимо строго соблюдать правило: *размерности и единицы величин всех слагаемых и обеих частей равенства должны быть одинаковыми.*

Плоская система сходящихся сил

Аналитический способ сложения сходящихся сил. Проецируя векторное равенство *F*-1 + *F*-2 +*F*-3 = *R*- на оси координат (см. рис. 1.13, *в*), получим два алгебраических равенства:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = R_x;$$
$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = R_y,$$

или

$$F_1\cos\alpha_1 + F_2\cos\alpha_2 + F_3\cos\alpha_3 = R\cos\alpha;$$
$$F_1\cos\beta_1 - F_2\cos\beta_2 - F_3\cos\beta_3 = -R\cos\beta.$$

Отсюда определим значение равнодействующей всех сходящихся сил

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

и направление вектора $\bar{R}$

$$\cos\alpha = \frac{R_x}{R}; \ \cos\beta = \frac{R_y}{R}.$$

Условием равновесия системы сходящихся сил является равенство нулю модуля равнодействующей $\bar{R}$, т.е. силовой многоугольник должен быть замкнут (при геометрическом способе сложения) или проекции равнодействующей силы на оси координат должны быть равны нулю ($R_x = R_y = 0$) (при аналитическом способе). Отсюда для плоской системы сходящихся сил получим два уравнения равновесия

$$\sum F_{ix} = 0; \ \sum F_{iy} = 0.$$

Следовательно,

> для равновесия системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы сумма проекций всех сил на каждую из осей координат была равна нулю.

Проекция силы на ось, правило знаков

Проекцией силы на ось, называется отрезок оси, заключенный между двумя перпендикулярами и,опущенными на ось, из начала и конца вектора силы.

Установим следующее правило знаков:

если направление проекции силы на ось совпадает с положительным направлением оси, то эта проекция считается положительной, и наоборот.

Если вектор силы *параллелен оси*, то он проецируется на эту ось в *натуральную величину* (см. рис. 2.3, сила $\boldsymbol{F}$).

Если вектор силы *перпендикулярен оси*, то его проекция на эту ось *равна нулю* (см. рис. 2.3, сила $\boldsymbol{Q}$).

Зная две проекции P_x и P_y, из треугольника ABC определяем модуль и направление вектора силы $\boldsymbol{P}$ по следующим формулам:

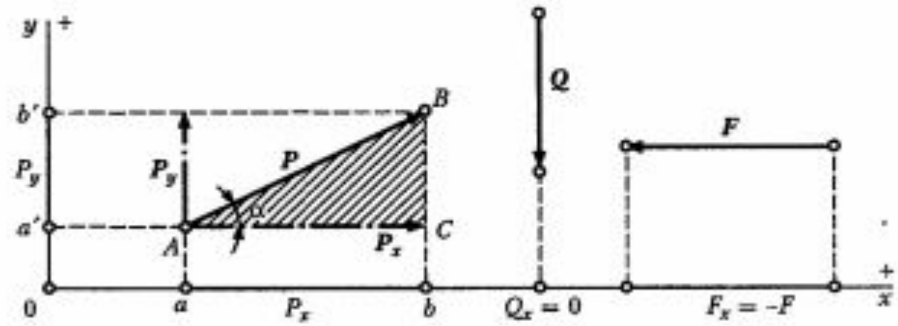


Рис. 2.3

модуль силы

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2};$$

направляющий тангенс угла между вектором силы $\boldsymbol{P}$ и осью x

$$\operatorname{tg}\alpha = P_y / P_x.$$

Пара сил и момент силы

Плоскость, в которой расположена пара, называется плоскостью действия пары. Расстояние между линиями действия сил есть плечо пары. Эффект действия пары состоит в том, что она стремится вращать тело, к которому приложена. Ее вращательное действие определяется моментом пары.

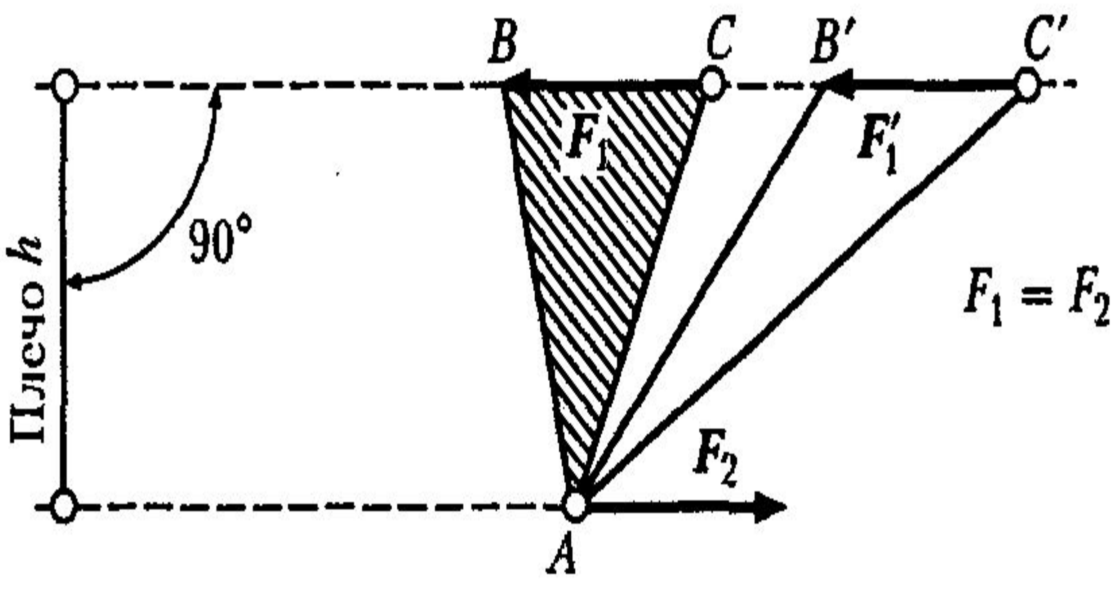


Рис. 4.1

Пара сил и момент силы

Моментом пары называется произведение модуля одной из сил, составляющих пару, на плечо:

$$M(\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2) = F_1 h = F_2 h = m.$$

Момент пары и момент силы имеют одинаковую размерность. Условимся считать *момент пары положительным, если она стремится вращать свое плечо против часовой стрелки, и наоборот.*

Момент пары *численно* равен удвоенной площади треугольника, у которого основанием является вектор одной из сил пары, а высотой — плечо.

Из рис. 4.1 видно, что момент пары не меняется при переносе сил вдоль линий их действия, так как треугольники ABC и $AB'C'$ — равновеликие.

Пара сил и момент силы

Теорема I. *Пара сил не имеет равнодействующей.*

Дана пара сил $(\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2)$ с плечом h (рис. 4.2).

Предположим, что $F_2 > F_1$. Тогда равнодействующая этих сил $F_\Sigma = F_2 - F_1$, а точка ее приложения определяется из пропорции

$$F_\Sigma / F_1 = h / x, \text{откуда } x = F_1 h / F_\Sigma.$$

Пусть теперь сила F_2 уменьшается и приближается по модулю к силе F_1, тогда в пределе при $F_1 = F_2$

$$F_\Sigma = F_2 - F_1 = 0.$$

Это значит, что при $F_1 = F_2$ *равнодействующая не существует.*

Из этой теоремы следует, что *пара сил не может быть уравновешена одной силой, пара сил может быть уравновешена только парой.*

Пара сил и момент силы

Теорема II. *Алгебраическая сумма моментов сил, составляющих пару, относительно любой точки плоскости действия пары есть величина постоянная, равная моменту пары.*

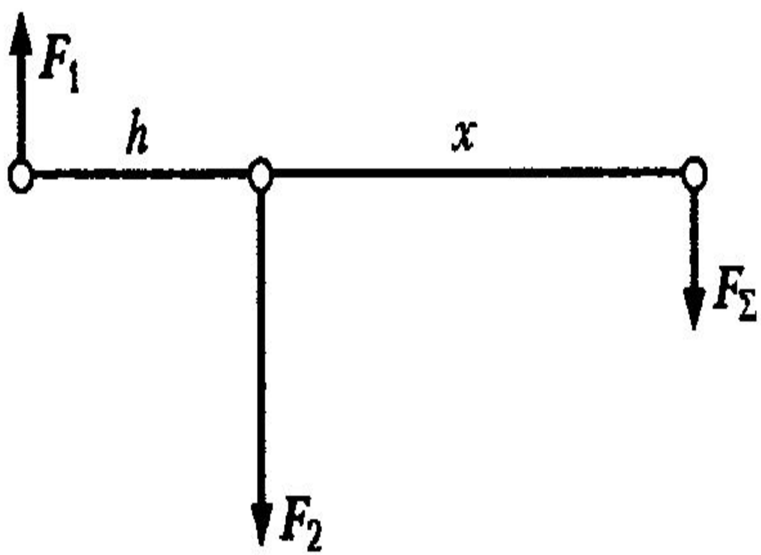


Рис. 4.2

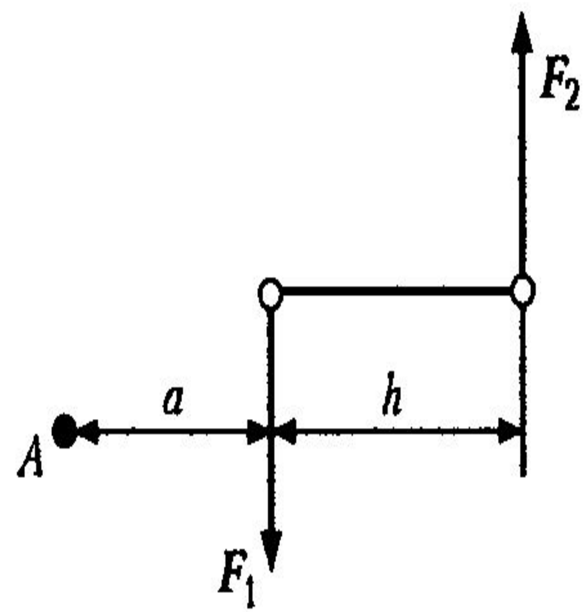


Рис. 4.3

Пара сил и момент силы

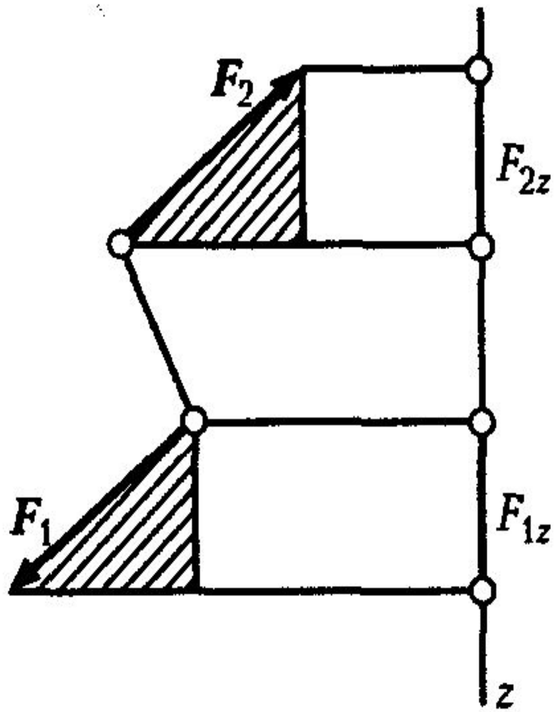


Рис. 4.4

Дана пара $(\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2)$ с плечом h (рис. 4.3) и моментом $m = F_1 h = F_2 h$.

Выберем в плоскости действия пары произвольную точку A и примем ее за центр моментов:

$$M_A(\boldsymbol{F}_1) = -F_1 a;$$

$$M_A(\boldsymbol{F}_2) = F_2(a+h).$$

Сложим правые и левые части этих равенств: $M_A(\boldsymbol{F}_1) + M_A(\boldsymbol{F}_2) = -F_1 a + F_2 \times \times (a+h) = F_2 h$, или $M_A(\boldsymbol{F}_1) + M_A(\boldsymbol{F}_2) = m$; теорема доказана.

Из этой теоремы следует, что *при любом центре моментов пара сил войдет в уравнение моментов с одним и тем же знаком и одной и той же величиной.*

Пара сил и момент силы

Теорема III. *Алгебраическая сумма проекций сил пары на ось всегда равна нулю.*

Дана пара сил ($\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2$) и ось z, лежащая в плоскости действия пары (рис. 4.4). Из равенства заштрихованных треугольников видно, что $F_{1z} = F_{2z}$. Проекция F_{1z} – положительная, проекция F_{2z} – отрицательная, следовательно, их алгебраическая сумма всегда равна нулю.

Из этой теоремы следует, что *пара сил не входит ни в уравнение сил, ни в уравнение проекций сил.*

Эквивалентные пары

Две пары называются эквивалентными, если одну из них можно заменить другой, не нарушая механического состояния свободного твердого тела.

Эквивалентные пары

Теорема об эквивалентных парах формулируется так: *если моменты двух пар алгебраически равны, то эти пары эквивалентны.*

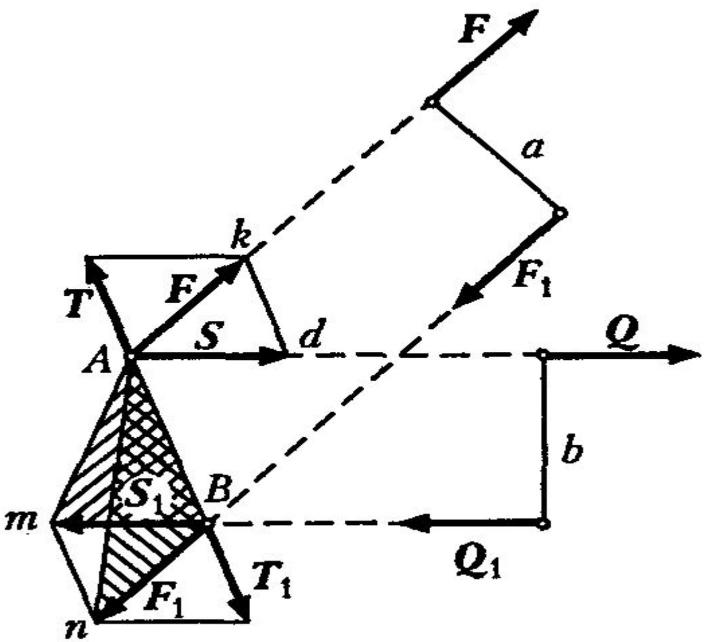
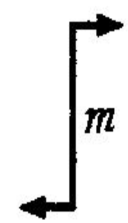


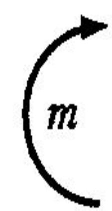
Рис. 4.5

Даны две пары ($\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{F}_1$) и ($\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{Q}_1$), моменты которых алгебраически равны (рис. 4.5), т.е.

$$M(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{F}_1) = M(\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{Q}_1), \text{ или } Fa = Qb.$$

Продолжим линии действия сил пары до их взаимного пересечения в точках A и B. На основании следствия из аксиом III и IV перенесем силы $\boldsymbol{F}$ и $\boldsymbol{F}_1$ вдоль линий их действия в точки A и B. Соединим эти точки прямой линией и разложим силы $\boldsymbol{F}$ и $\boldsymbol{F}_1$ по направлению AB и вдоль линий действия сил $\boldsymbol{Q}$ и $\boldsymbol{Q}_1$. Из равенства треугольников Akd и Bmn вытекает, что $T = T_1$ и $S = S_1$.





Эквивалентные пары

Из доказанной теоремы об эквивалентных парах вытекает четыре следствия:

1) не изменяя механического состояния тела, пару можно перемещать как угодно в плоскости ее действия;

2) не изменяя механического состояния тела, можно менять силы и плечо пары, но так, чтобы ее момент оставался неизменным;

3) чтобы задать пару, достаточно задать ее момент, поэтому иногда слово «пара» заменяют словом «момент» и условно изображают его так, как показано на рис. 4.6;

4) условия равновесия плоской системы параллельных сил будут справедливы, если вместе с такой системой действуют и пары сил, так как их можно повернуть в плоскости действия и поставить силы пары параллельно другим силам системы.

Теорема о сложении пар

Теорема. *Всякая плоская система пар эквивалентна одной результирующей паре, момент которой равен алгебраической сумме моментов данных пар.*

Эквивалентные пары

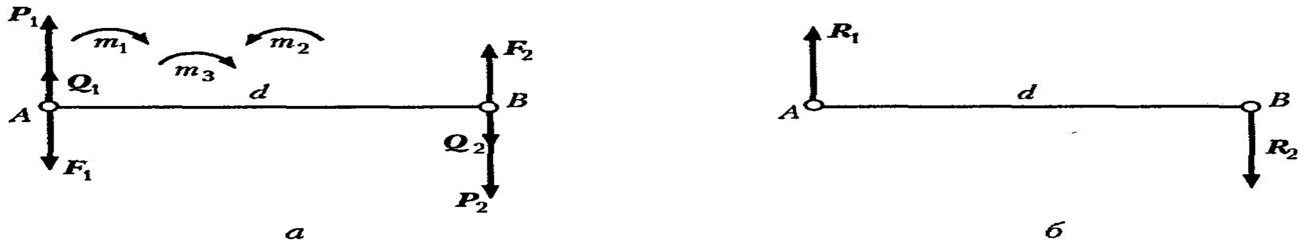


Рис. 4.7

Пусть даны три пары с моментами m_1, m_2, m_3, действующие в одной плоскости (рис. 4.7, *а*).

На основании следствия из теоремы об эквивалентных парах преобразуем эти пары так, чтобы их плечи стали равными d, и перенесем к произвольно взятому на плоскости отрезку AB длиной d.

Тогда вместо заданной системы пар получим новую систему, эквивалентную данной, причем моменты данных и новых пар будут равны, т.е.

$$m_1 = -P_1 d; \quad m_2 = F_1 d; \quad m_3 = -\,Qd.$$

Сложив три силы в точке A, получим равнодействующую $\boldsymbol{R}_1$ (рис. 4.7, *б*), модуль которой

$$R_1 = P_1 + Q_1 - F_1.$$

Сложив три силы в точке B, получим равнодействующую $\boldsymbol{R}_2$, модуль которой

$$R_2 = P_2 + Q_2 - F_2,$$

причем очевидно, что силы $\boldsymbol{R}_1$ и $\boldsymbol{R}_2$ равны по модулю, параллельны и противоположно направлены.

Значит, система $(\boldsymbol{R}_1, \boldsymbol{R}_2)$ представляет собой пару с плечом d, эквивалентную данной системе пар.

Момент этой результирующей пары

$$m = -R_1 d = -(P_1 + Q_1 - F_1)d = -P_1 d - Q_1 d + F_1 d,$$

или

$$m = m_1 + m_2 + m_3.$$

Аналогичное доказательство можно привести для любой плоской системы пар, т.е. в общем виде можно записать

$$m = \sum m_i,$$

что и требовалось доказать.